SEXTA EDIÇÃO

Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa

Incropera / DeWitt / Bergman / Lavine

SEXTA EDIÇÃO

Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa

FRANK P. INCROPERA
College of Engineering
University of Notre Dame

DAVID P. DEWITT
School of Mechanical Engineering
Purdue University

THEODORE L. BERGMAN
Department of Mechanical Engineering
University of Connecticut

ADRIENNE S. LAVINE
Mechanical and Aerospace Engineering Department
University of California, Los Angeles

Tradução e Revisão Técnica

EDUARDO MACH QUEIROZ
Professor Associado
Departamento de Engenharia Química
Escola de Química – UFRJ

FERNANDO LUIZ PELLEGRINI PESSOA
Professor Associado
Departamento de Engenharia Química
Escola de Química – UFRJ

Os autores e a editora empenharam-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro, dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles tenha sido omitida.
O CD-ROM contido neste livro é fornecido no estado em que se encontra, sem nenhuma garantia. Em hipótese alguma, a Editora LTC e os autores poderão ser responsabilizados por danos de qualquer natureza, decorrentes do uso ou da impossibilidade de uso deste CD-ROM.

Travessa do Ouvidor, 11
Rio de Janeiro, RJ — CEP 20040-040
Tel.: 21-3970-9480
Fax: 21-2221-3202
ltc@grupogen.com.br
www.ltceditora.com.br

Capa: Reproduzida com a permissão de John Wiley & Sons, Inc.

Editoração Eletrônica: *Gabi e Lucas Serviços de Datilografia E. A. Gráfica Ltda.-ME*

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ.

F977

Fundamentos de transferência de calor e de massa / Frank P. Incropera... [et al.] ; tradução e revisão técnica Eduardo Mach Queiroz, Fernando Luiz Pellegrini Pessoa. - Rio de Janeiro : LTC, 2008.

Tradução de: Fundamentals of heat and mass transfer, 6th ed.
Acompanha CD-ROM
Apêndices
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-216-1584-2

1. Calor - Transmissão. 2. Massa - Transferência. I. Incropera, Frank P.

07-3955. CDD: 621.4022
CDU: 621.43.016

Em Memória

David P. DeWitt

2 de março de 1934-17 de maio de 2005

O ano de 2005 foi marcado pela perda do Dr. David P. DeWitt, um caro amigo e colega de trabalho que contribuiu significativamente para a tecnologia e a pedagogia da transferência de calor ao longo de uma notável carreira de 45 anos. Dave formou-se em engenharia mecânica, recebendo o título de engenheiro na Duke University, fez o mestrado no MIT e o doutorado (PhD) na Purdue University. Seus estudos de pós-graduação em Purdue se concentraram em um forte interesse nos campos da física térmica e da radiometria, nos quais trabalhou até que uma doença tornou impossível a continuação. Dave atuou ativamente no desenvolvimento de padrões de medidas radiométricas no Thermophysical Properties Research Center de Purdue, finalmente tornando-se seu diretor adjunto e presidente da Technometrics Inc., uma empresa de projetos de instrumentos térmicos e óticos. Em 1973, tornou-se professor da School of Mechanical Engineering de Purdue, onde ensinou e realizou pesquisas até a sua aposentadoria, em 2000. De 2000 a 2004, trabalhou na Divisão de Tecnologia Ótica do National Institute of Technology and Standards.

Dave foi um excelente e exigente professor, um bom pesquisador e um admirável engenheiro. Em nossa colaboração de quase trinta anos, ele ofereceu habilidades complementares que contribuíram significativamente para o sucesso dos livros que escrevemos juntos. Entretanto, é muito mais no nível pessoal do que no profissional que tenho minhas memórias favoritas desse companheiro muito especial.

Como co-autores, Dave e eu gastamos milhares de horas trabalhando juntos em todas as facetas de nossos livros, normalmente em períodos de três a cinco horas. Esse tempo freqüentemente envolveu desvios espontâneos da tarefa em mãos, habitualmente marcados por bom humor ou por reflexões sobre nossas vidas pessoais.

Dave e eu temos, cada um, três filhas de idades comparáveis e freqüentemente compartilhávamos histórias das brincadeiras e dos desafios ao educá-las. É difícil pensar em Dave sem refletir no amor e orgulho que ele tinha de suas filhas (Karen, Amy e Debbie). Em 1990, Dave perdeu sua primeira esposa, Jody, em decorrência de um câncer, e eu testemunhei de perto seu caráter pessoal e força ao apoiá-la na batalha contra esta doença terrível. Eu também acompanhei o prazer que ele sentia no relacionamento que desenvolveu com sua segunda esposa, Phyllis, com quem casou em 1997.

Lembrarei sempre de Dave como uma pessoa sensível e humana, bem-humorada e generosa. Caro amigo, sentimos muito a sua falta, mas somos confortados por saber que você está agora livre de dor e em um lugar melhor.

Frank P. Incropera
Notre Dame, Indiana

Preparação para o Prefácio

Não muito depois de terminarmos as edições anteriores de *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* e *Introduction to Heat Transfer*, Dave DeWitt e eu sentimos a necessidade de nos prepararmos para o tempo quando não seríamos mais capazes de adicionar valor apropriado às futuras edições. Havia duas preocupações especiais. Primeiro, estávamos envelhecendo e o potencial de descontinuidade devido à saúde declinante ou à nossa própria morte não podia ser ignorado. Porém, talvez mais importante na manutenção do encanto e da atualidade dos livros, também reconhecemos que estávamos ficando mais distantes das atividades de fronteira nos assuntos cobertos pelo texto.

Em 2002, concluímos que devíamos dar início a um plano de sucessão envolvendo mais co-autores. Ao estabelecer os atributos desejados para os candidatos potenciais, colocamos alta prioridade no seguinte: um registro de sucesso no ensino das transferências de calor e de massa, envolvimento ativo com pesquisas na área, um histórico de serviço à comunidade da transferência de calor e a capacidade de *manter* uma relação de colaboração efetiva. Um grande peso foi dado a este último atributo, pois acreditávamos que ele contribuiu significativamente para todo o sucesso que Dave DeWitt e eu desfrutamos com as edições anteriores.

Após refletirmos muito tempo e fortemente nas muitas excelentes opções, Dave e eu convidamos Ted Bergman e Adrienne Lavine, professores de engenharia mecânica na University of Connecticut e na University of California, Los Angeles, respectivamente, para unirem-se a nós como co-autores. Ficamos agradecidos com os seus aceites. Ted e Adrienne estão listados como terceiro e quarto autores nesta edição, passarão para primeiro e segundo na próxima edição e depois aparecerão como únicos autores.

Ted e Adrienne trabalharam muito na presente edição e você verá numerosos melhoramentos vindos de seus esforços, particularmente em aplicações modernas relacionadas a assuntos como nano e biotecnologia. Conseqüentemente, é mais apropriado que Ted e Adrienne compartilhem os seus pensamentos no prefácio a seguir.

Frank P. Incropera
Notre Dame, Indiana

Prefácio

Desde a última edição, mudanças fundamentais ocorreram, tanto em nível nacional quanto em nível global, na forma de a engenharia ser praticada, com questões surgindo sobre o futuro da profissão. Como a prática da engenharia evoluirá na próxima década? O engenheiro do amanhã será mais valioso se for um especialista ou remunerado mais generosamente se tiver um conhecimento mais abrangente e menos profundo? Como os educadores da engenharia responderão às *forças de mercado* em transformação? As fronteiras tradicionais que separam as disciplinas da engenharia em uma faculdade ou universidade típica permanecerão imutáveis?

Acreditamos que, como a tecnologia fornece as bases para o melhoramento do padrão de vida de toda a humanidade, o futuro da engenharia é brilhante. Porém, à luz da tensão entre a *demanda externa pela generalização* e a *satisfação intelectual da especialização*, como a disciplina de transferência de calor permanecerá relevante? Qual será o valor dessa disciplina no futuro? Em quais novos problemas o conhecimento da transferência de calor será aplicado?

Ao preparar esta edição, tentamos identificar temas de discussão emergentes na tecnologia e na ciência nos quais a transferência de calor é *fundamental* na efetivação de novos produtos em áreas como tecnologia da informação, biotecnologia e farmacologia, energia alternativa e nanotecnologia. Essas novas aplicações, em conjunto com aplicações tradicionais na geração de energia, na utilização de energia e na fabricação, sugerem que a disciplina de transferência de calor está saudável. Além disso, quando usada em problemas que transcendem as fronteiras tradicionais, a transferência de calor será uma *disciplina vital* e *habilitadora* para o futuro.

Nós nos empenhamos em permanecer fiéis à abordagem pedagógica fundamental das edições anteriores, mantendo uma metodologia sistemática e rigorosa na solução de problemas, incluindo exemplos e problemas que revelam a riqueza e a beleza da disciplina e propiciando aos estudantes oportunidades de se defrontar com os objetivos do estudo.

Abordagem e Organização

Em nossa perspectiva, os quatro objetivos de aprendizado em qualquer primeiro curso em transferência de calor, detalhados na edição anterior, permanecem como segue:

1. O estudante deve internalizar o significado da terminologia e dos princípios físicos associados à matéria.
2. O estudante deve ser capaz de delinear os fenômenos de transporte pertinentes para qualquer processo ou sistema envolvendo transferência de calor.
3. O estudante deve ser capaz de usar as informações necessárias para calcular taxas de transferência de calor e/ou temperaturas de materiais.
4. O estudante deve ser capaz de desenvolver modelos representativos de processos ou sistemas reais e tirar conclusões sobre o projeto ou o desempenho de processos/sistemas a partir da respectiva análise.

Como na edição anterior, os objetivos de aprendizado de cada capítulo são esclarecidos para melhorar os meios usados para a sua concretização, assim como os meios pelos quais eles podem ser avaliados. O resumo de cada capítulo enfatiza a terminologia principal e os conceitos desenvolvidos no capítulo e coloca questões para testar e melhorar a compreensão dos estudantes.

Nos problemas que envolvam modelos complexos e/ou considerações *exploratórias* do tipo *o que/se* e *sensibilidade paramétrica*, é recomendado que os estudantes sejam orientados a usar recursos computacionais na solução de equações.

Como na edição anterior, muitos problemas propostos que envolvem uma solução baseada no uso de computadores aparecem como extensões de problemas que podem ser resolvidos com cálculos manuais. Essa abordagem já foi bem testada e permite que os estudantes validem as suas previsões computacionais comparando-as com as soluções manuais. Eles podem, então, prosseguir com estudos paramétricos que exploram condições relacionadas ao projeto e à operação de componentes e sistemas térmicos. Tais problemas são identificados pela colocação da parte exploratória em retângulos, como, por exemplo, [(b)], [(c)] ou [(d)]. Essa característica também permite que os instrutores que pretendem limitar suas exigências de procedimentos baseados em recursos computacionais se beneficiem da riqueza desses problemas. Soluções para problemas nos quais o próprio número é identificado, como, por exemplo, [1.26], devem ser inteiramente resolvidos com recursos computacionais.

Estamos cientes de que alguns professores que usam o texto não recorrem a softwares específicos em seus cursos. Nós os encorajamos a fazê-lo. Há uma grande variedade desses pacotes computacionais no mercado como o IHT* desenvolvido pela Intellipro, Inc., que é uma ferramenta para resolver equações simultâneas e para estimar propriedades termofísicas de vários materiais. O emprego de software computacional permitirá que os alunos resolvam problemas mais rapidamente, com menos erros numéricos, portanto deixando-os livres para se concentrar nos aspectos mais substanciais dos problemas.

*Não é fornecido com este livro. (N.E.)

Sumário

CAPÍTULO 5

Condução Transiente 162

CAPÍTULO 6

Introdução à Convecção 220

CAPÍTULO 7

Escoamento Externo 253

CAPÍTULO 8

Escoamento Interno 307

CAPÍTULO **9**

Convecção Natural 354

CAPÍTULO **10**

Ebulição e Condensação 393

CAPÍTULO **11**

Trocadores de Calor 424

CAPÍTULO **12**

Radiação: Processos e Propriedades 459

Símbolos

A — área, m^2
A_b — área da superfície primária (sem aleta), m^2
A_{tr} — área da seção transversal, m^2
A_{trl} — área transversal livre mínima em trocadores compactos
A_{fr} — área frontal
A_p — área corrigida do perfil da aleta, m^2
A_r — área relativa do bocal
a — aceleração, m/s^2
Bi — número de Biot
Bo — número de Bond
C — concentração molar, $kmol/m^3$; taxa de capacidade calorífica, W/K
C_D — coeficiente de arrasto
C_f — coeficiente de atrito
C_t — capacitância térmica, J/K
Co — número de confinamento
c — calor específico, $J/(kg \cdot K)$; velocidade da luz, m/s
c_p — calor específico a pressão constante, $J/(kg \cdot K)$
c_v — calor específico a volume constante, $J/(kg \cdot K)$
D — diâmetro, m
D_{AB} — difusividade mássica binária, m^2/s
D_b — diâmetro da bolha, m
D_h — diâmetro hidráulico, m
E — energia térmica mais mecânica, J; potencial elétrico, V; poder emissivo, W/m^2
E^{tot} — energia total, J
Ec — número de Eckert
$\dot{E}_g$ — taxa de geração de energia, W
$\dot{E}_{ent}$ — taxa de transferência de energia para dentro do volume de controle, W
$\dot{E}_{sai}$ — taxa de transferência de energia para fora do volume de controle, W
$\dot{E}_{acu}$ — taxa de aumento da energia armazenada no interior de um volume de controle, W
e — energia interna térmica por unidade de massa, J/kg; rugosidade superficial, m
F — força, N; fator de correção de trocadores de calor; fração da radiação de um corpo negro em um intervalo de comprimentos de onda; fator de forma
Fo — número de Fourier
Fr — número de Froude
f — fator de atrito; variável similar
G — irradiação, W/m^2; velocidade mássica, $kg/(s \cdot m^2)$
Gr — número de Grashof
Gz — número de Graetz
g — aceleração da gravidade, m/s^2
g_c — constante gravitacional, $1\ kg \cdot m/(N \cdot s^2)$ ou $32{,}17\ ft \cdot lb_m/(lb_f \cdot s^2)$
H — altura do bocal, m; constante de Henry, bar
h — coeficiente de transferência de calor por convecção (coeficiente convectivo), $W/(m^2 \cdot K)$; constante de Planck
h_{fg} — calor latente de vaporização, J/kg
h_{sf} — calor latente de fusão, J/kg
h_m — coeficiente de transferência de massa por convecção, m/s
h_{rad} — coeficiente de transferência de calor por radiação, $W/(m^2 \cdot K)$
I — corrente elétrica, A; intensidade de radiação, $W/(m^2 \cdot sr)$
i — densidade de corrente elétrica, A/m^2; entalpia por unidade de massa, J/kg
J — radiosidade, W/m^2
Ja — número de Jakob
J_i^* — fluxo molar difusivo da espécie i em relação à velocidade molar média da mistura, $kmol/(s \cdot m^2)$
j_i^* — fluxo mássico difusivo da espécie i em relação à velocidade mássica média da mistura, $kg/(s \cdot m^2)$
j_C — fator j de Colburn para a transferência de calor
j_m — fator j de Colburn para a transferência de massa
k — condutividade térmica, $W/(m \cdot K)$; constante de Boltzmann
k_0 — constante de taxa de reação homogênea, de ordem zero, $kmol/(s \cdot m^3)$
k_1 — constante de taxa de reação homogênea, de primeira ordem, s^{-1}
k_1'' — constante de taxa de reação homogênea, de primeira ordem, m/s
L — comprimento característico, m
Le — número de Lewis
M — massa, kg; número de faixas de transferência de calor em um gráfico de fluxo; inverso do número de Fourier em soluções de diferenças finitas
$\dot{M}_i$ — taxa de transferência de massa da espécie i, kg/s
$\dot{M}_{i,g}$ — taxa de aumento de massa da espécie i devido a reações químicas, kg/s
$\dot{M}_{ent}$ — taxa na qual massa entra em um volume de controle, kg/s
$\dot{M}_{sai}$ — taxa na qual massa deixa um volume de controle, kg/s
$\dot{M}_{acu}$ — taxa de aumento da massa acumulada no interior de um volume de controle, kg/s
$\mathcal{M}_i$ — massa molar da espécie i, kg/kmol
m — massa, kg
$\dot{m}$ — vazão mássica, kg/s
m_i — fração mássica da espécie i, ρ_i/ρ
N — número de incrementos de temperatura em uma plotagem de fluxo; número total de tubos em uma matriz tubular; números de superfícies em um espaço confinado
N_L, N_T — número de tubos nas direções longitudinal e transversal
Nu — número de Nusselt
NUT — número de unidades de transferência
N_i — taxa de transferência molar da espécie i em relação a coordenadas fixas, kmol/s

N''_i fluxo molar da espécie *i* em relação a coordenadas fixas, kmol/(s · m²)
$\dot{N}_i$ taxa molar de aumento da espécie *i* por unidade de volume devido a reações químicas, kmol/(s · m³)
$\dot{N}''_i$ taxa de reação da espécie *i* na superfície, kmol/(s · m²)
n''_i fluxo mássico da espécie *i* em relação a coordenadas fixas, kg/(s · m²)
$\dot{n}_i$ taxa mássica de aumento da espécie *i* por unidade de volume devido a reações químicas, kg/(s · m³)
P perímetro, m; designação de uma propriedade geral de um fluido
P_L, P_T passos longitudinal e transversal adimensionais de uma matriz tubular
Pe número de Peclet ($RePr$)
Pr número de Prandtl
P pressão, N/m²
Q transferência de energia, J
q taxa de transferência de calor, W
$\dot{q}$ taxa de geração de energia por unidade de volume, W/m³
q' taxa de transferência de calor por unidade de comprimento, W/m
q'' fluxo térmico, W/m²
q^* taxa de transferência de calor por condução adimensional
R raio de um cilindro, m
$\mathcal{R}$ constante universal dos gases
Ra número de Rayleigh
Re número de Reynolds
R_e resistência elétrica, Ω
R_f fator de deposição, m² · K/W
R_m resistência à transferência de massa, s/m³
$R_{m,n}$ resíduo do nó *m*, *n*
R_t resistência térmica, K/W
$R_{t,c}$ resistência térmica de contato, K/W
$R_{t,a}$ resistência térmica da aleta, K/W
$R_{t,e}$ resistência térmica de um conjunto de aletas, K/W
r_e raio de um cilindro ou esfera, m
r, ϕ, z coordenadas cilíndricas
r, θ, ϕ coordenadas esféricas
S solubilidade, kmol/(m³ · atm); fator de forma para a condução bidimensional, m; passo dos bocais, m; espaçamento entre placas, m
S_c constante solar
S_D, S_L, S_T passos diagonal, longitudinal e transversal de uma matriz tubular, m
Sc número de Schmidt
Sh número de Sherwood
St número de Stanton
T temperatura, K
t tempo, s
U coeficiente global de transferência de calor, W/(m² · K); energia interna, J
u, v, w componentes da velocidade mássica média do fluido, m/s
u^*, v^*, w^* componentes da velocidade molar média, m/s
V volume, m³; velocidade do fluido, m/s
v volume específico, m³/kg
W largura de um bocal retangular, m
$\dot{W}$ taxa na qual o trabalho é realizado, W
We número de Weber
X titulação do vapor
X, Y, Z componentes da força de corpo por unidade de volume, N/m³
x, y, z coordenadas retangulares, m
x_c posição crítica da transição para a turbulência, m
$x_{cd,c}$ comprimento de entrada de concentração, m
$x_{cd,v}$ comprimento de entrada fluidodinâmica, m
$x_{cd,t}$ comprimento de entrada térmica, m
x_i fração molar da espécie *i*, C_i/C

Letras gregas
α difusividade térmica, m²/s; área superficial do trocador de calor por unidade de volume, m²/m³; absortividade
β coeficiente de expansão volumétrica térmica, K⁻¹
Γ vazão mássica por unidade de largura na condensação em filme, kg/(s · m)
δ espessura da camada-limite fluidodinâmica (de velocidade), m
δ_c espessura da camada-limite de concentração, m
δ_p espessura de penetração térmica, m
δ_t espessura da camada-limite térmica, m
ε emissividade; porosidade de um leito recheado; efetividade de um trocador de calor
ε_a efetividade da aleta
η variável similar
η_a eficiência da aleta
η_o eficiência global da superfície aletada
θ ângulo de zênite, rad; diferença de temperaturas, K
κ coeficiente de absorção, m⁻¹
λ comprimento de onda, μm
λ_{lpm} livre percurso médio, nm
μ viscosidade, kg/(s · m)
ν viscosidade cinemática, m²/s; freqüência da radiação, s⁻¹
ρ massa específica, kg/m³; refletividade
σ constante de Stefan-Boltzmann; condutividade elétrica, 1/(Ω · m); tensão viscosa normal, N/m²; tensão superficial, N/m; razão entre a área transversal livre mínima e a área frontal de um trocador compacto
Φ função dissipação viscosa, s⁻²
ϕ ângulo de azimute, rad
ψ função corrente, m²/s
τ tensão cisalhante, N/m²; transmissividade
ω ângulo sólido, sr; taxa de perfusão, s⁻¹

Subscritos
A, B espécies em uma mistura binária
abs absorvido
ma média aritmética
b base de uma superfície estendida
n corpo negro
c concentração
tr seção transversal
cr espessura crítica de isolamento
cond condução
conv convecção
CC contracorrente
D diâmetro; arrasto
dif difusão
e excesso; emissão; elétron; externo
evap evaporação
f propriedades do fluido; condições de líquido saturado; fluidodinâmica; fluido frio; fônon
a condições de aleta
cf convecção forçada
cd condições plenamente desenvolvidas
g condições de vapor saturado
C condições de transferência de calor
h helicoidal
q fluido quente

i	designação geral de espécies; superfície interna de uma região anular; condição inicial; radiação incidente
ent	condição na entrada do tubo
L	baseado no comprimento característico
l	condições de líquido saturado
lat	energia latente
ml	condição de média logarítmica
M	condição de transferência de momento
m	valor médio na seção transversal do tubo
max	velocidade máxima do fluido
lpm	livre percurso médio
o	condição no centro ou no plano central
sai	condição na saída do tubo
R	superfície rerradiante
r, ref	radiação refletida
rad	radiação
S	condições solares
s	condições na superfície; propriedades de sólido
sat	condições de saturação
sens	energia sensível
ceu	condições do céu
re	regime estacionário
viz	vizinhança
t	térmico
tr	transmitido
v	condições de vapor saturado
x	condições locais em uma superfície
λ	espectral
∞	condições de corrente livre

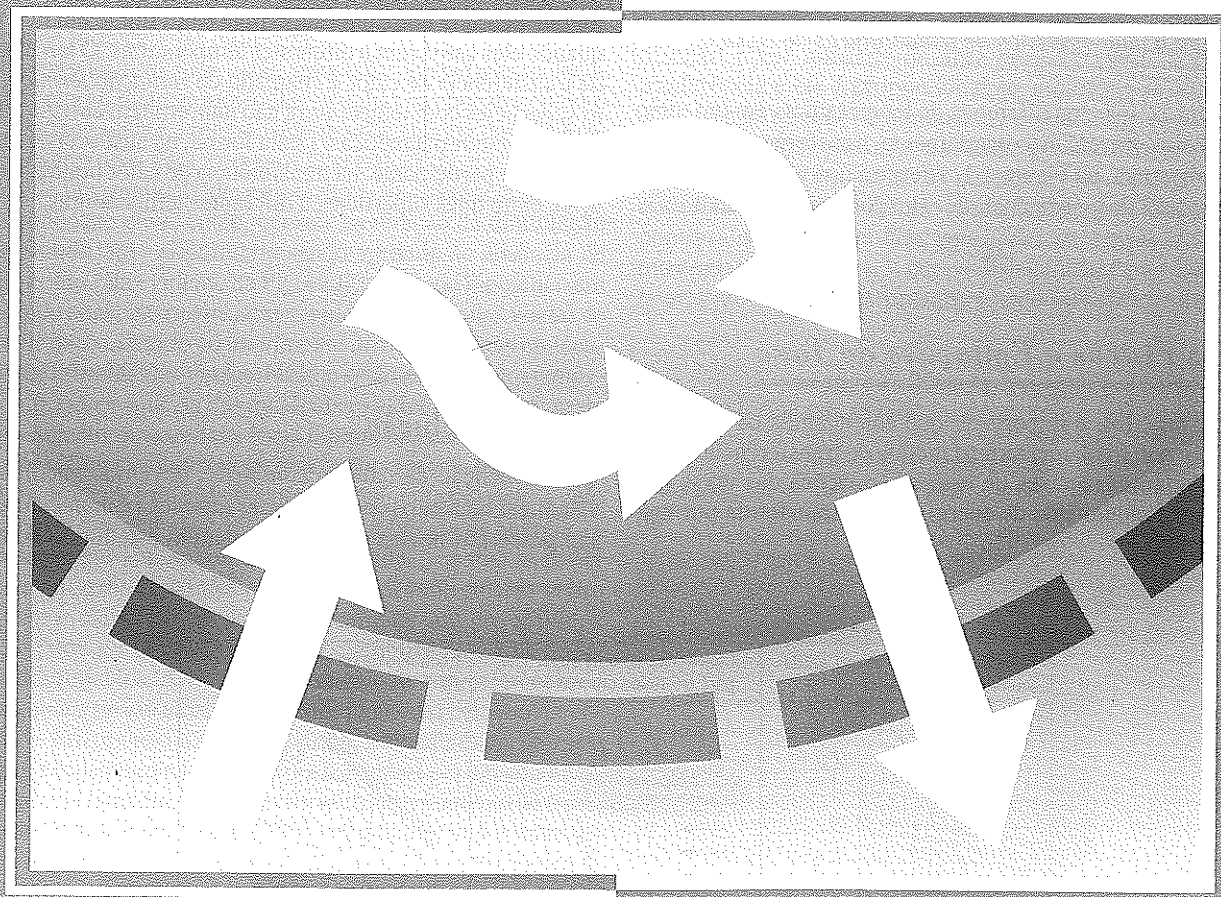
Sobrescritos

$'$	grandeza flutuante
*	média molar; grandeza adimensional

Barra sobreposta

–	condição média na superfície; média no tempo

CAPÍTULO 1

Introdução

A partir do estudo da termodinâmica, você aprendeu que energia pode ser transferida através de interações de um sistema com a sua vizinhança. Essas interações são chamadas de trabalho e calor. Entretanto, a termodinâmica lida com os estados extremos (inicial e final) do processo ao longo do qual uma interação ocorre e não fornece informação sobre a natureza da interação ou sobre a taxa na qual ela ocorre. O objetivo do presente texto é estender a análise termodinâmica através do estudo dos *modos* de transferência de calor e através do desenvolvimento de relações para calcular *taxas* de transferência de calor.

Neste capítulo, estabelecemos os fundamentos para uma grande parte do material tratado neste texto. Fazemos isso através da colocação de várias perguntas. *O que é transferência de calor*? *Como o calor é transferido*? *Por que isso é importante*? Um objetivo é desenvolver uma avaliação dos conceitos fundamentais e princípios que fundamentam os processos de transferência de calor. Um segundo objetivo é ilustrar uma forma na qual um conhecimento de transferência de calor pode ser usado em conjunto com a primeira lei da termodinâmica (*conservação da energia*) para resolver problemas relevantes para a tecnologia e para a sociedade.

1.1 O Quê e Como?

Uma definição simples, mas geral, fornece uma resposta satisfatória para a pergunta: O que é transferência de calor?

> *Transferência de calor (ou calor) é energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperaturas no espaço.*

Sempre que existir uma diferença de temperaturas em um meio ou entre meios, haverá, necessariamente, transferência de calor.

Como mostrado na Figura 1.1, referimo-nos aos diferentes tipos de processos de transferência de calor por *modos*. Quando existe um gradiente de temperatura em um meio estacionário, que pode ser um sólido ou um fluido, usamos o termo *condução* para nos referirmos à transferência de calor que ocorrerá através do meio. Em contraste, o termo *convecção* se refere à transferência de calor que ocorrerá entre uma superfície e um fluido em movimento quando eles estiverem a diferentes temperaturas. O terceiro modo de transferência de calor é chamado de *radiação térmica*. Todas as superfícies com temperatura não nula emitem energia na forma de ondas eletromagnéticas. Desta forma, na ausência de um meio interposto participante, há transferência de calor líquida, por radiação, entre duas superfícies a diferentes temperaturas.

1.2 Origens Físicas e Equações de Taxa

Como engenheiros, é importante que entendamos os *mecanismos físicos* que fundamentam os modos de transferência de calor e que sejamos capazes de usar as equações das taxas que determinam a quantidade de energia sendo transferida por unidade de tempo.

1.2.1 Condução

Com a menção da palavra *condução*, devemos imediatamente visualizar conceitos das *atividades atômicas* e *moleculares*, pois são processos nesses níveis que mantêm este modo de transfe-

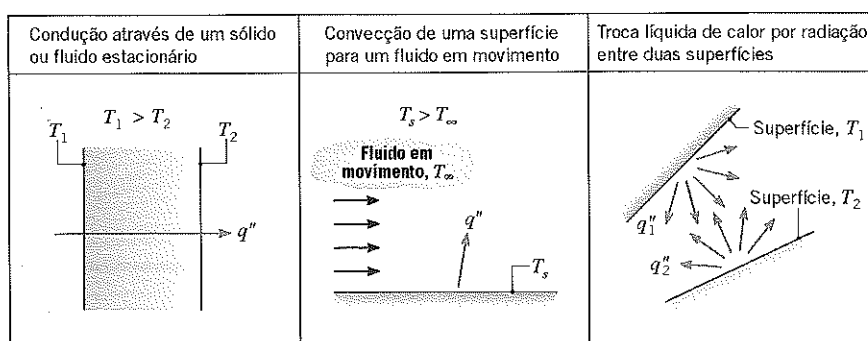



FIGURA 1.1 Modos de transferência de calor: condução, convecção e radiação.

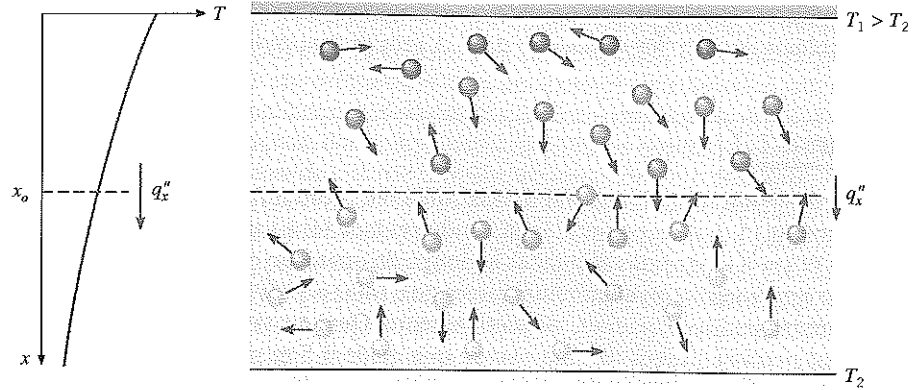



FIGURA 1.2 Associação da transferência de calor por condução à difusão de energia devido à atividade molecular.

rência de calor. A condução pode ser vista como a transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas de uma substância devido às interações entre partículas.

O mecanismo físico da condução é mais facilmente explicado através da consideração de um gás e do uso de idéias familiares vindas de seu conhecimento da termodinâmica. Considere um gás no qual exista um gradiente de temperatura e admita que *não haja movimento global, ou macroscópico*. O gás pode ocupar o espaço entre duas superfícies que são mantidas a diferentes temperaturas, como mostrado na Figura 1.2. Associamos a temperatura em qualquer ponto à energia das moléculas do gás na proximidade do ponto. Essa energia está relacionada ao movimento de translação aleatório, assim como aos movimentos internos de rotação e de vibração das moléculas.

Temperaturas mais altas, estão associadas às energias moleculares mais altas e quando moléculas vizinhas se chocam, como o fazem constantemente, uma transferência de energia das moléculas mais energéticas para as menos energéticas deve ocorrer. Na presença de um gradiente de temperatura, transferência de energia por condução deve, então, ocorrer na direção da diminuição da temperatura. Isso continuaria sendo verdade na ausência de colisões, como está evidente na Figura 1.2. O plano hipotético em x_o está sendo constantemente atravessado por moléculas vindas de cima ou de baixo, devido ao movimento *aleatório* destas moléculas. Contudo, moléculas vindas de cima estão associadas a temperaturas superiores àquelas das moléculas vindas de baixo e, neste caso, deve existir uma transferência *líquida* de energia na direção positiva de x. Colisões entre moléculas melhoram essa transferência de energia. Podemos falar da transferência líquida de energia pelo movimento molecular aleatório como uma *difusão* de energia.

A situação é muito semelhante nos líquidos, embora as moléculas estejam mais próximas e as interações moleculares sejam mais fortes e mais freqüentes. Analogamente, em um sólido, a condução pode ser atribuída à atividade atômica na forma de vibrações dos retículos. A visão moderna associa a transferência de energia a *ondas na estrutura de retículos* induzidas pelo movimento atômico. Em um não condutor elétrico, a transferência de energia ocorre exclusivamente através dessas ondas; em um condutor, a transferência também ocorre em função do movimento de translação dos elétrons livres. Tratamos as propriedades importantes associadas ao fenômeno da condução no Capítulo 2 e no Apêndice A.

São inúmeros os exemplos de transferência de calor por condução. A extremidade exposta de uma colher de metal subitamente imersa em uma xícara de café quente será, após um certo tempo, aquecida devido à condução de energia através da colher. Em um dia de inverno, há perda significativa de energia de um quarto aquecido para o ar externo. Esta perda ocorre principalmente devido à transferência de calor por condução através da parede que separa o ar do interior do quarto do ar externo.

É possível quantificar processos de transferência de calor em termos de *equações de taxa* apropriadas. Essas equações podem ser usadas para calcular a quantidade de energia sendo transferida por unidade de tempo. Para a condução térmica, a equação da taxa é conhecida como *lei de Fourier*. Para a parede plana unidimensional, mostrada na Figura 1.3 com uma distribuição de temperaturas $T(x)$, a equação da taxa é representada na forma

$$q''_x = -k\frac{dT}{dx} \tag{1.1}$$

O *fluxo térmico* q''_x (W/m²) é a taxa de transferência de calor na direção x *por* unidade de área *perpendicular* à direção da tranferência e ele é proporcional ao *gradiente de temperatura*, dT/dx, nesta direção. O parâmetro k é uma propriedade de *transporte* conhecida como *condutividade térmica* (W/(m·K)) e é uma característica do material da parede. O sinal de menos é uma conseqüência do fato do calor ser transferido na direção da temperatura decrescente. Nas *condições de estado estacionário* mostradas na Figura 1.3, com a distribuição de temperaturas *linear*, o gradiente de temperatura pode ser representado como

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

e o fluxo térmico é, então,

$$q''_x = -k\frac{T_2 - T_1}{L}$$

ou

$$q''_x = k\frac{T_1 - T_2}{L} = k\frac{\Delta T}{L} \tag{1.2}$$

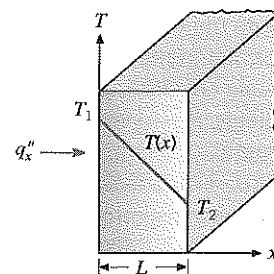



FIGURA 1.3 Transferência de calor unidimensional por condução (difusão de energia).

Note que esta equação fornece um *fluxo térmico*, isto é, a taxa de transferência de calor por *unidade de área*. A *taxa de transferência de calor* por condução, q_x (W), através de uma parede plana com área A, é, então, o produto do fluxo e da área, $q_x = q''_x \cdot A$.

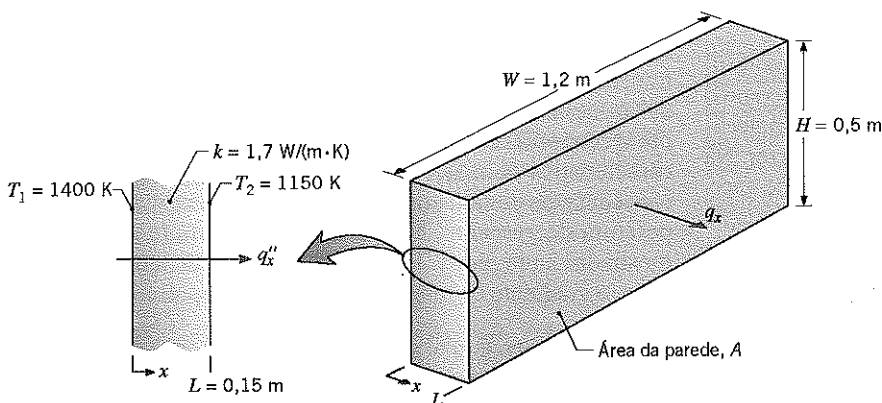
EXEMPLO 1.1

A parede de um forno industrial é construída em tijolo refratário com 0,15 m de espessura, cuja condutividade térmica é de 1,7 W/(m·K). Medidas efetuadas ao longo da operação em regime estacionário revelam temperaturas de 1400 e 1150 K nas paredes interna e externa, respectivamente. Qual é a taxa de calor perdida através de uma parede que mede 0,5 m por 1,2 m?

SOLUÇÃO

Dados: Condições de regime estacionário com espessura, área, condutividade térmica e temperaturas das superfícies da parede especificadas.

Achar: Perda de calor pela parede.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional através da parede.
3. Condutividade térmica constante.

Análise: Como a transferência de calor através da parede é por condução, o fluxo térmico pode ser determinado com a lei de Fourier. Usando a Equação 1.2, temos

$$q''_x = k\frac{\Delta T}{L} = 1{,}7\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times \frac{250\ \text{K}}{0{,}15\ \text{m}} = 2833\ \text{W/m}^2$$

O fluxo térmico representa a taxa de transferência de calor através de uma seção de área unitária e é uniforme (invariante) ao longo da superfície da parede. A perda de calor através da parede de área $A = H \times W$ é, então,

$$q_x = (HW)\,q''_x = (0{,}5\ \text{m} \times 1{,}2\ \text{m})\ 2833\ \text{W/m}^2 = 1700\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Comentários: Observe o sentido do fluxo térmico e a diferença entre o fluxo térmico e a taxa de transferência de calor.

1.2.2 Convecção

O *modo* de transferência de calor por convecção abrange *dois mecanismos*. Além de transferência de energia devido ao *movimento molecular aleatório (difusão)*, a energia também é transferida através do *movimento global*, ou *macroscópico*, do fluido. Esse movimento do fluido está associado ao fato de que, em um instante qualquer, um grande número de moléculas está se movendo coletivamente ou como agregado. Tal movimento, na presença de um gradiente de temperatura, contribui para a transferência de calor. Como as moléculas nos agregados mantêm seus movimentos aleatórios, a transferência total de calor é, então, devida à superposição do transporte de energia pelo movimento aleatório das moléculas com o transporte devido ao movimento global do fluido. É comum usar o termo *convecção* para fazer referência a esse transporte cumulativo e o termo *advecção* para fazer referência ao transporte devido ao movimento global do fluido.

Estamos especialmente interessados na transferência de calor por convecção, que ocorre com o contato entre um fluido em movimento e uma superfície, estando os dois a diferentes temperaturas. Considere o escoamento de um fluido sobre a superfície aquecida da Figura 1.4. Uma conseqüência da interação entre o fluido e a superfície é o desenvolvimento de uma região no fluido através da qual a sua velocidade varia entre zero, no contato com a superfície ($y = 0$), e um valor finito u_∞, associado ao escoamento do fluido. Essa região do fluido é conhecida por *camada limite hidrodinâmica* ou *de velocidade*. Além disso, se as temperaturas da superfície e do fluido forem diferentes, existirá uma região no fluido através da qual a temperatura variará de T_s, em $y = 0$, até T_∞, associada à região do escoamento afastada da superfície. Essa região, conhecida por *camada limite térmica*, pode ser menor, maior ou ter o mesmo tamanho daquela através da qual a velocidade varia. Em qualquer caso, se $T_s > T_\infty$, transferência de calor por convecção se dará desta superfície para o fluido em escoamento.

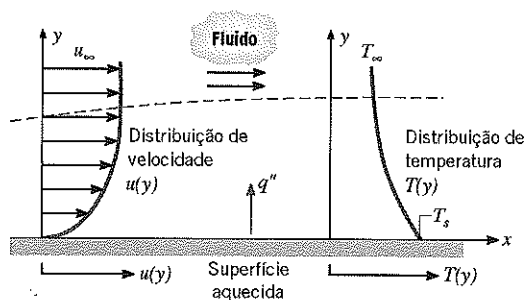



FIGURA 1.4 Desenvolvimento da camada limite na transferência de calor por convecção.

O modo de transferência de calor por convecção é mantido pelo movimento molecular aleatório e pelo movimento global do fluido no interior da camada limite. A contribuição devido ao movimento molecular aleatório (difusão) é dominante próximo à superfície, onde a velocidade do fluido é baixa. Na verdade, na interface entre a superfície e o fluido ($y = 0$), a velocidade do fluido é nula e o calor é transferido somente através desse mecanismo. A contribuição do movimento global do fluido origina-se no fato de que a espessura da camada limite *cresce* à medida que o escoamento progride na direção do eixo x. Nesse sentido, o calor que é conduzido para o interior desta camada é arrastado na direção do escoamento, sendo posteriormente transferido para o fluido que se encontra no exterior da camada limite. O estudo e a observação dos fenômenos relacionados com a camada limite são essenciais para a compreensão da transferência de calor por convecção. É por esse motivo que a disciplina de mecânica dos fluidos assumirá um papel importante em nossa análise posterior da convecção.

A transferência de calor por convecção pode ser classificada de acordo com a natureza do escoamento do fluido. Referimonos à *convecção forçada* quando o escoamento é causado por meios externos, tais como um ventilador, uma bomba, ou ventos atmosféricos. Como um exemplo, considere o uso de um ventilador para propiciar o resfriamento com ar, por convecção forçada, dos componentes eletrônicos quentes em uma série de placas de circuito impresso (Figura 1.5*a*). Em contraste, no caso da *convecção livre* (ou *natural*) o escoamento do fluido é induzido por forças de empuxo, que são originadas a partir de diferenças de densidades (massas específicas) causadas por variações de temperatura no fluido. Um exemplo é a transferência de calor por convecção natural, que ocorre a partir dos componentes quentes de uma série de placas de circuito impresso dispostas verticalmente e expostas ao ar (Figura 1.5*b*). O ar que entra em contato direto com os componentes experimenta um aumento de temperatura e, portanto, uma redução da densidade. Como ele fica mais leve do que o ar adjacente, as forças de empuxo induzem um movimento vertical no qual o ar quente perto das placas ascende e é substituído pelo influxo de ar ambiente, mais frio.

Enquanto consideramos convecção forçada *pura* na Figura 1.5*a* e convecção natural *pura* na Figura 1.5*b*, condições correspondentes à *mistura* (*combinação*) de convecção *forçada* e *natural* podem existir. Por exemplo, se as velocidades associadas ao escoamento da Figura 1.5*a* forem pequenas e/ou as forças de empuxo forem grandes, um escoamento secundário, comparável ao escoamento forçado imposto, pode ser induzido. Neste caso, o escoamento induzido pelo empuxo seria perpendicular ao escoamento forçado e poderia ter um efeito significativo na transferência de calor por convecção a partir dos componentes. Na Figura 1.5*b*, ocorreria convecção mista se um ventilador fosse usado para forçar o ar para cima, entre as placas de circuito impresso, dessa forma auxiliando o escoamento causado pelo empuxo; ou então em direção oposta (para baixo), nesse caso opondo-se ao escoamento causado pelo empuxo.

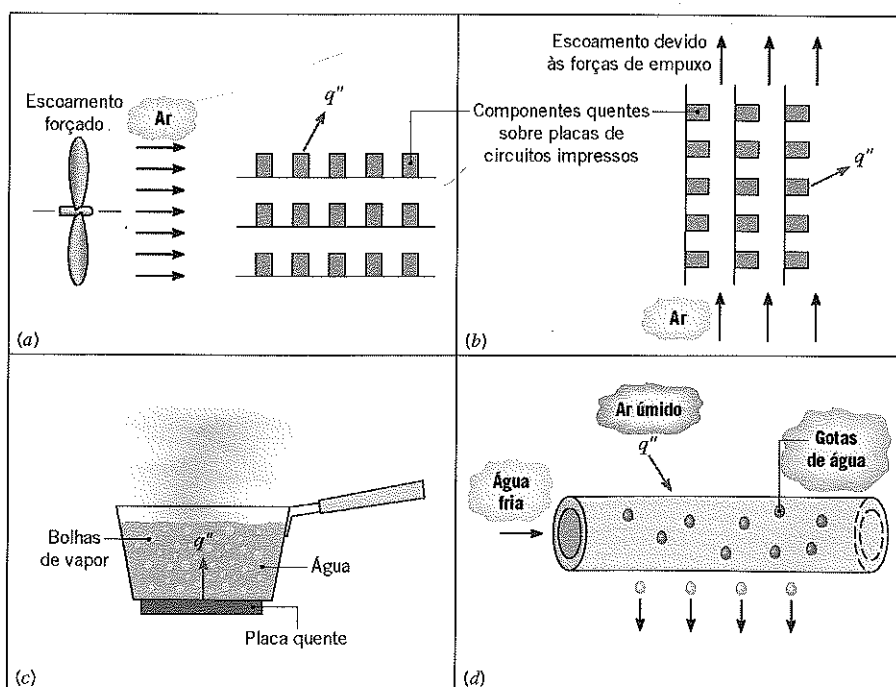



FIGURA 1.5 Processos de transferência de calor por convecção: (*a*) Convecção forçada. (*b*) Convecção natural. (*c*) Ebulição. (*d*) Condensação.

Descrevemos o modo de transferência de calor por convecção como a transferência de energia ocorrendo no interior de um fluido devido aos efeitos combinados da condução e do escoamento global ou macroscópico do fluido. Tipicamente, a energia que está sendo transferida é a energia *sensível*, ou térmica interna, do fluido. Contudo, há processos de convecção nos quais existe também a troca de calor *latente*. Essa troca de calor latente é geralmente associada a uma mudança de fase entre os estados líquido e vapor do fluido. Dois casos particulares de interesse neste livro são a *ebulição* e a *condensação*. Por exemplo, transferência de calor por convecção resulta da movimentação do fluido induzida por bolhas de vapor geradas no fundo de uma panela contendo água em ebulição (Figura 1.5*c*), ou pela condensação de vapor d'água na superfície externa de uma tubulação por onde escoa água fria. (Figura 1.5*d*).

Independentemente da natureza específica do processo de transferência de calor por convecção, a equação apropriada para a taxa de transferência possui a forma

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \tag{1.3a}$$

onde q'', o *fluxo de calor* por convecção (W/m²), é proporcional à diferença entre as temperaturas da superfície e do fluido, T_s e T_∞, respectivamente. Essa expressão é conhecida como a *lei do resfriamento de Newton*, e o parâmetro h (W/(m²·K)) é chamado de *coeficiente de transferência de calor por convecção*. Ele depende das condições na camada limite, as quais, por sua vez, são influenciadas pela geometria da superfície, pela natureza do escoamento do fluido e por uma série de propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido.

Qualquer estudo da convecção no fundo se reduz a um estudo de procedimentos pelos quais o h pode ser determinado. Embora a consideração desses procedimentos seja adiada até o Capítulo 6, a transferência de calor por convecção surgirá freqüentemente como uma condição de contorno na solução de problemas envolvendo a condução (Capítulos 2 a 5). Na solução de tais problemas, o valor do h é considerado conhecido, podendo-se utilizar valores típicos dados na Tabela 1.1.

Quando a Equação 1.3a é usada, o fluxo de calor por convecção é considerado *positivo* se o calor é transferido *a partir* da superfície ($T_s > T_\infty$) e *negativo* se o calor é transferido *para* a superfície ($T_\infty > T_s$). Contudo, se $T_\infty > T_s$, não existe nada que nos impeça de representar a lei do resfriamento de Newton por

$$q'' = h(T_\infty - T_s) \tag{1.3b}$$

em cujo caso a transferência de calor é positiva se ocorrer para a superfície.

TABELA 1.1 Valores típicos do coeficiente de transferência de calor por convecção

Processo	h (W/(m² K))
Convecção natural	
Gases	2–25
Líquidos	50–1000
Convecção forçada	
Gases	25–250
Líquidos	100–20.000
Convecção com mudança de fase	
Ebulição e condensação	2500–100.000

1.2.3 Radiação

Radiação térmica é a energia *emitida* pela matéria que se encontra a uma temperatura não-nula. Ainda que voltemos nossa atenção para a radiação a partir de superfícies sólidas, a emissão também ocorre a partir de gases e líquidos. Independentemente da forma da matéria, a emissão pode ser atribuída a mudanças nas configurações eletrônicas dos átomos ou moléculas que constituem a matéria. A energia do campo de radiação é transportada por ondas eletromagnéticas (ou, alternativamente, fótons). Enquanto a transferência de energia por condução ou convecção requer a presença de um meio material, a radiação não necessita dele. Na realidade, a transferência por radiação ocorre mais eficientemente no vácuo.

Considere os processos de transferência de calor por radiação na superfície da Figura 1.6*a*. A radiação que é *emitida* pela superfície tem sua origem na energia térmica da matéria delimitada pela superfície e a taxa na qual a energia é liberada por unidade de área (W/m²) é conhecida como *poder emissivo*, E, da superfície. Há um limite superior para o poder emissivo, que é determinado pela *lei de Stefan-Boltzmann*

$$E_n = \sigma T_s^4 \tag{1.4}$$

onde T_s é a *temperatura absoluta* (K) da superfície e σ é a *constante de Stefan-Boltzmann* ($\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W/(m²·K⁴)). Tal superfície é chamada um radiador ideal ou *corpo negro*.

O fluxo térmico emitido por uma superfície real é menor do que aquele emitido por um corpo negro à mesma temperatura e é dado por

$$E = \varepsilon\sigma T_s^4 \tag{1.5}$$

onde ε é uma propriedade radiante da superfície conhecida por *emissividade*. Com valores na faixa de $0 \leq \varepsilon \leq 1$, essa proprie-

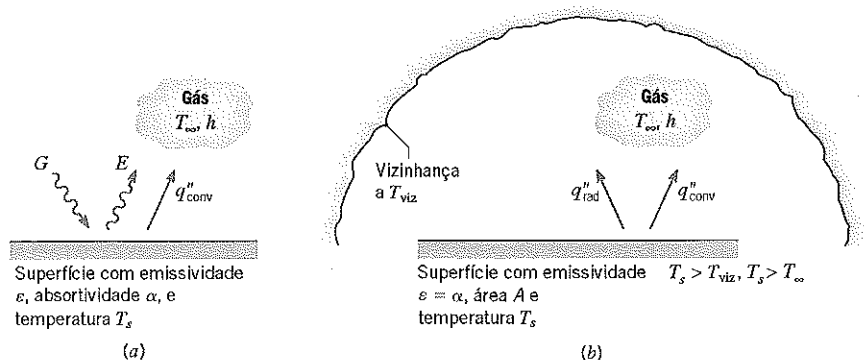



FIGURA 1.6 Troca por radiação: (*a*) em uma superfície e (*b*) entre uma superfície e uma grande vizinhança.

dade fornece uma medida da eficiência na qual uma superfície emite energia em relação ao corpo negro. Ela depende fortemente do material da superfície e de seu acabamento. Valores de emissividades representativos são apresentados no Apêndice A.

A radiação também pode *incidir* sobre uma superfície a partir de sua vizinhança. A radiação pode ser oriunda de uma fonte especial, tal como o sol, ou de outras superfícies às quais a superfície de interesse esteja exposta. Independentemente da(s) fonte(s), designamos a taxa na qual todas essas radiações incidem sobre uma área unitária da superfície por *irradiação*, G (Figura 1.6*a*).

Uma porção, ou toda a irradiação, pode ser *absorvida* pela superfície, aumentando dessa forma a energia térmica do material. A taxa na qual a energia radiante é absorvida, por unidade de área da superfície, pode ser calculada com o conhecimento de uma propriedade radiante da superfície conhecida por *absortividade* α. Ou seja,

$$G_{\text{abs}} = \alpha G \tag{1.6}$$

onde $0 \leq \alpha \leq 1$. Se $\alpha < 1$ e a superfície é *opaca*, porções da irradiação são *refletidas*. Se a superfície é *semitransparente*, porções da irradiação podem também ser *transmitidas*. Contudo, enquanto a radiação absorvida e a emitida aumenta e reduz, respectivamente, a energia térmica da matéria, a radiação refletida e a transmitida não têm efeito nessa energia. Note que o valor de α depende da natureza da irradiação, assim como da superfície propriamente dita. Por exemplo, a absortividade de uma superfície para a radiação solar pode diferir de sua absortividade para a radiação emitida pelas paredes de um forno.

Em muitos problemas de engenharia (uma importante exceção sendo problemas envolvendo radiação solar ou radiação oriunda de outras fontes a temperaturas muito altas), os líquidos podem ser considerados opacos e os gases podem ser considerados transparentes em relação à transferência de calor por radiação. Sólidos podem ser opacos (como é o caso dos metais) ou *semitransparentes* (como é o caso de finas folhas de alguns polímeros e alguns materiais semicondutores).

Um caso particular que ocorre com freqüência é a troca de radiação entre uma pequena superfície a T_s e uma superfície isotérmica, muito maior, que envolve completamente a menor (Figura 1.6*b*). Esta *vizinhança* poderia ser, por exemplo, as paredes de uma sala ou de um forno, cuja temperatura T_{viz} seja diferente daquela da superfície contida no seu interior ($T_{\text{viz}} \neq T_s$). Vamos mostrar no Capítulo 12 que, para tal condição, a irradiação pode ser aproximada pela emissão de um corpo negro a T_{viz}, em cujo caso $G = \sigma T^4_{\text{viz}}$. Se a superfície for considerada uma para a qual $\alpha = \varepsilon$ (uma *superfície cinza*), a taxa *líquida* de transferência de calor por radiação *saindo* da superfície, expressa por unidade de área da superfície, é

$$q''_{\text{rad}} = \frac{q}{A} = \varepsilon E_n(T_s) - \alpha G = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{viz}}^4) \tag{1.7}$$

Essa expressão fornece a diferença entre a energia térmica que é liberada devido à emissão de radiação e aquela que é ganha devido à absorção de radiação.

Existem muitas aplicações nas quais é conveniente expressar a troca líquida de calor por radiação através de uma expressão na forma

$$q_{\text{rad}} = h_r A(T_s - T_{\text{viz}}) \tag{1.8}$$

onde, em função da Equação 1.7, o *coeficiente de transferência de calor por radiação* h_r é

$$h_r \equiv \varepsilon\sigma(T_s + T_{\text{viz}})(T_s^2 + T_{\text{viz}}^2) \tag{1.9}$$

Aqui modelamos o modo de transferência de calor por radiação de uma maneira análoga à convecção. Nesse sentido, *linearizamos* a equação da taxa de transferência de calor por radiação, fazendo a taxa de troca térmica proporcional a uma diferença de temperaturas ao invés da proporcionalidade com a diferença entre as duas temperaturas elevadas à quarta potência. Note, contudo, que h_r depende fortemente da temperatura, enquanto a dependência do coeficiente de transferência de calor por convecção h em relação à temperatura é, em geral, fraca.

As superfícies da Figura 1.6 podem também, simultaneamente, transferir calor por convecção para um gás adjacente. Para as condições da Figura 1.6*b*, a taxa total de transferência de calor *saindo* da superfície é, então,

$$q = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = hA(T_s - T_\infty) + \varepsilon A\sigma(T_s^4 - T_{\text{viz}}^4) \tag{1.10}$$

Exemplo 1.2

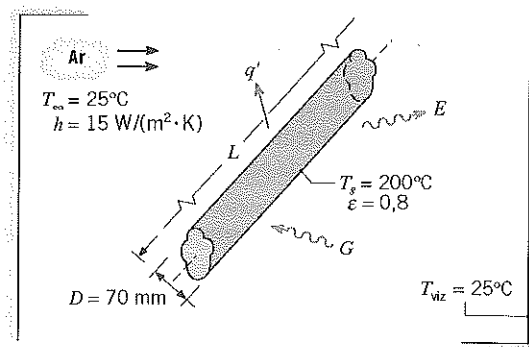
Uma tubulação de vapor d'água sem isolamento térmico atravessa uma sala na qual o ar e as paredes se encontram a 25°C. O diâmetro externo do tubo é de 70 mm, a temperatura de sua superfície é de 200°C e esta superfície tem emissividade igual a 0,8. Quais são o poder emissivo da superfície e a sua irradiação? Sendo o coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural da superfície para o ar de 15 W/(m²·K), qual é a taxa de calor perdida pela superfície por unidade de comprimento do tubo?

Solução

Dados: Tubo sem isolamento térmico, com diâmetro, emissividade e temperatura superficial conhecidas, em uma sala com temperaturas fixas do ar e das paredes.

Achar:

1. Poder emissivo da superfície e irradiação.
2. Perda de calor no tubo por unidade de comprimento, q'.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Troca por radiação entre o tubo e a sala semelhante àquela entre uma superfície pequena e um envoltório muito maior.
3. Emissividade e absortividade da superfície iguais.

Análise:

1. O poder emissivo da superfície pode ser determinado com a Equação 1.5, enquanto a irradiação corresponde a $G = \sigma T^4_{viz}$. Logo,

$$E = \varepsilon\sigma T_s^4 = 0{,}8(5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4))\ (473\ \text{K})^4 = 2270\ \text{W/m}^2$$

$$G = \sigma T_{viz}^4 = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)\ (298\ \text{K})^4 = 447\ \text{W/m}^2$$

2. A perda de calor na tubulação se dá por convecção para o ar e por troca de radiação com as paredes. Logo, $q = q_{conv} + q_{rad}$ e da Equação 1.10, com $A = \pi DL$,

$$q = h(\pi DL)(T_s - T_\infty) + \varepsilon(\pi DL)\sigma(T_s^4 - T_{viz}^4)$$

A perda de calor por unidade de comprimento do tubo é, então,

$$q' = \frac{q}{L} = 15\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}(\pi \times 0{,}07\ \text{m})(200 - 25)°\text{C}$$

$$+ 0{,}8(\pi \times 0{,}07\ \text{m})\,5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(473^4 - 298^4)\ \text{K}^4$$

$$q' = 577\ \text{W/m} + 421\ \text{W/m} = 998\ \text{W/m} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Note que temperaturas podem ser expressas em unidades de °C ou K quando avaliando a diferença de temperaturas para uma taxa de transferência de calor por convecção (ou condução). Entretanto, temperaturas devem ser expressas em kelvins (K) quando se avalia uma taxa de transferência por radiação.
2. A taxa líquida de transferência de calor por radiação saindo da tubulação pode ser representada por

$$q'_{rad} = \pi D\,(E - \alpha G)$$

$$q'_{rad} = \pi \times 0{,}07\ \text{m}\ (2270 - 0{,}8 \times 447)\ \text{W/m}^2 = 421\ \text{W/m}$$

3. Na situação desse exemplo, as taxas de transferência de calor por radiação e por convecção são comparáveis, pois T_s é grande quando comparado a T_{viz}, e o coeficiente associado à convecção natural é pequeno. Para valores mais moderados de T_s e os valores maiores de h associados à convecção forçada, o efeito da radiação pode ser freqüentemente desprezado. O coeficiente de transferência de calor por radiação pode ser calculado através da Equação 1.9, e para as condições desse problema seu valor é de $h_r = 11$ W/(m²·K).

1.2.4 Relação com a Termodinâmica

Neste ponto é apropriado observar as diferenças fundamentais entre a transferência de calor e a termodinâmica. Embora a termodinâmica esteja voltada para as interações envolvendo calor e para o importante papel que elas desempenham na primeira e segunda leis, ela não considera nem os mecanismos que viabilizam a transferência de calor nem os métodos que existem para calcular a *taxa* de troca de calor. A termodinâmica está interessada nos estados de *equilíbrio* da matéria e um estado de equilíbrio elimina necessariamente a existência de um gradiente de temperatura. Embora a termodinâmica possa ser usada para determinar a quantidade de energia necessária, na forma de calor, para que um sistema passe de um estado de equilíbrio para outro, ela não leva em consideração que a *transferência de calor é por essência um processo de não-equilíbrio*. Para que a transferência de calor ocorra, deve existir um gradiente de temperatura, logo, um não-equilíbrio termodinâmico. Por essa razão, a disciplina transferência de calor procura fazer o que a termodinâmica é inerentemente incapaz, ou seja, quantificar a *taxa* de transferência de calor que ocorre em termos do grau de não-equilíbrio térmico. Isso é feito através das equações das taxas de transferência de calor para os três modos de transferência, representadas, por exemplo, pelas Equações 1.2, 1.3 e 1.7.

1.3
A Exigência da Conservação de Energia

Os escopos da termodinâmica e da transferência de calor são em grande parte complementares. Por exemplo, como ele trata da *taxa* na qual o calor é transferido, o assunto transferência de calor pode ser visto como uma extensão da termodinâmica. Por sua vez, em muitos problemas de transferência de calor, a *primeira lei* da termodinâmica (a *lei da conservação de energia*) fornece uma ferramenta útil, freqüentemente essencial. Em antecipação a tais problemas, formas gerais da primeira lei são obtidas a seguir.

1.3.1 Conservação de Energia em um Volume de Controle

No fundo, a primeira lei da termodinâmica é simplesmente um enunciado de que a energia total de um sistema é conservada e, conseqüentemente, a única forma na qual a quantidade de energia em um sistema pode mudar é se energia cruzar sua fronteira. A primeira lei também indica as formas nas quais a energia pode cruzar a fronteira de um sistema. Para um sistema fechado (uma região de massa fixa), há somente duas: transferência de calor através da fronteira e trabalho realizado pelo ou no sistema. Isto leva ao seguinte enunciado da primeira lei para um sistema fechado, que será familiar se você já cursou termodinâmica:

$$\Delta E_{acu}^{tot} = Q - W \tag{1.11a}$$

onde $\Delta \dot{E}_{acu}^{tot}$ é a variação da energia total acumulada no sistema, Q é o valor *líquido* do calor transferido para o sistema e W é o valor *líquido* do trabalho efetuado pelo sistema. Isso está ilustrado esquematicamente na Figura 1.7*a*.

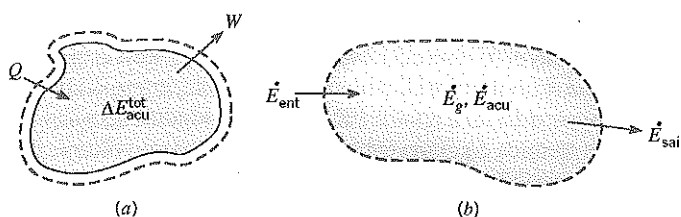



FIGURA 1.7 Conservação de energia: (*a*) em um sistema fechado durante um intervalo de tempo e (*b*) em um volume de controle em um instante.

A primeira lei pode também ser aplicada em um *volume de controle* (ou *sistema aberto*), uma região do espaço delimitada por uma *superfície de controle* através da qual massa pode passar. A massa, entrando ou saindo do volume de controle, carrega energia com ela; este processo, chamado de advecção de energia, adiciona uma terceira forma na qual a energia pode cruzar a fronteira de um volume de controle. Para resumir, a primeira lei da termodinâmica pode ser enunciada de forma muito simples, como a seguir, tanto para um volume de controle como para um sistema fechado.

Primeira Lei da Termodinâmica durante um Intervalo de Tempo (Δt)

> *O aumento na quantidade de energia acumulada (armazenada) em um volume de controle deve ser igual à quantidade de energia que entra no volume de controle menos a quantidade de energia que deixa o volume de controle.*

Ao aplicar esse princípio, reconhece-se que a energia pode entrar e sair do volume de controle devido à transferência de calor através da fronteira, ao trabalho realizado sobre ou pelo volume de controle e à advecção de energia.

A primeira lei da termodinâmica se refere à energia *total*, que é constituída pelas energias cinética e potencial (em conjunto conhecidas como energia mecânica), e pela energia interna. A energia interna pode ser, ainda, subdividida em energia térmica (que será definida com maiores cuidados mais tarde) e outras formas de energia interna como energias química e nuclear. Para o estudo da transferência de calor, desejamos focar nossa atenção nas formas de energia mecânica e térmica. Devemos reconhecer que a soma das energias térmica e mecânica *não* é conservada, pois pode existir conversão entre outras formas de energia e energia térmica. Por exemplo, se ocorrer uma reação química que diminua a quantidade de energia química no sistema, ela resultará em um aumento na energia térmica do sistema. Assim, podemos pensar na conversão de energia como resultando em *geração de energia térmica* (que pode ser positiva ou negativa). Desta forma, um enunciado da primeira lei que é bem adequado para a análise da transferência de calor é:

Equação das Energias Térmica e Mecânica para um Intervalo de Tempo (Δt)

> *O aumento na quantidade de energia térmica e mecânica acumulada (armazenada) em um volume de controle deve ser igual à quantidade de energia térmica e mecânica que entra no volume de controle, menos a quantidade de energia térmica e mecânica que deixa o volume de controle, mais a quantidade de energia térmica que é gerada no interior do volume de controle.*

Essa expressão se aplica em um *intervalo de tempo* Δt, e todos os termos representando energia são medidos em joules. Como a primeira lei deve ser satisfeita a cada e em todo *instante* de tempo t, podemos também formular a lei tomando por *base taxas*. Isto é, em qualquer instante, deve existir um equilíbrio entre todas as *taxas de energia*, medidas em joules por segundo (W). Em palavras, isto é dito da seguinte forma:

Equação das Energias Térmica e Mecânica em um Instante (t)

> *A taxa de aumento da quantidade de energia térmica e mecânica acumulada (armazenada) em um volume de controle deve ser igual à taxa na qual as energias térmica e mecânica entram no volume de controle, menos a taxa na qual as energias térmica e mecânica deixam o volume de controle, mais a taxa na qual a energia térmica é gerada no interior do volume de controle.*

Se a entrada e a geração de energia térmica e mecânica excedem a saída, haverá um aumento na quantidade de energia térmica e mecânica armazenada (acumulada) no volume de controle; se o inverso for verdadeiro, existirá uma diminuição na energia térmica e mecânica armazenada. Se a entrada e a geração igualarem a saída, deve prevalecer uma condição de *regime estacionário* tal que não haverá variação na quantidade de energia térmica e mecânica armazenada no interior do volume de controle.

Agora iremos definir os símbolos para cada um dos termos de energia de tal forma que os enunciados inseridos em retângulos possam ser reescritos como equações. Fazemos E representar a soma das energias térmica e mecânica (diferentemente do símbolo E^{tot} para energia total). Usamos o subscrito *acu* para indicar energia acumulada no volume de controle; a variação das energias térmica e mecânica acumuladas ao longo do intervalo de tempo Δt é então ΔE_{acu}. Os subscritos *ent* e *sai* se referem à energia entrando e saindo do volume de controle. Finalmente, a geração de energia térmica recebe o símbolo E_g. Assim, o primeiro enunciado no retângulo pode ser escrito como:

$$\Delta E_{acu} = E_{ent} - E_{sai} + E_g \tag{1.11b}$$

A seguir, usando um ponto acima do termo para indicar uma taxa, o segundo enunciado no retângulo se torna:

$$\dot{E}_{acu} \equiv \frac{dE_{acu}}{dt} = \dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g \tag{1.11c}$$

Esta expressão está esquematicamente ilustrada na Figura 1.7b.

As Equações 1.11b, c fornecem ferramentas importantes, e em alguns casos essenciais, para a solução de problemas da transferência de calor. Toda aplicação da primeira lei deve iniciar com a identificação de um volume de controle apropriado e de sua superfície de controle, nos quais uma análise é posteriormente efetuada. A primeira etapa é indicar a superfície de controle, atra-

vés do desenho de uma linha tracejada. A segunda etapa é decidir se a análise será efetuada em um intervalo de tempo Δt (Equação 1.11b) ou em termos de taxas (Equação 1.11c). Essa escolha depende do objetivo da solução e da forma na qual as informações são fornecidas no problema. A próxima etapa é identificar os termos de energia que são relevantes no problema que você está resolvendo. Para desenvolver sua confiança nesta última etapa, o restante desta seção é dedicado a esclarecer os seguintes termos de energia:

- Energia térmica e mecânica armazenada (acumulada), E_{acu}.
- Geração de energia térmica, E_g.
- Transporte de energia térmica e mecânica através das superfícies de controle, isto é, os termos de entrada e saída, E_{ent} e E_{sai}.

No enunciado da primeira lei (Equação 1.11a), a energia total, E^{tot}, é constituída pelas energia cinética (EC = ½ mV^2, onde m e V são a massa e a velocidade, respectivamente), energia potencial (EP = mgz, onde g é a aceleração da gravidade e z é a coordenada vertical) e *energia interna* (U). A energia mecânica é definida como a soma das energias cinética e potencial. Com muita freqüência ocorrerão casos em problemas de transferência de calor, nos quais as variações nas energias cinética e potencial são pequenas e podem ser desprezadas. A energia interna é constituída por um *componente sensível*, que é ligado aos movimentos de translação, rotação e/ou vibração dos átomos/moléculas que compõem a matéria; um *componente latente*, relacionado às forças intermoleculares influenciando mudanças de fase entre os estados sólido, líquido e vapor; um *componente químico*, que representa a energia armazenada nas ligações químicas entre átomos; e um *componente nuclear*, que está ligado às forças de ligação no interior dos núcleos.

No estudo da transferência de calor, focamos nossa atenção nos componentes sensível e latente da energia interna (U_{sen} e U_{lat}, respectivamente), que em conjunto são chamados de *energia térmica*, U_t. A energia sensível é a porção que associamos principalmente às variações de temperatura (embora ela possa também depender da pressão). A energia latente é o componente que associamos às mudanças de fase. Por exemplo, se o material no volume de controle muda de sólido para líquido (*fusão*) ou de líquido para vapor (*vaporização, evaporação, ebulição*), a energia latente aumenta. Ao contrário, se a mudança de fase se dá do vapor para o líquido (*condensação*) ou do líquido para o sólido (*solidificação, congelamento*), a energia latente diminui. Obviamente, se não houver mudança de fase não há variação na energia latente e este termo pode ser desprezado.

Com base na discussão acima, as *energias térmica e mecânica acumuladas são* dadas por E_{acu} = EC + EP + U_t, onde $U_t = U_{sen} + U_{lat}$. Em muitos problemas, o único termo da energia relevante será a energia sensível, isto é, $E_{acu} = E_{sen}$.

O *termo da geração de energia* está associado à conversão de alguma outra forma de energia (química, elétrica, eletromagnética ou nuclear) em energia térmica. Esse é um *fenômeno volumétrico*. Ou seja, ele ocorre no interior do volume de controle e é geralmente proporcional à magnitude desse volume. Por exemplo, uma reação química exotérmica pode estar acontecendo, convertendo energia química em energia térmica. O efeito líquido é um aumento na energia térmica da matéria no interior do volume de controle. Outra fonte de energia térmica é a conversão de energia elétrica que ocorre devido ao aquecimento resistivo, quando se passa uma corrente elétrica através de um condutor. Isto é, se uma corrente elétrica I passa através de uma resistência R no interior do volume de controle, energia elétrica é dissipada a uma taxa igual a I^2R, que corresponde à taxa na qual a energia térmica é gerada (liberada) no interior do volume. Em todas as aplicações de interesse neste texto, se efeitos químicos, elétricos ou nucleares estiverem presentes, eles serão tratados como fontes (ou *sumidouros*, que correspondem a fontes negativas) de energia térmica e, desta forma, incluídos nos termos de geração das Equações 1.11b, c.

Os termos relativos à entrada e à saída de energia são *fenômenos de superfície*. Ou seja, eles estão associados exclusivamente aos processos que ocorrem na superfície de controle e são geralmente proporcionais à área superficial. Como discutido anteriormente, os termos de entrada e saída de energia incluem transferência de calor (que pode ser por condução, convecção e/ou radiação) e interações de trabalho que ocorrem nas fronteiras do sistema (por exemplo, devido ao deslocamento da fronteira, através de um eixo em rotação e/ou através de efeitos eletromagnéticos). Em situações nas quais massa atravessa a fronteira do volume de controle (por exemplo, situações envolvendo escoamento de um fluido), os termos de entrada e saída também incluem a energia (térmica e mecânica) carregada (advecção) pela massa que entra e sai do volume de controle. Por exemplo, se a vazão mássica que entra através da fronteira for $\dot{m}$, então a taxa na qual as energias térmica e mecânica entram com o escoamento é $\dot{m}(u_t + ½V^2 + gz)$, onde u_t é a energia térmica por unidade de massa.

Quando a primeira lei é aplicada em um volume de controle com fluido atravessando a sua fronteira, é comum dividir o termo do trabalho em duas contribuições. A primeira contribuição, chamada de *trabalho de escoamento*, é associada ao trabalho realizado por forças de pressão movimentando fluido através da fronteira. Para uma *unidade de massa*, a quantidade de trabalho é equivalente ao produto da pressão pelo volume específico do fluido (pv). O símbolo $\dot{W}$ é tradicionalmente usado para o *restante* do termo do trabalho (não inclui o trabalho de escoamento). Se a operação ocorre em condições de regime estacionário ($dE_{acu}/dt = 0$) e não há geração de energia térmica, a Equação 1.11c se reduz à forma a seguir da equação da energia para processos contínuos em regime estacionário (veja a Figura 1.8), que será familiar caso você tenha feito um curso de termodinâmica:

$$\dot{m}(u_t + pv + \tfrac{1}{2}V^2 + gz)_{ent} - \dot{m}(u_t + pv + \tfrac{1}{2}V^2 + gz)_{sai} + q - \dot{W} = 0 \quad (1.11d)$$

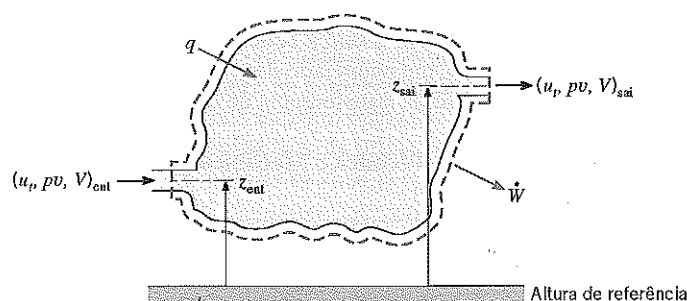



FIGURA 1.8 Conservação de energia em um sistema aberto, com escoamento em regime estacionário.

Os termos entre parênteses são expressos por unidade de massa de fluido nos locais de entrada e saída. Quando multiplicados pela vazão mássica $\dot{m}$, eles fornecem a taxa na qual a forma correspondente de energia (térmica, trabalho de escoamento, cinética e potencial) entra ou sai no volume de controle. A soma da energia térmica e do trabalho de escoamento, ambos por unidade de massa, pode ser substituída pela entalpia por unidade de massa, $i = u_t + pv$.

Na maioria das aplicações em sistemas abertos de interesse no presente texto, variações na energia latente entre as condições de entrada e saída da Equação 1.11d podem ser desprezadas, de tal forma que a energia térmica se reduz somente ao componente sensível. Se o fluido é considerado um *gás ideal* com *calores específicos constantes*, a diferença de entalpias (por unidade de massa) entre os escoamentos de entrada e de saída pode então ser representada por $(i_{ent} - i_{sai}) = c_p(T_{ent} - T_{sai})$, onde c_p é o calor específico a pressão constante, e T_{ent} e T_{sai} são as temperaturas na entrada e na saída, respectivamente. Se o fluido é um *líquido incompressível*, seus calores específicos a pressão constante e a volume constante são iguais, $c_p = c_v \equiv c$, e na Equação 1.11d a variação da energia sensível (por unidade de massa) se reduz a $(u_{t,ent} - u_{t,sai}) = c(T_{ent} - T_{sai})$. A não ser que a queda de pressão seja extremamente grande, a diferença nos termos de trabalho de escoamento, $(pv)_{ent} - (pv)_{sai}$, é desprezível para um líquido.

Tendo já considerado condições de regime estacionário, inexistência de variações na energia latente e ausência de geração de energia térmica, há pelo menos quatro casos nos quais considerações adicionais podem ser feitas para reduzir a Equação 1.11d à *equação simplificada da energia térmica para sistemas com escoamento em regime estacionário*:

$$q = \dot{m}\, c_p(T_{sai} - T_{ent}) \tag{1.11e}$$

O lado direito da Equação 1.11e representa a taxa líquida de saída de entalpia (energia térmica mais trabalho de escoamento) para um gás ideal ou de saída de energia térmica para um líquido incompressível.

Os dois primeiros casos nos quais a Equação 1.11e se mantém podem ser facilmente verificados pelo exame da Equação 1.11d. Eles são:

1. Um gás ideal com variações das energias cinética e potencial desprezíveis e trabalho desprezível (outro além do trabalho de escoamento).
2. Um líquido incompressível com variações das energias cinética e potencial desprezíveis e trabalho desprezível, *incluindo* o trabalho de escoamento. Como observado na discussão anterior, o trabalho de escoamento é desprezível para um líquido incompressível desde que a variação de pressão não seja muito grande.

O segundo par de casos não pode ser derivado diretamente da Equação 1.11d, pois requer mais conhecimentos de como a energia mecânica é convertida em energia térmica. Estes casos são:

3. Um gás ideal com dissipação viscosa desprezível e variação de pressão desprezível.
4. Um líquido incompressível com dissipação viscosa desprezível.

A *dissipação viscosa* é a conversão de energia mecânica em energia térmica associada às forças viscosas agindo em um fluido. Ela é importante somente em situações envolvendo escoamento em alta velocidade e/ou fluido altamente viscoso. Como muitas aplicações de engenharia satisfazem uma ou mais das quatro condições anteriores, a Equação 1.11e é normalmente usada na análise da transferência de calor em fluidos em movimento. Ela será usada no Capítulo 8 no estudo da transferência de calor por convecção em escoamentos internos.

A *vazão mássica* $\dot{m}$ de um fluido pode ser representada por $\dot{m} = \rho V A_{sr}$, onde ρ é a densidade do fluido e A_{sr} é a área da seção transversal do canal através do qual o fluido escoa. A *vazão volumétrica* é simplesmente $\dot{\forall} = VA_{sr} = \dot{m}/\rho$.

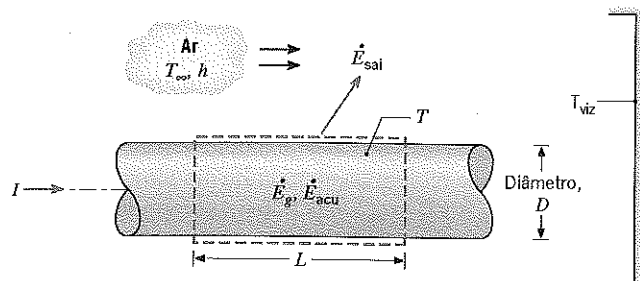
Exemplo 1.3

Uma barra longa feita de material condutor, com diâmetro D e resistência elétrica por unidade de comprimento R'_e, encontra-se inicialmente em equilíbrio térmico com o ar ambiente e sua vizinhança. Esse equilíbrio é perturbado quando uma corrente elétrica I é passada através do bastão. Desenvolva uma equação que possa ser usada para calcular a variação na temperatura da barra em função do tempo durante a passagem da corrente.

Solução

Dados: Temperatura de uma barra com diâmetro e resistência elétrica conhecidos, que varia ao longo do tempo devido à passagem de uma corrente elétrica.

Achar: A equação que representa a variação da temperatura da barra em função do tempo.

Esquema:

Considerações:

1. A qualquer tempo t a temperatura da barra é uniforme.
2. Propriedades constantes (ρ, c, $\varepsilon = \alpha$).

3. Troca de calor por radiação entre a superfície externa da barra e a sua vizinhança do tipo que ocorre entre uma pequena superfície e um grande envoltório.

Análise: A primeira lei da termodinâmica pode ser usada com freqüência para determinar uma temperatura desconhecida. Nesse caso, os termos relevantes incluem a transferência de calor por convecção e radiação a partir da superfície, a geração de energia devido ao aquecimento elétrico resistivo no condutor e uma variação no acúmulo da energia térmica. Uma vez que desejamos determinar a taxa de variação da temperatura, a primeira lei deve ser aplicada para um instante de tempo. Logo, usando a Equação 1.11c em um volume de controle de comprimento L que envolve a barra, tem-se que

$$\dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu}$$

onde a geração de energia é devida ao aquecimento elétrico resistivo,

$$\dot{E}_g = I^2 R'_e L$$

O aquecimento se dá de forma uniforme no interior do volume de controle e poderia também ser representado em termos de uma taxa de geração de calor volumétrica $\dot{q}$ (W/m³). A taxa de geração para todo o volume de controle é então $\dot{E} = \dot{q}V$, onde $\dot{q} = I^2 R'_e/(\pi D^2/4)$. A saída de energia se dá por convecção e radiação líquida a partir da superfície, Equações 1.3a e 1.7, respectivamente,

$$\dot{E}_{sai} = h(\pi DL)(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(\pi DL)(T^4 - T_{viz}^4)$$

e a variação no acúmulo de energia é devida à variação de temperatura,

$$\dot{E}_{acu} = \frac{dU_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho VcT)$$

O termo $\dot{E}_{acu}$ está associado à taxa de variação na energia interna térmica da barra, onde ρ e c são a massa específica e o calor específico, respectivamente, do material da barra, e V é o seu volume, $V = (\pi D^2/4)L$. Substituindo as equações das taxas no balanço de energia, segue-se que

$$I^2 R'_e L - h(\pi DL)(T - T_\infty) - \varepsilon\sigma(\pi DL)(T^4 - T_{viz}^4) = \rho c\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)L\frac{dT}{dt}$$

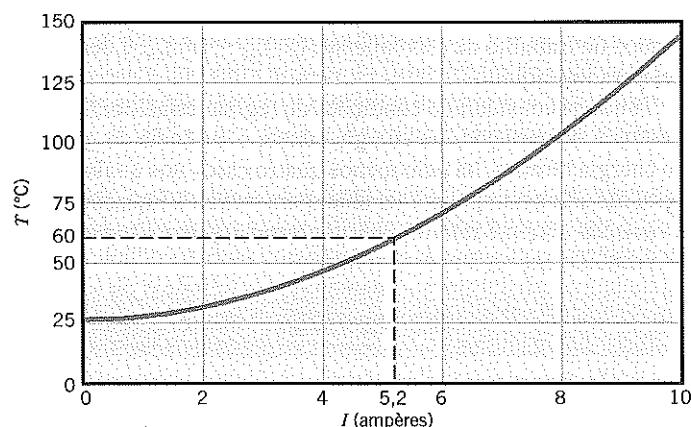
Donde

$$\frac{dT}{dt} = \frac{I^2 R'_e - \pi Dh(T - T_\infty) - \pi D\varepsilon\sigma(T^4 - T_{viz}^4)}{\rho c(\pi D^2/4)} \quad \triangleleft$$

Comentários:

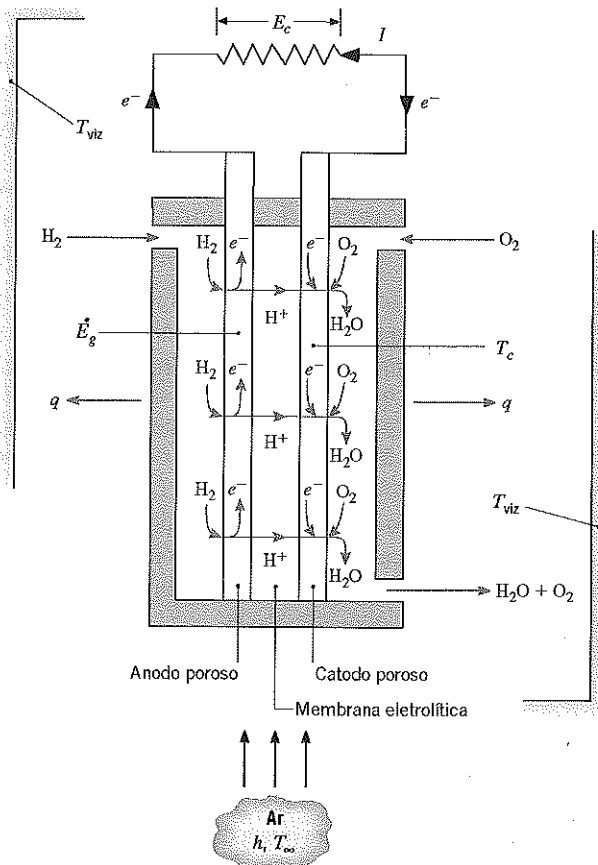
1. A equação anterior poderia ser resolvida para fornecer o comportamento dinâmico da temperatura da barra através de sua integração numérica. Uma condição de regime estacionário seria no final atingida, na qual $dT/dt = 0$. A temperatura da barra é, então, determinada por uma equação algébrica na forma

$$\pi Dh(T - T_\infty) + \pi D\varepsilon\sigma(T^4 - T_{viz}^4) = I^2 R'_e$$

2. Para condições ambientes fixas (h, T_∞, T_{viz}), bem como uma barra com geometria (D) e propriedades (ε, R'_e) fixas, a temperatura do regime estacionário depende da taxa de geração de energia térmica e, portanto, do valor da corrente elétrica. Considere um fio de cobre sem isolamento ($D = 1$ mm, $\varepsilon = 0{,}8$; $R'_e = 0{,}4$ Ω/m) em um ambiente com superfície relativamente grande ($T_{viz} = 300$ K), no qual circula ar para resfriamento ($h = 100$ W/(m²·K), $T_\infty = 300$ K). Substituindo esses valores na equação anterior, a temperatura da barra foi calculada para correntes de operação na faixa de $0 \leq I \leq 10$ A e os seguintes resultados foram obtidos:

3. Se, por questões de segurança, for estabelecida uma temperatura máxima de operação de $T = 60$°C, a corrente não deve exceder 5,2 A. Nessa temperatura, a transferência de calor por radiação (0,6 W/m) é muito menor do que a transferência de calor por convecção (10,4 W/m). Logo, se houvesse o desejo de operar a uma corrente elétrica mais elevada, ainda mantendo a temperatura da barra dentro do limite de segurança, o coeficiente de transferência de calor por convecção deveria ser aumentado através do aumento da velocidade de circulação do ar. Para $h = 250$ W/(m²·K), a corrente máxima tolerável poderia ser aumentada para 8,1 A.

EXEMPLO 1.4

Uma célula-combustível de *hidrogênio-ar* com Membrana de Troca de Prótons (MTP) é ilustrada a seguir. Ela é constituída por uma membrana eletrolítica posicionada entre materiais porosos que são o *catodo* e o *anodo*, formando um *conjunto membrana eletrodo* (CME) muito fino, com três camadas. No anodo, prótons e elétrons são gerados ($2H_2 \rightarrow 4H^+ + 4e^-$), enquanto no

catodo os prótons e elétrons se recombinam para formar água ($O_2 + 4e^- + 4H^+ \rightarrow 2H_2O$). A reação global é, então, $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. A dupla tarefa da membrana eletrolítica é transferir íons de hidrogênio e servir como uma barreira para a transferência de elétrons, forçando os elétrons a passarem pela carga elétrica que é externa à célula-combustível.

A membrana deve operar em condições úmidas para conduzir íons. Entretanto, a presença de água líquida no material do catodo pode impedir que o oxigênio atinja os sítios de reação no catodo, resultando no fracasso da célula-combustível. Conseqüentemente, é crítico o controle da temperatura da célula-combustível, T_c, de tal forma que no lado do catodo haja vapor d'água saturado.

Para um dado conjunto de vazões de entrada de H_2 e ar, e o uso de um CME de 50 mm × 50 mm, a célula-combustível gera $P = I \cdot E_c = 9$ W de potência elétrica, associada a uma voltagem na célula de $E_c = 0,6$ volt e a uma corrente elétrica $I = 15$ A. Condições de vapor saturado estão presentes na célula-combustível, correspondendo a $T_c = T_{sat} = 56,4°C$. A reação eletroquímica global é exotérmica e a taxa de geração térmica correspondente de $\dot{E}_g = 11,25$ W deve ser removida da célula-combustível por convecção e radiação. As temperaturas ambiente e da vizinhança são $T_\infty = T_{viz} = 25°C$ e a relação entre a velocidade do ar de resfriamento e o coeficiente de transferência de calor por convecção, h, é

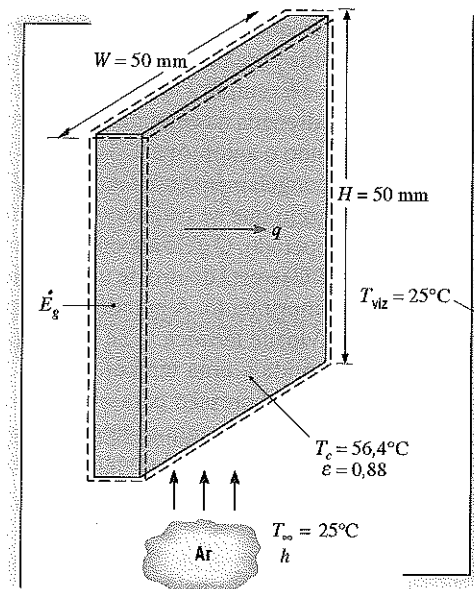
$$h = 10,9 \text{ W} \cdot \text{s}^{0,8}/(\text{m}^{2,8} \cdot \text{K}) \times V^{0,8}$$

na qual V tem unidades de m/s. A superfície exterior da célula-combustível tem uma emissividade de $\varepsilon = 0,88$. Determine o valor da velocidade do ar de resfriamento necessária para manter condições de operação em regime estacionário. Considere as extremidades da célula-combustível termicamente isoladas.

Solução

Dados: Temperaturas do ambiente e da vizinhança, voltagem e corrente elétrica na saída da célula-combustível, calor gerado pela reação eletroquímica global e a temperatura de operação da célula-combustível desejada.

Achar: A velocidade, V, do ar de resfriamento necessária para manter a operação em regime estacionário a $T_c \approx 56,4°C$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Variações de temperatura desprezíveis no interior da célula-combustível.
3. Célula-combustível posicionada em uma grande vizinhança.
4. Extremidades da célula-combustível isoladas termicamente.
5. Entrada e saída de energia no volume de controle em função do escoamento de gases ou líquidos desprezíveis.

Análise: Para determinar a velocidade do ar de resfriamento requerida, devemos em primeiro lugar efetuar um balanço de energia na célula-combustível. Com $\dot{E}_{ent} = 0$ e $\dot{E}_{sai} = \dot{E}_g$,

$$q_{conv} + q_{rad} = \dot{E}_g = 11,25 \text{ W}$$

onde

$$q_{rad} = \varepsilon A \sigma (T_c^4 - T_{viz}^4)$$
$$= 0,88 \times (2 \times 0,05 \text{ m} \times 0,05 \text{ m}) \times 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4) \times$$
$$\times (329,4^4 - 298^4)\text{K}^4 = 0,97 \text{ W}$$

Conseqüentemente, podemos determinar

$$q_{conv} = 11,25 \text{ W} - 0,97 \text{ W} = 10,28 \text{ W}$$
$$= hA(T_c - T_\infty)$$
$$= 10,9 \text{ W} \cdot \text{s}^{0,8}/(\text{m}^{2,8} \cdot \text{K}) \times V^{0,8} A(T_c - T_\infty)$$

que pode ser rearranjada para fornecer

$$V = \left[\frac{10,28\,\text{W}}{10,9\,\text{W}\cdot\text{s}^{0,8}/(\text{m}^{2,8}\cdot\text{K})\times(2\times0,05\,\text{m}\times0,05\,\text{m})\times(56,4-25)^\circ\text{C}}\right]^{1,25}$$

$$V = 9,4\,\text{m/s}$$

Comentários:

1. A temperatura e a umidade do CME irá variar em função da posição no interior da célula-combustível. A previsão de condições *locais* no interior da célula-combustível requer uma análise mais detalhada.
2. A velocidade do ar de resfriamento requerida é muito alta. Velocidades menores poderiam ser utilizadas se dispositivos para a melhora da transferência de calor fossem adicionados no exterior da célula-combustível.
3. A taxa de transferência de calor por convecção é significativamente maior do que a taxa por radiação.
4. A energia química (20,25 W) do hidrogênio e do oxigênio é convertida em energias elétrica (9 W) e térmica (11,25 W). Esta célula-combustível opera a uma eficiência de conversão de (9 W)/(20,25 W) × 100 = 44 por cento.

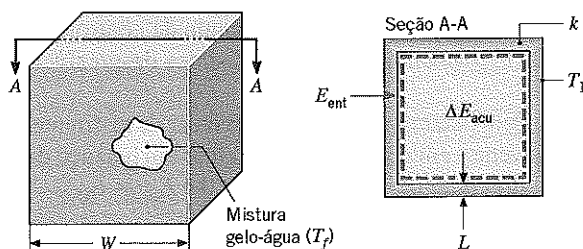
EXEMPLO 1.5

Grandes células-combustível com MTP, como as utilizadas em aplicações automotivas, freqüentemente requerem resfriamento interno usando água líquida pura para manter suas temperaturas em um nível desejado (veja Exemplo 1.4). Em climas frios, a água de resfriamento deve ser drenada da célula-combustível para um recipiente adjacente quando o automóvel é desligado de tal forma que não ocorra o seu congelamento no interior da célula. Considere uma massa M de gelo que se congelou enquanto o automóvel não estava sendo operado. O gelo encontra-se em sua temperatura de fusão ($T_f = 0°\text{C}$) e está dentro de um recipiente cúbico de lados com W de comprimento. A parede do recipiente tem L de espessura e condutividade térmica k. Se a superfície externa do recipiente for aquecida a uma temperatura $T_1 > T_f$ para fundir o gelo, obtenha uma expressão para o tempo necessário para fundir toda a massa de gelo e, em seguida, enviar água de resfriamento para a célula-combustível poder ser acionada.

SOLUÇÃO

Dados: Massa e temperatura do gelo. Dimensões, condutividade térmica e temperatura da superfície externa da parede do recipiente.

Achar: Expressão para o tempo necessário para fundir o gelo.

Esquema:

Considerações:

1. Superfície interna da parede mantida a T_f ao longo do processo.
2. Propriedades constantes.
3. Condução unidimensional e em regime estacionário através de cada parede.
4. A área de condução de uma parede pode ser aproximada por W^2 ($L << W$).

Análise: Como devemos determinar o tempo de fusão t_f, a primeira lei deve ser aplicada no intervalo de tempo $\Delta t = t_f$. Desta forma, aplicando a Equação 1.11b em um volume de controle em torno da mistura gelo-água, tem-se que

$$E_{ent} = \Delta E_{acu} = \Delta U_{lat}$$

onde o aumento da energia acumulada no interior do volume de controle é devido exclusivamente à variação da energia latente associada à mudança do estado sólido para o estado líquido. Calor é transferido para o gelo por condução através das paredes do recipiente, e como se considera que a diferença de temperaturas através da parede mantém-se a $(T_1 - T_f)$ ao longo de todo o processo de fusão, a taxa de transferência de calor por condução na parede é uma constante

$$q_{cond} = k(6W^2)\frac{T_1 - T_f}{L}$$

e a quantidade de energia que entrou é

$$E_{ent} = \left[k(6W^2)\frac{T_1 - T_f}{L}\right] t_f$$

A quantidade de energia necessária para realizar a mudança de fase por unidade de massa de sólido é chamada de *calor latente de fusão* h_{fs}. Conseqüentemente, o aumento da energia acumulada é

$$\Delta E_{acu} = Mh_{fs}$$

Substituindo na expressão da primeira lei, tem-se

$$t_f = \frac{Mh_{fs}L}{6W^2k(T_1 - T_f)} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Várias complicações apareceriam se o gelo no início estivesse sub-resfriado. O termo de acúmulo deveria incluir a

variação da energia sensível (térmica interna) necessária para levar o gelo da condição de sub-resfriado para a temperatura de fusão. Ao longo deste processo apareceriam gradientes de temperatura no gelo.

2. Considere um recipiente com lados medindo $W = 100$ mm, espessura de parede $L = 5$ mm e condutividade térmica $k = 0{,}05$ W/(m·K). A massa de gelo no recipiente é

$$M = \rho_s(W - 2L)^3 = 920\,\text{kg/m}^3 \times (0{,}100 - 0{,}01)^3\,\text{m}^3 = 0{,}67\,\text{kg}$$

Sendo a temperatura da superfície externa $T_1 = 30°\text{C}$, o tempo necessário para fundir o gelo é

$$t_f = \frac{0{,}67\,\text{kg} \times 334.000\,\text{J/kg} \times 0{,}005\,\text{m}}{6(0{,}100\,\text{m})^2 \times 0{,}05\,\text{W/(m·K)}(30 - 0)°\text{C}}$$

$$= 1243\,\text{s} = 20{,}7\,\text{min}$$

A densidade e o calor latente de fusão do gelo são $\rho_s = 920$ kg/m³ e $h_{fs} = 334$ kJ/kg, respectivamente.

3. Note que as unidades K e °C se cancelam mutuamente na expressão anterior para t_f. Tal situação ocorre freqüentemente em análises da transferência de calor e é devida ao fato de ambas as unidades aparecerem no contexto de uma *diferença de temperaturas.*

1.3.2 O Balanço de Energia em uma Superfície

Com freqüência vamos ter oportunidade de aplicar a exigência de conservação de energia em uma superfície de um meio. Nesse caso especial, as superfícies de controle estão localizadas em ambos os lados da fronteira física e não envolvem massa ou volume (veja a Figura 1.9). Como conseqüência, os termos relativos à geração e ao acúmulo na expressão da conservação, Equação 1.11c, não são mais relevantes, sendo somente necessário lidar com os fenômenos de superfície. Nesse caso, a exigência de conservação se torna

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0 \tag{1.12}$$

Embora possa estar ocorrendo geração de energia térmica no meio, esse processo não afeta o balanço de energia na superfície de controle. Além disso, essa exigência de conservação vale tanto para condições de *regime estacionário* como de *regime transiente*.

Na Figura 1.9 são mostrados três termos de transferência de calor para a superfície de controle. Com base em uma área unitária, eles são a condução do meio *para* a superfície de controle (q''_{cond}), a convecção *da* superfície para um fluido (q''_{conv}) e a troca líquida de calor por radiação *da* superfície para a sua vizinhança (q''_{rad}). O balanço de energia assume, então, a forma

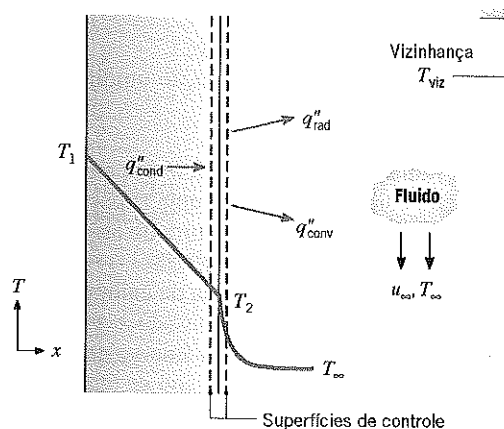



FIGURA 1.9 O balanço de energia para a conservação de energia na superfície de um meio.

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0 \tag{1.13}$$

e podemos expressar cada um dos termos usando a equação de taxa apropriada, Equações 1.2, 1.3a e 1.7.

EXEMPLO 1.6

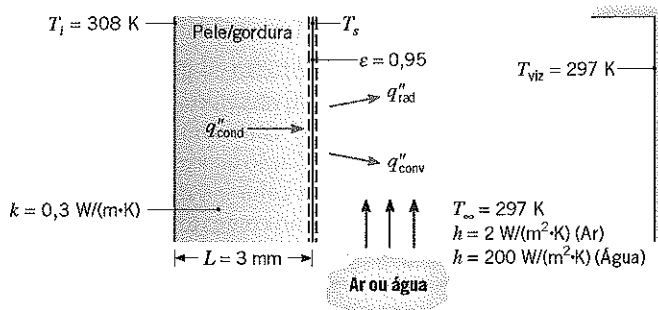
Humanos são capazes de controlar suas taxas de produção de calor e de perda de calor para manter aproximadamente constante a sua temperatura corporal de $T_c = 37°\text{C}$ sob uma ampla faixa de condições ambientais. Este processo é chamado de *termorregulação.* Com a perspectiva de calcular a transferência de calor entre um corpo humano e sua vizinhança, focamos em uma camada de pele e gordura, com sua superfície externa exposta ao ambiente e sua superfície interna a uma temperatura um pouco abaixo da temperatura corporal, $T_i = 35°\text{C} = 308$ K. Considere uma pessoa com uma camada de pele/gordura com espessura $L = 3$ mm e com condutividade térmica efetiva $k = 0{,}3$ W/(m·K). A pessoa tem uma área superficial de 1,8 m² e está vestindo roupa de banho. A emissividade da pele é $\varepsilon = 0{,}95$.

1. Estando a pessoa no ar em repouso a $T_\infty = 297$ K, qual é a temperatura superficial da pele e a taxa de perda de calor para o ambiente? A transferência de calor por convecção para o ar é caracterizada por um coeficiente de convecção natural $h = 2$ W/(m²·K).
2. Estando a pessoa imersa em água a $T_\infty = 297$ K, qual é a temperatura superficial da pele e a taxa de perda de calor? A transferência de calor para a água é caracterizada por um coeficiente de convecção $h = 200$ W/(m²·K).

SOLUÇÃO

Dados: Temperatura da superfície interna da camada pele/gordura, que tem espessura, condutividade térmica, emissividade e área superficial conhecidas. Condições ambientais.

Achar: Temperatura superficial da pele e taxa de perda de calor da pessoa no ar e na água.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor por condução unidimensional através da camada pele/gordura.
3. Condutividade térmica uniforme.
4. Troca por radiação entre a superfície da pele e a vizinhança equacionada como a troca entre uma superfície pequena e um amplo envoltório na temperatura do ar.
5. Água líquida opaca para a radiação.
6. Roupa de banho não afeta a perda de calor do corpo.
7. Radiação solar desprezível.
8. Na parte 2, corpo completamente imerso na água.

Análise:

1. A temperatura da superfície da pele pode ser obtida fazendo-se um balanço de energia na superfície da pele. A partir da Equação 1.12,

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0$$

Com base em uma unidade de área, tem-se que

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

ou, rearranjando e substituindo as Equações 1.2, 1.3a e 1.7,

$$k\frac{T_i - T_s}{L} = h(T_s - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{viz}^4)$$

A única incógnita é T_s, mas não podemos determiná-la explicitamente em função da dependência com a quarta potência no termo da radiação. Conseqüentemente, devemos resolver a equação iterativamente, o que pode ser feito manualmente ou ainda com algum software específico para solução de equações. Para acelerar a solução manual, escrevemos o fluxo térmico por radiação em função do coeficiente de transferência de calor por radiação usando as Equações 1.8 e 1.9:

$$k\frac{T_i - T_s}{L} = h(T_s - T_\infty) + h_r(T_s - T_{viz})$$

Explicitando T_s, com $T_{viz} = T_\infty$, temos

$$T_s = \frac{\dfrac{kT_i}{L} + (h + h_r)T_\infty}{\dfrac{k}{L} + (h + h_r)}$$

Calculamos h_r usando a Equação 1.9, com um valor estimado de T_s = 305 K e T_∞ = 297 K, obtendo h_r = 5,9 W/(m²·K). Então, substituindo os valores numéricos na equação anterior, achamos

$$T_s = \frac{\dfrac{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 308\ \text{K}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} + (2 + 5{,}9)\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 297\ \text{K}}{\dfrac{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} + (2 + 5{,}9)\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}}$$

$$= 307{,}2\ \text{K}$$

Com este novo valor de T_s, podemos recalcular h_r e T_s, que não mudam. Assim, a temperatura da pele é de 307,2 K ≈ 34°C. ◁

A taxa de calor perdido pode ser encontrada pela determinação da condução através da camada pele/gordura:

$$q_s = kA\frac{T_i - T_s}{L} = 0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 1{,}8\ \text{m}^2 \times \frac{(308 - 307{,}2)\ \text{K}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} =$$

$$= 146\ \text{W} \qquad ◁$$

2. Como a água líquida é opaca para a radiação térmica, a perda de calor na superfície da pele ocorre somente por convecção. Usando a expressão anterior com $h_r = 0$, encontramos

$$T_s = \frac{\dfrac{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 308\ \text{K}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} + 200\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 297\ \text{K}}{\dfrac{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} + 200\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 300{,}7\ \text{K} \qquad ◁$$

e

$$q_s = kA\frac{T_i - T_s}{L} = 0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 1{,}8\ \text{m}^2 \times \frac{(308 - 300{,}7)\ \text{K}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}} =$$

$$= 1320\ \text{W} \qquad ◁$$

Comentários:

1. Ao usar balanços de energia envolvendo trocas por radiação, as temperaturas que aparecem nos termos de radiação devem ser expressas em kelvin, sendo então recomendado que se use kelvins em todos os termos para evitar confusão.
2. Na parte 1, as perdas de calor devido à convecção e à radiação são de 37 W e 109 W, respectivamente. Assim, não teria sido razoável desprezar a radiação. Deve-se tomar cuidado e incluir a radiação quando o coeficiente de transferência de calor é pequeno (como é freqüente na convecção natural para um gás), mesmo se o enunciado do problema não fornecer qualquer indicação de sua importância.
3. Uma taxa típica para a geração de calor metabólica é de 100 W. Se a pessoa permanecesse na água por muito tempo, a sua temperatura corporal começaria a cair. A perda de calor maior na água é devida ao maior coeficiente de transferência de calor, que, por sua vez, é devido ao fato de a condutividade térmica da água ser muito maior quando comparada à do ar.
4. A temperatura da pele de 34°C na parte 1 é confortável, mas a temperatura da pele de 28°C na parte 2 é desconfortavelmente fria.
5. Com a implementação do balanço de energia em, um ambiente de programação e a inserção dos parâmetros de entrada apropriados, um *modelo* do sistema pode ser desenvolvido para calcular T_s e q_s ou qualquer outro parâmetro do sistema. Com esse modelo, estudos de *sensibilidade paramétrica* podem ser efetuados para explorar, por exemplo, o efeito da mudança do h no valor de T_s. Sempre que possível, é uma boa prática *validar* o seu modelo em relação a uma solução conhecida que, neste caso, é mostrada na análise anterior.

1.3.3 Aplicação das Leis de Conservação: Metodologia

Além de estar familiarizado com as equações das taxas de transferência de calor descritas na Seção 1.2, o analista de transferência de calor deve ser capaz de trabalhar com as exigências de conservação de energia representadas pelas Equações 1.11 e 1.12. A aplicação de tais balanços é simplificada se algumas regras básicas forem seguidas.

1. O volume de controle apropriado deve ser definido, com a superfície de controle representada por uma linha ou linhas tracejadas.
2. A base de tempo apropriada deve ser identificada.
3. Os processos relevantes envolvendo energia devem ser identificados e cada processo deve ser mostrado no volume de controle através de uma seta apropriadamente identificada.
4. A equação de conservação deve, então, ser escrita e as expressões apropriadas para as taxas devem ser substituídas nos termos relevantes da equação.

É importante notar que a exigência de conservação de energia pode ser aplicada tanto em um volume de controle *finito* quanto em um volume de controle *diferencial* (infinitesimal). No primeiro caso, a expressão resultante governa o comportamento global do sistema. No segundo caso, é obtida uma equação diferencial que pode ser resolvida para as condições em cada ponto no sistema. Volumes de controle diferenciais são apresentados no Capítulo 2 e ambos os tipos de volumes de controle são usados extensivamente ao longo deste livro.

1.4 *Análise de Problemas de Transferência de Calor: Metodologia*

O principal objetivo deste texto é prepará-lo para resolver problemas de engenharia que envolvam processos de transferência de calor. Para esse fim, um grande número de problemas é fornecido ao final de cada capítulo. Ao trabalhar nesses problemas, você desenvolverá uma avaliação mais aprofundada dos fundamentos do assunto e ganhará confiança na sua capacidade de aplicar tais fundamentos na resolução de problemas de engenharia.

Ao resolver problemas, sugerimos o uso de um procedimento sistemático, caracterizado por um formato predeterminado. Esse procedimento é empregado de forma consistente nos exemplos apresentados e solicitamos que nossos alunos o utilizem na sua resolução dos problemas. Ele é constituído pelas seguintes etapas:

1. *Dados*: Após uma leitura cuidadosa do problema, escreva sucinta e objetivamente o que se conhece a respeito do problema. Não repita o enunciado do problema.
2. *Achar*: Escreva sucinta e objetivamente o que deve ser determinado.
3. *Esquema*: Desenhe um esquema do sistema físico. Se é previsto que as leis da conservação serão aplicadas, represente no esquema a superfície ou superfícies de controle necessárias através de linhas tracejadas. Identifique no esquema os processos de transferência de calor relevantes por meio de setas apropriadamente identificadas.
4. *Considerações*: Liste todas as considerações simplificadoras pertinentes.
5. *Propriedades*: Compile valores das propriedades físicas necessárias para a execução dos cálculos subseqüentes, identificando a fonte na qual elas foram obtidas.
6. *Análise*: Comece sua análise aplicando as leis de conservação apropriadas e introduza as equações das taxas na medida em que elas sejam necessárias. Desenvolva a análise da forma mais completa possível antes de substituir os valores numéricos. Execute os cálculos necessários para obter os resultados desejados.
7. *Comentários*: Discuta os seus resultados. Tal discussão pode incluir um resumo das principais conclusões, uma crítica das considerações originais e uma estimativa de tendências obtidas através de cálculos adicionais do tipo *qual seria o comportamento se* e *análise de sensibilidade paramétrica*.

A importância de realizar as etapas 1 a 4 não deve ser subestimada. Elas fornecem um guia útil para pensar a respeito de um problema antes de resolvê-lo. Na etapa 7, esperamos que você tenha a iniciativa de chegar a conclusões adicionais através da execução de cálculos que podem ser eventualmente efetuados em computador.

EXEMPLO 1.7

O revestimento de uma placa é curado através de sua exposição a uma lâmpada de infravermelho que fornece uma irradiação de 2000 W/m^2. Ele absorve 80% da irradiação e possui uma emissividade de 0,50. A placa também encontra-se exposta a uma corrente de ar e a uma grande vizinhança, cujas temperaturas são de 20°C e 30°C, respectivamente.

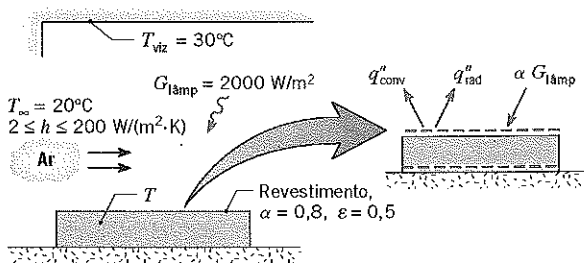
1. Se o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a placa e o ar ambiente for de 15 W/(m^2·K), qual é a temperatura de cura da placa?
2. As características finais do revestimento, incluindo tipos de uso e durabilidade, são reconhecidamente dependentes da temperatura na qual é efetuada a cura. Um sistema de escoamento de ar é capaz de controlar a velocidade do ar e, portanto, o coeficiente convectivo sobre a superfície curada. Entretanto, o engenheiro de processos precisa saber como a temperatura depende deste coeficiente convectivo. Forneça a informação desejada calculando e representando graficamente a temperatura superficial em função do valor de h para $2 \leq h \leq 200$ W/(m^2·K). Que valor de h irá fornecer uma temperatura de cura de 50°C?

Solução

Dados: Revestimento com propriedades radiantes conhecidas é curado pela irradiação de uma lâmpada de infravermelho. A transferência de calor a partir do revestimento é por convecção para o ar ambiente e por radiação com a vizinhança.

Achar:

1. A temperatura de cura para $h = 15$ W/(m²·K).
2. A influência do escoamento do ar na temperatura de cura para $2 \leq h \leq 200$ W/(m²·K). O valor do h para o qual a temperatura de cura é de 50°C.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. A perda de calor pela superfície inferior da placa é desprezível.
3. A placa é um objeto pequeno em uma vizinhança grande e o revestimento possui uma absortividade de $\alpha_{viz} = \varepsilon = 0{,}5$ em relação à irradiação oriunda da vizinhança.

Análise:

1. Uma vez que o processo apresenta condições de regime estacionário e não existe transferência de calor pela superfície inferior da placa, a placa deve ser isotérmica ($T_s = T$). Assim, a temperatura desejada pode ser determinada posicionando-se uma superfície de controle em torno da superfície exposta e aplicando-se a Equação 1.12, ou colocando-se a superfície de controle ao redor de toda a placa e usando-se a Equação 1.11c. Adotando o segundo procedimento e reconhecendo que não há geração de energia interna ($\dot{E}_g = 0$), a Equação 1.11c se reduz a

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0$$

onde $\dot{E}_{acu} = 0$ para condições de regime estacionário. Com a entrada de energia devido à absorção da irradiação da lâmpada pelo revestimento e a saída de energia devido à convecção e a troca líquida por radiação para a vizinhança, segue-se que

$$(\alpha G)_{lâmp} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

Substituindo as Equações 1.3a e 1.7, obtemos

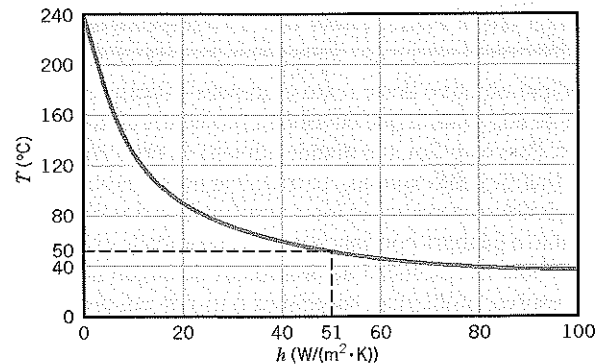
$$(\alpha G)_{lâmp} - h(T - T_\infty) - \varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{viz}) = 0$$

Substituindo os valores numéricos

$$0{,}8 \times 2000\ \text{W/m}^2 - 15\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}(T - 293)\ \text{K}$$
$$- 0{,}5 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(T^4 - 303^4)\ \text{K}^4 = 0$$

e resolvendo por tentativa e erro, obtemos

$$T = 377\ \text{K} = 104°\text{C} \qquad \triangleleft$$

2. Resolvendo o balanço energético anterior para valores selecionados de h dentro da faixa desejada e representando graficamente os resultados, obtemos

Se uma temperatura de cura de 50°C é desejada, a corrente de ar deve ser tal que o coeficiente de transferência de calor por convecção resultante seja

$$h(T = 50°\text{C}) = 51{,}0\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. A temperatura do revestimento (placa) pode ser reduzida pela diminuição de T_∞ e T_{viz}, bem como pelo aumento da velocidade do ar e, conseqüentemente, do coeficiente de transferência de calor por convecção.
2. As contribuições relativas das transferências de calor por convecção e por radiação variam bastante em função do valor do h. Para $h = 2$ W/(m²·K), $T = 204$°C e a radiação é dominante ($q''_{rad} \approx 1232$ W/m², $q''_{conv} \approx 368$ W/m²). Ao contrário, para $h = 200$ W/(m²·K), $T = 28$°C e a convecção prevalece ($q''_{conv} \approx 1606$ W/m², $q''_{rad} \approx -6$ W/m²). De fato, nesta condição a temperatura da placa é ligeiramente inferior àquela da vizinhança e a troca líquida radiante é *para* a placa.

1.5
Relevância da Transferência de Calor

Dedicamos muito tempo para adquirir um entendimento dos efeitos da transferência de calor e para desenvolver as habilidades necessárias para prever taxas de transferência de calor e temperaturas presentes em certas situações. Qual é o valor deste conhecimento e em quais problemas ele pode ser aplicado? Alguns poucos exemplos servirão para ilustrar o rico campo de aplicações nas quais a transferência de calor desempenha um papel crítico.

A transferência de calor é um aspecto dominante em praticamente todos os dispositivos de conservação e produção de energia. Por exemplo, a eficiência de um *motor de turbina a gás* aumenta com a sua temperatura de operação. Hoje, a temperatura dos *gases de combustão* no interior desses motores em muito excede o ponto de fusão das ligas especiais usadas na construção das pás e rotor da turbina. Uma operação segura é tipicamente obtida com três iniciativas. Primeiro, gases relativamente frios são injetados através de pequenos orifícios nas extremidades das pás da turbina (Figura 1.10). Esses gases envolvem a pá na medida em que são arrastados pelo escoamento principal e auxiliam no isolamento da pá em relação aos gases de combustão quentes. Segundo, finas camadas com uma condutividade térmica muito baixa, *revestimento barreira térmica* cerâmico, são aplicadas nas pás e rotor para garantirem uma camada extra de isolamento. Esses revestimentos são produzidos com a aspersão de pós de cerâmica *fundidos* sobre os componentes do motor usando fontes com temperaturas extremamente altas, como canhões de plasma, que podem operar acima de 10.000 kelvins. Terceiro, as pás e o rotor são projetados com um emaranhado de passagens internas para resfriamento, todas cuidadosamente configuradas pelo engenheiro térmico para permitir que o motor de turbina a gás opere sob tais condições extremas.

Dispositivos de conversão de energia emergentes, como as *células-combustível*, geram potência a partir de combustíveis ambientalmente benignos como o hidrogênio. As maiores barreiras que impedem uma ampla adoção das células-combustível são os seus tamanho, peso e durabilidade limitada. Como ocorre com os motores de turbina a gás, a eficiência de uma célula-combustível aumenta com a temperatura, porém altas temperaturas de operação e grandes gradientes de temperatura internos podem causar a falha dos delicados materiais poliméricos presentes no seu interior. A célula-combustível de hidrogênio é o tipo que poderia, com o tempo, ser usado em aplicações automotivas. Ela é um *reator eletroquímico* que cessa a operação se os seus componentes internos forem contaminados com impurezas. Água, nas fases vapor e líquida, está presente em toda célula-combustível de hidrogênio, mas substâncias normalmente utilizadas em motores de combustão interna, como anticongelantes, não podem ser usadas em células-combustível. Quais são os mecanismos de transferência de calor que devem ser controlados para evitar o congelamento da água pura no interior do motor com célula-combustível, quando o veículo do futuro estiver estacionado durante uma noite em uma região fria? Como o seu conhecimento de convecção forçada interna, evaporação ou condensação poderia ser usado para controlar as temperaturas operacionais e aumentar a durabilidade de uma célula-combustível?

Devido à revolução da *tecnologia da informação* nas últimas duas décadas, um forte aumento da produtividade industrial trouxe uma melhora da qualidade de vida ao redor do mundo. Muitas descobertas importantes da tecnologia da informação vêm sendo viabilizadas por avanços na engenharia térmica que garantiram o controle preciso de temperaturas em sistemas abrangendo tamanhos de nanoescala em *circuitos integrados*, de microescala em *mídias de armazenamento*, incluindo discos compactos, até grandes *centrais de dados* repletas de equipamentos que dissipam calor. Na medida em que os dispositivos eletrônicos se tornam mais rápidos e incorporam maiores funcionalidades, eles geram mais energia térmica. Simultaneamente, os dispositivos se tornaram menores. Inevitavelmente, fluxos térmicos (W/m^2) e taxas volumétricas de geração de energia (W/m^3) continuam crescendo; porém as temperaturas de operação dos dispositivos devem ser mantidas em valores razoavelmente baixos para garantir sua operação confiável.

Para *computadores pessoais*, aletas de resfriamento (também conhecidas como *dissipadores de calor*) são fabricadas em materiais de alta condutividade térmica (normalmente alumínio) e presas nos microprocessadores para reduzir suas temperaturas de operação, como mostrado na Figura 1.11. Pequenos ventiladores são usados para induzir convecção forçada sobre as aletas. A

(*a*)

(*b*)

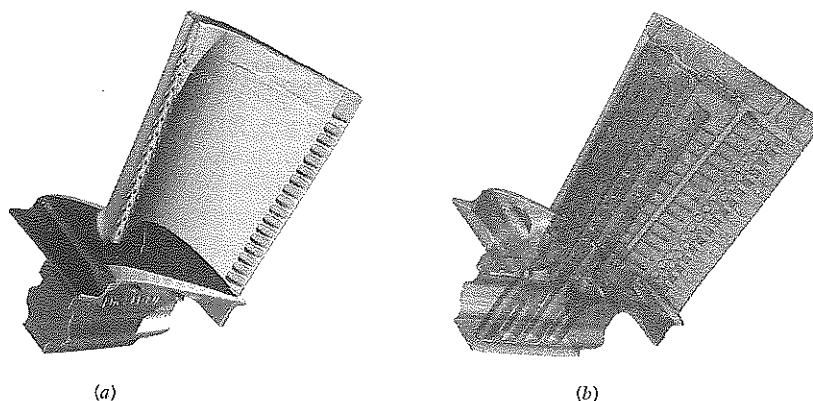



FIGURA 1.10 Pá de turbina a gás. (*a*) Vista externa mostrando orifícios para a injeção de gases de resfriamento. (*b*) Vista de raios X mostrando as passagens internas para resfriamento. (Cortesia de FarField Technology, Ltd., Christchurch, Nova Zelândia.)

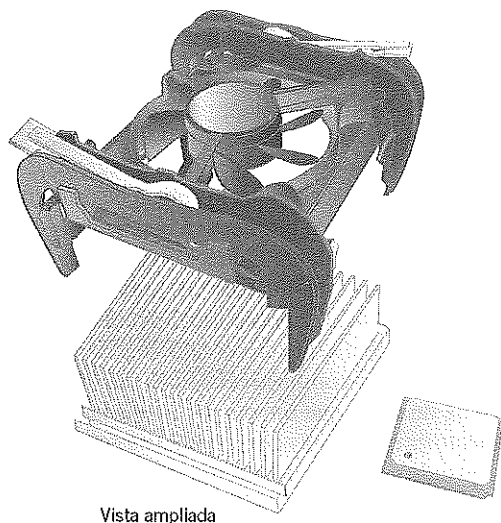



FIGURA 1.11 Um conjunto dissipador de calor aletado e ventilador (esquerda) e um microprocessador (direita).

soma da energia consumida mundialmente, somente para (1) acionar os pequenos ventiladores que promovem o escoamento de ar sobre as aletas e (2) fabricar os dissipadores de calor para computadores pessoais, estima-se que seja acima de 10^9 kW·h por ano [1]. Como poderia o seu conhecimento de condução, convecção e radiação ser usado para, por exemplo, eliminar o ventilador e minimizar o tamanho dos dissipadores de calor?

Avanços na tecnologia de microprocessadores estão, no momento, limitados por nossa capacidade de resfriar estes minúsculos dispositivos. Definidores de políticas anunciaram sua preocupação em relação à nossa capacidade de continuamente reduzir os custos da computação e, como uma sociedade, continuar o crescimento de produtividade que marcaram os últimos 25 anos, citando especificamente como exemplo a necessidade de *melhorar a transferência de calor* no *resfriamento de eletrônicos* [2]. Como poderia o nosso conhecimento de transferência de calor ajudar a garantir uma produtividade industrial continuada no futuro?

A transferência de calor não é importante somente em sistemas de engenharia, mas também na natureza. A temperatura regula e dispara respostas biológicas em todos os sistemas vivos e, no limite, marca a fronteira entre a doença e a saúde. Dois exemplos comuns incluem a *hipotermia*, que resulta do resfriamento excessivo de um corpo humano, e o *choque térmico*, que é disparado em ambientes quentes e úmidos. Ambos são mortais e estão associados a *temperaturas corporais* que execedem os limites fisiológicos. Ambos estão diretamente ligados aos processos de convecção, radiação e evaporação que ocorrem na superfície do corpo, ao transporte de calor no interior do corpo e à energia metabólica gerada volumetricamente no interior do corpo.

Avanços recentes na *engenharia biomédica*, como *cirurgias a laser*, foram viabilizados pela aplicação com sucesso de princípios fundamentais da transferência de calor [3,4]. Enquanto altas temperaturas resultantes do contato com objetos quentes podem causar *queimaduras* térmicas, *tratamentos hipertérmicos* são usados para destruir propositadamente, por exemplo, lesões cancerosas. Em uma forma similar, temperaturas muito baixas podem induzir a perda de extremidades do corpo, mas o congelamento localizado intencional pode destruir seletivamente tecidos doentes em *criocirurgias*. Conseqüentemente, muitas terapias e dispositivos médicos operam através do aquecimento ou resfriamento destrutivo de tecidos doentes, deixando simultaneamente os tecidos sadios adjacentes inalterados.

A capacidade de projetar muitos dispositivos médicos e desenvolver o protocolo apropriado para o seu uso depende da capacidade do engenheiro de prever e controlar a distribuição de temperaturas ao longo do tratamento térmico e a distribuição de espécies químicas em *quimioterapias*. O tratamento de tecidos de mamíferos se torna complicado em função da morfologia deste tecido, como mostrado na Figura 1.12. O escoamento do sangue no interior das estruturas venosa e capilar de uma área tratada termicamente afeta a transferência de calor através de processos de advecção. Grandes veias e artérias, que normalmente estão presentes em pares ao longo do corpo, carregam sangue a diferentes temperaturas e arrastam energia térmica a diferentes taxas. Conseqüentemente, as veias e as artérias encontram-se em uma configuração de *trocador de calor em contracorrente* com o sangue arterial quente trocando calor com o sangue venoso mais frio, através do tecido sólido interposto. Redes de capilares menores podem também afetar temperaturas locais ao permitirem a *perfusão* de sangue pela área tratada.

Nos capítulos seguintes, vários exemplos e problemas irão lidar com a análise destes e de outros *sistemas térmicos*.

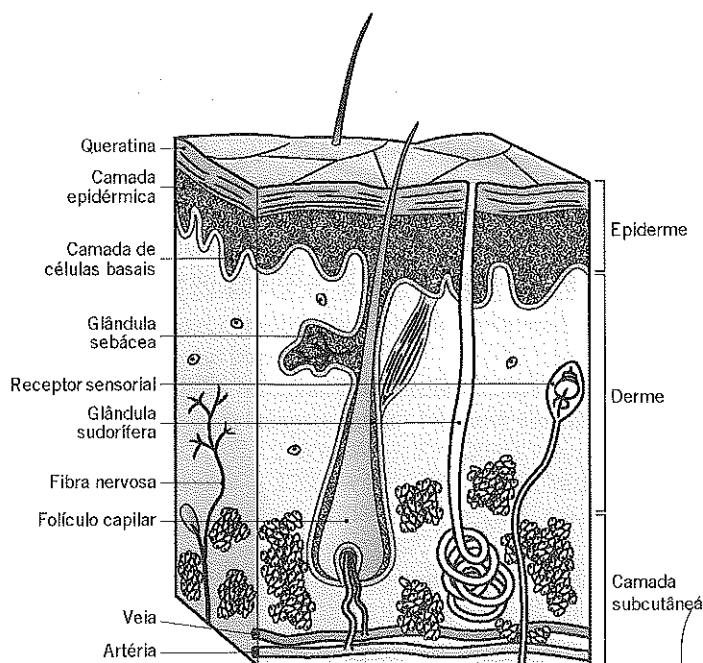



FIGURA 1.12 Morfologia da pele humana.

1.6
Unidades e Dimensões

As grandezas físicas da transferência de calor são especificadas em termos de *dimensões*, as quais são medidas em termos de unidades. Quatro dimensões *básicas* são necessárias para o desenvolvimento da transferência de calor: comprimento (L), massa (M), tempo (t) e temperatura (T). Todas as outras grandezas físicas de interesse podem ser relacionadas a essas quatro dimensões básicas.

Nos Estados Unidos há o costume de medir as dimensões em termos de um *sistema inglês de unidades*, no qual as *unidades básicas* são

Dimensao		Unidade
Comprimento (L)	→	pé (ft)
Massa (M)	→	libra-massa (lb_m)
Tempo (t)	→	segundo (s)
Temperatura (T)	→	grau Fahrenheit (°F)

As unidades necessárias para especificar outras grandezas físicas podem, então, ser deduzidas a partir desse grupo. Por exemplo, a dimensão de força está relacionada à de massa através da segunda lei do movimento de Newton,

$$F = \frac{1}{g_c} Ma \tag{1.14}$$

onde a aceleração a possui unidades de pés por segundo ao quadrado e g_c é uma constante de proporcionalidade. Se essa constante é arbitrariamente igualada à unidade e feita *adimensional*, as dimensões de força são $(F) = (M)\cdot(L)/(t)^2$ e a unidade de força é

$$1 \text{ libra} = 1 \text{ lb}_m \cdot \text{ft/s}^2$$

Alternativamente, pode-se trabalhar com um sistema no qual massa e força sejam dimensões básicas. Entretanto, nesse caso, a constante de proporcionalidade deve possuir as dimensões $(M)\cdot(L)/(F)\cdot(t)^2$. Além disso, se a libra-força (lb_f) for definida como uma unidade de força que irá acelerar uma libra-massa a uma taxa de 32,17 ft/s², a constante de proporcionalidade deve ter a forma

$$g_c = 32{,}17 \text{ lb}_m \cdot \text{ft}/(\text{lb}_f \cdot \text{s}^2)$$

As unidades de trabalho podem ser inferidas a partir de sua definição como o produto de uma força por uma distância, neste caso as unidades são ft·lb_f. As unidades de trabalho e de energia são, naturalmente, equivalentes, embora seja comum usar a unidade térmica britânica (Btu) como a unidade de energia térmica. Uma unidade térmica britânica elevará a temperatura de 1 lb_m de água a 68°F em 1°F. Ela é equivalente a 778,16 ft·lb_f, valor este denominado *equivalente mecânico do calor*.

Nos últimos anos, tem havido uma grande tendência mundial para o uso de um conjunto padrão de unidades. Em 1960, o sistema SI de unidades, (Système International d'Unités) foi definido pela Décima Primeira Conferência Geral de Pesos e Medidas e recomendado como padrão internacional. Em resposta a essa tendência, a Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos (ASME) exigiu o uso de unidades SI em todas as suas publicações desde 1.° de julho de 1974. Por esse motivo e pelo fato de ser operacionalmente mais conveniente do que o sistema inglês, o sistema SI é usado nos cálculos deste livro. Contudo, uma vez que ainda por algum tempo os engenheiros também terão que trabalhar com resultados expressos no sistema inglês, você deve ser capaz de converter valores de um sistema para o outro. Para sua conveniência, fatores de conversão são fornecidos na guarda deste livro.

TABELA 1.2 Unidades SI básicas e suplementares

Grandeza e Símbolo	Unidade e Símbolo
Comprimento (L)	metro (m)
Massa (M)	quilograma (kg)
Concentração (C)	mole (mol)
Tempo (t)	segundo (s)
Corrente elétrica (I)	ampère (A)
Temperatura termodinâmica (T)	Kelvin (K)
Ângulo plano[a] (θ)	radiano (rad)
Ângulo sólido[a] (ω)	estereorradiano (sr)

[a]Unidade suplementar.

As unidades *básicas* do SI necessárias para este livro estão resumidas na Tabela 1.2. Com referência a essas unidades, note que 1 mol é a quantidade de substância que possui tantos átomos ou moléculas quanto o número de átomos em 12 g de carbono-12 (^{12}C); isto é a molécula-grama (mol). Embora o mol tenha sido recomendado como a quantidade unitária de matéria no sistema SI, é mais consistente trabalhar com o quilograma-mol (kmol, kg-mol). Um kmol é simplesmente a quantidade de substância que contém tantos átomos ou moléculas quanto o número de átomos em 12 kg de ^{12}C. Em um problema, desde que haja coerência, não aparecem dificuldades no uso do mol ou do kmol. A massa molar de uma substância é a massa associada a um mol ou a um quilograma-mol. Para o oxigênio, por exemplo, a massa molar $\mathcal{M}$ é de 16 g/mol ou 16 kg/kmol.

Embora a unidade de temperatura no sistema SI seja o kelvin, o uso da escala de temperatura Celsius continua muito difundido. O zero na escala Celsius (0°C) é equivalente a 273,15 K na escala termodinâmica,[1] ou seja,

$$T(\text{K}) = T(°\text{C}) + 273{,}15$$

TABELA 1.3 Unidades SI derivadas para grandezas selecionadas

Grandeza	Nome e Símbolo	Fórmula	Expressao em Unidades SI básicas
Força	newton (N)	m·kg/s²	m·kg/s²
Pressão e tensão	pascal (Pa)	N/m²	kg/(m·s²)
Energia	joule (J)	N·m	m²·kg/s²
Potência	watt (W)	J/s	m²·kg/s³

[1]O símbolo de grau é mantido na representação da temperatura Celsius (°C) para evitar confusão com o uso do C para a unidade de carga elétrica (coulomb).

Tabela 1.4 Prefixos multiplicadores

Prefixo	Abreviaçao	Multiplicador
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
hecto	h	10^{2}
quilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}

Contudo, as *diferenças* de temperatura são equivalentes nas duas escalas e podem ser identificadas por °C ou K. Além disso, embora a unidade de tempo do sistema SI seja o segundo, outras unidades de tempo (minuto, hora e dia) são tão comuns que o seu uso com o sistema SI é geralmente aceito.

As unidades do sistema SI compreendem uma forma coerente do sistema métrico. Ou seja, todas as unidades restantes podem ser derivadas das unidades básicas usando-se fórmulas que não envolvem quaisquer fatores numéricos. Unidades *derivadas* para algumas grandezas selecionadas estão listadas na Tabela 1.3. Note que força é medida em newtons, onde uma força de 1 N irá acelerar uma massa de 1 kg a uma aceleração de 1 m/s^2. Logo, 1 N = 1 kg·m/s^2. A unidade de pressão (N/m^2) é freqüentemente referida como o pascal. No sistema SI existe uma unidade de energia (térmica, mecânica, ou elétrica), conhecida por joule (J), e 1 J = 1 N·m. A unidade para taxa de energia, ou potência, é então o J/s. Um joule por segundo é equivalente a um watt (1 J/s = 1 W). Como é freqüente a necessidade de trabalhar com números extremamente grandes ou pequenos, um conjunto de prefixos padrões foi introduzido a título de simplificação (Tabela 1.4). Por exemplo, 1 megawatt (MW) = 10^6 W, e 1 micrômetro (μm) = 10^{-6} m.

1.7 *Resumo*

Ainda que a maior parte do material deste capítulo deve ser discutida em maiores detalhes, você deve agora possuir uma visão geral razoável da transferência de calor. Você deve estar a par dos vários modos de transferência e de suas origens físicas. Além disso, dada uma situação física, você deve ser capaz de perceber os fenômenos de transporte relevantes. A importância de desenvolver essa percepção não deve ser subestimada. Você dedicará uma grande parte do seu tempo à aquisição das ferramentas necessárias para calcular os fenômenos de transferência de calor. No entanto, antes que você possa começar a usar essas ferramentas na solução de problemas práticos, você deve possuir a intuição necessária para determinar o que fisicamente está acontecendo. Em resumo, você deve ser capaz de, ao olhar para um problema, identificar os fenômenos de transporte pertinentes. O exemplo e os problemas ao final deste capítulo devem ajudá-lo no começo do desenvolvimento dessa intuição.

Você também deve valorizar o significado das equações das taxas e se sentir confortável ao usá-las para calcular taxas de transporte. Essas equações, resumidas na Tabela 1.5, *devem ser guardadas na memória*. Você também deve reconhecer a importância das leis de conservação e a necessidade de identificar cuidadosamente os volumes de controle. Juntamente com as equações das taxas, as leis de conservação podem ser usadas para resolver numerosos problemas de transferência de calor.

Finalmente, você deve ter iniciado a aquisição de um entendimento da terminologia e dos conceitos físicos que sustentam o assunto transferência de calor. Teste o seu entendimento dos termos e conceitos importantes introduzidos neste capítulo ao responder às questões a seguir.

- Quais são os *mecanismos físicos* associados à transferência de calor por *condução*, *convecção* e *radiação*?
- Qual é o potencial motriz para a transferência de calor? Quais são os análogos deste potencial e da própria transferência de calor no transporte de cargas elétricas?
- Qual é a diferença entre um *fluxo* térmico e uma *taxa* de transferência de calor? Quais são suas unidades?
- O que é um *gradiente de temperatura*? Quais são suas unidades? Qual é a relação entre fluxo térmico e gradiente de temperatura?
- O que é a *condutividade térmica*? Quais são suas unidades? Qual o papel desempenhado por ela na transferência de calor?
- O que é a *lei de Fourier*? Você pode escrever a equação de cabeça?

Tabela 1.5 Resumo de processos de transferência de calor

Modo	Mecanismo(s)	Equaçao da taxa	Número da equaçao	Propriedade de transporte ou coeficiente
Condução	Difusão de energia devido ao movimento molecular aleatório	$q_x''\,(\mathrm{W/m^2}) = -k\dfrac{dT}{dx}$	(1.1)	k (W/(m · K))
Convecção	Difusão de energia devido ao movimento molecular aleatório acrescido da transferência de energia em função do movimento macroscópico (advecção)	$q''(\mathrm{W/m^2}) = h(T_s - T_\infty)$	(1.3a)	h (W/(m^2 · K))
Radiação	Transferência de energia por ondas eletromagnéticas	$q''(\mathrm{W/m^2}) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{viz}^4)$ ou $q(\mathrm{W}) = h_rA(T_s - T_{viz})$	(1.7) (1.8)	ε h_r (W/(m^2 · K))

- Se a transferência de calor por condução através de um meio ocorrer em condições de *regime estacionário*, haverá variação de temperatura no meio em relação à posição em um determinado instante? Haverá variação da temperatura com o tempo em uma posição determinada?
- Qual é a diferença entre *convecção natural* e *convecção forçada*?
- Quais condições são necessárias para o desenvolvimento de uma *camada limite hidrodinâmica*? E para uma *camada limite térmica*? O que varia ao longo da espessura de uma camada limite hidrodinâmica? E de uma camada limite térmica?
- Se a transferência de calor por convecção no escoamento de um líquido ou de um vapor não é caracterizada por uma mudança de fase líquido/vapor, qual é a natureza da energia a ser transferida? Qual seria se tal mudança de fase estivesse presente?
- O que é a *lei do resfriamento de Newton*? Você pode escrever a equação de cabeça?
- Qual é o papel desempenhado pelo *coeficiente de transferência de calor por convecção* na lei do resfriamento de Newton? Quais são suas unidades?
- Qual efeito tem a transferência de calor por convecção de ou para uma superfície no sólido delimitado por esta superfície?
- O que é previsto pela lei de Stefan-Boltzmann e qual unidade de temperatura deve ser usada com esta lei? Você pode escrever a equação de cabeça?
- O que é a *emissividade* e qual papel ela desempenha na caracterização da transferência de calor por radiação em uma superfície?
- O que é *irradiação* e quais são suas unidades?
- Quais duas ocorrências caracterizam a resposta de uma superfície *opaca* à radiação incidente? Qual das duas afeta a energia térmica do meio delimitado pela superfície e como? Qual propriedade caracteriza essa ocorrência?
- Quais condições estão associadas ao uso do *coeficiente de transferência de calor por radiação*?
- Você pode escrever a equação usada para expressar a troca radiante líquida entre uma pequena superfície isotérmica e um grande envoltório isotérmico?
- Considere a superfície de um sólido que se encontra a uma temperatura elevada e está exposta a uma vizinhança mais fria. Por qual(is) modo(s) o calor é transferido da superfície se (1) ela estiver em contato perfeito com outro sólido, (2) ela estiver exposta ao escoamento de um líquido, (3) ela estiver exposta ao escoamento de um gás, e (4) ela estiver no interior de uma câmara onde há vácuo?
- Qual é a diferença entre a aplicação da conservação de energia em um *intervalo de tempo* ou em um *instante de tempo*?
- O que é *acúmulo de energia térmica*? Como ele se diferencia da *geração de energia térmica*? Qual papel esses termos desempenham em um balanço de energia em uma superfície?

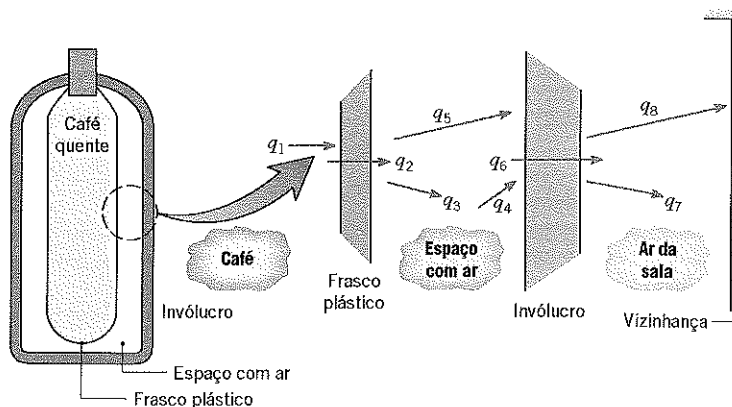
EXEMPLO 1.8

Um recipiente fechado cheio com café quente encontra-se em uma sala cujo ar e paredes estão a uma temperatura fixa. Identifique todos os processos de transferência de calor que contribuem para o resfriamento do café. Comente sobre características que contribuiriam para um melhor projeto do recipiente.

SOLUÇÃO

Dados: Café quente separado da vizinhança, mais fria, por um frasco de plástico, um espaço contendo ar e um invólucro plástico.

Achar: Os processos de transferência de calor relevantes.

Esquema:

As trajetórias para a transferência de energia do café para o ar e a vizinhança são as seguintes:

q_1: convecção natural do café para o frasco
q_2: condução através do frasco
q_3: convecção natural do frasco para o ar
q_4: convecção natural do ar para o invólucro
q_5: troca líquida radiante entre a superfície externa do frasco e a superfície interna do invólucro
q_6: condução através do invólucro
q_7: convecção natural do invólucro para o ar da sala
q_8: troca líquida radiante entre a superfície externa do invólucro e a vizinhança

Comentários: Melhorias no projeto estão associadas (1) ao

uso de superfícies aluminizadas (baixa emissividade) no frasco e no invólucro para reduzir a radiação e (2) ao uso de vácuo no espaço entre o frasco e o invólucro ou de um material de enchimento para dificultar a convecção natural.

Referências

1. Bar-Cohen, A., and I. Madhusudan, *IEEE Trans. Components and Packaging Tech.*, **25**, 584, 2002.
2. Miller, R., *Business Week*, November 11, 2004.
3. Diller, K.R, and T.P. Ryan, *J. Heat Transfer*, **120**, 810,1998.
4. Datta, A.K., *Biological and Bioenvironmental Heat and Mass Transfer*, Marcel Dekker, New York, 2002.

Problemas

Condução

1.1 Informa-se que a condutividade térmica de uma folha de isolante extrudado rígido é igual a $k = 0{,}029$ W/(m·K). A diferença de temperaturas medida entre as superfícies de uma folha com 20 mm de espessura deste material é $T_1 - T_2 = 10$°C.
(a) Qual é o fluxo térmico através de uma folha do isolante com 2 m × 2 m?
(b) Qual é a taxa de transferência de calor através da folha de isolante?

1.2 Uma parede de concreto, que tem uma área superficial de 20 m² e espessura de 0,30 m, separa o ar refrigerado de um quarto do ar ambiente. A temperatura da superfície interna da parede é mantida a 25°C e a condutividade térmica do concreto é de 1 W/(m·K).
(a) Determine a perda de calor através da parede considerando que a temperatura de sua superfície externa varie de −15°C a 38°C, que correspondem aos extremos do inverno e do verão, respectivamente. Apresente os seus resultados graficamente.
(b) No seu gráfico, represente também a perda de calor como uma função da temperatura da superfície externa para materiais da parede com condutividades térmicas de 0,75 a 1,25 W/(m·K). Explique a família de curvas que você obteve.

1.3 A base de concreto de um porão tem 11 m de comprimento, 8 m de largura e 0,20 m de espessura. Durante o inverno, as temperaturas são normalmente de 17°C e 10°C em suas superfícies superior e inferior, respectivamente. Se o concreto tiver uma condutividade térmica de 1,4 W/(m·K), qual é a taxa de perda de calor através da base? Se o porão é aquecido por um forno a gás operando a uma eficiência de $\eta_f = 0{,}90$ e o gás natural estiver cotado a $C_g = 0{,}01$ \$/MJ, qual é o custo diário da perda térmica?

1.4 O fluxo térmico através de uma lâmina de madeira, com espessura de 50 mm, cujas temperaturas das superfícies são de 40 e 20°C, foi determinado como de a 40 W/m². Qual é a condutividade térmica da madeira?

1.5 As temperaturas interna e externa de uma janela de vidro com 5 mm de espessura são de 15 e 5°C. Qual é a perda de calor através de uma janela com dimensões de 1 m por 3 m? A condutividade térmica do vidro é de 1,4 W/(m·K).

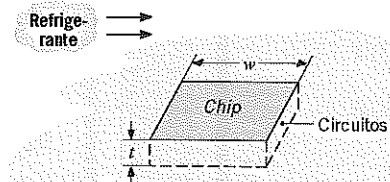
1.6 Uma janela de vidro, com 1 m de largura e 2 m de altura, tem espessura de 5 mm e uma condutividade térmica de $k_v = 1{,}4$ W/(m·K). Se em um dia de inverno as temperaturas das superfícies interna e externa do vidro são de 15°C e −20°C, respectivamente, qual é a taxa de perda de calor através do vidro? Para reduzir a perda de calor através da janela, é costume usar janelas de vidro duplo nas quais as placas de vidro são separadas por uma camada de ar. Se o afastamento entre as placas for de 10 mm e as temperaturas das superfícies do vidro em contato com os ambientes estiverem nas temperaturas de 10°C e −15°C, qual é a taxa de perda de calor em uma janela de 1 m × 2 m? A condutividade térmica do ar é $k_a = 0{,}024$ W/(m·K).

1.7 Uma câmara de congelador é um espaço cúbico de lado igual a 2 m. Considere que a sua base seja perfeitamente isolada. Qual é a espessura mínima de um isolamento à base de espuma de estireno ($k = 0{,}030$ W/(m·K)) que deve ser usada no topo e nas paredes laterais para garantir uma carga térmica menor do que 500 W, quando as superfícies interna e externa estiveram a −10 e 35°C?

1.8 Um recipiente barato para alimentos e bebidas é fabricado com poliestireno ($k = 0{,}023$ W/(m·K)), com espessura de 25 mm e dimensões interiores de 0,8 m × 0,6 m × 0,6 m. Sob condições nas quais a temperatura da superfície interna, de aproximadamente 2°C, é mantida por uma mistura gelo-água e a temperatura da superfície externa de 20°C é mantida pelo ambiente, qual é o fluxo térmico através das paredes do recipiente? Considerando desprezível o ganho de calor pela base do recipiente (0,8 m × 0,6 m), qual é a carga térmica total para as condições especificadas?

1.9 Qual é a espessura requerida para uma parede de alvenaria com condutividade térmica igual a 0,75 W/(m·K), se a taxa de calor deve ser 80% da taxa através de uma parede estrutural composta com uma condutividade térmica de 0,25 W/(m·K) e uma espessura de 100 mm? A diferença de temperaturas imposta nas duas paredes é a mesma.

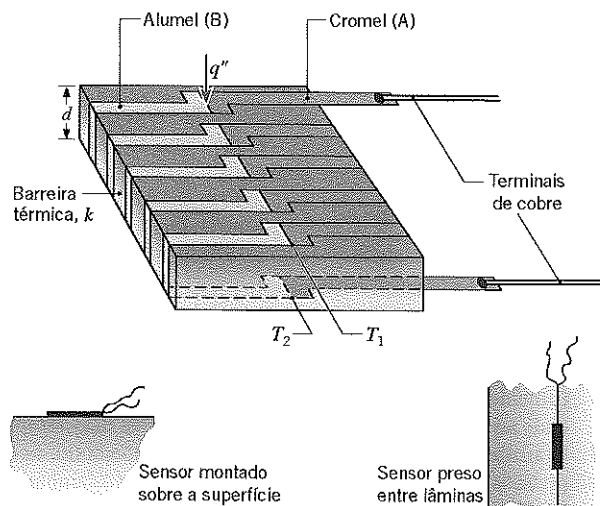
1.10 A base, com 5 mm de espessura, de uma panela com diâmetro de 200 mm pode ser feita com alumínio ($k = 240$ W/(m·K)) ou cobre ($k = 390$ W/(m·K)). Quando usada para ferver água, a superfície da base exposta à água encontra-se a 110°C. Se calor é transferido do fogão para a panela a uma taxa de 600 W, qual é a temperatura da superfície voltada para o fogão para cada um dos dois materiais?

1.11 Um circuito integrado (*chip*) quadrado de silício ($k = 150$ W/(m·K)) possui lados com $w = 5$ mm e espessura $t = 1$ mm. O circuito é montado em um substrato de tal forma que suas superfícies laterais e inferior estão isoladas termicamente, enquanto a superfície superior encontra-se exposta a um refrigerante.

Se 4 W estão sendo dissipados nos circuitos montados na superfície inferior do *chip*, qual é a diferença entre as tempera-

turas das superfícies inferior e superior no estado estacionário?

1.12 Um sensor para medir fluxo térmico em uma superfície ou através de um material laminado emprega cinco termopares cromel-alumel (tipo K) de camada fina posicionados nas superfícies superior e inferior de uma placa com condutividade térmica de 1,4 W/(m·K) e espessura de 0,25 mm.

(a) Determine o fluxo térmico q'' através do sensor quando a tensão de saída nos terminais de cobre é de 350 μV. O coeficiente Seebeck dos materiais do termopar tipo K é de aproximadamente 40 μV/°C.

(b) Qual precaução você deve ter ao usar um sensor desta natureza para medir a taxa térmica através da estrutura laminada mostrada?

Convecção

1.13 Você vivenciou um resfriamento por convecção se alguma vez estendeu sua mão para fora da janela de um veículo em movimento ou a imergiu em uma corrente de água. Com a superfície de sua mão a uma temperatura de 30°C, determine o fluxo de calor por convecção para (a) uma velocidade do veículo de 35 km/h no ar a −5°C, com um coeficiente convectivo de 40 W/(m²·K), e para (b) uma corrente de água com velocidade de 0,2 m/s, temperatura de 10°C e coeficiente convectivo de 900 W/(m²·K). Qual a condição que o faria sentir *mais frio*? Compare esses resultados com uma perda de calor de aproximadamente 30 W/m² em condições ambiente normais.

1.14 Ar a 40°C escoa sobre um longo cilindro, com 25 mm de diâmetro, que possui um aquecedor elétrico no seu interior. Durante uma bateria de testes, foram efetuadas medidas da potência por unidade de comprimento, P', necessária para manter a temperatura da superfície do cilindro em 300°C para diferentes velocidades V da corrente de ar, medidas em uma determinada posição afastada da superfície. Os resultados obtidos são os seguintes:

Velocidade do ar, V (m/s)	1	2	4	8	12
Potência, P' (W/m)	450	658	983	1507	1963

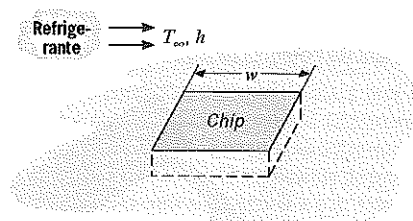
(a) Determine o coeficiente de transferência de calor por convecção para cada velocidade e apresente graficamente os seus resultados.

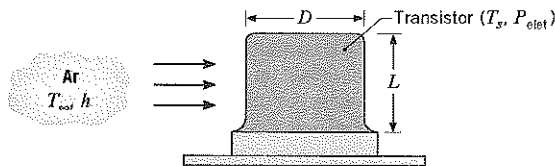
(b) Supondo que o coeficiente convectivo dependa da velocidade de escoamento do ar de acordo com uma relação do tipo $h = C\,V^n$, determine os parâmetros C e n a partir dos resultados da parte (a).

1.15 Um aquecedor elétrico encontra-se no interior de um longo cilindro de diâmetro igual a 30 mm. Quando água, a uma temperatura de 25°C e velocidade de 1 m/s, escoa perpendicularmente ao cilindro, a potência por unidade de comprimento necessária para manter a superfície do cilindro a uma temperatura uniforme de 90°C é de 28 kW/m. Quando ar, também a 25°C, mas a uma velocidade de 10 m/s está escoando, a potência por unidade de comprimento necessária para manter a mesma temperatura superficial é de 400 W/m. Calcule e compare os coeficientes de transferência de calor por convecção para os escoamentos da água e do ar.

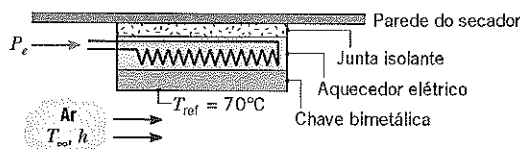
1.16 Um aquecedor elétrico de cartucho possui a forma de um cilindro, com comprimento L = 200 mm e diâmetro externo D = 20 mm. Em condições normais de operação, o aquecedor dissipa 2 kW quando submerso em uma corrente de água a 20°C onde o coeficiente de transferência de calor por convecção é de h = 5000 W/(m²·K). Desprezando a transferência de calor nas extremidades do aquecedor, determine a sua temperatura superficial T_s. Se o escoamento da água for inadvertidamente eliminado e o aquecedor permanecer em operação, sua superfície passa a estar exposta ao ar, que também se encontra a 20°C, mas no qual h = 50 W/(m²·K). Qual é a temperatura superficial correspondente? Quais são as conseqüências de tal evento?

1.17 Um procedimento comum para medir a velocidade de correntes de ar envolve a inserção de um fio aquecido eletricamente (chamado de *anemômetro de fio quente*) no escoamento do ar, com o eixo do fio orientado perpendicularmente à direção do escoamento. Considera-se que a energia elétrica dissipada no fio seja transferida para o ar por convecção forçada. Conseqüentemente, para uma potência elétrica especificada, a temperatura do fio depende do coeficiente de convecção, o qual, por sua vez, depende da velocidade do ar. Considere um fio com comprimento L = 20 mm e diâmetro D = 0,5 mm, para o qual foi determinada uma calibração na forma $V = 6{,}25 \times 10^{-5}\,h^2$. A velocidade V e o coeficiente de convecção h têm unidades de m/s e W/(m²·K), respectivamente. Em uma aplicação envolvendo ar a uma temperatura T_∞ = 25°C, a temperatura superficial do anemômetro é mantida a T_s = 75°C, com uma diferença de voltagem de 5 V e uma corrente elétrica de 0,1 A. Qual é a velocidade do ar?

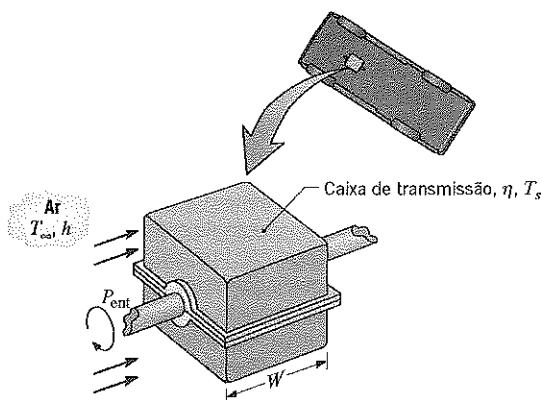
1.18 Um *chip* quadrado, com lado w = 5 mm, opera em condições isotérmicas. O *chip* é posicionado em um substrato de modo que suas superfícies laterais e inferior estão isoladas termicamente, enquanto sua superfície superior encontra-se exposta ao escoamento de um refrigerante a T_∞ = 15°C. A partir de considerações de confiabilidade, a temperatura do *chip* não pode exceder a T = 85°C.

Sendo a substância refrigerante o ar, com um coeficiente de transferência de calor por convecção correspondente de h = 200 W/(m²·K), qual é a potência máxima permitida para o *chip*? Sendo o refrigerante um líquido dielétrico para o qual h = 3000 W/(m²·K), qual é a potência máxima permitida?

1.19 O invólucro de um transistor de potência, com comprimento L = 10 mm e diâmetro D = 12 mm, é resfriado por uma corrente de ar com uma temperatura T_∞ = 25°C.

Sob condições nas quais o ar mantém um coeficiente de convecção médio de $h = 100$ W/(m²·K) na superfície do invólucro, qual é a dissipação de potência máxima admissível se a temperatura superficial não deve exceder 85°C?

1.20 O uso de jatos de ar colidentes é proposto como um meio efetivo para resfriar circuitos integrados (*chips*) lógicos de alta potência em um computador. Contudo, antes que essa técnica possa ser implementada, o coeficiente de transferência de calor por convecção associado ao jato que incide sobre a superfície do *chip* tem que ser conhecido. Projete um experimento que possa ser utilizado para determinar os coeficientes de convecção ligados à colisão de um jato de ar sobre um *chip* que mede aproximadamente 10 mm por 10 mm de lado.

1.21 O controlador de temperatura de um secador de roupas é constituído por uma chave bimetálica montada sobre um aquecedor elétrico que se encontra preso a uma junta isolante que, por sua vez, se encontra montada sobre a parede do secador.

A chave é especificada para abrir a 70°C, que é a temperatura máxima do ar de secagem. A fim de operar o secador a uma temperatura do ar mais baixa, uma potência suficiente é fornecida ao aquecedor de tal modo que a chave atinge 70°C (T_{ref}) quando a temperatura do ar T_∞ é inferior a T_{ref}. Sendo o coeficiente de transferência de calor por convecção entre o ar e a superfície exposta da chave, com 30 mm², igual a 25 W/(m²·K), qual é a potência do aquecedor P_{aq} necessária quando a temperatura desejada para o ar no secador é de $T_\infty = 50°C$?

1.22 O coeficiente de transferência de calor por convecção natural sobre uma chapa fina vertical aquecida, suspensa no ar em repouso, pode ser determinado através de observações na variação da temperatura da chapa com o tempo, na medida em que ela esfria. Considerando a placa isotérmica e que a troca de calor por radiação com a vizinhança seja desprezível, determine o coeficiente de convecção no instante de tempo no qual a temperatura da chapa é de 225°C e a sua taxa de variação com o tempo (dT/dt) é de $-0{,}022$ K/s. A temperatura do ar ambiente é de 25°C, a chapa mede 0,3 × 0,3 m, possui massa de 3,75 kg e um calor específico de 2770 J/(kg·K).

1.23 Uma caixa de transmissão, medindo $W = 0{,}30$ m de lado, recebe uma entrada de potência de $P_{ent} = 150$ hp vinda de um motor.

Sendo a eficiência de transmissão $\eta = 0{,}93$; com o escoamento do ar caracterizado por $T_\infty = 30°C$ e $h = 200$ W/(m²·K), qual é a temperatura superficial da caixa de transmissão?

Radiação

1.24 Sob condições para as quais a mesma temperatura em um quarto é mantida por um sistema de aquecimento ou resfriamento, não é incomum uma pessoa sentir frio no inverno e estar confortável no verão. Forneça uma explicação razoável para esta situação (com o apoio de cálculos), considerando um quarto cuja temperatura ambiente seja mantida a 20°C ao longo do ano, enquanto suas paredes encontram-se normalmente a 27°C e 14°C no verão e no inverno, respectivamente. A superfície exposta de uma pessoa no quarto pode ser considerada a uma temperatura de 32°C ao longo do ano com uma emissividade de 0,9. O coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural entre a pessoa e o ar do quarto é de aproximadamente 2 W/(m²·K).

1.25 Uma sonda interplanetária esférica, de diâmetro 0,5 m, contém eletrônicos que dissipam 150 W. Se a superfície da sonda possui uma emissividade de 0,8 e não recebe radiação de outras fontes como, por exemplo, do sol, qual é a sua temperatura superficial?

1.26 Um conjunto de instrumentos tem uma superfície externa esférica de diâmetro $D = 100$ mm e emissividade $\varepsilon = 0{,}25$. O conjunto é colocado no interior de uma grande câmara de simulação espacial cujas paredes são mantidas a 77 K. Se a operação dos componentes eletrônicos se restringe à faixa de temperatura de $40 \leq T \leq 85°C$, qual é a faixa aceitável de dissipação de potência dos instrumentos? Apresente os seus resultados graficamente, mostrando também o efeito de variações na emissividade ao considerar os valores 0,2 e 0,3.

1.27 Considere as condições do Problema 1.22. Contudo, agora a placa está no vácuo com uma temperatura na vizinhança de 25°C. Qual é a emissividade da placa? Qual é a taxa na qual radiação é emitida pela superfície?

1.28 Uma tubulação industrial aérea de vapor d'água não isolada termicamente, com 25 m de comprimento e 100 mm de diâmetro, atravessa uma construção cujas paredes e o ar ambiente estão a 25°C. Vapor pressurizado mantém uma temperatura superficial na tubulação de 150°C e o coeficiente associado à convecção natural é de $h = 10$ W/(m²·K). A emissividade da superfície é $\varepsilon = 0{,}8$.
(a) Qual é a taxa de perda de calor na linha de vapor?
(b) Sendo o vapor gerado em uma caldeira de fogo direto, operando com uma eficiência de $\eta = 0{,}90$; e o gás natural cotado a C_g = \$0,01 por MJ, qual é o custo anual da perda de calor na linha?

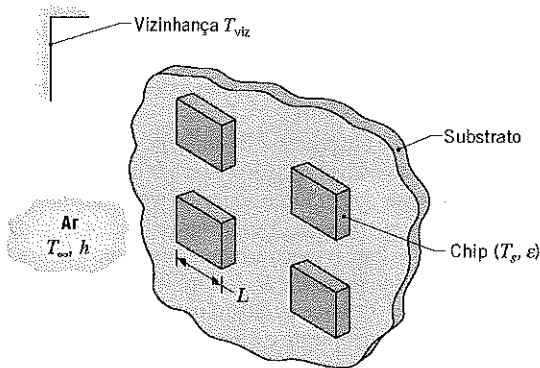
1.29 Se $T_{sup} \approx T_{viz}$ na Equação 1.9, o coeficiente de transferência de calor por radiação pode ser aproximado pela equação

$$h_{r,a} = 4\varepsilon\sigma\overline{T}^3$$

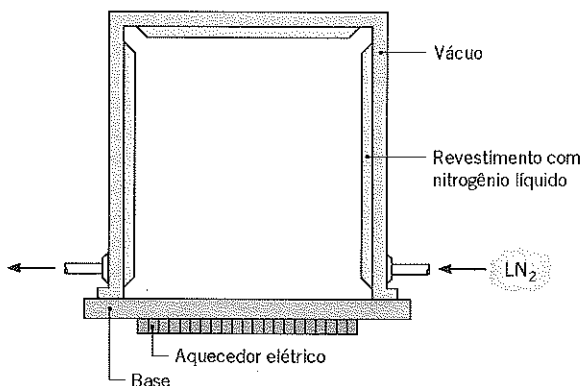
onde $\overline{T} \equiv (T_{sup} + T_{viz})/2$. Desejamos avaliar a validade dessa aproximação através da comparação de valores de h_r e $h_{r,a}$ para as condições a seguir. Em cada caso, represente os seus resultados graficamente e comente sobre a validade da aproximação.
(a) Considere uma superfície de alumínio polido ($\varepsilon = 0{,}05$) ou pintada de preto ($\varepsilon = 0{,}9$), cuja temperatura pode exceder a da vizinhança ($T_{viz} = 25°C$) de 10 a 100°C. Compare também os seus resultados com os valores dos coeficientes de transferência associados à convecção natural no ar ($T_\infty = T_{viz}$), onde h(W/(m²·K)) $= 0{,}98\ \Delta T^{1/3}$.
(b) Considere condições iniciais associadas à colocação de uma peça a $T_{sup} = 25°C$ no interior de uma grande fornalha cuja temperatura das paredes pode variar na faixa de $100 \leq T_{viz} \leq 1000°C$. De acordo com o acabamento ou revestimento da superfície da peça, sua emissividade pode assumir os valores 0,05; 0,2 e 0,9. Para cada emissividade, faça um

gráfico do erro relativo, $(h_r - h_{r,a})/h_r$, em função da temperatura da fornalha.

1.30 Considere as condições do Problema 1.18. Com transferência de calor por convecção para o ar, achou-se que a potência máxima permitida para o *chip* era de 0,35 W. Se a transferência líquida de calor por radiação da superfície do *chip* para uma grande vizinhança a 15°C também for levada em conta, qual é o aumento percentual na potência máxima que pode ser dissipada pelo *chip* com base nesta consideração? A emissividade da superfície do *chip* é de 0,9.

1.31 Chips, com $L = 15$ mm de lado, são montados em um substrato que se encontra instalado em uma câmara cujas paredes e o ar interior são mantidos à temperatura de $T_{viz} = T_\infty = 25°C$. Os *chips* têm uma emissividade $\varepsilon = 0{,}60$ e temperatura máxima permitida de $T_s = 85°C$.

(a) Se calor é descartado pelo *chip* por radiação e convecção natural, qual é a potência operacional máxima de cada *chip*? O coeficiente convectivo depende da diferença entre as temperaturas do *chip* e do ar e pode ser aproximada por $h = C(T_s - T_\infty)^{1/4}$, onde $C = 4{,}2$ W/(m²·K$^{5/4}$).

(b) Se um ventilador for usado para manter o ar no interior da câmara em movimento e a transferência de calor for por convecção forçada com $h = 250$ W/(m²·K), qual é a potência operacional máxima?

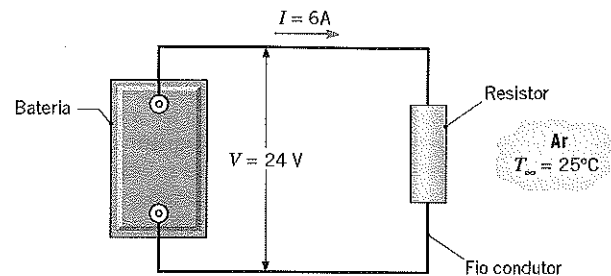
1.32 Um sistema de vácuo, como aqueles utilizados para a deposição de finas películas eletricamente condutoras sobre microcircuitos, é composto por uma base plana mantida a 300 K por um aquecedor elétrico e possui um revestimento interior mantido a 77 K por um circuito de refrigeração que utiliza nitrogênio líquido. A base plana circular possui 0,3 m de diâmetro, uma emissividade de 0,25, e encontra-se isolada termicamente no seu lado inferior.

(a) Quanto de potência elétrica deve ser fornecido ao aquecedor da base?

(b) A que taxa deve ser alimentado o nitrogênio líquido no interior da camisa do revestimento, se o seu calor de vaporização é de 125 kJ/kg?

(c) Para reduzir o consumo de nitrogênio líquido, propõe-se colar uma folha de papel-alumínio fina ($\varepsilon = 0{,}09$) sobre a base. Tal procedimento alcançará o efeito desejado?

1.33 Considere a caixa de transmissão do Problema 1.23, mas agora permita a troca por radiação com a sua vizinhança, que pode ser aproximada por um grande envoltório a $T_{viz} = 30°C$. Sendo a emissividade da superfície da caixa igual a $\varepsilon = 0{,}80$, qual é a sua temperatura?

Balanço de Energia e Efeitos Combinados

1.34 Um resistor elétrico está conectado a uma bateria, conforme mostrado no esquema. Após um curto período em condições transientes, o resistor atinge uma temperatura de equilíbrio de 95°C, aproximadamente uniforme. A bateria e os fios condutores, por sua vez, permanecem à temperatura ambiente de 25°C. Despreze a resistência elétrica nos fios condutores.

(a) Considere o resistor como um sistema ao redor do qual encontra-se uma superfície de controle e a Equação 1.11c é aplicada. Determine os valores correspondentes de $\dot{E}_{ent}$(W), $\dot{E}_g$(W), $\dot{E}_{sai}$(W) e $\dot{E}_{acu}$(W). Se uma superfície de controle for colocada ao redor de todo o sistema, quais são os valores de $\dot{E}_{ent}$, $\dot{E}_g$, $\dot{E}_{sai}$ e $\dot{E}_{acu}$?

(b) Se energia elétrica for dissipada uniformemente no interior do resistor, que é um cilindro com diâmetro $D = 60$ mm e comprimento $L = 250$ mm, qual é a taxa de geração de calor volumétrica, $\dot{q}$ (W/m³)?

(c) Desprezando a radiação a partir do resistor, qual é o coeficiente convectivo?

1.35 Uma placa de alumínio, com 4 mm de espessura, encontra-se na posição horizontal e a sua superfície inferior está isolada termicamente. Um fino revestimento especial é aplicado sobre sua superfície superior de tal forma que ela absorva 80% de qualquer radiação solar nela incidente, enquanto tem uma emissividade de 0,25. A densidade ρ e o calor específico c do alumínio são conhecidos, sendo iguais a 2700 kg/m³ e 900 J/(kg·K), respectivamente.

(a) Considere condições nas quais a placa está à temperatura de 25°C e a sua superfície superior é subitamente exposta ao ar ambiente a $T_\infty = 20°C$ e à radiação solar que fornece um fluxo incidente de 900 W/m². O coeficiente de transferência de calor por convecção entre a superfície e o ar é de $h = 20$ W/(m²·K). Qual é a taxa inicial da variação da temperatura da placa?

(b) Qual será a temperatura de equilíbrio da placa quando as condições de regime estacionário forem atingidas?

(c) As propriedades radiantes da superfície dependem da natureza específica do revestimento aplicado. Calcule e represente graficamente a temperatura no regime estacionário como uma função da emissividade para $0{,}05 \leq \varepsilon \leq 1$, com todas as outras condições mantidas como especificado. Repita os seus cálculos para valores de $\alpha_S = 0{,}5$ e $1{,}0$; e coloque os resultados no gráfico juntamente com os para $\alpha_S =$

0,8. Se a intenção é de maximizar a temperatura da placa, qual é a combinação mais desejável da emissividade e da absortividade para a radiação solar da placa?

1.36 Um aquecedor de sangue é usado durante transfusão de sangue para um paciente. Este dispositivo deve aquecer o sangue, retirado do banco de sangue a 10°C, até 37°C a uma vazão de 200 ml/min. O sangue passa por um tubo com comprimento de 2 m e uma seção transversal retangular com 6,4 mm × 1,6 mm. A que taxa o calor deve ser adicionado ao sangue para cumprir o aumento de temperatura desejado? Se o sangue vem de um grande reservatório onde sua velocidade é praticamente nula e escoa verticamente para baixo através do tubo de 2 m, estime os valores das variações das energias cinética e potencial. Admita que as propriedades do sangue sejam similares às da água.

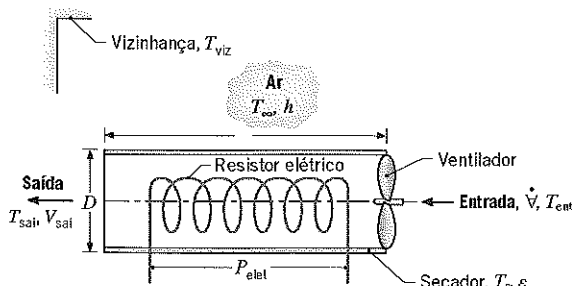
1.37 O consumo de energia associado a um aquecedor de água doméstico possui dois componentes: (i) a energia que deve ser fornecida à água para elevar a sua temperatura até o valor no interior do aquecedor, à medida que ela é introduzida para substituir aquela que está sendo consumida, e (ii) a energia necessária para compensar as perdas de calor que ocorrem no tanque de armazenamento do aquecedor ao mantê-lo à temperatura desejada. Neste problema, vamos avaliar o primeiro desses dois componentes para uma família de quatro pessoas, cujo consumo diário médio de água quente é de aproximadamente 100 galões. Se a água de reposição está disponível a 15°C, qual é o consumo anual de energia associado ao aquecimento desta água até a temperatura de armazenamento de 55°C? Para um custo unitário de energia elétrica de \$0,08/(kW·h), qual é o custo anual associado com o fornecimento de água quente utilizando-se (a) aquecimento elétrico resistivo, e (b) uma bomba de calor com COP igual a 3.

1.38 Três aquecedores de resistência elétrica, com comprimento L = 250 mm e diâmetro D = 25 mm, estão submersos em 10 galões de água em um tanque, que estão inicialmente a 295 K. Pode-se considerar a densidade e o calor específico da água como ρ = 990 kg/m³ e c = 4180 J/(kg·K).

(a) Se os aquecedores forem ativados, cada um dissipando q_1 = 500 W, estime o tempo necessário para a água ser levada a uma temperatura de 335 K.

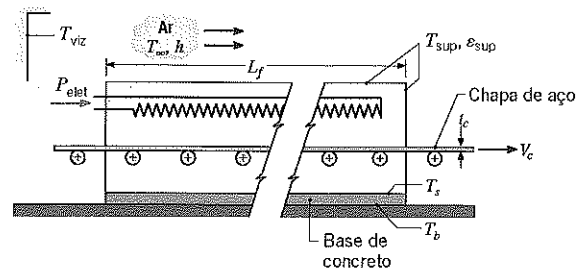
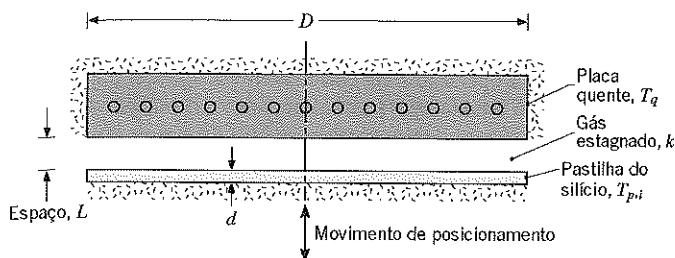
(b) Sendo o coeficente de transferência de calor na convecção natural dado por uma expressão da forma $h = 370(T_s - T)^{1/3}$, onde T_s e T são as temperaturas da superfície do aquecedor e da água, respectivamente, quais são as temperaturas de cada aquecedor logo após a sua ativação e antes de sua desativação? As unidades do h e de $(T_s - T)$ são W/(m²·K) e K, respectivamente.

(c) Se os aquecedores forem inadvertidamente ativados com o tanque vazio, o coeficente de transferência de calor da convecção natural associado à transferência de calor para o ar ambiente a T_∞ = 300 K pode ser aproximado por $h = 0{,}70\,(T_s - T_\infty)^{1/3}$. Sendo a temperatura das paredes do tanque também igual a 300 K e a emissividade da superfície dos aquecedores ε = 0,85, qual é a temperatura da superfície de cada aquecedor nas condições de regime estacionário?

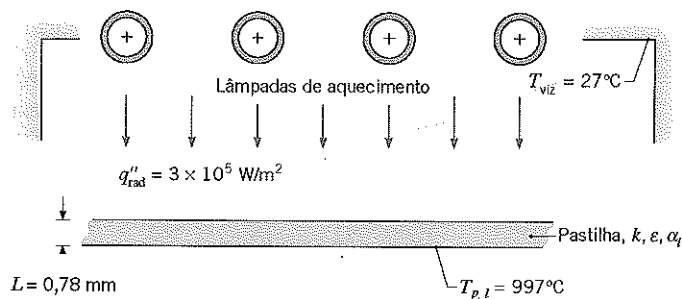
1.39 Um secador de cabelos pode ser idealizado como um duto circular através do qual um pequeno ventilador sopra ar ambiente e dentro do qual o ar é aquecido ao escoar sobre uma resistência elétrica na forma de um fio helicoidal.

Vizinhança, T_{viz}
Ar
T_∞, h
Resistor elétrico
Ventilador
Saída
D
T_{sai}, V_{sai}
Entrada, $\dot{\forall}$, T_{ent}
P_{elet}
Secador, T_s, ε

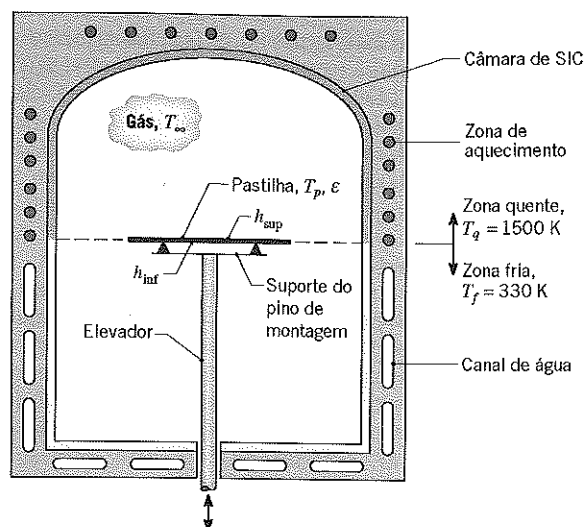
(a) Se o aquecedor for projetado para operar com um consumo de potência elétrica P_{elet} = 500 W e para aquecer o ar de uma temperatura ambiente T_{ent} = 20°C até uma temperatura na saída de T_{sai} = 45°C, em qual vazão volumétrica $\dot{\forall}$ ele deve operar? A perda de calor de seu revestimento externo para o ar ambiente e para a vizinhança pode ser desprezada. Se o duto tiver um diâmetro D = 70 mm, qual é a velocidade do ar na saída V_{sai}? A densidade do ar e o calor específico do ar podem ser aproximados por ρ = 1,10 kg/m³ e c_p = 1007 J/(kg·K), respectivamente.

(b) Considere um comprimento do duto do aquecedor de L = 150 mm e uma emissividade de sua superfície de ε = 0,8. Se o coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural do revestimento externo para o ar ambiente for de h = 4 W/(m²·K), e a temperatura do ar e da vizinhança for de T_∞ = 20°C, confirme que a perda de calor pelo revestimento externo é, de fato, desprezível. A temperatura superficial média do revestimento externo pode ser considerada igual a T_s = 40°C.

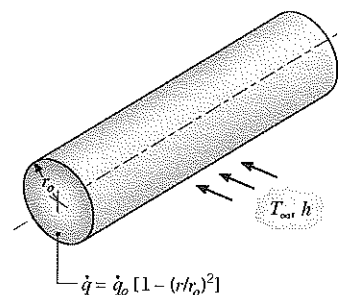
1.40 Em um estágio de um processo de têmpera, a temperatura de uma chapa de aço inoxidável AISI 304 é levada de 300 K para 1250 K ao passar através de um forno aquecido eletricamente a uma velocidade de V_c = 10 mm/s. A espessura e largura da chapa são t_c = 8 mm e W_c = 2 m, respectivamente, enquanto a altura, largura e comprimento do forno são H_f = 2 m; W_f = 2,4 m e L_f = 25 m, respectivamente. O teto e as quatro paredes laterais do forno estão expostos ao ar ambiente e a uma grande vizinhança, ambos a 300 K. Sua temperatura superficial, coeficiente de transferência de calor por convecção e emissividade correspondentes são T_{sup} = 350 K, h = 10 W/(m²·K) e ε_{sup} = 0,8. A superfície inferior do forno também se encontra a 350 K e pousa sobre uma placa de concreto com 0,5 m de espessura, cuja base encontra-se a T_b = 300 K. Estime a potência elétrica P_{elet} que deve ser fornecida ao forno.

1.41 A têmpera, um estágio importante no processamento de materiais semicondutores, pode ser realizada pelo aquecimento rápido de pastilhas de silício até uma alta temperatura por um pequeno período de tempo. O esquema mostra um método que envolve o uso de uma placa quente operando a uma temperatura elevada T_q. A pastilha de silício, inicialmente a uma temperatura $T_{p,i}$, é subitamente posicionada a uma distância da placa aquecida, permanecendo um afastamento L entre elas. O objetivo da análise é comparar os fluxos térmicos por condução através do gás no espaço placa-pastilha e por radiação entre a placa quente e a pastilha fria. Há também interesse na taxa inicial de variação da temperatura da pastilha com o tempo, $(dT_p/dt)_i$. Aproximando as superfícies da placa aquecida e da pastilha por corpos negros e considerando os seus diâmetros D bem maiores do que o afastamento entre placas L, o fluxo térmico radiante pode ser representado por $q''_{rad} = \sigma(T_q^4 - T_p^4)$. A pastilha de silício tem espessura d = 0,78 mm, uma densidade de 2700 kg/m³ e um calor específico de 875 J/(kg·K). A condutividade térmica do gás no espaço é de 0,0436 W/(m·K).

(a) Para $T_q = 600°C$ e $T_{p,i} = 20°C$, calcule o fluxo térmico radiante e o fluxo térmico por condução através do espaço placa-pastilha com $L = 0,2$ mm. Também determine o valor de $(dT_p/dt)_i$ resultante de cada um dos modos de aquecimento.

(b) Para afastamentos de 0,2; 0,5 e 1,0 mm, determine os fluxos térmicos e as variações da temperatura com o tempo como funções da temperatura da placa quente para $300 \leq T_q \leq 1300°C$. Mostre os seus resultados em forma gráfica. Comente sobre a importância relativa dos dois modos de transferência de calor e sobre o efeito do tamanho do espaço placa-pastilha no processo de aquecimento. Sob quais condições pode a pastilha de silício ser aquecida até 900°C em menos de 10 segundos?

1.42 No processamento térmico de materiais semicondutores, a têmpera é efetuada pelo aquecimento de pastilhas de silício de acordo com uma programação temperatura-tempo e, a seguir, pela manutenção em uma temperatura fixa e elevada por um período de tempo preestabelecido. No dispositivo para o processo mostrado adiante, a pastilha encontra-se em uma câmara onde há vácuo, cujas paredes são mantidas a 27°C, no interior da qual lâmpadas de aquecimento mantêm um fluxo térmico radiante q''_{rad} na superfície superior da pastilha. A pastilha possui espessura de 0,78 mm, sua condutividade térmica é de 30 W/(m·K) e sua emissividade é igual à sua absortividade em relação ao fluxo térmico radiante ($\varepsilon = \alpha_i = 0,65$). Para $q''_{rad} = 3,0 \times 10^5$ W/m², a temperatura em sua superfície inferior é medida por um termômetro de radiação, sendo igual a $T_{p,i} = 997°C$.

Para evitar o empeno da pastilha e a indução de planos de deslizamento na estrutura do cristal, a diferença de temperaturas ao longo da espessura da pastilha deve ser inferior a 2°C. Esta condição está sendo atingida?

1.43 Um forno para o processamento de materiais semicondutores é formado por uma câmara de carbeto de silício que tem uma zona quente na seção superior e uma zona fria na seção inferior. Com o elevador na posição mais baixa, um braço robô insere a pastilha de silício nos pinos de montagem. Em uma operação de produção, a pastilha é rapidamente deslocada para a zona quente para cumprir o histórico temperatura-tempo especificado para o processo. Nesta posição, as superfícies superior e inferior da pastilha trocam radiação com as zonas quente e fria, respectivamente, da câmara. As temperaturas das zonas são $T_q = 1500$ K e $T_f = 330$ K, e as emissividade e espessura da pastilha são $\varepsilon = 0,65$ e $d = 0,78$ mm, respectivamente. Com o gás no ambiente a $T_\infty = 700$ K, os coeficientes de transferência de calor por convecção nas supefícies superior e inferior da pastilha são 8 e 4 W/(m²·K), respectivamente. A pastilha de silício tem uma densidade de 2700 kg/m³ e um calor específico de 875 J/(kg·K).

(a) Para uma condição inicial que corresponde a uma temperatura da pastilha de $T_{p,i} = 300$ K e a posição da pastilha como mostrado no esquema, determine a taxa de variação temporal da temperatura da pastilha correspondente, $(dT_p/dt)_i$.

(b) Determine a temperatura do estado estacionário atingido pela pastilha se ela se mantiver nesta posição. O quanto a transferência de calor por convecção é significativa nesta situação? Esboce como você espera que a temperatura da pastilha varie como uma função da posição vertical do elevador.

1.44 Rejeitos radiativos são estocados em recipientes cilíndricos longos e com paredes finas. Os rejeitos geram energia térmica de forma não-uniforme, de acordo com a relação $\dot{q} = \dot{q}_o [1 - (r/r_o)^2]$, onde $\dot{q}$ é a taxa local de geração de energia por unidade de volume, $\dot{q}_o$ é uma constante e r_o é o raio do recipiente. Condições de regime estacionário são mantidas pela submersão do recipiente em um líquido que está a T_∞ e fornece um coeficiente de transferência de calor por convecção uniforme e igual a h.

Obtenha uma expressão para a taxa total na qual a energia é gerada por unidade de comprimento do recipiente. Use esse resultado para obter uma expressão para a temperatura T_{sup} da parede do recipiente.

1.45 Considere a barra de condução do Exemplo 1.3 sob condições de regime estacionário. Como sugerido no Comentário 3, a temperatura da barra pode ser controlada pela variação da velocidade do escoamento de ar sobre a barra, o que, por sua vez, altera o coeficiente de transferência de calor por convecção. Para analisar a influência do coeficiente convectivo, gere um gráfico de T *versus* I para valores de $h = 50$, 100 e 250 W/(m²·K).

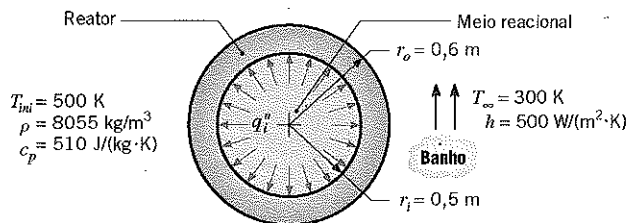
Variações na emissividade da superfície teriam uma influência significativa na temperatura da barra?

1.46 Uma longa barra de conexão (haste cilíndrica usada para fazer conexões elétricas) de diâmetro D é instalada no interior de um grande conduíte, que tem uma temperatura superficial de 30°C e no qual o ar ambiente tem temperatura $T_\infty = 30°C$. A resistividade elétrica, $\rho_e(\mu\Omega \cdot m)$, do material da barra é uma função da temperatura, na forma $\rho_e = \rho_{e,o}[1 + \alpha(T - T_o)]$, na qual $\rho_{e,o} = 0{,}0171\ \mu\Omega \cdot m$, $T_o = 25°C$ e $\alpha = 0{,}00396\ K^{-1}$. Há convecção natural entre a barra e o ar ambiente, e o coeficiente de transferência de calor depende do diâmetro da barra, assim como da diferença de temperaturas entre a da superfície e a do ambiente. A relação que governa esta dependência tem a forma $h = CD^{-0,25}(T - T_\infty)^{0,25}$, na qual $C = 1{,}21\ W \cdot m^{-1,75}\ K^{-1,25}$. A emissividade da superfície da barra é $\varepsilon = 0{,}85$.

(a) Reconhecendo que a resistência elétrica por unidade de comprimento da barra é $R'_e = \rho_e/A_{st}$, onde A_{st} é a área da sua seção transversal, calcule a capacidade de transporte de corrente de uma barra com 20 mm de diâmetro se a sua temperatura não puder exceder a 65°C. Compare a importância relativa das transferências de calor por convecção natural e por radiação.

[(b)] Para avaliar o compromisso entre a capacidade de transporte de corrente, temperatura operacional e diâmetro da barra, para diâmetros de 10, 20 e 40 mm, faça um gráfico da temperatura da barra T como uma função da corrente no intervalo $100 \leq I \leq 5000$ A. Também coloque no gráfico a razão entre a transferência de calor por convecção e a transferência de calor total.

1.47 Uma esfera pequena de ferro puro padrão, com calor específico de 447 J/(kg·K) e massa de 0,515 kg, é subitamente imersa em uma mistura gelo-água. Finos fios de termopar mantêm a esfera suspensa. Observa-se que a sua temperatura varia de 15 para 14°C em 6,35 s. O experimento é repetido com uma esfera metálica de mesmo diâmetro, com composição desconhecida e massa de 1,263 kg. Com a mesma variação de temperatura observada ocorrendo em 4,59 s, qual é o calor específico do material desconhecido?

1.48 Um reator esférico de aço inoxidável (AISI 302) é usado para armazenar um meio reacional que fornece um fluxo de calor uniforme $\dot{q}_i$ para a sua superfície interna. O reator é subitamente submerso em um banho líquido a uma temperatura $T_\infty < T_{ini}$, sendo T_{ini} a temperatura inicial da parede do reator.

(a) Considerando que o gradiente de temperatura na parede do reator seja desprezível e um fluxo de calor constante e igual a q''_i, desenvolva uma equação para a variação da temperatura da parede em função do tempo durante o processo transiente. Qual é a taxa inicial de variação da temperatura na parede se $q''_i = 10^5\ W/m^2$?

(b) Qual a temperatura da parede em condições de regime estacionário?

[(c)] O coeficiente de transferência de calor por convecção depende da velocidade do escoamento do fluido externo ao reator e do fato de a temperatura da parede ser ou não elevada o suficiente para induzir a ebulição do líquido. Calcule e represente graficamente a temperatura da parede em regime estacionário em função do valor de h para a faixa $100 \leq h \leq 10.000\ W/(m^2 \cdot K)$. Existe algum valor de h abaixo do qual a operação seria inaceitável?

1.49 Oxigênio líquido, que possui um ponto de ebulição de 90 K e um calor latente de vaporização de 214 kJ/kg, é armazenado em um recipiente esférico cuja superfície externa possui um diâmetro de 500 mm e está a uma temperatura de −10°C. O recipiente é guardado em um laboratório cujo ar e paredes se encontram a 25°C.

(a) Se a emissividade da superfície é de 0,20 e o coeficiente de transferência de calor associado à convecção natural na superfície externa do recipiente é de 10 W/(m²·K), qual é a taxa, em kg/s, na qual o vapor de oxigênio deve ser retirado do sistema?

[(b)] A umidade presente no ar ambiente resultará na formação de gelo sobre o recipiente, causando um aumento na emissividade da sua superfície. Supondo que a temperatura superficial e o coeficiente convectivo permaneçam iguais a −10°C e 10 W/(m²·K), respectivamente, calcule a taxa de evaporação do oxigênio, em kg/s, em função da emissividade da superfície para valores na faixa de $0{,}2 \leq \varepsilon \leq 0{,}94$.

1.50 Um compartimento de um congelador fica coberto com uma camada de 2 mm de espessura de gelo quando o seu funcionamento não está 100%. Estando o compartimento exposto ao ar ambiente a 20°C e um coeficiente $h = 2\ W/(m^2 \cdot K)$ caracterizando a transferência de calor por convecção natural na superfície exposta da camada, estime o tempo requerido para a completa fusão do gelo. Considere que o gelo tenha densidade de 700 kg/m³ e um calor latente de fusão de 334 kJ/kg.

1.51 Uma chapa vertical de metal de Woods está presa a um substrato por uma superfície e é fundida ao ser irradiada uniformemente por uma fonte de *laser* sobre a superfície oposta. O metal encontra-se inicialmente na sua temperatura de fusão $T_f = 72°C$ e o condensado é retirado por gravidade assim que se forma. A absortividade do metal em relação à radiação *laser* é de $\alpha_l = 0{,}4$ e o seu calor latente de fusão é $h_{sf} = 33$ kJ/kg.

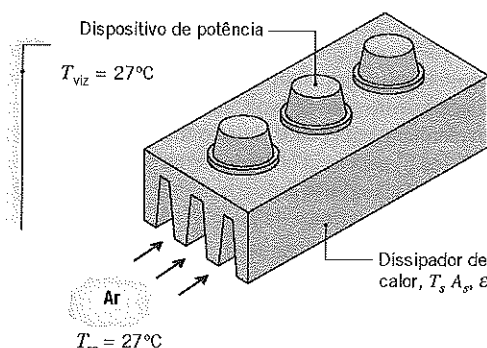
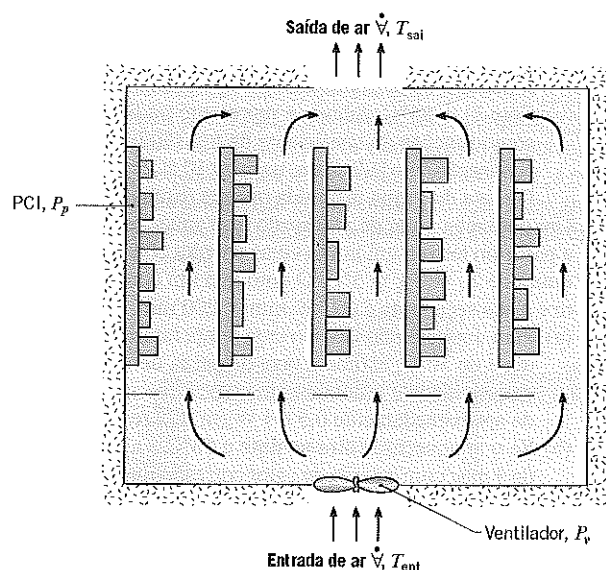
(a) Desprezando a transferência de calor a partir da superfície irradiada por convecção ou radiação com a vizinhança, determine a taxa de fusão instantânea em kg/(s·m²) para uma irradiação do *laser* de 5 kW/m². Quanto material é retirado se a irradiação for mantida por um período de 2 s?

(b) Permitindo a convecção para o ar ambiente, com $T_\infty = 20°C$ e $h = 15\ W/(m^2 \cdot K)$, e a troca térmica radiante com uma grande vizinhança ($\varepsilon = 0{,}4$ e $T_{viz} = 20°C$), determine a taxa de fusão instantânea durante a irradiação.

1.52 Após a modelagem de uma mistura de papel e celulose por vácuo a quente, o produto, uma embalagem para ovos, é transportado sobre uma esteira por 18 s em direção à entrada de um forno a gás, onde é secada até a umidade final desejada. Observa-se que muito pouca água evapora ao longo deste trecho. Assim, para aumentar a produtividade da linha de produção, é proposta a instalação de um banco de aquecedores por radiação infravermelha sobre a esteira transportadora, que fornece um fluxo térmico radiante uniforme de 5000 W/m². A embalagem possui uma área exposta de 0,0625 m² e uma massa de 0,220 kg, com 75% de água, ao final da etapa de modelagem.

O engenheiro chefe da fábrica irá aprovar a compra dos aquecedores se eles puderem reduzir a umidade em 10% da massa

total. Você recomendaria a compra dos aquecedores? Considere o calor de vaporização da água igual a $h_{fg} = 2400$ kJ/kg.

1.53 Equipamentos eletrônicos de potência são instalados sobre um dissipador de calor que possui uma área superficial exposta de 0,045 m² e uma emissividade de 0,80. Quando os equipamentos eletrônicos dissipam uma potência total de 20 W e a temperatura do ar e da vizinhança são de 27°C, a temperatura média do dissipador de calor é de 42°C. Qual será a temperatura média do dissipador de calor se os equipamentos eletrônicos dissiparem uma potência total de 30 W e as condições do ambiente se mantiverem as mesmas?

1.54 Um computador é constituído por um conjunto de cinco placas de circuitos integrados(PCI), cada uma dissipando $P_p = 20$ W de potência. O resfriamento dos componentes eletrônicos de uma placa é viabilizado pelo escoamento forçado de ar, igualmente distribuído nas passagens formadas por placas adjacentes, e o coeficiente convectivo associado à transferência de calor dos componentes para o ar é de aproximadamente $h = 200$ W/(m²·K). O ar entra na torre do computador a uma temperatura de $T_{ent} = 20$°C e o escoamento é impulsionado por um ventilador cujo consumo de potência é de $P_v = 25$ W.

(a) Se o aumento de temperatura no escoamento do ar, ($T_{sai} - T_{ent}$), não deve exceder a 15°C, qual é a vazão volumétrica $\dot{\forall}$ mínima permitida do ar? A densidade e o calor específico do ar podem ser aproximados por $\rho = 1{,}161$ kg/m³ e $c_p = 1007$ J/(kg·K), respectivamente.

(b) O componente que é mais suscetível à falha térmica dissipa 1 W/cm² de área superficial. Para minimizar o potencial para ocorrência desta falha, onde este componente deveria ser instalado sobre uma PCI? Qual é a sua temperatura superficial nesta posição?

1.55 O teto de um carro em um estacionamento absorve um fluxo solar radiante de 800 W/m². A superfície inferior do teto encontra-se isolada termicamente. O coeficiente de transferência de calor por convecção entre o teto do carro e o ar ambiente é de 12 W/(m²·K).

(a) Desprezando a troca térmica por radiação com a vizinhança, calcule a temperatura do teto em condições de regime estacionário se a temperatura do ar ambiente for de 20°C.

(b) Para a mesma temperatura do ar ambiente, calcule a temperatura do teto para uma emissividade de sua superfície igual a 0,8.

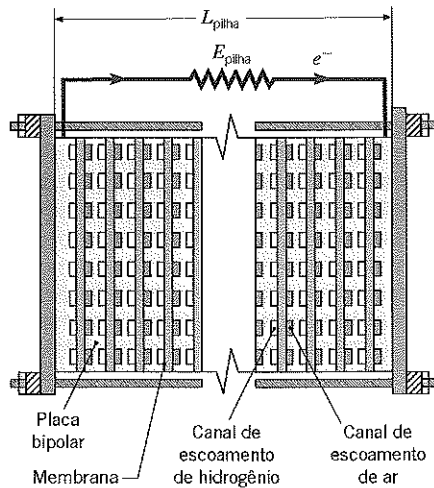
(c) O coeficiente de transferência de calor por convecção depende das condições do escoamento do ar sobre o teto do carro, aumentando com o aumento da velocidade do ar. Calcule e represente graficamente a temperatura do teto em função do valor de h para $2 \leq h \leq 200$ W/(m²·K).

1.56 Considere as condições do Problema 1.22, porém a temperatura da vizinhança é de 25°C e a troca térmica por radiação com a vizinhança não é desprezível. Sendo o coeficiente convectivo igual a 6,4 W/(m²·K) e a emissividade da placa $\varepsilon = 0{,}42$, determine a taxa de variação com o tempo da temperatura da placa, dT/dt, quando a temperatura da placa é de 225°C. Calcule os calores perdidos por convecção e por radiação.

1.57 A maioria da energia que consumimos como alimentos é convertida em energia térmica no processo de desempenharmos todas as nossas funções corporais e é, ao final, perdida como calor pelo corpo. Considere uma pessoa que consuma 2100 kcal por dia (note que o que usualmente é chamado como caloria do alimento na realidade são quilocalorias), das quais 2000 kcal são convertidas em energia térmica. (As 100 kcal restantes são usadas para realizar trabalho no ambiente.) A pessoa tem uma área superficial de 1,8 m² e está vestida com roupa de banho.

(a) A pessoa está em um quarto a 20°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 3 W/(m²·K). Nesta temperatura do ar, a pessoa não está transpirando muito. Estime a temperatura média da pele da pessoa.

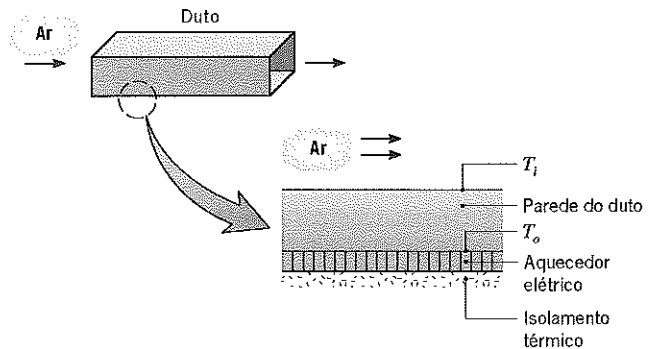
(b) Se a temperatura do ambiente fosse de 33°C, qual taxa de transpiração seria necessária para manter uma temperatura da pele confortável de 33°C.

1.58 Células-combustível isoladas, como a do Exemplo 1.4, podem ser escalonadas através de sua organização em uma *pilha de células-combustível*. Uma pilha é constituída por múltiplas membranas eletrolíticas que são colocadas entre duas *placas bipolares* eletricamente condutoras. Ar e hidrogênio são alimentados em cada membrana através de *canais de escoamento* no interior de cada placa bipolar, como mostrado no esquema. Com esta montagem da pilha, as células-combustível individuais estão conectadas eletricamente em série, produzindo uma voltagem na pilha de $E_{pilha} = N \times E_c$, onde E_c é a voltagem produzida através de cada membrana e N é o número de membranas na célula. A corrente elétrica é a mesma em cada membrana. A voltagem da célula, E_c, assim como a eficiência da célula, aumenta com a temperatura (o ar e o hidrogênio alimentados na pilha são umidificados para permitir a operação em temperaturas superiores a do Exemplo 1.4), porém as membranas irão falhar em temperaturas excedendo $T \approx 85$°C. Considere membranas com $L \times w$, onde $L = w = 100$ mm, e espessura $t_m = 0{,}43$ mm, as quais cada uma produz $E_c = 0{,}6$ volts a $I = 60$ A e $\dot{E}_{c,g} = 45$ W de energia térmica quando operando a $T = 80$°C. As superfícies externas da pilha estão expostas ao ar a $T_\infty = 25$°C e à vizinhança a $T_{viz} = 30$°C, com $\varepsilon = 0{,}88$ e $h = 150$ W/(m²·K).

(a) Encontre a potência elétrica produzida por uma pilha com comprimento de $L_{pilha} = 200$ mm, para espessuras das placas bipolares na faixa de 1 mm $< t_{pb} <$ 10 mm. Determine a energia térmica total gerada pela pilha.
(b) Calcule a temperatura superficial e explique se a pilha necessita ser internamente aquecida ou resfriada para operar na temperatura interna ótima de 80°C para várias espessuras da placa bipolar.
(c) Identifique como a temperatura interna de operação da pilha pode ser diminuída ou elevada para uma dada espessura da placa bipolar e discuta mudanças no projeto que promoveriam uma distribuição de temperaturas no interior da pilha mais uniforme. Como variações nas temperaturas do ar externo e da vizinhança afetariam a sua resposta? Qual membrana na pilha é mais passível de falha em função de uma alta temperatura de operação?

1.59 Considere o Problema 1.1.
(a) Estando a superfície fria exposta do isolante a $T_2 = 20°C$, qual é o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção no lado frio do isolante, se a temperatura da vizinhança for de $T_{viz} = 320$ K, a temperatura ambiente $T_\infty = 5°C$ e a emissividade $\varepsilon = 0{,}95$? Expresse o seu resultado nas unidades W/(m²·K) e W/(m²·°C).
[(b)] Usando o coeficiente de transferência de calor convectivo calculado no item (a), calcule a temperatura superficial, T_2, na medida em que a emissividade da superfície é variada na faixa $0{,}05 \leq \varepsilon \leq 0{,}95$. A temperatura da parede quente do isolante permanece fixa a $T_1 = 30°C$. Apresente os seus resultados graficamente.

1.60 A parede de um forno utilizado para tratar peças plásticas possui uma espessura $L = 0{,}05$ m e a sua superfície externa está exposta ao ar e a uma grande vizinhança. O ar e a vizinhança encontram-se a 300 K.
(a) Sendo a temperatura da superfície externa igual a 400 K, e o seu coeficiente de transferência de calor por convecção e a sua emissividade iguais a $h = 20$ W/(m²·K) e $\varepsilon = 0{,}8$; respectivamente, qual é a temperatura da superfície interna, se a parede possuir uma condutividade térmica $k = 0{,}7$ W/(m·K)?
[(b)] Considere condições para as quais a temperatura da superfície interna é mantida em 600 K, enquanto o ar e a grande vizinhança aos quais a superfície externa está exposta são mantidos a 300 K. Explore os efeitos de variações nos valores de k, h e ε (i) na temperatura da superfície externa, (ii) no fluxo térmico através da parede e (iii) nos fluxos térmicos associados à convecção e à radiação a partir da superfície externa do forno. Especificamente, calcule e represente graficamente as variáveis dependentes anteriores para variações paramétricas ao redor dos seguintes valores referenciais: $k = 10$ W/(m·K), $h = 20$ W/(m²·K) e $\varepsilon = 0{,}5$. As faixas sugeridas para as variáveis independentes são: $0{,}1 \leq k \leq 400$ W/(m·K); $2 \leq h \leq 200$ W/(m²·K) e $0{,}05 \leq \varepsilon \leq 1$. Discuta as implicações físicas dos seus resultados. Sob quais condições a temperatura da superfície externa será inferior a 45°C, que pode ser considerado um limite superior razoável para se evitar queimaduras por contato?

1.61 Um experimento para determinar o coeficiente convectivo associado ao escoamento de ar sobre a superfície de uma peça de aço inoxidável espessa envolve a inserção de termopares na peça a distâncias de 10 e 20 mm da superfície ao longo de uma linha hipotética normal à superfície. O aço tem condutividade térmica de 15 W/(m·K). Se os termopares medirem temperaturas de 50 e 40°C no aço quando a temperatura do ar é de 100°C, qual é o coeficiente convectivo?

1.62 Um elemento aquecedor elétrico fino fornece um fluxo térmico uniforme q''_o para a superfície externa de um duto através do qual escoa ar. A parede do duto tem uma espessura de 10 mm e uma condutividade térmica de 20 W/(m·K).

(a) Em uma determinada posição, a temperatura do ar é de 30°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção entre o ar e a superfície interna do duto é de 100 W/(m²·K). Qual é o fluxo térmico q''_o necessário para manter a superfície interna do duto a $T_i = 85°C$?
(b) Para as condições da parte (a), qual é a temperatura (T_o) da superfície do duto próxima ao aquecedor?
[(c)] Com $T_i = 85°C$, calcule e represente graficamente q''_o e T_o como funções do coeficiente de transferência de calor por convecção h no lado do ar, na faixa $10 \leq h \leq 200$ W/(m²·K). Discuta de forma resumida os seus resultados.

1.63 Um duto retangular de ar forçado para aquecimento é suspenso a partir do teto de um porão cujas paredes e ar estão na temperatura de $T_\infty = T_{viz} = 5°C$. O duto tem um comprimento de 15 m e a sua seção reta é de 350 mm × 200 mm.
(a) Para um duto não isolado cuja temperatura superficial média é de 50°C, estime a taxa de perda de calor do duto. A emissividade e o coeficiente convectivo na superfície são de aproximadamente 0,5 e 4 W/(m²·K), respectivamente.
(b) Se o ar aquecido entra no duto a 58°C e a uma velocidade de 4 m/s, com a perda de calor correspondente à determinada no item (a), qual é a sua temperatura na saída? A densidade e o calor específico do ar podem ser considerados iguais a $\rho = 1{,}10$ kg/m³ e $c_p = 1008$ J/(kg·K), respectivamente.

1.64 Seja o tubo de vapor d'água do Exemplo 1.2. O gestor de utilidades quer uma recomendação sua sobre métodos para reduzir a perda térmica para a sala e propõe duas opções. A primeira opção restringiria a movimentação do ar ao redor da superfície externa do tubo e, assim, reduziria o coeficiente convectivo por um fator dois. A segunda opção cobriria a superfície externa do tubo com uma tinta de baixa emissividade ($\varepsilon = 0{,}4$).

(a) Quais das opções propostas você recomendaria?

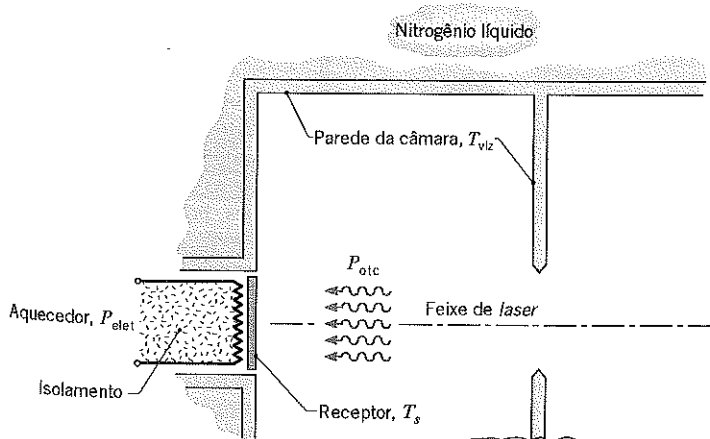
(b) Para preparar uma apresentação de sua recomendação para o gestor, gere um gráfico da perda térmica q' como uma função do coeficiente convectivo para $2 \leq h \leq 20$ W/(m²·K) e emissividades de 0,2, 0,4 e 0,8. Comente sobre a eficácia relativa da redução das perdas térmicas associadas à convecção e à radiação.

1.65 Durante sua fabricação, placas de vidro a 600°C são resfriadas com a passagem de ar sobre sua superfície de tal forma que o coeficiente de transferência de calor por convecção é de h = 5 W/(m²·K). Para prevenir o aparecimento de rachaduras, é sabido que o gradiente de temperatura não pode exceder aos 15°C/mm em qualquer ponto no vidro durante o processo de resfriamento. Sendo a condutividade térmica do vidro igual a 1,4 W/(m·K) e a emissividade de sua superfície 0,8, qual é a menor temperatura do ar que pode ser usada no início do resfriamento? Considere que a temperatura do ar é igual à da vizinhança.

1.66 O processo de cura do Exemplo 1.7 envolve a exposição da placa a uma irradiação proveniente de uma lâmpada infravermelha e o resfriamento auxiliar por convecção e radiação com a vizinhança. Alternativamente, no lugar da lâmpada, o aquecimento pode ser efetuado pela introdução da placa em um forno cujas paredes(a vizinhança) são mantidas a uma elevada temperatura.

(a) Considere condições nas quais as paredes do forno estejam a 200°C, o escoamento do ar sobre a placa seja caracterizado por T_∞ = 20°C e h = 15 W/(m²·K) e o revestimento tenha uma emissividade de ε = 0,5. Qual é a temperatura da placa?

(b) Para temperaturas do ar ambiente de 20, 40 e 60°C, determine a temperatura da placa como uma função da temperatura das paredes do forno na faixa de 150 a 250°C. Faça um gráfico de seus resultados e identifique condições nas quais temperaturas de cura aceitáveis entre 100 e 110°C possam ser mantidas.

1.67 O radiômetro de substituição elétrica, mostrado esquematicamente, determina o poder ótico (radiante) de um feixe através da medida da potência elétrica necessária para aquecer o receptor até a mesma temperatura de quando ele é irradiado. Com um feixe, como um *laser* de potência ótica P_{otc}, incidente no receptor, a sua temperatura, T_s, aumenta ficando superior à temperatura das paredes da câmara, que são mantidas a uma temperatura uniforme T_{viz} = 77 K. Com o feixe ótico bloqueado, o aquecedor na parte de trás do receptor é energizado e a potência elétrica, P_{elet}, requerida para atingir o mesmo valor de T_s é medida. O objetivo de sua análise é determinar a relação entre as potências elétrica e ótica, considerando processos de transferência de calor no receptor.

Considere um radiômetro com um receptor com diâmetro de 15 mm, que possui um superfície enegrecida com uma emissividade de 0,95 e uma absortividade de 0,98 para o feixe ótico. Quando operando no modo ótico, perdas térmicas por condução na parte de trás do receptor são desprezíveis. No modo elétrico, as perdas representam 5% da potência elétrica. Qual é a potência ótica de um feixe quando a potência elétrica indicada é de 20,64 mW? Qual é a temperatura do receptor correspondente?

1.68 O diâmetro e a emissividade da superfície de uma placa eletricamente aquecida são D = 300 mm e ε = 0,80, respectivamente.

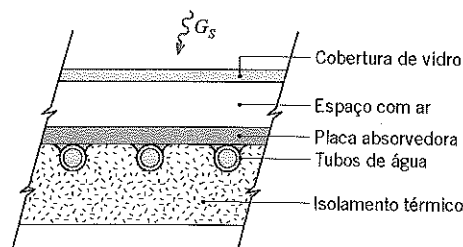
(a) Estime a potência necessária para manter uma temperatura de superfície igual a 200°C em uma sala na qual o ar e as paredes estão a 25°C. O coeficiente que caracteriza a transferência de calor por convecção natural depende da temperatura da superfície e, na unidade W/(m²·K), pode ser aproximado por uma expressão na forma $h = 0{,}80(T_s - T_\infty)^{1/3}$.

(b) Avalie o efeito da temperatura da superfície na potência requerida, assim como na contribuição relativa da convecção e da radiação para a transferência de calor na superfície.

1.69 Barras de transmissão para uso em uma estação de transmissão de potência têm uma seção transversal retangular de altura H = 600 mm e largura W = 200 mm. A resistividade elétrica, $\rho_e(\mu\Omega{\cdot}m)$, do material das barras é uma função da temperatura, $\rho_e = \rho_{e,o}[1 + \alpha(T - T_o)]$, onde $\rho_{e,o}$ = 0,0828 $\mu\Omega$·m, T_o = 25°C e α = 0,0040 K⁻¹. A emissividade da superfície pintada da barra é 0,8 e a temperatura da vizinhaça é de 30°C. O coeficiente convectivo entre a barra e o ar ambiente, a 30°C, é de 10 W/(m²·K).

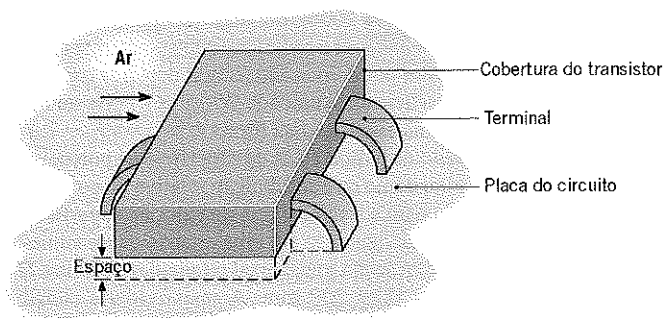
(a) Considerando que a barra esteja a uma temperatura uniforme T, calcule a temperatura no regime estacionário quando uma corrente de 60.000 A passa através da barra.

(b) Calcule e represente graficamente a temperatura da barra no regime estacionário como uma função do coeficiente convectivo para $10 \leq h \leq 100$ W/(m²·K). Qual é o valor mínimo do coeficiente convectivo requerido para manter uma temperatura de operação segura abaixo de 120°C? O aumento da emissividade irá influenciar significativamente este resultado?

1.70 Um fluxo solar de 700 W/m² incide sobre um coletor solar plano usado para aquecer água. A área do coletor é de 3 m² e 90% da radiação solar atravessam a cobertura de vidro e é absorvida pela placa absorvedora. Os 10% restantes são refletidos para fora do coletor. A água escoa através de tubos presos no lado inferior da placa absorvedora e é aquecida da temperatura de entrada T_{ent} até uma temperatura de saída T_{sai}. A cobertura de vidro, operando a uma temperatura de 30°C, tem uma emissividade de 0,94 e troca calor por radiação com o céu a −10°C. O coeficiente convectivo entre a cobertura de vidro e o ar ambiente, a 25°C, é de 10 W/(m²·K).

(a) Faça um balanço global de energia no coletor para obter uma expressão para a taxa na qual calor útil é coletado por unidade de área do coletor, q''_u. Determine o valor de q''_u.

(b) Calcule o aumento de temperatura da água, $T_{sai} - T_{ent}$, se a vazão for de 0,01 kg/s. Admita que o calor específico da água seja 4179 J/(kg·K).

(c) A eficiência do coletor η é definida como a razão entre o calor útil coletado e a taxa na qual a energia solar incide no coletor. Qual é o valor de η?

1.71 Considere um transistor para montagem sobre a superfície de um cicuito integrado cuja temperatura é mantida a 35°C. Ar a 20°C escoa sobre a superfície superior, de dimensões 4 mm por 8 mm, com um coeficiente convectivo de 50 W/(m²·K). Três terminais, cada um com seção transversal de 1 mm por 0,25 mm e comprimento de 4 mm, conduzem calor da cobertura do transistor para a placa do circuito. O espaço entre a cobertura e a placa é de 0,2 mm.

(a) Considerando a cobertura isotérmica e desprezando a radiação, estime a temperatura da cobertura quando 150 mW são dissipados pelo transistor e (i) ar estagnado ou (ii) uma pasta condutiva preenche o espaço entre a cobertura e a placa do circuito. As condutividades térmicas dos terminais, do ar e da pasta condutiva são 25; 0,0263 e 0,12 W/(m·K), respectivamente.

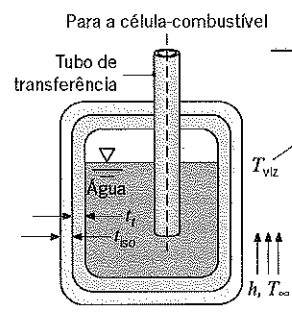
(b) Usando a pasta condutiva para preencher o espaço cobertura-placa, desejamos determinar a tolerância para o aumento da dissipação de calor, sujeitos à restrição de que a temperatura da cobertura do transistor não pode exceder os 40°C. Opções incluem o aumento da velocidade do ar para obter um maior coeficiente convectivo h e/ou a mudança do material dos terminais para um com maior condutividade térmica. Considerando independentemente terminais fabricados com materiais com condutividade térmica de 200 e 400 W/(m²·K), calcule e represente graficamente a dissipação de calor máxima permitida para variações do h na faixa de $50 \leq h \leq 250$ W/(m²·K).

Identificação de Processos

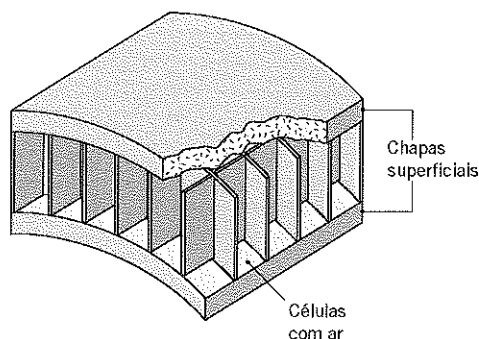
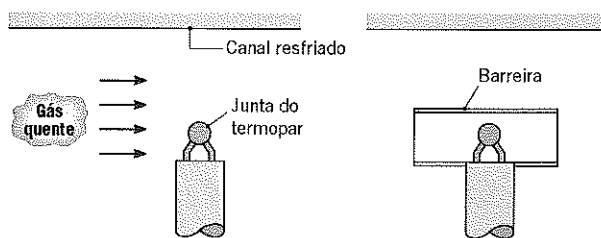
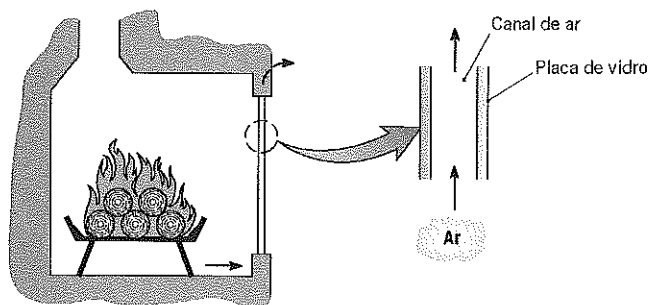
1.72 Ao analisar o desempenho de um sistema térmico, o engenheiro tem que ser capaz de identificar os processos de transferência de calor relevantes. Somente então o comportamento do sistema pode ser devidamente quantificado. Nos sistemas a seguir, identifique os processos pertinentes, indicando-os com setas apropriadamente identificadas em um esquema do sistema. Responda, ainda, a perguntas adicionais que são feitas no enunciado do problema.

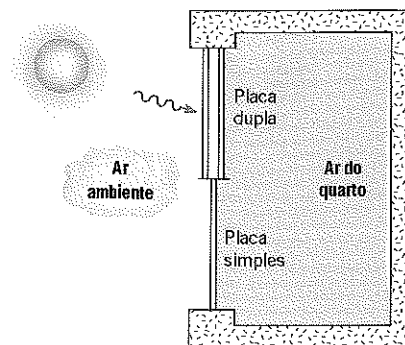
(a) Identifique os processos de transferência de calor que determinam a temperatura de uma pavimentação em asfalto em um dia de verão. Escreva um balanço de energia para a superfície do pavimento.

(b) É sabido que a radiação em microondas é transmitida através de plásticos, vidros e cerâmicas, mas é absorvida por materiais que possuem moléculas polares, como a água. Moléculas de água expostas á radiação em microondas se alinham e revertem o alinhamento com a radiação em microondas a freqüências de até 10^9 s^{-1}, causando a geração de calor. Compare o cozimento em um forno de microondas com o cozimento em um forno convencional radiante ou convectivo. Em cada caso, qual é o mecanismo físico responsável pelo aquecimento do alimento? Qual forno apresenta a maior eficiência na utilização da energia? Por quê? O aquecimento com microondas vem sendo cogitado para a secagem de roupas. Como a operação de um secador por microondas se diferenciaria da operação de um secador convencional? Qual deve ter a maior eficiência na utilização da energia e por quê?

(c) Para evitar o congelamento da água líquida no interior da célula-combustível de um carro, a água é drenada para um tanque de armazenamento no prórpio carro quando ele não se encontra em uso. (A água é transferida do tanque para a célula-combustível quando o carro é ligado.) Considere um carro com célula-combustível, que se encontra estacionado ao ar livre em uma noite muito fria, com $T_\infty = -20$°C. O tanque de armazenamento está inicialmente vazio e a $T_{i,t} = -20$°C, quando água líquida, a pressão atmosférica e temperatura $T_{i,a} = 50$°C, é introduzida no tanque. A parede do tanque tem uma espessura t_t e é coberta por um isolamento térmico com espessura t_{iso}. Identifique os processos de transferência de calor que irão causar o congelamento da água. Haverá modificação na probabilidade de congelamento com a mudança da espessura do isolamento? A probabilidade de congelamento dependerá da espessura da parede do tanque e do material do tanque? Seria o congelamento da água mais provável se a tubulação usada para transferir água do tanque e para o tanque fosse feita de plástico (baixa condutividade térmica) ou de aço inoxidável (condutividadde térmica moderada)? Há um formato de tanque ótimo que minimizaria a probabilidade de a água congelar? O congelamento seria mais ou menos provável se uma fina folha de papel alumínio (alta condutividade térmica e baixa emissividade) fosse aplicada sobre a superfície externa do isolamento?

(d) Considere uma fonte de luz encandescente que é constituída por um filamento de tungstênio no interior de um bulbo de vidro onde há um gás. Admitindo operação em regime estacionário com o filamento a uma temperatura de aproximadamente 2900 K, liste todos os processos de transferência de calor pertinentes para (i) o filamento e (ii) o bulbo de vidro.

(e) Há interesse considerável no desenvolvimento de materiais de construção que tenham boa qualidade de isolamento térmico. O desenvolvimento de tais materiais teria como efeito a melhora da conservação de energia ao reduzir as necessidades de aquecimento de ambientes. Foi sugerido que melhores qualidades estruturais e de isolamento poderiam ser obtidas pelo uso do dispositivo estruturado mostrado. O dispositivo é constituído por uma colméia com células de seção transversal quadrada entre duas chapas sólidas. Há ar no interior das células e as chapas, assim como a matriz da colméia, são fabricadas com plásticos de baixa condutividade térmica. Para a transferência de calor normal às chapas, identifique todos os processos de transferência de ca-

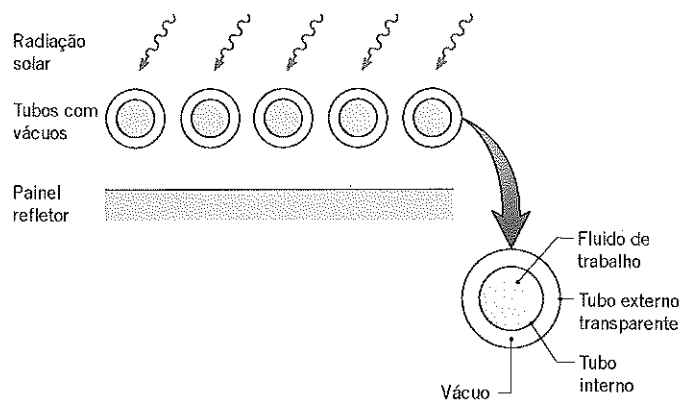
lor pertinentes para a performance do dispositivo. Sugira formas para melhorar esta *performance*.

(f) A junta de um termopar é usada para medir a temperatura de uma corrente de gás quente escoando em um canal através de sua inserção na corrente principal do gás. A superfície do canal é resfriada de tal forma que a sua temperatura é bem menor daquela do gás. Identifique os processos de transferência de calor associados à superfície da junta do termopar. A junta do termopar estará (e, assim, medir) a uma temperatura menor, igual ou maior do que a temperatura do gás? Uma barreira de radiação é um pequeno tubo, aberto nos dois lados, que envolve a junta do termopar mas permite a passagem do gás pelo seu interior. Como o uso de tal barreira melhora a exatidão da medida de temperatura?

(g) Uma tela de vidro para lareira com lâmina dupla é colocada entre o local de queima da madeira e o interior de uma sala. A tela é constituída por duas placas de vidro verticais separadas por um espaço através do qual o ar da sala pode escoar (o espaço é aberto nas parte de cima e de baixo). Identifique os processos de transferência de calor associados à tela.

1.73 Ao analisar os problemas a seguir envolvendo a transferência de calor no ambiente natural (ao ar livre), lembre que a radiação solar é formada por componentes com grandes e pequenos comprimentos de onda. Se esta radiação incide sobre um *meio semitransparente*, como por exemplo água ou vidro, duas coisas irão acontecer à porção não refletida da radiação. O componente com grandes comprimentos de onda será absorvido na superfície do meio, enquanto o componente com pequenos comprimentos de onda será transmitido através da superfície.

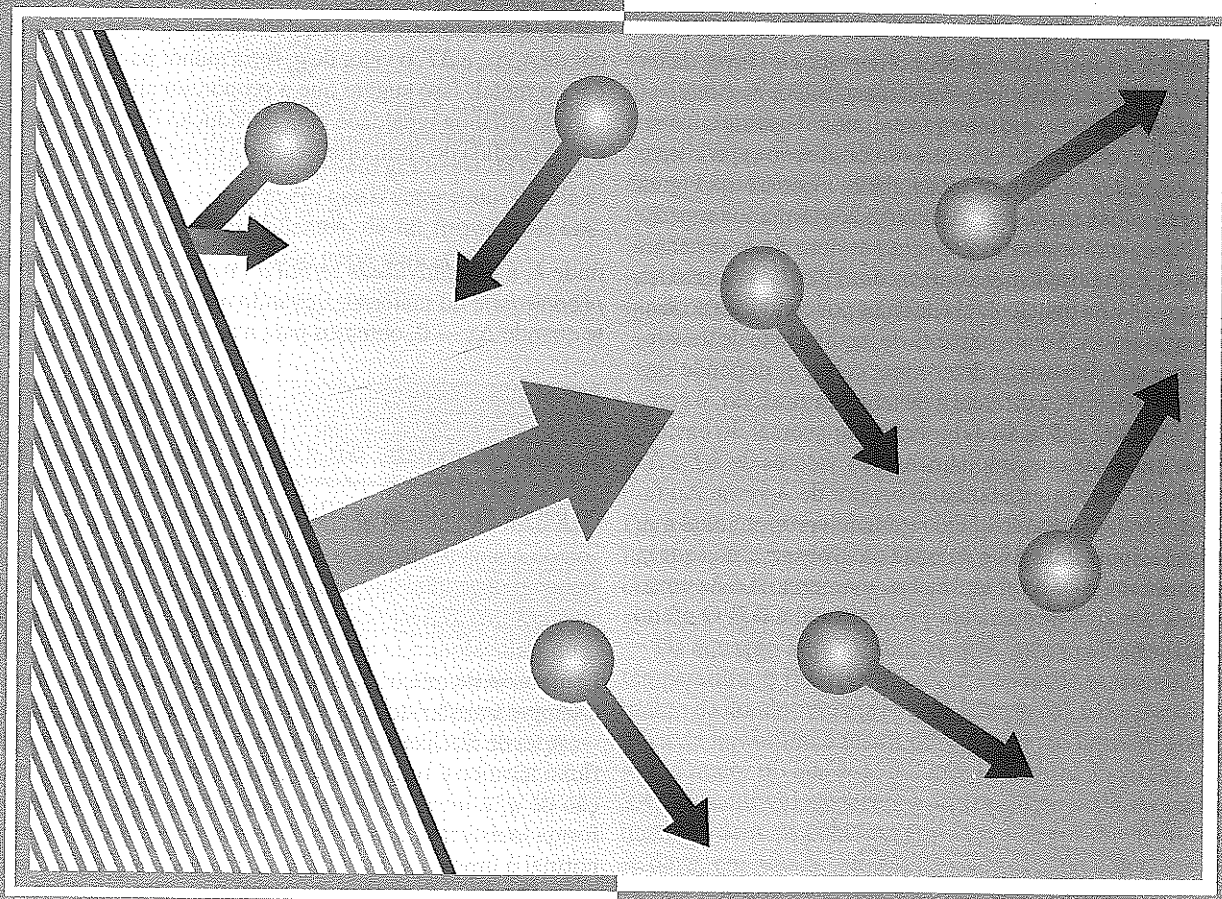
(a) O número de placas de vidro em uma janela pode influenciar fortemente a perda de calor de um quarto aquecido para a ar ambiente exterior. Compare as unidades com dupla placa e placa simples mostradas através da identificação dos processos de transferência de calor relevantes em cada caso.

(b) Em um coletor solar plano típico, energia é coletada por um fluido de trabalho que é circulado através de tubos que estão em contato íntimo com a face posterior da placa absorvedora. A face posterior é isolada termicamente da vizinhança e a placa absorvedora recebe radiação solar na sua fase anterior, que é tipicamente coberta por uma ou mais placas transparentes. Identifique os processos de transferência de calor relevantes, em primeiro lugar, para a placa absorvedora sem a presença de placa transparente e depois para a placa absorvedora com uma placa transparente de cobertura.

(c) O projeto de coletor de energia solar mostrado adiante foi usado para aplicações ligadas à agricultura. Ar é insuflado através de um longo duto de seção transversal na forma de um triângulo equilátero. Em um lado do triângulo há uma cobertura semitransparente de dupla camada, enquanto os outros dois lados são construídos com folhas de alumínio pintadas de preto pelo lado de dentro e cobertas por uma camada de espuma de estireno isolante na parte externa. Durante períodos ensolarados, o ar que entra no sistema é aquecido para uso em estufas, em unidade de secagem de grãos ou em sistema de armazenamento.

Identifique todos os processos de transferência de calor associados às placas da cobertura de dupla camada, à(s) placa(s) absorvedora(s) e ao ar.

(d) Coletores solares com tubos a vácuo são capazes de apresentar melhor *performance* em relação aos coletores planos. O seu projeto consiste em um tubo interno inserido em um

tubo externo que é transparente à radiação solar. Há vácuo na região anular entre os dois tubos. A superfície externa opaca do tubo interno absorve radiação solar e um fluido de trabalho é passado através deste tubo para coletar a energia solar. O projeto geralmente prevê uma linha desses tubos posicionada em frente a um painel refletor. Identifique todos os processos de transferência de calor relevantes para a *performance* deste dispositivo.

CAPÍTULO **2**

Introdução à Condução

Lembre-se de que a condução se refere ao transporte de energia em um meio devido a um gradiente de temperatura e o mecanismo físico é a atividade atômica ou molecular aleatória. No Capítulo 1, aprendemos que a transferência de calor por condução é governada pela *lei de Fourier* e que o uso desta lei para determinar o fluxo térmico depende do conhecimento da forma na qual a temperatura varia no meio (a *distribuição de temperaturas*). Inicialmente, restringimos nossa atenção a condições simplificadas (condução unidimensional e em regime estacionário em uma parede plana) nas quais a distribuição de temperaturas é facilmente deduzida, sendo linear. Contudo, a lei de Fourier pode ser aplicada à condução transiente e multidimensional em geometrias complexas, nas quais a natureza da distribuição de temperaturas não é evidente.

Os objetivos deste capítulo são dois. Primeiramente, desejamos desenvolver um entendimento mais profundo da lei de Fourier. Quais são suas origens? Que forma ela tem em diferentes geometrias? Como sua constante de proporcionalidade (a *condutividade térmica*) depende da natureza física do meio? Nosso segundo objetivo é desenvolver, a partir de princípios básicos, a equação geral, chamada de *equação do calor*, que governa a distribuição de temperaturas em um meio. É a solução dessa equação que fornece o conhecimento da distribuição de temperaturas, que pode ser, então, usada com a lei de Fourier para determinar o fluxo térmico.

2.1 A Equação da Taxa da Condução

Embora a equação da taxa da condução, lei de Fourier, tenha sido apresentada na Seção 1.2, este é o momento apropriado para analisarmos a sua origem. A lei de Fourier é *fenomenológica*, isto é, ela foi desenvolvida a partir de fenômenos observados ao invés de ter sido derivada a partir de princípios fundamentais. Por esse motivo, vemos a equação da taxa como uma generalização baseada em uma vasta evidência experimental. Por exemplo, considere o experimento de condução de calor, em regime estacionário, mostrado na Figura 2.1. Um bastão cilíndrico de material conhecido tem a sua superfície lateral isolada termicamente, enquanto as duas faces restantes são mantidas a diferentes temperaturas, com $T_1 > T_2$. A diferença de temperaturas causa transferência de calor por condução no sentido positivo do eixo x. Somos capazes de medir a taxa de transferência de calor q_x e buscamos determinar como q_x depende das seguintes variáveis: ΔT, a diferença de temperaturas; Δx, o comprimento do bastão; e A, a área da seção transversal do bastão.

Podemos imaginar que, inicialmente, os valores de ΔT e Δx sejam mantidos constantes, enquanto o valor de A varia. Ao fazermos isso, verificamos que q_x é diretamente proporcional a A. Analogamente, mantendo ΔT e A constantes, observamos que q_x varia inversamente com Δx. Finalmente, mantendo A e Δx constantes, temos que q_x é diretamente proporcional à ΔT. O efeito conjunto é, então,

$$q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

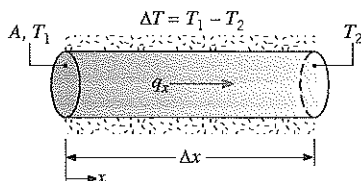



FIGURA 2.1 Experimento de condução térmica em regime estacionário.

Ao mudarmos o material (por exemplo, de um metal para um plástico), observaríamos que a proporcionalidade anterior permanece válida. Contudo, também constataríamos que, para valores idênticos de A, Δx, e ΔT, o valor de q_x seria menor para o plástico do que para o metal. Isso sugere que a proporcionalidade pode ser convertida em uma igualdade pela introdução de um coeficiente que é uma medida do comportamento do material. Assim, escrevemos

$$q_x = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

onde k, a *condutividade térmica* (W/(m·K)), é uma importante *propriedade* do material. Levando a expressão anterior ao limite quando $\Delta x \rightarrow 0$, obtemos para a *taxa* de transferência de calor

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} \qquad (2.1)$$

ou para o *fluxo* de calor (fluxo térmico)

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \qquad (2.2)$$

Lembre-se de que o sinal de menos é necessário porque o calor é sempre transferido no sentido da diminuição das temperaturas.

A lei de Fourier, como escrita na Equação 2.2, implica que o fluxo térmico é uma grandeza direcional. Em particular, a direção de q_x'' é *normal* à área da seção transversal A. Ou, de uma forma mais geral, a direção do escoamento de calor será sempre normal a uma superfície de temperatura constante, chamada de superfície *isotérmica*. A Figura 2.2 ilustra o sentido do fluxo térmico q_x'' em uma parede plana na qual o *gradiente de temperatura* dT/dx é negativo. A partir da Equação 2.2, conclui-se que q_x'' é positivo. Note que as superfícies isotérmicas são planos normais à direção do eixo x.

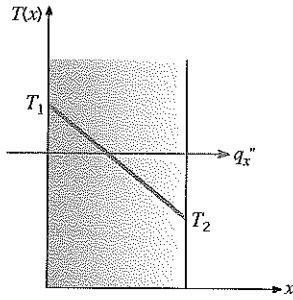



FIGURA 2.2 A relação entre o sistema de coordenadas, o sentido do escoamento de calor e o gradiente de temperatura em uma dimensão.

Reconhecendo que o fluxo térmico é uma grandeza vetorial, podemos escrever um enunciado mais geral para a equação da taxa da condução (*lei de Fourier*) da seguinte forma:

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial x} + j\frac{\partial T}{\partial y} + k\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (2.3)$$

onde ∇ é o operador "grad" tridimensional e $T(x, y, z)$ é o campo escalar de temperaturas. Está implícito na Equação 2.3 que o vetor fluxo térmico encontra-se em uma direção perpendicular às superfícies isotérmicas. Conseqüentemente, uma forma alternativa da lei de Fourier é

$$q_n'' = -k\frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.4)$$

onde q_n'' é o fluxo térmico em uma direção n, que é normal a uma *isoterma*, como mostrado para o caso bidimensional na Figura 2.3. A transferência de calor é mantida pelo gradiente de temperatura ao longo de n. Observe também que o vetor fluxo térmico pode ser decomposto em componentes, de tal forma que, em coordenadas cartesianas, a expressão geral para q'' é

$$q'' = iq_x'' + jq_y'' + kq_z'' \quad (2.5)$$

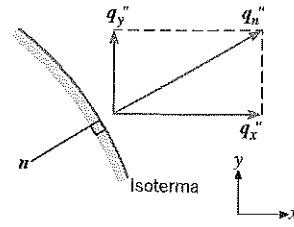



FIGURA 2.3 O vetor fluxo térmico normal a uma isoterma em um sistema de coordenadas bidimensional.

onde, a partir da equação 2.3, tem-se que

$$q_x'' = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad q_y'' = -k\frac{\partial T}{\partial y} \qquad q_z'' = -k\frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.6)$$

Cada uma dessas expressões relaciona o fluxo térmico *através de uma superfície* ao gradiente de temperatura em uma direção perpendicular à superfície. Também está implícito na Equação 2.3 que o meio através do qual a condução ocorre é *isotrópico*. Em tal meio, o valor da condutividade térmica é independente da direção da coordenada.

A lei de Fourier é a pedra fundamental da transferência de calor por condução e suas características principais são resumidas a seguir. Ela *não* é uma expressão que possa ser derivada a partir de princípios fundamentais; ao contrário, ela é uma generalização baseada em evidências experimentais. Ela é uma expressão que *define* uma importante propriedade dos materiais, a condutividade térmica. Além disso, a lei de Fourier é uma expressão vetorial, indicando que o fluxo térmico é normal a uma isoterma e no sentido da diminuição das temperaturas. Finalmente, note que a lei de Fourier se aplica a toda matéria, independentemente do seu estado físico (sólido, líquido ou gás).

2.2 As Propriedades Térmicas da Matéria

Para usar a lei de Fourier, a condutividade térmica do material deve ser conhecida. Essa propriedade, que é classificada como uma *propriedade de transporte*, fornece uma indicação da taxa na qual a energia é transferida pelo processo de difusão. Ela depende da estrutura física da matéria, atômica e molecular, que está relacionada ao estado da matéria. Nesta seção, analisaremos várias formas da matéria, identificando aspectos importantes dos seus comportamentos e apresentando valores típicos desta propriedade.

2.2.1 Condutividade Térmica

A partir da lei de Fourier, Equação 2.6, a condutividade térmica associada à condução na direção x é definida como

$$k_x \equiv -\frac{q_x''}{(\partial T/\partial x)}$$

Definições similares são associadas às condutividades térmicas nas direções y e z (k_y, k_z), porém para um material isotrópico a condutividade térmica é independente da direção de transferência, $k_x = k_y = k_z \equiv k$.

Da equação anterior tem-se que, para um dado gradiente de temperatura, o fluxo térmico por condução aumenta com o aumento da condutividade térmica. Em geral, a condutividade térmica de um sólido é maior do que a de um líquido, que, por sua vez, é maior do que a de um gás. Conforme ilustrado na Figura 2.4, a condutividade térmica de um sólido pode ser mais do que quatro ordens de grandeza superior à de um gás. Essa tendência se deve, em grande parte, à diferença no espaçamento intermolecular nos dois estados.

O Estado Sólido Na visão moderna dos materiais, um sólido pode ser composto por elétrons livres e átomos ligados em um arranjo periódico chamado de *lattice*. Conseqüentemente, o trans-

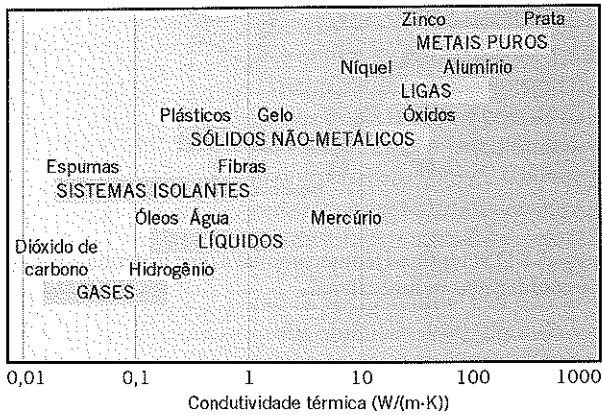



FIGURA 2.4 Faixas da condutividade térmica de vários estados da matéria a temperaturas e pressões normais.

porte de energia térmica pode ser devido a dois efeitos: migração de elétrons livres e ondas vibracionais no *lattice*. Quando visto como um fenômeno de partículas, os *quanta* da vibração do *lattice* são chamados de *fônons*. Em metais puros, a contribuição dos elétrons para a transferência de calor por condução predomina, enquanto em não-condutores e semicondutores a contribuição dos fônons é dominante.

A teoria cinética fornece a expressão a seguir para a condutividade térmica [1]:

$$k = \frac{1}{3} C \bar{c} \lambda_{\text{lpm}} \tag{2.7}$$

Para materiais condutores como os metais, $C \equiv C_e$ é o calor específico do elétron por unidade de volume, $\bar{c}$ é a velocidade média do elétron e $\lambda_{\text{lpm}} \equiv \lambda_e$ é o livre percurso médio do elétron, que é definido como a distância média percorrida por um elétron antes de colidir com uma imperfeição no material ou com um fônon. Em sólidos não-condutores, $C \equiv C_f$ é o calor específico do fônon, $\bar{c}$ é a velocidade média do som e $\lambda_{\text{lpm}} \equiv \lambda_f$ é o livre percurso médio do fônon, que novamente é determinado por colisões com imperfeições ou outros fônons. Em todos os casos, a condutividade térmica aumenta na medida em que o livre percurso médio dos *transportadores de energia* (elétrons ou fônons) é aumentado.

Quando elétrons e fônons transportam energia térmica levando à transferência de calor por condução em um sólido, a condutividade térmica k pode ser representada por

$$k = k_e + k_f \tag{2.8}$$

Em uma primeira aproximação, k_e é inversamente proporcional à resistividade elétrica, ρ_e. Para metais puros, que possuem um valor baixo de ρ_e, k_e é muito maior do que k_f. Ao contrário, para ligas, que possuem um valor de ρ_e substancialmente mais elevado, a contribuição de k_f para k passa a não ser mais desprezível. Para sólidos não-metálicos, k é determinada principalmente por k_f, que aumenta na medida em que a freqüência das interações entre os átomos e o *lattice* diminuem. A regularidade do arranjo do *lattice* tem um efeito importante em k_f, com materiais cristalinos (bem-ordenados), como o quartzo, possuindo uma condutividade térmica maior do que materiais amorfos, como o vidro.

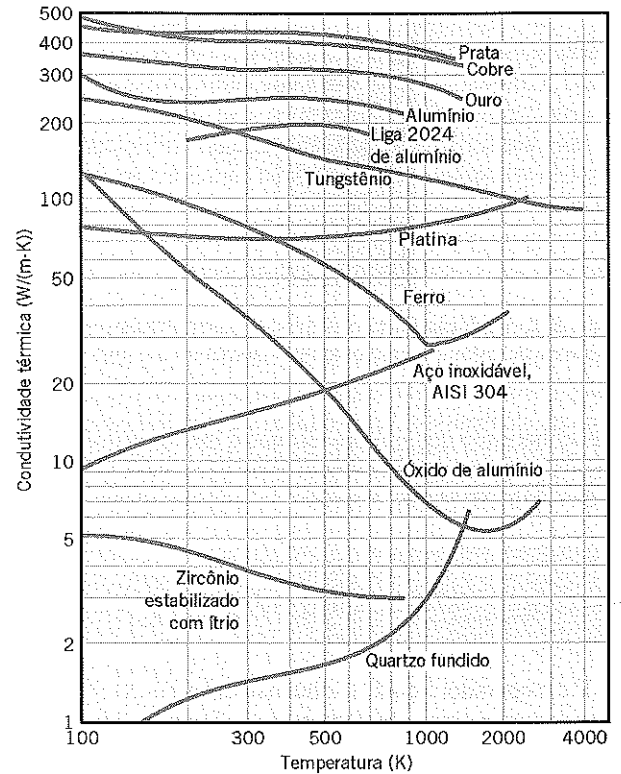



FIGURA 2.5 A dependência com a temperatura da condutividade térmica de sólidos selecionados.

Na realidade, para sólidos cristalinos não-metálicos, tais como o diamante e o óxido de berílio, k_f podem ser bastante grandes, excedendo valores de k associados a bons condutores, como o alumínio.

A dependência de k com a temperatura é mostrada na Figura 2.5 para sólidos metálicos e não-metálicos representativos. Valores de materiais selecionados, de importância técnica, também são fornecidos na Tabela A.1 (sólidos metálicos) e nas Tabelas A.2 e A.3 (sólidos não-metálicos). Análises mais detalhadas da condutividade térmica estão disponíveis na literatura [2].

O Estado Sólido: Efeitos em Escalas Micro e Nano Na discussão anterior, a condutividade térmica *global* é descrita e os respectivos valores, listados nas Tabelas A.1 a A.3, são apropriados para o uso quando as dimensões físicas do material de interesse são relativamente grandes. Este é o caso em muitos problemas tradicionais de engenharia. Entretanto, em algumas áreas da tecnologia, como a microeletrônica, as dimensões características dos materiais podem ser da ordem de micrômetros ou nanômetros. Nesses casos, deve-se tomar cuidado para levar em conta as possíveis modificações em k que podem ocorrer na medida em que as dimensões físicas ficam pequenas.

Seções transversais de *filmes* do mesmo material que possuem espessuras L_1 e L_2 são mostradas na Figura 2.6. Elétrons ou fônons que estão associados à condução de energia térmica são também mostrados qualitativamente. Note que as fronteiras físicas do filme agem no *espalhamento* dos transportadores de energia e no *redirecionamento* de sua propagação. Para grandes L/λ_{lpm} (Figura 2.6*a*), o efeito das fronteiras na redução do comprimento *médio* da trajetória do transportador de energia é me-

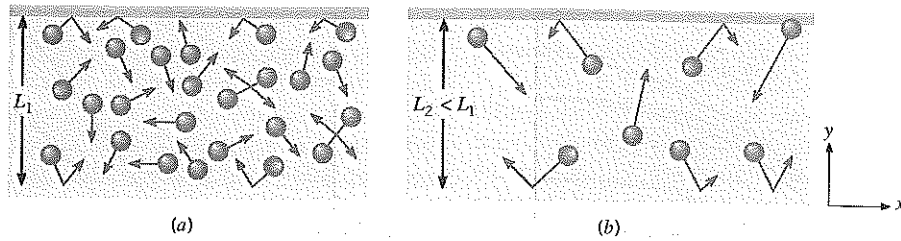



FIGURA 2.6 Trajetórias de elétrons e fônons com efeitos de fronteiras em (*a*) um filme relativamente espesso e (*b*) um filme relativamente fino.

nor e a transferência de calor por condução ocorre como descrito de forma global nos materiais. Contudo, na medida em que o filme se torna mais fino, as fronteiras físicas do material podem diminuir a distância média *líquida* percorrida pelos transportadores de energia, como mostrado na Figura 2.6*b*. Além disso, elétrons e fônons que se movimentam na diminuta direção *y* (representando a condução na direção *y*) são afetados pelas fronteiras de uma forma mais significativa do que os transportadores de energia que se movem na direção *x*. Desta forma, para filmes caracterizados por pequenos L/λ_{lpm}, temos que $k_y < k_x < k$, onde k é a condutividade térmica global do material do filme.

Para $L/\lambda_{lpm} \geq 1$, valores para k_x e k_y podem ser estimados com 20% de precisão a partir das seguintes expressões[1]:

$$k_x/k = 1-2\lambda_{lpm}/(3\pi L) \quad (2.9a)$$

$$k_y/k = 1-\lambda_{lpm}/(3L) \quad (2.9b)$$

As Equações 2.9a,b revelam que os valores de k_x e k_y se afastam no máximo aproximadamente 5% da condutividade térmica global se $L/\lambda_{lpm} > 7$ (para k_y) e $L/\lambda_{lpm} > 4{,}5$ (para k_x). Valores do livre percurso médio, assim como da espessura de filme crítica, L_{crit}, abaixo da qual os efeitos de microescala têm que ser considerados, são incluídos na Tabela 2.1 para alguns materiais a $T \approx 300$ K. Para filmes com $\lambda_{lpm} < L < L_{crit}$, k_x e k_y são determinados a partir dos valores globais como indicado nas Equações 2.9*a*, *b*. Não há regras gerais para prever valores das condutividades térmicas para $L/\lambda_{lpm} < 1$. Note que, em sólidos, os valores de λ_{lpm} diminuem na medida em que a temperatura aumenta.

Em adição ao espalhamento a partir das fronteiras físicas, como no caso da Figura 2.6*b*, os transportadores de energia podem ser redirecionados por *dopantes* químicos impregnados no material ou pelas *fronteiras dos grãos*, que separam *clusters* individuais do material em outro modo de matéria homogênea. *Materiais nanoestruturados* são quimicamente idênticos aos seus correspondentes na forma convencional, porém são processados termicamente para fornecer tamanhos de grãos muito pequenos no material final e, na perspectiva da transferência de calor, há um aumento significativo do espalhamento e da reflexão dos transportadores de energia nas fronteiras dos grãos.

Valores medidos da condutividade térmica de um material nanoestruturado de zircônio estabilizado com ítrio são mostrados na Figura 2.7. Esta cerâmica particular é largamente usada com objetivos de isolamento térmico em dispositivos de combustão a alta temperatura, como motores de turbina a gás. A condução é dominada pela transferência de fônons e o livre percurso médio dos transportadores de energia na forma de fônons é, a partir da Tabela 2.1, $\lambda_{lpm} = 25$ nm a 300 K. Na medida em que o tamanho dos grãos é reduzido para dimensões características menores do que 25 nm (e mais fronteiras de grãos são introduzidas no material por unidade de volume), ocorre uma significativa redução da condutividade térmica. A extrapolação dos resultados da Figura 2.7 para temperaturas maiores não é recomendada, pois o livre percurso médio diminui com o aumento da temperatura ($\lambda_{lpm} \approx 4$ nm para $T \approx 1525$ K) *e* grãos do material podem coalescer, se unir e aumentar a temperaturas elevadas. Conseqüentemente, L/λ_{lpm} se torna maior em altas temperaturas e a redução de k devido aos efeitos em nanoescala é menos pronunciada.

O Estado Fluido O estado fluido inclui tanto líquidos quanto gases. Como o espaçamento intermolecular é muito maior e o movimento das moléculas é mais aleatório para o estado fluido em relação ao estado sólido, o transporte de energia térmica é menos efetivo. Conseqüentemente, a condutividade térmica de gases e de líquidos é geralmente menor do que a de sólidos.

O efeito da temperatura, da pressão e das espécies químicas presentes na condutividade térmica de um gás pode ser explicado pela teoria cinética dos gases [5]. Desta teoria sabe-se que a condutividade térmica é diretamente proporcional à densidade do gás, à velocidade molecular média $\bar{c}$ e ao livre percurso médio λ_{lpm}, que é a distância média percorrida por um

TABELA 2.1 Livre percurso médio e espessura de filme crítica para vários materiais a T ≈ 300 K[3,4]

Material	λ_{lpm} (nm)	$L_{crit,y}$ (nm)	$L_{crit,x}$ (nm)
Arsenito de gálio	23	160	100
Diamante(IIa)	315	2200	1400
Dióxido de silício	0,6	4	3
Ouro	31	220	140
Óxido de alumínio	5,08	36	22
Silício	43	290	180
Zircônio estabilizado com ítrio	25	170	110

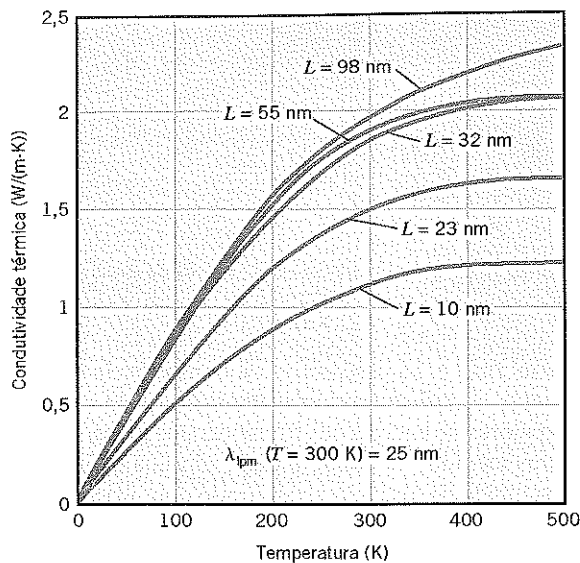



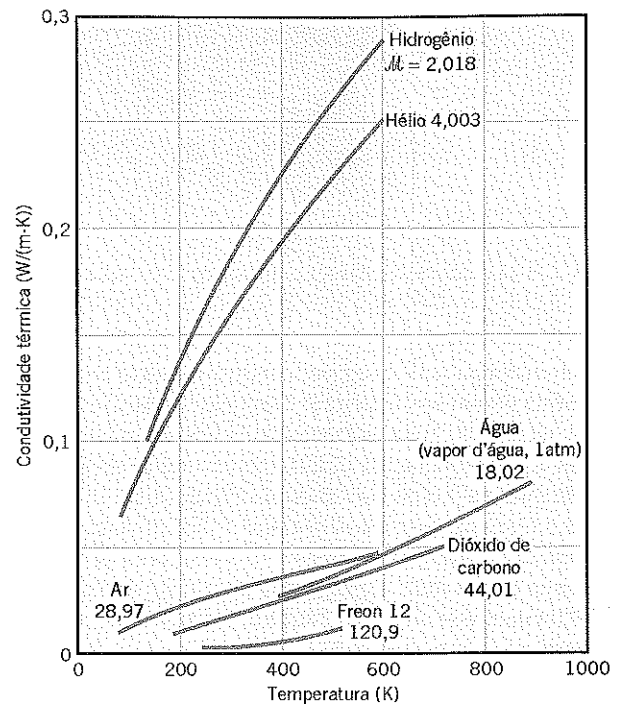
FIGURA 2.7 Condutividades térmicas medidas do zircônio estabilizado com ítrio como uma função da temperatura e do tamanho médio dos grãos [3].

FIGURA 2.8 A dependência com a temperatura da condutividade térmica de gases selecionados a pressões normais. Massas moleculares ($\mathcal{M}$) dos gases também são mostradas.

transportador de energia (uma molécula) antes de experimentar uma colisão.

$$k = \frac{1}{3} c_v \rho \bar{c} \lambda_{ipm} \tag{2.10}$$

Uma vez que $\bar{c}$ aumenta com o aumento da temperatura e com a diminuição da massa molecular, a condutividade térmica de um gás aumenta com a elevação da temperatura e com a diminuição da massa molecular. Essas tendências são mostradas na Figura 2.8. Contudo, como ρ e λ_{ipm} são direta e inversamente proporcionais à pressão do gás, respectivamente, a condutividade térmica é independente da pressão, à exceção de casos extremos como, por exemplo, quando as condições se aproximam daquelas do vácuo perfeito. Conseqüentemente, a hipótese de que k é independente da pressão do gás para grandes volumes de gás é apropriada para as faixas de pressão de interesse neste texto. Dessa forma, embora os valores de k apresentados na Tabela A.4 se refiram à pressão atmosférica ou à pressão de saturação correspondente à temperatura dada, eles podem ser usados em uma faixa ampla de pressões.

As condições moleculares associadas ao estado líquido são mais difíceis de serem descritas e os mecanismos físicos envolvidos na explicação da condutividade térmica não são bem entendidos[6]. A condutividade térmica de líquidos não-metálicos geralmente diminui com o aumento da temperatura. Como mostrado na Figura 2.9, água, glicerina e óleo de motor são notáveis exceções. A condutividade térmica de líquidos normalmente não varia com a pressão, exceto nas proximidades do ponto crítico. Também é geralmente verdade que a condutividade térmica diminui com o aumento da massa molecular. Valores da condutividade térmica são freqüentemente tabelados em função da temperatura para o estado saturado do líquido. As Tabelas A.5 e A.6 apresentam esses dados para vários líquidos de uso comum.

Metais líquidos são freqüentemente utilizados em aplicações com elevados fluxos térmicos, tais como as que existem em usinas nucleares de potência. A condutividade térmica desses líquidos é dada na Tabela A.7. Observe que os valores são muito maiores do que aqueles dos líquidos não-metálicos [7].

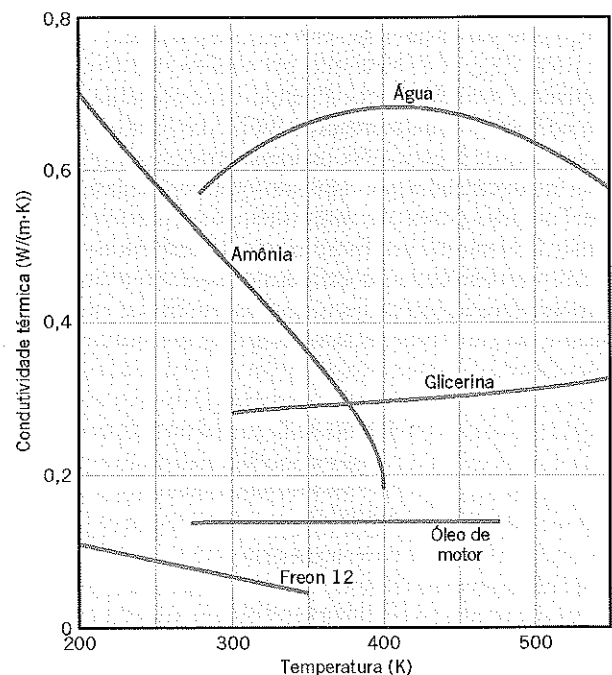



FIGURA 2.9 A dependência com a temperatura da condutividade térmica de líquidos não-metálicos selecionados sob condições saturadas.

O Estado Fluido: Efeitos em Escalas Micro e Nano Como no estado sólido, a condutividade térmica global pode ser modificada na medida em que as dimensões características do sistema se tornam pequenas, em particular para valores pequenos de L/λ_{lpm}. Assim como na situação mostrada na Figura 2.6*b*, o livre percurso médio das moléculas se torna restrito quando o fluido é, por exemplo, contido em um reservatório de pequena dimensão física.

Sistemas de Isolamento Isolantes térmicos são constituídos por materiais de baixa condutividade térmica combinados para obter uma condutividade térmica do sistema ainda menor. Nos isolantes tradicionais do tipo *fibras*, *pós*, ou *flocos*, o material sólido encontra-se finamente disperso em um espaço contendo ar. Tais sistemas são caracterizados por uma *condutividade térmica efetiva*, que depende da condutividade térmica e das propriedades radiantes da superfície do material sólido, bem como da natureza e da fração volumétrica de ar ou espaços vazios. Um importante parâmetro do sistema é a sua densidade aparente (massa do sólido/volume total), que depende fortemente da forma na qual o material está empacotado.

Se pequenos espaços são formados pela ligação ou fundição de porções do material sólido, uma matriz rígida é criada. Quando não há ligação entre esses espaços, o sistema é conhecido como um isolante *celular*. Exemplos de tais isolantes rígidos são sistemas de *espumas*, particularmente aqueles feitos com materiais plásticos ou vítreos. Isolantes *refletivos* são compostos por múltiplas e paralelas camadas de folhas finas ou lâminas de alta refletividade, que são espaçadas entre si de modo a refletir a energia radiante de volta à sua origem. O espaçamento entre as folhas é projetado de modo a restringir o movimento do ar e, em isolantes de alta *performance*, há vácuo nesse espaço. Em todos os tipos de isolantes, vácuo nos espaços vazios implica na redução da condutividade térmica efetiva do sistema.

É importante reconhecer que a transferência de calor através de qualquer um desses sistemas de isolamento pode incluir vários modos: condução através dos materiais sólidos; condução ou convecção através do ar nos espaços vazios e troca radiante entre superfícies da matriz sólida. A condutividade térmica efetiva leva em consideração todos esses processos e valores para alguns sistemas de isolamento selecionados que estão resumidos na Tabela A.3. Informações básicas adicionais e dados estão disponíveis na literatura [8, 9].

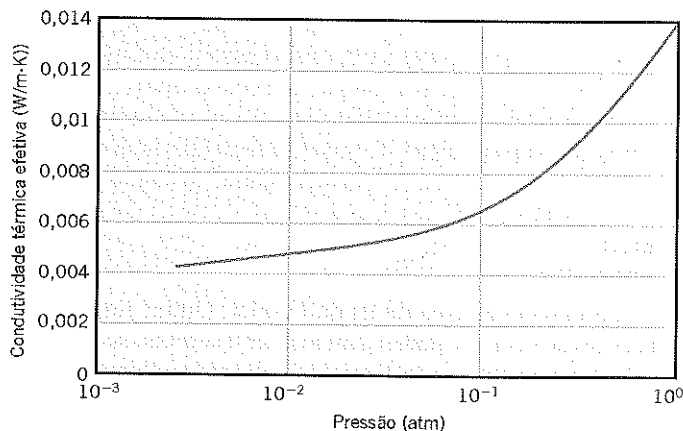



FIGURA 2.10 Condutividade térmica medida de aerogel de sílica dopado com carbono como uma função da pressão a $T \approx 300$ K [10].

Como em filmes finos, efeitos de micro e nanoescala podem influenciar a condutividade térmica efetiva de materiais isolantes. O valor de k para um aerogel de sílica nanoestruturada, que é composto por aproximadamente 5% em volume de material sólido e 95% em volume de ar retido no interior de poros de L $\approx$ 20 nm, é mostrado na Figura 2.10. Note que a $T \approx 300$ K, o livre percurso médio do ar na pressão atmosférica é aproximadamente 80 nm. Na medida em que a pressão é reduzida, o λ_{lpm} cresceria para um gás não-confinado, mas o movimento molecular do ar retido está restrito pelas paredes dos pequenos poros e k é reduzido a valores extremamente baixos em relação às condutividades térmicas de materiais convencionais mostrados na Figura 2.4.

2.2.2 Outras Propriedades Relevantes

Em nossa análise de problemas da transferência de calor, será necessário o uso de várias propriedades da matéria. Essas propriedades são geralmente conhecidas por propriedades *termofísicas* e incluem duas categorias distintas: as propriedades de *transporte* e as propriedades *termodinâmicas*. As propriedades de transporte incluem os coeficientes das taxas de difusão, como k, a condutividade térmica (para a transferência de calor), e ν, a viscosidade cinemática (para a transferência de momento). As propriedades termodinâmicas, por outro lado, dizem respeito ao estado de equilíbrio de um sistema. A densidade (ρ) e o calor específico (c_p) são duas dessas propriedades muito usadas na análise termodinâmica. O produto ρc_p (J/(m^3·K)), comumente chamado de capacidade calorífica volumétrica, mede a capacidade de um material de armazenar energia térmica. Uma vez que substâncias que possuem densidade elevada são tipicamente caracterizadas por calores específicos com valores pequenos, muitos sólidos e líquidos, que são considerados meios bons para o armazenamento de energia, possuem capacidades caloríficas comparáveis ($\rho c_p > 1$ MJ/(m^3·K)). Entretanto, devido às suas muito baixas densidades, os gases são muito pouco adequados para o armazenamento de energia térmica ($\rho c_p \approx 1$ kJ/(m^3·K)). Os valores da densidade e do calor específico para uma grande variedade de sólidos, líquidos e gases são fornecidos nas tabelas do Apêndice A.

Em análises da transferência de calor, a razão entre a condutividade térmica e a capacidade calorífica volumétrica é uma importante propriedade chamada *difusividade térmica* α, que possui como unidades de m^2/s:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

Ela mede a capacidade do material de conduzir energia térmica em relação à sua capacidade de armazená-la. Materiais com elevados α responderão rapidamente a mudanças nas condições térmicas a eles impostas, enquanto materiais com reduzidos α responderão mais lentamente, levando mais tempo para atingir uma nova condição de equilíbrio.

A precisão dos cálculos de engenharia depende da exatidão com que são conhecidos os valores das propriedades termofísicas [11-13]. Poderiam ser citados numerosos exemplos de defeitos em equipamentos e no projeto de processos, ou então de não-atendimento de especificações de *performance*, que poderiam ser atribuídos a informações erradas associadas à seleção de valores de propriedades-chaves utilizados na análise inicial do siste-

ma. A seleção de dados confiáveis para as propriedades é uma parte importante em qualquer análise criteriosa em engenharia. O uso ocasional de dados que não foram bem caracterizados ou avaliados, como podem ser achados em algumas literaturas e em manuais, deve ser evitado. Valores recomendados para muitas propriedades termofísicas podem ser obtidos a partir da Referência 14. Essa referência, disponível na maioria das bibliotecas institucionais, foi preparada pelo Centro de Pesquisas de Propriedades Termofísicas (*Thermophysical Properties Research Center* - TPRC), na Universidade de Purdue.

EXEMPLO 2.1

A difusividade térmica α é a propriedade de transporte que controla um processo de transferência de calor por condução em regime transiente. Usando os valores apropriados de k, ρ e c_p, disponíveis no Apêndice A, calcule α para os seguintes materiais nas temperaturas indicadas: alumínio puro, 300 e 700 K; carbeto de silício, 1.000 K; parafina, 300 K.

SOLUÇÃO

Dados: Definição da difusividade térmica α.

Achar: Valores numéricos de α para materiais especificados em temperaturas definidas.

Propriedades: Tabela A.1, alumínio puro (300 K):

$$\left.\begin{aligned} \rho &= 2702\ \text{kg/m}^3 \\ c_p &= 903\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ k &= 237\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \end{aligned}\right\} \alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{237\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{2702\ \text{kg/m}^3 \times 903\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}$$

$$= 97{,}1 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Tabela A.1, alumínio puro (700 K):

$$\begin{aligned} \rho &= 2702\ \text{kg/m}^3 && \text{a 300 K} \\ c_p &= 1090\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} && \text{a 700 K (por interpolação linear)} \\ k &= 225\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} && \text{a 700 K (por interpolação linear)} \end{aligned}$$

Donde

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{225\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{2702\ \text{kg/m}^3 \times 1090\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}} = 76 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Tabela A.2, carbeto de silício (1000 K):

$$\left.\begin{aligned} \rho &= 3160\ \text{kg/m}^3 && \text{a 300 K} \\ c_p &= 1195\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} && \text{a 1000 K} \\ k &= 87\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} && \text{a 1000 K} \end{aligned}\right\} \alpha = \frac{87\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{3160\ \text{kg/m}^3 \times 1195\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}$$

$$= 23 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Tabela A.3, parafina (300 K):

$$\left.\begin{aligned} \rho &= 900\ \text{kg/m}^3 \\ c_p &= 2890\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ k &= 0{,}24\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \end{aligned}\right\} \alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0{,}24\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{900\ \text{kg/m}^3 \times 2890\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}$$

$$= 9{,}2 \times 10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Observe a dependência das propriedades termofísicas do alumínio e do carbeto de silício em relação à temperatura. Por exemplo, para o carbeto de silício, $\alpha(1000\ \text{K}) \approx 0{,}1 \times \alpha(300\ \text{K})$; logo, as propriedades desse material apresentam uma grande dependência da temperatura.
2. A interpretação física de α é que ela fornece uma medida do transporte de calor (k) em relação ao armazenamento de energia (ρc_p). Em geral, os sólidos metálicos possuem elevados α, enquanto os não-metálicos (por exemplo, a parafina) possuem valores de α mais baixos.
3. A interpolação linear dos valores das propriedades é em geral aceitável nos cálculos de engenharia.
4. O uso de densidades obtidas a uma temperatura baixa (300 K) em cálculos que envolvem temperaturas mais elevadas ignora os efeitos da expansão térmica, mas também é aceitável para cálculos de engenharia.

2.3 A Equação da Difusão de Calor (Difusão Térmica)

Um dos objetivos principais da análise da condução de calor é determinar o *campo de temperaturas* em um meio resultante das condições impostas em suas fronteiras. Ou seja, desejamos conhecer a *distribuição de temperaturas*, que representa como a temperatura varia com a posição no meio. Uma vez conhecida essa distribuição, o fluxo de calor por condução (fluxo térmico condutivo) em qualquer ponto do meio ou na sua superfície pode ser determinado através da lei de Fourier. Outras importantes grandezas de interesse podem também ser determinadas. Para um sólido, o conhecimento da distribuição de temperaturas pode ser usado para verificar a sua integridade estrutural através da determinação de tensões, expansões e deflexões térmicas. A distribuição de temperaturas também pode ser usada para otimizar a espessura de um material isolante ou para determinar a com-

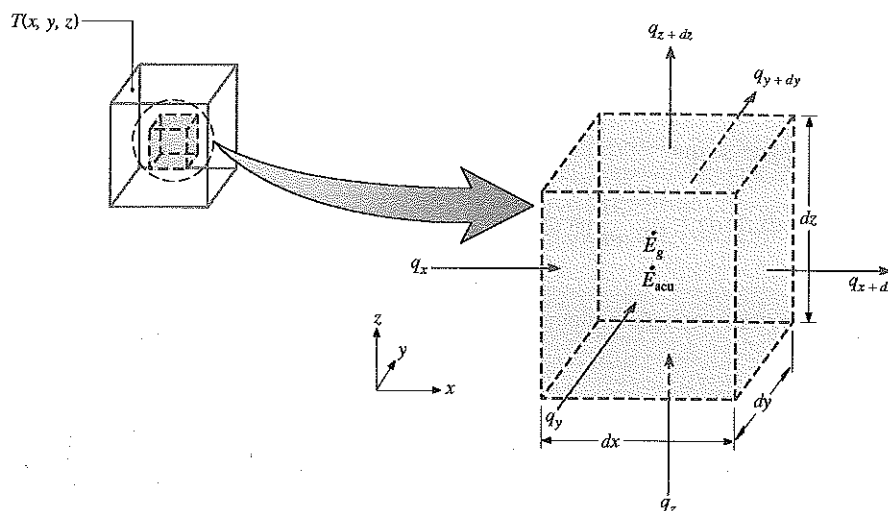



FIGURA 2.11 Volume de controle diferencial, *dx dy dz*, para análise da condução em coordenadas cartesianas.

patibilidade entre revestimentos especiais ou adesivos usados com o material.

Agora consideramos a forma pela qual a distribuição de temperaturas pode ser determinada. O procedimento segue a metodologia, descrita na Seção 1.3.3, de aplicação da exigência de conservação da energia. Neste caso, define-se um *volume de controle diferencial*, identificam-se os processos de transferência de energia relevantes e substituem-se as equações das taxas de transferência de calor apropriadas. O resultado é uma equação diferencial cuja solução, para condições de contorno especificadas, fornece a distribuição de temperaturas no meio.

Considere um meio homogêneo no interior do qual não há movimento macroscópico (advecção) e a distribuição de temperaturas $T(x,y,z)$ está representada em coordenadas cartesianas. Seguindo a metodologia de aplicar a exigência de conservação da energia (Seção 1.3.3), inicialmente definimos um volume de controle infinitesimalmente pequeno (diferencial), $dx{\cdot}dy{\cdot}dz$, conforme mostrado na Figura 2.11. Optando por formular a primeira lei para um dado instante do tempo, a segunda etapa consiste em identificar os processos energéticos que são relevantes para esse volume de controle. Se há gradientes de temperatura, irá ocorrer transferência de calor por condução através de cada uma das superfícies de controle. As taxas de transferência de calor por condução perpendiculares a cada uma das superfícies de controle na posição de coordenadas x, y e z são indicadas pelos termos q_x, q_y e q_z, respectivamente. As taxas de transferência de calor por condução nas superfícies opostas podem, então, ser expressas como uma expansão em série de Taylor na qual, desprezando-se os termos de ordens superiores, tem-se

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \qquad (2.11a)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \qquad (2.11b)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \qquad (2.11c)$$

Em palavras, a Equação 2.11a afirma simplesmente que o componente x da taxa de transferência de calor na posição $x + dx$ é igual ao valor desse componente em x somado à quantidade pela qual ele varia com x multiplicada por dx.

No interior do meio pode haver, também, um termo de *fonte de energia* associado à taxa de geração de energia térmica. Esse termo é representado como

$$\dot{E}_g = \dot{q}\, dx\, dy\, dz \qquad (2.12)$$

onde $\dot{q}$ é a taxa na qual a energia é gerada por unidade de volume do meio (W/m³). Além disso, também podem ocorrer variações na quantidade de energia interna térmica armazenada pela matéria no interior do volume de controle. Na ausência de mudança de fase, os efeitos da energia latente não são pertinentes, e o termo referente ao *acúmulo de energia* pode ser escrito como

$$\dot{E}_{acu} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx\, dy\, dz \qquad (2.13)$$

onde $\rho c_p\, \partial T/\partial t$ é a taxa de variação com o tempo da energia sensível (térmica) do meio, por unidade de volume.

Mais uma vez, é importante notar que os termos $\dot{E}_g$ e $\dot{E}_{acu}$ representam processos físicos diferentes. O termo referente à geração de energia $\dot{E}_g$ é a manifestação de algum processo de conversão de energia, envolvendo, de um lado, energia térmica e, de outro, alguma outra forma de energia, como energia química, elétrica ou nuclear. O termo é positivo (uma *fonte*) se a energia térmica está sendo gerada no material à custa de alguma outra forma de energia; ele é negativo (um *sumidouro*) se energia térmica está sendo consumida. Por outro lado, o termo relativo ao acúmulo de energia $\dot{E}_{acu}$ se refere à taxa de variação da energia térmica acumulada pela matéria.

A última etapa da metodologia descrita na Seção 1.3.3 consiste em representar a conservação de energia utilizando as equações de taxas anteriormente desenvolvidas. Em uma base de *taxa*, a forma geral da exigência de conservação da energia é

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu} \qquad (1.11c)$$

Logo, reconhecendo que as taxas de condução de calor constituem a entrada de energia, $\dot{E}_{ent}$, e a saída de energia, $\dot{E}_{sai}$, e substituindo as Equações 2.12 e 2.13, obtemos

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q}\,dx\,dy\,dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}\,dx\,dy\,dz \qquad (2.14)$$

Substituindo as Equações 2.11, segue-se que

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}dz + \dot{q}\,dx\,dy\,dz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}\,dx\,dy\,dz \qquad (2.15)$$

As taxas de transferência de calor por condução podem ser determinadas pela lei de Fourier,

$$q_x = -k\,dy\,dz\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (2.16a)$$

$$q_y = -k\,dx\,dz\frac{\partial T}{\partial y} \qquad (2.16b)$$

$$q_z = -k\,dx\,dy\frac{\partial T}{\partial z} \qquad (2.16c)$$

onde cada componente do fluxo térmico da Equação 2.6 foi multiplicado pela área da superfície de controle (diferencial) apropriada para obter a taxa de transferência de calor. Substituindo as Equações 2.16 na Equação 2.15 e dividindo todos os termos pelas dimensões do volume de controle ($dx{\cdot}dy{\cdot}dz$), obtemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.17)$$

A Equação 2.17 é a forma geral, em coordenadas cartesianas, da equação da difusão de calor. Essa equação, freqüentemente chamada de *equação do calor*, fornece a ferramenta básica para a análise da condução de calor. A partir de sua solução, podemos obter a distribuição de temperaturas $T(x,y,z)$ como uma função do tempo. A aparente complexidade dessa expressão não deve obscurecer o fato de que ela descreve uma condição física importante, qual seja, a conservação da energia. Você deve possuir uma clara compreensão do significado físico de cada uma das parcelas que aparecem nessa equação. Por exemplo, a parcela $\partial(k\partial T/\partial x)/\partial x$ está relacionada ao fluxo líquido de calor por condução *para o* interior do volume de controle na direção da coordenada x. Desta forma, multiplicando por dx,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx = q''_x - q''_{x+dx} \qquad (2.18)$$

Expressões similares se aplicam aos fluxos nas direções y e z. Portanto, em palavras, a Equação 2.17 postula que *em qualquer ponto do meio, a taxa líquida de transferência de energia por condução para o interior de um volume unitário somada à taxa volumétrica de geração de energia térmica deve ser igual à taxa de variação da energia térmica acumulada no interior deste volume.*

Com freqüência, é possível trabalhar com versões simplificadas da Equação 2.17. Por exemplo, se a condutividade térmica for constante, a equação do calor será

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.19)$$

onde $\alpha = k/(\rho c_p)$ é a *difusividade térmica*. Simplificações adicionais da forma geral da equação do calor são freqüentemente possíveis. Por exemplo, em condições de *regime estacionário* não pode haver variação na quantidade da energia armazenada; assim, a Equação 2.17 se reduz a

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = 0 \qquad (2.20)$$

Além disso, se a transferência de calor for *unidimensional* (por exemplo, na direção x) e *não existir geração de energia*, a Equação 2.20 se reduz a

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0 \qquad (2.21)$$

A importante conseqüência desse resultado é que, *em condições de transferência de calor unidimensional, em regime estacionário, sem geração de energia*, o fluxo de calor é uma constante na direção da transferência ($d\dot{q}''_x/dx = 0$).

A equação do calor também pode ser escrita em coordenadas cilíndricas e esféricas. Os volumes de controle diferenciais para esses dois sistemas de coordenadas são mostrados nas Figuras 2.12 e 2.13.

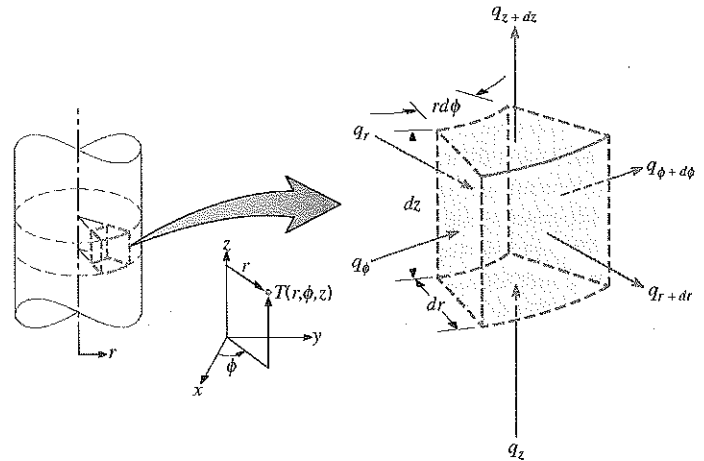



FIGURA 2.12 Volume de controle diferencial, $dr{\cdot}rd\phi{\cdot}dz$, para análise da condução em coordenadas cilíndricas (r, ϕ,z).

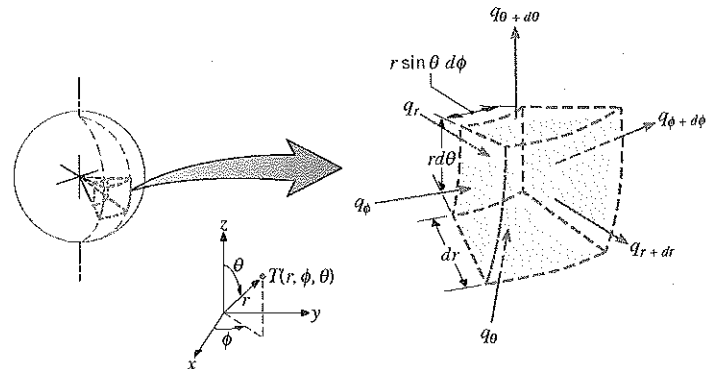



FIGURA 2.13 Volume de controle diferencial, $dr{\cdot}r\text{sen}(\theta)d\phi{\cdot}rd\theta$, para análise da condução em coordenadas esféricas (r, ϕ,θ).

Coordenadas Cilíndricas Quando o operador grad (∇) da Equação 2.3 é representado em coordenadas cilíndricas, a forma geral do vetor fluxo térmico e, portanto, da lei de Fourier é

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\mathbf{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \mathbf{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} + \mathbf{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (2.22)$$

na qual

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.23)$$

são os componentes do fluxo térmico nas direções radial, circunferencial e axial, respectivamente. Aplicando um balanço de energia no volume de controle diferencial da Figura 2.12, a seguinte forma geral da equação do calor é obtida:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.24)$$

Coordenadas Esféricas Em coordenadas esféricas, a forma geral do vetor fluxo térmico e da lei de Fourier é

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\mathbf{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \mathbf{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + \mathbf{k}\frac{1}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) \quad (2.25)$$

na qual

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\theta = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (2.26)$$

são os componentes do fluxo térmico nas direções radial, polar e azimutal, respectivamente. Aplicando um balanço de energia no volume de controle diferencial da Figura 2.13, a seguinte forma geral da equação do calor é obtida:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.27)$$

Uma vez que é importante que você seja capaz de aplicar os princípios de conservação em volumes de controle diferenciais, você deve tentar deduzir a Equação 2.24 ou 2.27 (veja os Problemas 2.35 e 2.36). Note que o gradiente de temperatura na lei de Fourier deve ter unidades de K/m. Por esse motivo, ao determinar o gradiente para uma coordenada angular, ele deve estar expresso em termos de uma variação diferencial de *comprimento do arco*. Por exemplo, o componente do fluxo térmico na direção circunferencial no sistema de coordenadas cilíndricas é $\dot{q}_\phi = -(k/r)(\partial T/\partial \phi)$ e não $\dot{q}_\phi = -k(\partial T/\partial \phi)$.

EXEMPLO 2.2

A distribuição de temperaturas ao longo de uma parede com espessura de 1 m, em um certo instante de tempo, é dada por

$$T(x) = a + bx + cx^2$$

na qual T está em graus Celsius e x em metros, enquanto a = 900°C, b = −300°C/m, e c = −50°C/m². Uma geração de calor uniforme, $\dot{q}$ = 1000 W/m³, está presente na parede, cuja área é de 10 m². O seu material possui as seguintes propriedades: ρ = 1600 kg/m³, k = 40 W/(m K) e c_p = 4 kJ/(kg K).

1. Determine a taxa de transferência de calor que entra na parede (x = 0) e que deixa a parede (x = 1 m).
2. Determine a taxa de variação da energia acumulada na parede.
3. Determine a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo nas posições x = 0; 0,25 e 0,5 m.

SOLUÇÃO

Dados: Distribuição de temperaturas $T(x)$ em um dado instante de tempo t em uma parede unidimensional com geração de calor uniforme.

Achar:

1. As taxas de transferência de calor entrando, $q_{ent}(x = 0)$, e saindo, $q_{sai}(x = 1\text{ m})$, da parede.
2. A taxa de variação da energia acumulada na parede, $\dot{E}_{acu}$.
3. A taxa de variação da temperatura em relação ao tempo em x = 0; 0,25 e 0,5 m.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional na direção x.
2. Meio isotrópico com propriedades constantes.
3. Geração de calor interna uniforme, $\dot{q}$(W/m³).

Análise:

1. Lembre-se de que, uma vez conhecida a distribuição de temperaturas no meio, a determinação da taxa de transferência de calor por condução em qualquer ponto desse meio, ou nas suas superfícies, é uma tarefa simples com o uso da lei de Fourier. Assim, as taxas de transferência de calor desejadas

podem ser determinadas através da utilização da distribuição de temperaturas dada com a Equação 2.1. Desta forma,

$$q_{ent} = q_x(0) = -kA\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -kA(b + 2cx)_{x=0}$$

$$q_{ent} = -bkA = 300°C/m \times 40\,W/(m\cdot K) \times 10\,m^2 = 120\,kW \quad \triangleleft$$

Analogamente,

$$q_{sai} = q_x(L) = -kA\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=L} = -kA(b + 2cx)_{x=L}$$

$$q_{sai} = -(b + 2cL)kA = -[-300°C/m + 2(-50°C/m^2) \times 1\,m] \times 40\,W/(m\,K) \times 10\,m^2 = 160\,kW \quad \triangleleft$$

2. A taxa de variação da energia acumulada na parede $\dot{E}_{acu}$ pode ser determinada aplicando-se um balanço de energia global na parede. Usando a Equação 1.11c para um volume de controle no entorno da parede,

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu}$$

no qual $\dot{E}_g = \dot{q}AL$. Tem-se, então,

$$\dot{E}_{acu} = \dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = q_{ent} + \dot{q}AL - q_{sai}$$

$$\dot{E}_{acu} = 120\,kW + 1000\,W/m^3 \times 10\,m^2 \times 1\,m - 160\,kW$$

$$\dot{E}_{acu} = -30\,kW \quad \triangleleft$$

3. A taxa de variação da temperatura em relação ao tempo, em qualquer ponto do meio, pode ser determinada pela equação do calor, Equação 2.19, reescrita na forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{\rho c_p}$$

A partir da distribuição de temperaturas dada, tem-se que

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(b + 2cx) = 2c = 2(-50°C/m^2) = -100°C/m^2$$

Note que essa derivada é independente da posição no meio. Assim, a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo é também independente da posição e é dada por

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{40\,W/(m\,K)}{1600\,kg/m^3 \times 4\,kJ/(kg\,K)} \times (-100°C/m^2) + \frac{1000\,W/m^3}{1600\,kg/m^3 \times 4\,kJ/(kg\,K)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -6{,}25 \times 10^{-4}\,°C/s + 1{,}56 \times 10^{-4}\,°C/s = -4{,}69 \times 10^{-4}\,°C/s \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. A partir do resultado anterior, fica evidente que a temperatura em todos os pontos no interior da parede está diminuindo com o tempo.
2. A lei de Fourier pode sempre ser usada para calcular a taxa de transferência de calor por condução a partir do conhecimento da distribuição de temperaturas, mesmo em condições transientes com geração interna de calor.

Efeitos em Microescala Para a maioria das situações práticas, as equações da difusão térmica geradas neste texto podem ser usadas com confiança. Contudo, essas equações estão baseadas no uso da lei de Fourier na descrição dos efeitos condutivos, que não leva em conta a velocidade finita na qual a informação térmica é propagada no meio pelos vários transportadores de energia. As conseqüências da velocidade de propagação finita podem ser desprezadas se os eventos de transferência de calor de interesse ocorrerem em uma escala de tempo suficientemente longa, Δt, como

$$\frac{\lambda_{lpm}}{\bar{c}\Delta t} \ll 1 \qquad (2.28)$$

As equações da difusão térmica deste texto são igualmente inválidas para problemas nos quais o espalhamento nas fronteiras deve ser considerado explicitamente. Por exemplo, a distribuição de temperaturas *no interior* do filme delgado da Figura 2.6*b* não pode ser determinada pelo uso das equações da difusão do calor anteriores. Discussões adicionais de aplicações de transferência de calor e métodos de análise, em micro e nanoescalas, estão disponíveis na literatura [1,15].

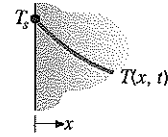
2.4 *Condições de Contorno e Inicial*

Para determinar a distribuição de temperaturas em um meio, é necessário resolver a forma apropriada da equação do calor. No entanto, tal solução depende das condições físicas existentes nas *fronteiras* do meio, e, se a situação variar com o tempo, a solução também depende das condições existentes no meio em algum *instante inicial*. Com relação às *condições nas fronteiras*, ou *condições de contorno*, há várias possibilidades comuns que são expressas de maneira simples em forma matemática. Como a equação do calor é de segunda ordem em relação às coordenadas espaciais, duas condições de contorno devem ser fornecidas para cada coordenada espacial necessária para descrever o sistema. Como a equação é de primeira ordem em relação ao tempo, apenas uma condição, chamada de *condição inicial*, deve ser especificada.

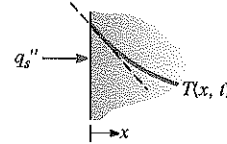
Os três tipos de condições de contorno freqüentemente encontradas na transferência de calor estão resumidos na Tabela 2.2. As condições estão especificados na superfície $x = 0$, para um sistema unidimensional. A transferência de calor se dá no sentido positivo da direção x com a distribuição de temperaturas, que pode ser função do tempo, designada por $T(x,t)$. A primeira condição corresponde a uma situação na qual a superfície é mantida a uma temperatura fixa T_s. Ela é comumente chamada de uma *condição de Dirichlet* ou de uma condição de contorno de *pri-*

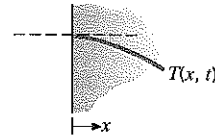
TABELA 2.2 Condições de contorno para a equação da difusão de calor na superfície ($x = 0$)

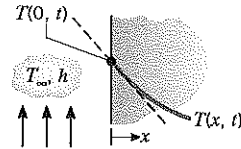
1. Temperatura da superfície constante

$$T(0, t) = T_s \qquad (2.29)$$

2. Fluxo térmico na superfície constante

   (a) Fluxo térmico diferente de zero

$$-k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = q_s'' \qquad (2.30)$$

   (b) Superfície isolada termicamente ou adiabática

$$\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 0 \qquad (2.31)$$

3. Condição de convecção na superfície

$$-k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \qquad (2.32)$$

meira espécie. Ela é aproximada de perto, por exemplo, quando a superfície está em contato com um sólido em fusão ou com um líquido em ebulição. Em ambos os casos há transferência de calor na superfície, enquanto a superfície permanece na temperatura do processo de mudança de fase. A segunda condição corresponde à existência de um fluxo térmico fixo ou constante $\dot{q}_s$ na superfície. Esse fluxo térmico está relacionado ao gradiente de temperatura na superfície pela lei de Fourier, Equação 2.6, que pode ser escrita na forma

$$q_x''(0) = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = q_s''$$

Ela é conhecida por *condição de Neumann* ou como uma condição de contorno de *segunda espécie*, e pode ser obtida através da fixação de um aquecedor elétrico na forma de uma fina película à superfície. Um caso particular dessa condição corresponde a uma superfície *perfeitamente isolada*, ou *adiabática*, superfície na qual $\partial T/\partial X|_{x=0} = 0$. A condição de contorno de *terceira espécie* corresponde à existência, na superfície, de um aquecimento (ou resfriamento) por convecção e é obtida a partir de um balanço de energia na superfície, conforme discutido na Seção 1.3.2.

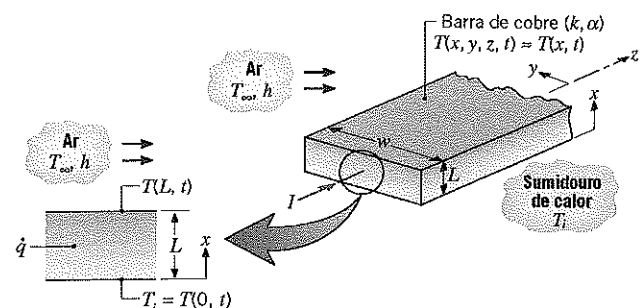
EXEMPLO 2.3

Uma longa barra de cobre com seção transversal retangular, cuja largura w é muito maior do que a sua espessura L, é mantida em contato com um sumidouro de calor em sua superfície inferior, e a temperatura ao longo da barra é aproximadamente igual à do sumidouro, T_i. De repente, uma corrente elétrica é passada através da barra e uma corrente de ar, com temperatura T_∞, é passada sobre a sua superfície superior, enquanto a superfície inferior continua mantida a T_i. Obtenha a equação diferencial e as condições inicial e de contorno que podem ser usadas para determinar a temperatura em função da posição e do tempo na barra.

SOLUÇÃO

Dados: Uma barra de cobre inicialmente em equilíbrio térmico com um sumidouro de calor é subitamente aquecida pela passagem de uma corrente elétrica.

Achar: A equação diferencial e as condições inicial e de contorno necessárias para determinar a temperatura no interior da barra em função da posição e do tempo.

Esquema:

Considerações:

1. Uma vez que a barra é longa e $w \gg L$, os efeitos de pontas e laterais são desprezíveis e a transferência de calor no interior da barra é principalmente unidimensional na direção x.
2. Taxa volumétrica de geração de calor uniforme, $\dot{q}$.
3. Propriedades constantes.

Análise: A distribuição de temperaturas é governada pela equação do calor (2.17), que, para condições unidimensionais e de propriedades constantes do presente problema, se reduz a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1) \quad \triangleleft$$

onde a temperatura é uma função da posição e do tempo, $T(x, t)$. Como essa equação diferencial é de segunda ordem em relação à coordenada espacial x e de primeira ordem em relação ao tempo t, devem ser fornecidas duas condições de contorno na direção x e uma condição, chamada de condição inicial, para o tempo. A condição de contorno para a superfície inferior corresponde ao caso 1 da Tabela 2.2. Em particular, como a temperatura nessa superfície é mantida em um valor, T_i, constante ao longo do tempo, tem-se que

$$T(0, t) = T_i \qquad (2) \quad \triangleleft$$

A condição de transferência de calor por convecção na superfície, caso 3 da Tabela 2.2, é apropriada para a superfície superior. Logo,

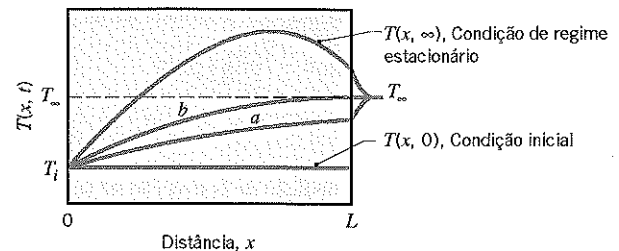
$$-k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] \qquad (3) \quad \triangleleft$$

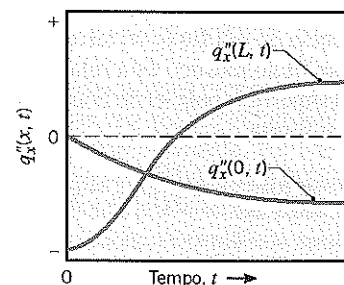
A condição inicial é inferida a partir do reconhecimento de que, antes da mudança nas condições, a barra encontrava-se a uma temperatura uniforme T_i. Assim,

$$T(x, 0) = T_i \qquad (4) \quad \triangleleft$$

Se T_i, T_∞, $\dot{q}$ e h forem conhecidos, as Equações 1 a 4 podem ser resolvidas para se obter a distribuição da temperaturas $T(x, t)$ em função do tempo, após a imposição da corrente elétrica.

Comentários:

1. O *sumidouro de calor* em $x = 0$ poderia ser mantido pela exposição desta superfície a um banho de gelo ou pelo contato com uma *placa fria*. Uma placa fria possui canais refrigerantes que são usinados em um sólido de elevada condutividade térmica (em geral, cobre). Pela circulação de um líquido (em geral, água) através dos canais, a placa, e portanto a superfície com a qual ela está em contato, pode ser mantida a uma temperatura praticamente uniforme.
2. A temperatura da superfície superior, $T(L, t)$, variará com o tempo. Essa temperatura é uma incógnita e pode ser obtida após a determinação de $T(x, t)$.
3. Podemos usar nossa intuição física para esboçar distribuições de temperaturas na barra em tempos selecionados do início ao final do processo transiente. Se considerarmos que $T_\infty > T_i$ e que a corrente elétrica é suficientemente alta para aquecer a barra até temperaturas superiores a T_∞, as distribuições a seguir corresponderiam à condição inicial ($t \leq 0$), à condição final (regime estacionário)($t \to \infty$) e a dois tempos intermediários.

Note que as distribuições satisfazem às condições de contorno e inicial. Qual é a característica particular da distribuição identificada por (b)?

4. Nossa intuição pode, também, ser usada para inferir a forma na qual o fluxo térmico varia com o tempo nas superfícies ($x = 0, L$) da barra. Em coordenadas $q''_x - t$, as variações no transiente são como mostradas a seguir,

Certifique-se de que as variações anteriores são consistentes com as distribuições de temperaturas do Comentário 3. Para $t \to \infty$, como $q''_x(0)$ e $q''_x(L)$ estão relacionados com a taxa volumétrica de geração de energia?

2.5 Resumo

Os principais objetivos deste capítulo foram melhorar o seu entendimento da equação da taxa condutiva (lei de Fourier) e familiarizar você com a equação do calor. Você pode testar o seu entendimento de conceitos relacionados com esses assuntos ao responder as questões a seguir.

- Na formulação geral da *lei de Fourier* (aplicável em qualquer geometria), quais são as grandezas vetoriais e escalares? Por que há um sinal de menos no lado direito desta equação?
- O que é uma *superfície isotérmica*? O que pode ser dito sobre o fluxo térmico em qualquer local desta superfície?

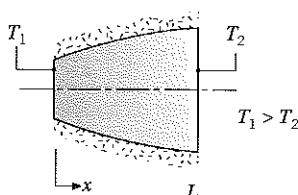
- Qual forma a *lei de Fourier* assume em cada direção ortogonal dos sistemas de coordenadas cartesiano, cilíndrico e esférico? Em cada caso, quais são as unidades do gradiente de temperatura? Você pode escrever cada equação de memória?
- Uma propriedade da matéria importante é definida pela *lei de Fourier*. Qual é ela? Qual é o seu significado físico? Quais são suas unidades?
- O que é um material *isotrópico*?
- Por que geralmente a condutividade térmica de um sólido é maior do que a de um líquido? Por que a condutividade térmica de um líquido é maior do que a de um gás?
- Por que geralmente a condutividade térmica de um sólido condutor elétrico é maior do que a de um não-condutor? Por que materiais como o óxido de berílio, o diamante e o carbeto de silício (veja a Tabela A.2) são exceções a esta regra?
- É a *condutividade térmica efetiva* de um sistema de isolamento uma manifestação verdadeira da eficácia com a qual calor é transferido através do sistema somente por condução?
- Por que a condutividade térmica de um gás aumenta com o aumento da temperatura? Por que ela é aproximadamente independente da pressão?
- Qual é o significado físico da *difusividade térmica*? Como ela é definida e quais são suas unidades?
- Qual é o significado físico de cada termo que aparece na *equação do calor*?
- Cite alguns exemplos de *geração de energia térmica*. Se a taxa na qual a energia térmica é gerada por unidade de volume, $\dot{q}$, variar com a posição em um meio de volume V, como pode ser determinada a taxa de geração de energia para o meio inteiro, $\dot{E}_g$, a partir do conhecimento de $q(x, y, z)$?
- Para um meio com reação química, qual tipo de reação fornece uma *fonte* de energia térmica ($\dot{q} > 0$)? Qual tipo de reação fornece um *sumidouro* de energia térmica ($\dot{q} < 0$)?
- Para resolver a *equação do calor*, determinando a distribuição de temperaturas em um meio, *condições de contorno* nas superfícies do meio devem ser especificadas. Que condições físicas são normalmente adequadas para este objetivo?

Referências

1. Flik, M. I., B.-I. Choi, and K. E. Goodson, *J. Heat Transfer*, **114**, 666, 1992.
2. Klemens, P. G., "Theory of the Thermal Conductivity of Solids," in R. P. Tye, Ed., *Thermal Conductivity*, Vol. 1, Academic Press, London, 1969.
3. Yang, H.-S., G.-R. Bai, L. J. Thompson, and J. A. Eastman, *Acta Materialia*, **50**, 2309, 2002.
4. Chen, G., *J. Heat Transfer*, **118**, 539, 1996.
5. Vincenti, W. G., and C. H. Kruger, Jr., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York, 1986.
6. McLaughlin, E., "Theory of the Thermal Conductivity of Fluids," in R. P. Tye, Ed., *Thermal Conductivity*, Vol. 2, Academic Press, London, 1969.
7. Foust, O. J., Ed., "Sodium Chemistry and Physical Properties," in *Sodium-NaK Engineering Handbook*, Vol. 1, Gordon & Breach, New York, 1972.
8. Mallory, J. F., *Thermal Insulation*, Reinhold Book Corp., New York, 1969.
9. American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, Chapters 23–25 and 31, ASHRAE, New York, 2001.
10. Zeng, S. Q., A. Hunt, and R. Greif, *J. Heat Transfer*, **117**, 1055, 1995.
11. Sengers, J. V., and M. Klein, Eds., *The Technical Importance of Accurate Thermophysical Property Information*, National Bureau of Standards Technical Note No. 590, 1980.
12. Najjar, M. S., K. J. Bell, and R. N. Maddox, *Heat Transfer Eng.*, **2**, 27, 1981.
13. Hanley, H. J. M., and M. E. Baltatu, *Mech. Eng.*, **105**, 68, 1983.
14. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Matter, The TPRC Data Series* (13 volumes on thermophysical properties: thermal conductivity, specific heat, thermal radiative, thermal diffusivity, and thermal linear expansion), Plenum Press, New York, 1970 through 1977.
15. Cahill, D. G., W. K. Ford, K. E. Goodson, G. D. Mahan, A. Majumdar, H. J. Maris, R. Merlin, and S. R. Phillpot, *App. Phys. Rev.*, **93**, 793, 2003.

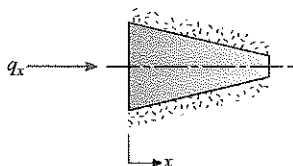
Problemas

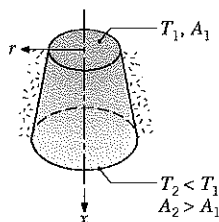
Lei de Fourier

2.1 Considere condução de calor unidimensional, em regime estacionário, através da geometria axi-simétrica mostrada na figura.

Supondo propriedades constantes e nenhuma geração interna de calor, esboce a distribuição de temperaturas em um sistema de coordenadas $T - x$. Explique sucintamente a forma da curva obtida.

2.2 Um tubo de água quente, com raio externo r_1, está a uma temperatura T_1. Uma espessa camada de isolamento térmico, aplicada para reduzir a perda de calor, possui um raio externo r_2 e a sua superfície externa está a uma temperatura T_2. Em um sistema de coordenadas $T - r$, esboce a distribuição de temperaturas no isolante para uma transferência de calor unidimensional, em estado estacionário, com propriedades constantes. Justifique, resumidamente, a forma da curva encontrada.

2.3 Uma casca esférica com raio interno r_1 e raio externo r_2 possui temperaturas superficiais T_1 e T_2, respectivamente, sendo $T_1 > T_2$. Esboce a distribuição de temperaturas em coordenadas $T-r$ considerando condução unidimensional, em regime estacionário, com propriedades constantes. Justifique sucintamente a forma da curva proposta.

2.4 Considere condução de calor unidimensional, em regime estacionário, através da geometria simétrica mostrada na figura.

Supondo que não há geração interna de calor, desenvolva uma expressão para a condutividade térmica $k(x)$ para as seguintes condições: $A(x) = (1 - x)$, $T(x) = 300(1 - 2x - x^3)$, e $q = 6000$ W, onde A está em metros quadrados, T em kelvins e x em metros.

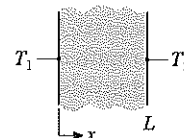
2.5 Um tronco de cone sólido serve de suporte para um sistema que mantém a sua superfície superior a uma temperatura T_1, enquanto a sua base encontra-se a uma temperatura $T_2 < T_1$.

A condutividade térmica do sólido depende da temperatura de acordo com a relação $k = k_0 - aT$, onde a é uma constante positiva. A superfície lateral do cone é isolada termicamente. As seguintes grandezas aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas ao longo da direção positiva do eixo x: a taxa de transferência de calor q_x, o fluxo térmico q_x, a condutividade térmica k, e o gradiente de temperatura dT/dx?

2.6 Para determinar o efeito da dependência da condutividade térmica em relação à temperatura sobre a distribuição de temperaturas em um sólido, considere um material para o qual essa dependência possa ser representada por

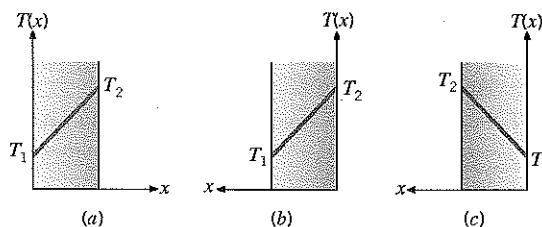
$$k = k_o + aT$$

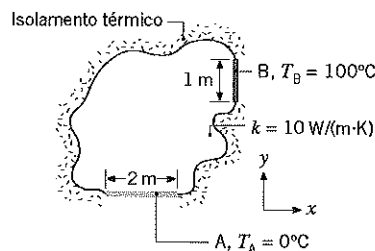
na qual k_0 é uma constante positiva e a é um coeficiente que pode ser positivo ou negativo. Esboce a distribuição de temperaturas, em regime estacionário, associada à transferência de calor através de uma parede plana para os três casos: $a > 0$, $a = 0$ e $a < 0$.

2.7 É solicitado a um jovem engenheiro o projeto de uma barreira para proteção térmica de um dispositivo eletrônico sensível, que pode vir a ser exposto à irradiação de um *laser* de alta potência. Tendo aprendido na época de estudante que um material com baixa condutividade térmica fornece boas características de isolamento, o engenheiro especifica para a barreira de proteção o uso de um aerogel nanoestruturado, caracterizado por uma condutividade térmica de $k_a = 0{,}005$ W/(m·K). O chefe do engenheiro questiona a razão da escolha do aerogel *em função* de ele ter uma baixa condutividade térmica. Considere a súbita irradiação com o *laser* de (a) alumínio puro, (b) vidro e (c) aerogel. O laser fornece uma irradiação de $G = 10 \times 10^6$ W/m². As absortividades dos materiais são $\alpha = 0{,}2$; 0,9 e 0,8 para o alumínio, o vidro e o aerogel, respectivamente, e a temperatura inicial da barreira é de $T_i = 300$ K. Explique a razão da preocupação do chefe. *Sugestão:* Todo material sofre expansão (ou contração) térmica e as tensões locais que se desenvolvem no seu interior são, em uma primeira aproximação, proporcionais ao gradiente de temperatura local.

2.8 Considere condições de regime estacionário na condução unidimensional em uma parede plana com uma condutividade térmica de $k = 50$ W/(m·K) e uma espessura $L = 0{,}25$ m, sem geração interna de calor.

Determine o fluxo térmico e a grandeza desconhecida em cada caso e esboce a distribuição de temperaturas, indicando a direção do fluxo térmico.

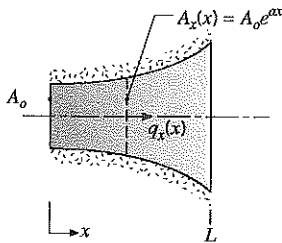
Caso	T_1(°C)	T_2(°C)	dT/dx (K/m)
1	50	−20	
2	−30	−10	
3	70		160
4		40	−80
5		30	200

2.9 Considere uma parede plana com 100 mm de espessura e condutividade térmica de 100 W/(m·K). Sabe-se que há condições de regime estacionário quando $T_1 = 400$ K e $T_2 = 600$ K. Nessas condições, determine o fluxo térmico q''_x e o gradiente de temperatura dT/dx para os sistemas de coordenadas mostrados.

2.10 Um cilindro com raio r_0, comprimento L e condutividade térmica k está imerso em um fluido de coeficiente de transferência de calor por convecção h e temperatura desconhecida T_∞. Em um certo instante do tempo, a distribuição de temperaturas no cilindro é $T(r) = a + br^2$, na qual a e b são constantes. Obtenha expressões para a taxa de transferência de calor em r_0 e para a temperatura do fluido.

2.11 No corpo bidimensional mostrado na figura, sabe-se que o gradiente de temperatura na superfície A é de $\partial T/\partial y = 30$ K/m. Quais são os valores dos gradientes $\partial T/\partial y$ e $\partial T/\partial x$ na superfície B?

2.12 Trechos do oleoduto que atravessa o Alasca encontram-se acima do solo e são sustentados por suportes verticais de aço (k = 25 W/(m·K)) que possuem comprimento de 1 m e área de seção transversal de 0,005 m². Em condições normais de operação, sabe-se que a variação da temperatura ao longo do comprimento do suporte é governada por uma expressão com a forma

$$T = 100 - 150x + 10x^2$$

na qual T e x possuem unidades de °C e metros, respectivamente. Variações de temperatura na seção transversal do suporte são pequenas. Determine a temperatura e a taxa de condução de calor na junção suporte-oleoduto ($x = 0$) e na interface suporte-solo ($x = 1$ m). Explique a diferença entre as taxas de transferência de calor.

2.13 Condução de calor unidimensional, em regime estacionário, ocorre em uma barra de condutividade térmica constante k e cuja área da seção transversal varia conforme a relação $A_x(x) = A_0 e^{ax}$, na qual A_0 e a são constantes. A superfície lateral da barra encontra-se isolada termicamente.

(a) Escreva uma expressão para a taxa de condução de calor, $q_x(x)$. Use essa expressão para determinar a distribuição de temperaturas $T(x)$ e esboce, qualitativamente, a distribuição para $T(0) > T(L)$.

(b) Agora, considere condições nas quais há geração de energia térmica no interior da barra, a uma taxa volumétrica de $\dot{q} = \dot{q} \exp(-ax)$, na qual $\dot{q}_0$ é uma constante. Obtenha uma expressão para $q_x(x)$, quando a face esquerda da barra (x = 0) se encontra isolada termicamente.

Propriedades Termofísicas

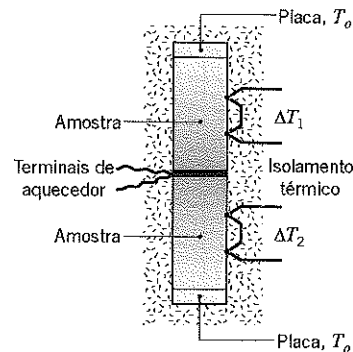
2.14 Considere uma janela com 300 mm × 300 mm em um avião. Para uma diferença de temperaturas de 80°C entre as superfícies interna e externa da janela, calcule a perda térmica através de janelas com L = 10 mm de espessura de policarbonato, de vidro cal-soda e de aerogel, respectivamente. As condutividades térmicas do aerogel e do policarbonato são k_{ag} = 0,014 W/(m·K) e k_{pc} = 0,21 W/(m·K), respectivamente. Avalie a condutividade térmica do vidro cal-soda a 300 K. Se o avião possuir 130 janelas e o custo para aquecer o ar da cabine é de \$1/(kW·h), compare os custos associados às perdas térmicas através das janelas em um vôo intercontinental de 8 horas.

2.15 Ouro é normalmente usado no empacotamento de semicondutores para formar interconexões que transportam sinais elétricos entre diferentes dispositivos no conjunto. Além de serem boas condutoras de eletricidade, as conexões de ouro são também efetivas na proteção de dispositivos geradores de calor, aos quais elas estão conectadas ao conduzirem energia térmica dos dispositivos para a vizinhança, que são regiões mais frias. Considere um filme fino de ouro que tem uma seção transversal de 60 nm × 250 nm.

(a) Para uma diferença de temperaturas imposta de 20°C, determine a energia transportada por condução ao longo de uma interconexão de filme fino com 1 μm de comprimento. Avalie as propriedades a 300 K.

(b) Represente graficamente as condutividades térmicas na direção do comprimento e na direção da espessura do filme de ouro em função de sua espessura, L, para 30 ≤ L ≤ 140 nm.

2.16 Um anúncio de TV veiculado por um fabricante conhecido de isolamentos térmicos afirma que não é a espessura do material isolante que conta, mas sim o seu valor de R. O anúncio mostra que, para obter um valor de R igual a 19, você precisa: de uma camada com 18 ft de rocha; 15 in de madeira; ou apenas 6 in do material isolante anunciado. Esse anúncio é tecnicamente razoável? Se você for igual à maioria dos espectadores de televisão, você não sabe que o valor de R é definido como L/k, onde L(in) é a espessura do isolante e k (Btu in/(hr ft² °F)) é a condutividade térmica do material.

2.17 Um aparelho para medir condutividade térmica emprega um aquecedor elétrico que é posicionado entre duas amostras idênticas, com 30 mm de diâmetro e 60 mm de comprimento, que são pressionadas entre placas que são mantidas a uma temperatura uniforme de T_0 = 77°C, através da circulação de um fluido. Uma graxa condutora é colocada entre todas as superfícies para garantir um bom contato térmico. Termopares diferenciais, espaçados de 15 mm, são instalados no interior das amostras. As superfícies laterais das amostras são isoladas de modo a garantir transferência de calor unidimensional através das amostras.

(a) Com duas amostras de aço inoxidável 316 no aparelho, a corrente elétrica no aquecedor é de 0,353 A a 100 V, e os termopares diferenciais indicam $\Delta T_1 = \Delta T_2$ = 25,0°C. Qual é a condutividade térmica do aço inoxidável das amostras? Qual é a temperatura média das amostras? Compare o seu resultado com o valor da condutividade térmica para este material fornecido na Tabela A.1.

(b) Por engano, uma amostra de ferro Armco foi colocada na posição inferior do aparelho. Na posição superior permanece a amostra de aço inoxidável 316 utilizada no item (a). Para essa situação, a corrente no aquecedor é de 0,601 A a 100V, e os termopares diferenciais indicam $\Delta T_1 = \Delta T_2$ = 15,0°C. Quais são a condutividade térmica e a temperatura média da amostra de ferro Armco?

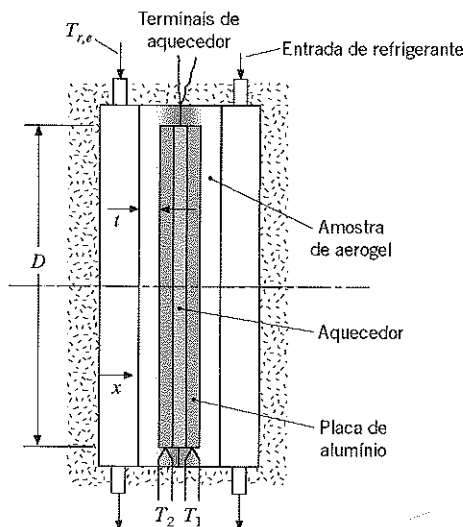
(c) Qual é a vantagem em se construir o aparelho com duas amostras idênticas imprensando o aquecedor ao invés de construí-lo com uma única combinação aquecedor-amostra? Quando a perda de calor pelas superfícies laterais das amostras se tornaria significativa? Em quais condições você esperaria $\Delta T_1 \neq \Delta T_2$?

2.18 Um engenheiro deseja medir a condutividade térmica de um material na forma de aerogel. Espera-se que o aerogel tenha uma condutividade térmica extremamente pequena.

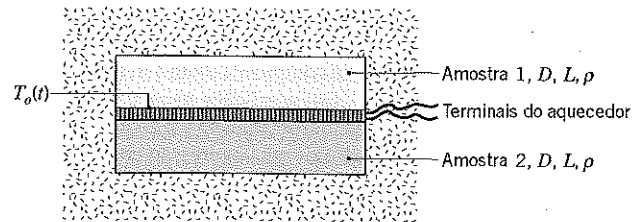
(a) Explique por que o aparelho do Problema 2.17 não pode ser usado para obter uma medida precisa da condutividade térmica do aerogel.

(b) O engenheiro projeta um novo aparelho no qual um aquecedor elétrico, de diâmetro $D = 150$ mm, é incluso entre duas placas finas de alumínio. As temperaturas, T_1 e T_2, das duas placas de alumínio, com 5 mm de espessura, são medidas no regime estacionário com termopares. Folhas do aerogel, com espessura $t = 5$ mm, são colocadas pelo lado externo das placas de alumínio, enquanto um refrigerante com uma temperatura de entrada $T_{r,e} = 25°C$ mantém as superfícies exteriores do aerogel a uma temperatura baixa. As folhas circulares de aerogel são feitas de tal forma que elas envolvam o aquecedor e as placas de alumínio, proporcionando isolamento para minimizar as perdas térmicas radiais. No regime estacionário, $T_1 = T_2 = 55°C$ e passam 125 mA no aquecedor com 10 V. Determine o valor da condutividade térmica do aerogel, k_a.

(c) Calcule a diferença de temperaturas ao longo da espessura das placas de alumínio de 5 mm. Comente se é importante o conhecimento das posições axiais nas quais as temperaturas das placas de alumínio são medidas.

(d) Sendo água líquida usada como refrigerante a uma vazão total de $\dot{m} = 1$ kg/min (0,5 kg/min para cada uma das duas correntes), calcule a temperatura de saída da água, $T_{r,s}$.

2.19 Um método para determinar a condutividade térmica k e o calor específico c_p de um material está ilustrado na figura. Inicialmente, as duas amostras idênticas, de diâmetro $D = 60$ mm e espessura $L = 10$ mm, e o aquecedor delgado se encontram a uma temperatura uniforme $T_i = 23{,}00°C$, e todo o sistema é envolvido por um pó isolante térmico. Em um dado instante, o aquecedor é energizado, fornecendo um fluxo térmico uniforme q''_0 em cada uma das interfaces das amostras, que é mantido constante por um período de tempo Δt_0. Imediatamente após o início do aquecimento, a temperatura nas interfaces, T_0, está relacionada com o fluxo térmico através da expressão

$$T_o(t) - T_i = 2q''_o\left(\frac{t}{\pi \rho c_p k}\right)^{1/2}$$

Em um determinado teste, o aquecedor elétrico dissipa uma potência de 15,0 W durante um período de $\Delta t_0 = 120$ s e a temperatura na interface, após 30 s de aquecimento, é de T_0 (30 s) = 24,57°C. Passado um longo intervalo de tempo após o desligamento do aquecedor, $t >> \Delta t_0$, as amostras atingem a temperatura uniforme de $T_0(\infty) = 33{,}50°C$. A densidade do material das amostras, determinada através de medidas de volume e massa, é de $\rho = 3965$ kg/m³.

Determine o calor específico e a condutividade térmica do material testado. Olhando os valores das propriedades termofísicas nas Tabelas A.1 e A.2, identifique o material das amostras testadas.

A Equação do Calor

2.20 Em um dado instante de tempo, a distribuição de temperaturas no interior de um corpo homogêneo infinito é dada pela função

$$T(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + z^2 - xy + 2yz$$

Considerando propriedades constantes e ausência de geração de calor no interior do corpo, determine as regiões nas quais a temperatura varia com o tempo.

2.21 Uma panela é usada para ferver água. Ela é colocada sobre um fogão, a partir do qual calor é transferido a uma taxa fixa q_0. Há dois estágios no processo. No Estágio 1, a água é levada de sua temperatura inicial (ambiente) T_i até o ponto de ebulição, quando calor é transferido da panela para a água por convecção natural. Durante esse estágio pode-se admitir um valor constante do coeficiente de transferência de calor h, enquanto a temperatura média da água aumenta com o tempo, $T_\infty = T_\infty(t)$. No Estágio 2, a água encontra-se em ebulição e a sua temperatura mantém-se em um valor fixo, $T_\infty = T_{eb}$, enquanto o fornecimento de calor continua. Considere uma base de panela com espessura L e diâmetro D, com um sistema de coordenadas no qual $x = 0$ e $x = L$ nas superfícies em contato com o fogão e com a água, respectivamente.

(a) Escreva a forma da equação do calor e as condições inicial e de contorno que determinam a variação da temperatura com a posição e o tempo, $T(x, t)$, na base da panela ao longo do Estágio 1. Expresse o seu resultado em termos dos parâmetros q_0, D, L, h e T_∞, assim como das propriedades pertinentes do material da panela.

(b) Durante o Estágio 2 a superfície da panela em contato com a água encontra-se a uma temperatura fixa, $T(L, t) = T_L > T_{eb}$. Escreva a forma da equação do calor e as condições de contorno que determinam a distribuição de temperaturas, $T(x)$, na base da panela. Expresse o seu resultado em termos dos parâmetros q_0, D, L e T_L, assim como das propriedades pertinentes do material da panela.

2.22 Em um elemento combustível cilíndrico para reator nuclear, com 50 mm de diâmetro, há geração interna de calor a uma taxa uniforme de $\dot{q} = 5 \times 10^7$ W/m³. Em condições de regime estacionário, a distribuição de temperaturas no seu interior tem a forma $T(r) = a + br^2$, onde T está em graus Celsius e r em metros, enquanto $a = 800°C$ e $b = -4{,}167 \times 10^{5}$ °C/m². As propriedades do elemento combustível são $k = 30$ W/(m·K), $\rho = 1100$ kg/m³ e $c_p = 800$ J/(kg·K).

(a) Qual é a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento do elemento, em $r = 0$ (a linha central do elemento) e em $r = 25$ mm (a superfície)?

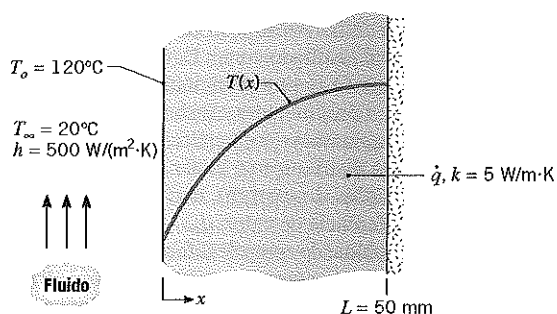
(b) Se o nível de potência do reator for subitamente aumentado para $\dot{q}_2 = 10^8$ W/m³, qual são as taxas iniciais da variação da temperatura com o tempo em $r = 0$ e $r = 25$ mm?

2.23 Observa-se que a distribuição de temperaturas, em estado estacionário, no interior de uma parede unidimensional com condutividade térmica de 50 W/(m·K) e espessura de 50 mm tem a forma $T(°C) = a + bx^2$, onde $a = 200°C$, $b = -2000°C/m^2$ e x está em metros.

(a) Qual a taxa de geração de calor $\dot{q}$ na parede?
(b) Determine os fluxos de calor nas duas faces da parede. De que forma esses fluxos de calor estão relacionados com a taxa de geração de calor?

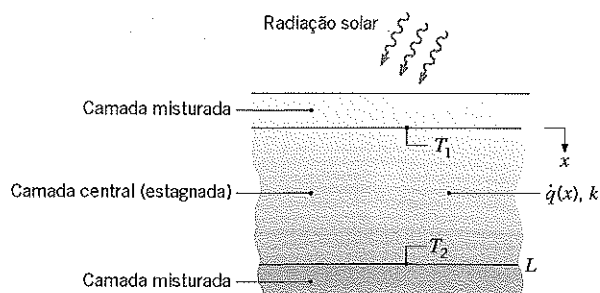
2.24 Em um certo instante do tempo, a distribuição de temperaturas em uma parede com 0,3 m de espessura é $T(x) = a + bx + cx^2$, onde T está em graus Celsius e x em metros, $a = 200°C$, $b = -200°C/m$ e $c = 30°C/m^2$. A parede possui uma condutividade térmica de 1 W/(m·K).
(a) Com base em uma superfície de área unitária, determine a taxa de transferência de calor para dentro e para fora da parede, bem como a taxa de variação da energia acumulada no interior da parede.
(b) Se a superfície fria estiver exposta a um fluido a 100°C, qual é o coeficiente de transferência de calor por convecção?

2.25 Em uma parede plana com espessura $2L = 40$ mm e condutividade térmica $k = 5$ W/(m·K) há geração de calor volumétrica uniforme a uma taxa $\dot{q}$, enquanto transferência de calor por convecção ocorre em suas duas superfícies ($x = -L, +L$), cada uma exposta a um fluido com temperatura $T_\infty = 20°C$. Em condições de regime estacionário, a distribuição de temperaturas no interior da parede tem a forma $T(x) = a + bx + cx^2$, onde $a = 82{,}0°C$, $b = -210°C/m$, $c = -2 \times 10^4 °C/m^2$ e x está em metros. A origem da coordenada x encontra-se no plano central da parede.
(a) Esboce a distribuição de temperaturas e identifique características físicas significativas.
(b) Qual é a taxa volumétrica de geração de calor $\dot{q}$ no interior da parede?
(c) Determine os fluxos térmicos nas superfícies, $q''_x(-L)$ e $q''_x(+L)$. Como esses fluxos estão relacionados com a taxa de geração de calor?
(d) Quais são os coeficientes de transferência de calor por convecção nas superfícies $x = -L$ e $x = +L$?
(e) Obtenha uma expressão para a distribuição de fluxos térmicos, $q''_x(x)$. O fluxo térmico é nulo em algum local? Explique qualquer característica significativa desta distribuição.
(f) Se a fonte da geração térmica for subitamente desativada ($\dot{q} = 0$), qual é a taxa de variação da energia acumulada na parede neste instante?
(g) Com $\dot{q} = 0$, qual temperatura de parede será atingida após um longo período de tempo? Que quantidade de energia tem que ser removida da parede pelo fluido, por unidade de área da parede (J/m²), para ela atingir esse estado? A densidade e o calor específico do material da parede são 2600 kg/m³ e 800 J/(kg·K), respectivamente.

2.26 Condução unidimensional, em regime estacionário, com geração de energia interna uniforme ocorre em uma parede plana com espessura de 50 mm e uma condutividade térmica constante igual a 5 W/(m·K). Nessas condições, a distribuição de temperaturas tem a forma $T(x) = a + bx + cx^2$. A superfície em $x = 0$ está a uma temperatura $T(0) \equiv T_o = 120°C$. Nessa superfície, há convecção com um fluido a $T_\infty = 20°C$ com $h = 500$ W/(m²·K). A superfície em $x = L$ é isolada termicamente.

(a) Utilizando um balanço de energia global na parede, calcule a taxa de geração interna de energia.
(b) Determine os coeficientes a, b e c aplicando as condições de contorno na distribuição de temperaturas especificada. Use os resultados para calcular e representar graficamente a distribuição de temperaturas.
(c) Considere condições nas quais o coeficiente de transferência de calor por convecção seja dividido por dois, com a taxa de geração interna de energia permanecendo inalterada. Determine os novos valores de a, b e c e use os resultados para representar graficamente a distribuição de temperaturas. *Sugestão*: note que $T(0)$ não é mais 120°C.
(d) Sob condições nas quais a geração interna de energia é dobrada e o coeficiente por convecção permanece inalterado ($h = 500$ W/(m²·K)), determine os novos valores de a, b e c e represente graficamente a distribuição de temperaturas correspondente. Referindo-se aos resultados das partes (b), (c) e (d) como Casos 1, 2 e 3, respectivamente, compare as distribuições de temperaturas para os três casos e discuta as influências de h e $\dot{q}$ nas distribuições.

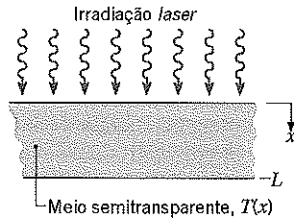
2.27 Um tanque solar de gradiente salino é um corpo raso de água, composto por três camadas distintas de fluidos, que é usado para coletar energia solar. As camadas externas superior e inferior encontram-se bem misturadas e servem para manter as superfícies superior e inferior da camada intermediária em temperaturas uniformes T_1 e T_2, onde $T_2 > T_1$. Embora exista movimentação do fluido nas camadas misturadas, tal movimento não está presente na camada central. Considere condições nas quais a absorção de radiação solar na camada central implique em geração de calor não-uniforme na forma $\dot{q} = Ae^{-ax}$ e a distribuição de temperaturas nessa camada seja

$$T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$$

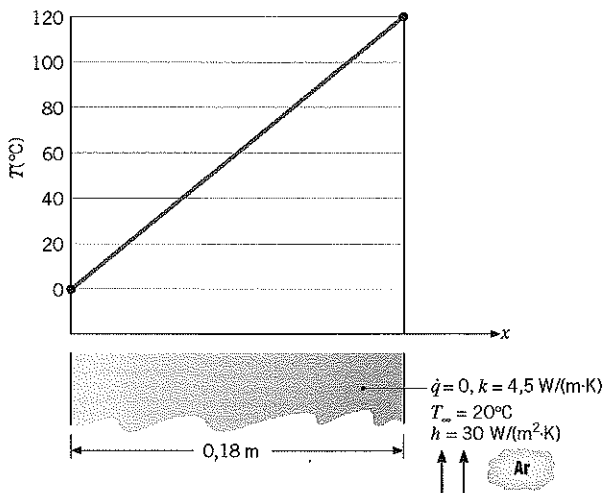
As grandezas A(W/m³), a(1/m), B(K/m) e C(K) são constantes conhecidas que possuem as unidades indicadas, e k é a condutividade térmica, que também é constante.

(a) Obtenha expressões para a taxa, por unidade de área, na qual o calor é transferido da camada inferior misturada para a camada central e da camada central para a camada superior misturada.
(b) Determine se as condições do sistema são de regime estacionário ou de regime transiente.
(c) Obtenha uma expressão para a taxa na qual a energia térmica é gerada em toda camada central, por unidade de área superficial.

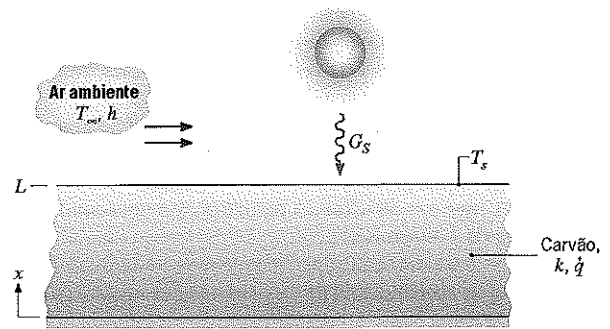
2.28 A distribuição de temperaturas, em regime estacionário, em um material semitransparente, com condutividade térmica k e espessura L, exposto à irradiação *laser* é descrita por

$$T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$$

onde A, a, B e C são constantes conhecidas. Nessa situação, a absorção de radiação no material é manifestada por um termo de geração de calor distribuída, $\dot{q}(x)$.

(a) Obtenha expressões para os fluxos de calor por condução nas superfícies superior e inferior.
(b) Deduza uma expressão para $\dot{q}(x)$.
(c) Desenvolva uma expressão para a taxa na qual a radiação é absorvida em todo material, por unidade de área superficial. Expresse o seu resultado em termos das constantes conhecidas para a distribuição de temperaturas, da condutividade térmica do material e de sua espessura.

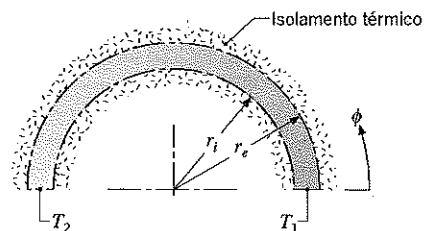
2.29 A distribuição de temperaturas, em regime estacionário, em uma parede unidimensional com condutividade térmica k e espessura L tem a forma $T = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Desenvolva expressões para a taxa de geração de calor por unidade de volume na parede e para os fluxos térmicos em suas duas superfícies ($x = 0,L$).

2.30 Condução unidimensional, em regime estacionário e sem geração interna de energia, está ocorrendo em uma parede plana com condutividade térmica constante.

(a) É possível a distribuição de temperaturas mostrada no gráfico? Explique sucintamente o seu raciocínio.
(b) Com a temperatura em $x = 0$ e a temperatura do fluido fixas em $T(0) = 0°C$ e $T_\infty = 20°C$, respectivamente, calcule e represente graficamente a temperatura em $x = L$, $T(L)$, como uma função de h para $10 \leq h \leq 100$ W/(m²·K). Explique sucintamente os seus resultados.

2.31 Em uma camada plana de carvão, com espessura $L = 1$ m, ocorre geração volumétrica uniforme a uma taxa $\dot{q} = 20$ W/m³ devido à lenta oxidação de partículas de carvão. Segundo valores médios diários, a superfície superior da camada transfere calor por convecção para o ar ambiente, no qual $h = 5$ W/(m²·K) e $T_\infty = 25°C$, enquanto recebe irradiação solar em uma quantidade $G_S = 400$ W/m². Irradiação a partir da atmosfera pode ser desprezada. A absortividade em relação aos raios solares e a emissividade da superfície são, cada uma, $\alpha_S = \varepsilon = 0,95$.

(a) Escreva a forma para o regime estacionário da equação da difusão térmica para a camada de carvão. Verifique se essa equação é satisfeita pela distribuição de temperaturas com a forma

$$T(x) = T_s + \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$$

A partir dessa distribuição, o que você pode dizer sobre as condições existentes na superfície inferior ($x = 0$)? Esboce a distribuição de temperaturas e aponte suas principais características.
(b) Obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor por condução, por unidade de área, em $x = L$. Aplicando um balanço de energia em uma superfície de controle representada pela superfície superior da camada, obtenha uma expressão para T_s. Calcule T_s e $T(0)$ para as condições especificadas.
(c) Os valores médios diários de G_S e h dependem de uma série de fatores, tais como o período do ano, condições de nebulosidade e do vento. Para $h = 5$ W/(m²·K), calcule e represente graficamente T_s e $T(0)$ em função do valor de G_S para $50 \leq G_S \leq 500$ W/m². Para $G_S = 400$ W/m², calcule e represente graficamente T_s e $T(0)$ em função de h para $5 \leq h \leq 50$ W/(m²·K).

2.32 O sistema cilíndrico ilustrado possui variações de temperatura nas direções r e z desprezíveis. Considere que $\Delta r = r_e - r_i$ seja pequena quando comparada a r_i e represente o comprimento na direção z, normal à página, por L.

(a) Começando pela definição de um volume de controle apropriado e considerando os efeitos de geração e acúmulo de energia, deduza a equação diferencial que descreve a variação da temperatura em função da coordenada angular ϕ. Compare o seu resultado com a Equação 2.24.
(b) Para condições de regime estacionário, sem a geração interna de calor e propriedades constantes, determine a distribuição de temperaturas $T(\phi)$ em termos das constantes T_1, T_2, r_i e r_e. Esta distribuição é linear em ϕ?
(c) Para as condições do item (b), escreva a expressão para a taxa de transferência de calor, q_ϕ.

2.33 Partindo de um volume de controle diferencial em forma de uma casca cilíndrica, desenvolva a equação da difusão térmica para um sistema unidimensional na direção radial em coordenadas

cilíndricas com geração interna de calor. Compare o seu resultado com a Equação 2.24.

2.34 Partindo de um volume de controle diferencial em forma de uma casca esférica, desenvolva a equação da difusão térmica para um sistema unidimensional na direção radial em coordenadas esféricas com geração interna de calor. Compare seu resultado com a Equação 2.27.

2.35 Desenvolva a equação da difusão térmica, Equação 2.24, em coordenadas cilíndricas, a partir do volume de controle diferencial mostrado na Figura 2.12.

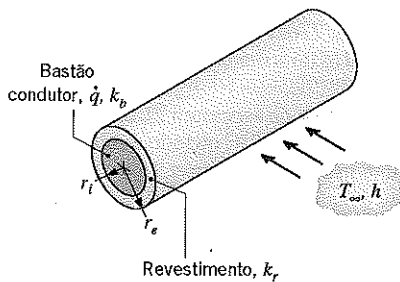
2.36 Desenvolva a equação da difusão térmica, Equação 2.27, em coordenadas esféricas, a partir do volume de controle diferencial mostrado na Figura 2.13.

2.37 Uma tubulação de vapor é envolvida por isolamento térmico cujos raios interno e externo são r_i e r_e, respectivamente. Em um dado instante de tempo, sabe-se que a distribuição de temperaturas no isolamento tem a forma

$$T(r) = C_1 \ln\left(\frac{r}{r_e}\right) + C_2$$

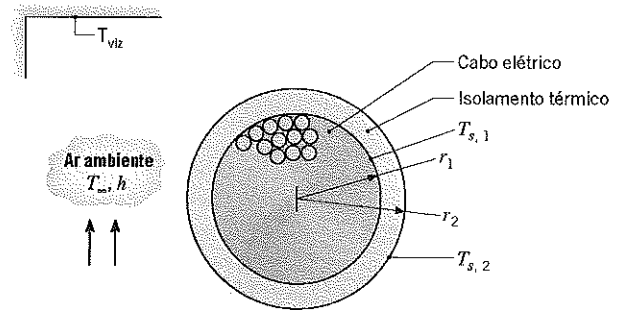
O sistema encontra-se em regime estacionário ou transiente? Como variam com o raio o fluxo térmico e a taxa de transferência de calor?

2.38 Em um longo tubo circular, com raios interno e externo r_1 e r_2, respectivamente, temperaturas uniformes T_1 e T_2 são mantidas em suas superfícies interna e externa enquanto geração de energia térmica ocorre no interior de sua parede ($r_1 < r < r_2$). Considere condições de regime estacionário, nas quais $T_1 > T_2$. É possível manter uma distribuição de temperaturas radial *linear* no interior da parede? Caso afirmativo, que condições especiais devem existir?

2.39 A passagem de uma corrente elétrica através de um longo bastão condutor, de raio r_i e condutividade térmica k_b, resulta em um aquecimento volumétrico uniforme a uma taxa $\dot{q}$. O bastão condutor é coberto por um revestimento de material não-condutor elétrico, com raio externo r_e e condutividade térmica k_r. A superfície externa é resfriada por convecção por um fluido.

Para condições de regime estacionário, escreva formas apropriadas da equação do calor para o bastão e para o revestimento. Enuncie condições de contorno apropriadas para a solução dessas equações.

2.40 Condução bidimensional, em regime estacionário, ocorre em um sólido cilíndrico oco de condutividade térmica $k = 16$ W/(m·K), raio externo $r_e = 1$ m e comprimento total $2z_e = 5$ m, onde a origem do sistema de coordenadas encontra-se localizada no meio da linha central. A superfície interna do cilindro é isolada termicamente e a distribuição de temperaturas no cilindro tem a forma $T(r,z) = a + br^2 + c\ln(r) + dz^2$, na qual $a = 20$°C, $b = 150$°C/m², $c = -12$°C, $d = -300$°C/m², e r e z estão em metros.

(a) Determine o raio interno r_i do cilindro.
(b) Obtenha uma expressão para a taxa volumétrica de geração de calor, $\dot{q}$(W/m³).
(c) Determine a distribuição axial dos fluxos térmicos na superfície externa, $q_r''(r_o,z)$. Qual é a taxa de transferência de calor na superfície externa? Ela ocorre para dentro ou para fora do cilindro?
(d) Determine a distribuição radial dos fluxos térmicos nas faces extremas do cilindro, $q_z''(r, +z_0)$ e $q_z''(r, -z_0)$. Quais são as taxas de transferência de calor correspondentes? Elas ocorrem para dentro ou para fora do cilindro?
(e) Verifique que os seus resultados são consistentes com um balanço de energia global no cilindro.

2.41 Um cabo elétrico, de raio r_1 e condutividade térmica k_c, encontra-se coberto por uma camada isolante cuja superfície externa possui raio r_2 e troca calor por convecção e por radiação com o ar circundante e a vizinhança, respectivamente. Quando uma corrente elétrica passa pelo cabo, há geração de energia térmica em seu interior a uma taxa volumétrica $\dot{q}$.

(a) Escreva as formas da equação da difusão térmica, em regime estacionário, para o isolamento e para o cabo. Verifique se essas equações são satisfeitas pelas seguintes distribuições de temperaturas:

Isolamento térmico: $$T(r) = T_{s,2} + (T_{s,1} - T_{s,2})\frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$$

Cabo: $$T(r) = T_{s,1} + \frac{\dot{q}r_1^2}{4k_c}\left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right)$$

Esboce a distribuição de temperaturas, $T(r)$, no cabo e na manta, identificando as principais características.
(b) Utilizando a lei de Fourier, mostre que a taxa de transferência de calor por condução, por unidade de comprimento, através do isolamento pode ser representada por

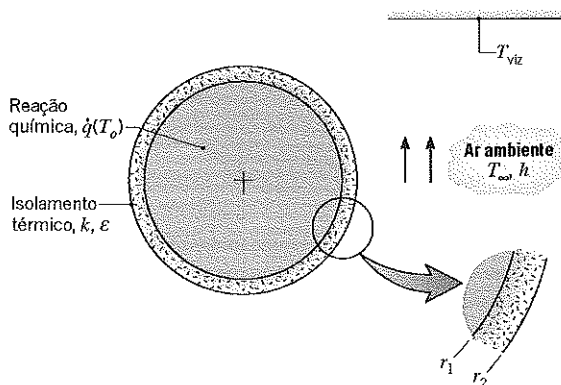
$$q_r' = \frac{2\pi k_i(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)}$$

Usando um balanço de energia em uma superfície de controle envolvendo o cabo, obtenha uma expressão alternativa para q_r', escrevendo o seu resultado em termos de $\dot{q}$ e r_1.
(c) Fazendo um balanço de energia em uma superfície de controle colocada ao redor da superfície externa da camada isolante, obtenha uma expressão na qual $T_{s,2}$ possa ser determinada como uma função de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε e T_{viz}.
(d) Considere condições nas quais uma corrente elétrica de 250 A atravessa um cabo cuja resistência elétrica por unidade de comprimento é de $R_e' = 0{,}005$ Ω/m, com um raio $r_1 = 15$ mm e condutividade térmica $k_c = 200$ W/(m·K). Para $k_i = 0{,}15$ W/(m·K); $r_2 = 15{,}5$ mm; $h = 25$ W/(m²·K); $\varepsilon = 0{,}9$; $T_\infty = 25$°C e $T_{viz} = 35$°C, calcule as temperaturas superficiais, $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$, bem como a temperatura T_0 na linha de centro do cabo.
(e) Mantendo todas as demais condições, calcule e represente graficamente T_0, $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$ como uma função de r_2, para $15{,}5 \leq r_2 \leq 20$ mm.

2.42 Uma casca esférica com raios interno e externo r_i e r_e, respectivamente, contém componentes que dissipam calor de tal modo que em um dado instante de tempo a distribuição de temperaturas na casca é representada por uma expressão com a forma

$$T(r) = \frac{C_1}{r} + C_2$$

Essas condições correspondem a um regime estacionário ou transiente? Como o fluxo térmico e a taxa de transferência de calor variam em função do raio?

2.43 Uma mistura quimicamente reativa é armazenada em um recipiente esférico com paredes finas, de raio $r_1 = 200$ mm. A reação exotérmica gera calor a uma taxa volumétrica uniforme e dependente da temperatura na forma $\dot{q} = \dot{q}_0 \exp(-A/T_0)$, onde $\dot{q}_0 = 5000$ W/m^3, $A = 75$ K e T_0 é a temperatura da mistura em kelvins. O recipiente é envolto por uma camada de material isolante que possui raio externo r_2, condutividade térmica k e emissividade ε. A superfície externa do isolamento troca calor por convecção e radiação com o ar adjacente e uma grande vizinhança, respectivamente.

(a) Escreva a forma do estado estacionário da equação da difusão térmica para o isolante. Verifique se essa equação é satisfeita pela seguinte distribuição de temperaturas

$$T(r) = T_{s,1} - (T_{s,1} - T_{s,2})\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$$

Esboce a distribuição de temperaturas, $T(r)$, identificando as suas principais características.

(b) Utilizando a lei de Fourier, mostre que a taxa de transferência de calor por condução através do isolamento pode ser representada por

$$q_r = \frac{4\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)}$$

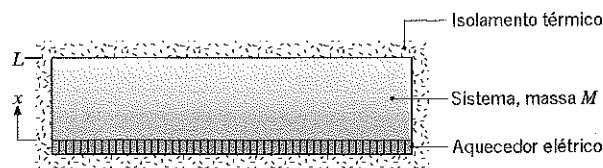
Fazendo um balanço de energia em uma superfície de controle envolvendo o recipiente, obtenha uma expressão alternativa para q_r expressando o seu resultado em termos de $\dot{q}$ e r_1.

(c) Fazendo um balanço de energia em uma superfície de controle coincidente com a superfície externa da camada de isolamento, obtenha uma expressão na qual $T_{s,2}$ possa ser determinada em função de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε e T_{viz}.

(d) O engenheiro de processos deseja manter a temperatura no reator em $T_0 = T(r_1) = 95°C$ em condições nas quais $k = 0{,}05$ W/(m·K); $r_2 = 208$ mm; $h = 5$ W/(m^2·K); $\varepsilon = 0{,}9$; $T_\infty = 25°C$ e $T_{viz} = 35°C$. Quais são a temperatura real do reator e a temperatura da superfície externa do isolamento térmico, $T_{s,2}$?

(e) Calcule e represente graficamente a variação de $T_{s,2}$ em função de r_2 para $201 \leq r_2 \leq 210$ mm. O engenheiro está preocupado com eventuais acidentes por queimadura que possam ocorrer com o pessoal que entrar em contato com a superfície exposta do isolante térmico. O aumento da espessura da camada de isolamento térmico é uma solução prática para manter $T_{s,2} \leq 45°C$? Que outro parâmetro poderia ser alterado para reduzir o valor de $T_{s,2}$?

Representações Gráficas

2.44 O sistema unidimensional, mostrado na figura, possui massa M, propriedades constantes, não apresenta geração de calor em seu interior e encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme T_i. O aquecedor elétrico é subitamente energizado, fornecendo um fluxo térmico uniforme q''_0 na superfície $x = 0$. A fronteira em $x = L$, bem como todas as demais fronteiras do sistema, encontram-se perfeitamente isoladas.

(a) Escreva a equação diferencial e identifique as condições inicial e de contorno que poderiam ser usadas para determinar a temperatura em função da posição e do tempo no sistema.

(b) Em coordenadas $T-x$, esboce as distribuições de temperaturas para a condição inicial ($t \leq 0$) e para vários outros instantes de tempo após o aquecedor ser energizado. Uma distribuição de temperaturas em estado estacionário será atingida em algum instante?

(c) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce o fluxo de calor $q''_x(x,t)$ nos planos $x = 0$, $x = L/2$ e $x = L$ em função do tempo.

(d) Após haver transcorrido um intervalo de tempo t_e desde a energização do aquecedor, a sua alimentação elétrica é desligada. Considerando que o isolamento térmico é perfeito, após um certo tempo o sistema atingirá uma temperatura final uniforme T_f. Desenvolva uma expressão que permita determinar T_f em função dos parâmetros q''_0, t_e, T_i e das características do sistema M, c_p e A_s (a área superficial do aquecedor).

2.45 Uma grande placa de espessura $2L$ encontra-se a uma temperatura uniforme $T_i = 200°C$ quando é subitamente imersa em um banho líquido com temperatura $T_\infty = 20°C$. A transferência de calor para o líquido é caracterizada pelo coeficiente convectivo h.

(a) Com $x = 0$ correspondendo ao plano central da placa, em coordenadas $T - x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$) e dois tempos intermediários.

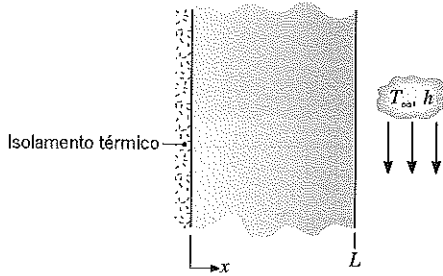
(b) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce a variação com o tempo do fluxo térmico em $x = L$.

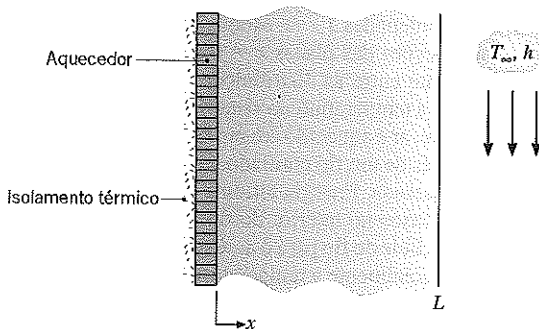
(c) Sendo $h = 100$ W/(m^2·K), qual é o fluxo térmico em $x = L$ e $t = 0$? Sendo a condutividade térmica da placa igual $k = 50$ W/(m·K), qual é o gradiente de temperatura correspondente em $x = L$?

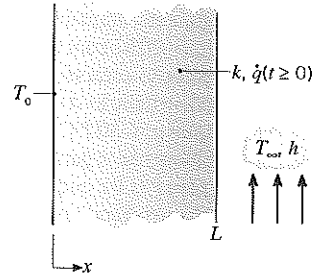
(d) Considere uma placa de espessura $2L = 20$ mm, com densidade $\rho = 2770$ kg/m^3 e calor específico $c_p = 875$ J/(kg·K). Fazendo um balanço de energia na placa, determine a quantidade de energia, por unidade de área superficial da placa (J/m^2), que é transferida para o banho ao longo do tempo necessário para que o regime estacionário seja atingido.

(e) De outras considerações, sabe-se que durante o processo de resfriamento por imersão o fluxo térmico em $x = +L$ e $x = -L$ decai exponencialmente com o tempo de acordo com a

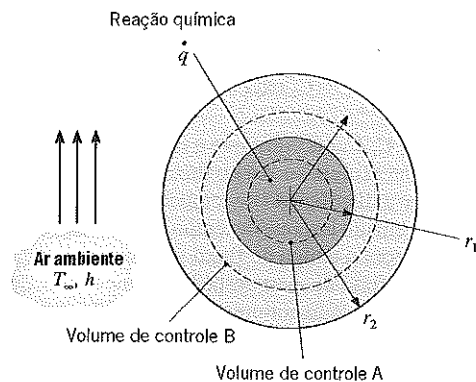
relação, $q'' = A\exp(-Bt)$, onde t está em segundos, $A = 1{,}80 \times 10^4$ W/m² e $B = 4{,}126 \times 10^{-3}$ s⁻¹. Use essa informação para determinar a energia por unidade de área superficial da placa que é transferida para o fluido durante o processo de resfriamento por imersão.

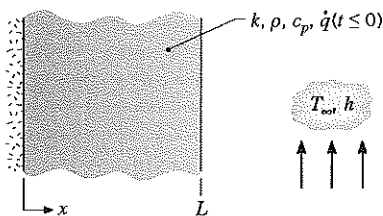
2.46 A parede plana mostrada na figura, com propriedades constantes e sem geração interna de calor, está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i. De repente, a superfície em $x = L$ é aquecida por um fluido à temperatura T_∞, com um coeficiente de transferência de calor por convecção h. A fronteira em $x = 0$ encontra-se perfeitamente isolada.

(a) Escreva a equação diferencial e identifique as condições inicial e de contorno que podem ser usadas para determinar a temperatura na parede em função da posição e do tempo.
(b) Em coordenadas $T-x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$), e dois tempos intermediários.
(c) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce o fluxo térmico nas posições $x = 0$ e $x = L$. Ou seja, mostre qualitativamente como $q''_x(0, t)$ e $q''_x(L, t)$ variam com o tempo.
(d) Escreva uma expressão para a quantidade total de energia transferida para a parede por unidade de volume da parede (J/m³).

2.47 Uma parede plana, com propriedades constantes e sem geração interna de calor, está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i. De repente, a superfície em $x = L$ é aquecida pelo contato com um fluido à temperatura T_∞, com um coeficiente de transferência de calor por convecção h. No mesmo instante, o aquecedor elétrico é energizado, fornecendo um fluxo térmico constante q''_0 em $x = 0$.

(a) Em coordenadas $T - x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$), e dois tempos intermediários.
(b) Em coordenadas $q''_x - x$, esboce os fluxos térmicos correspondentes às quatro distribuições de temperaturas da parte (a).
(c) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce os fluxos térmicos nas posições $x = 0$ e $x = L$. Ou seja, mostre qualitativamente como $q''_x(0, t)$ e $q''_x(L, t)$ variam com o tempo.
(d) Desenvolva uma expressão para a temperatura no regime estacionário da superfície do aquecedor, $T(0, \infty)$, em termos de q''_0, T_∞, k, h e L.

2.48 Uma parede plana, com propriedades constantes, está inicialmente a uma temperatura uniforme T_0. De repente, a superfície em $x = L$ é exposta a um processo convectivo com um fluido a $T_\infty (> T_0)$, com um coeficiente de transferência de calor por convecção h. Também, no mesmo instante, inicia-se na parede um aquecimento volumétrico interno uniforme $\dot{q}$, que é suficientemente grande para induzir, no regime estacionário, uma temperatura máxima no interior da parede superior à do fluido. A superfície em $x = 0$ permanece à temperatura T_0.

(a) Em coordenadas $T-x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$), e dois tempos intermediários. Mostre também a distribuição de temperaturas para a condição especial na qual não há fluxo de calor na fronteira em $x = L$.
(b) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce o fluxo térmico nas posições $x = 0$ e $x = L$, ou seja, $q''_x(0, t)$ e $q''_x(L, t)$, respectivamente.

2.49 Considere as condições associadas ao Problema 2.48, mas agora com um processo convectivo no qual $T_\infty < T_0$.
(a) Em coordenadas $T - x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$), e dois tempos intermediários. Identifique características importantes das distribuições, especialmente a localização da temperatura máxima e o gradiente de temperatura em $x = L$.
(b) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce o fluxo térmico nas posições $x = 0$ e $x = L$, ou seja, $q''_x(0, t)$ e $q''_x(L, t)$, respectivamente. Identifique características importantes dos históricos dos fluxos.

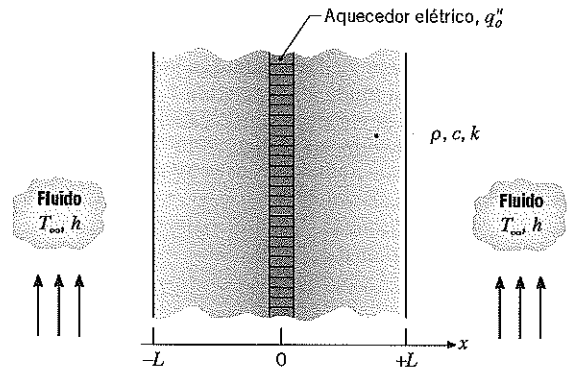
2.50 Em uma partícula esférica de raio r_1 há geração térmica uniforme a uma taxa $\dot{q}$. A partícula é encapsulada por uma casca esférica com raio externo r_2 que é resfriada pelo ar ambiente. As condutividades térmicas da partícula e da casca são k_1 e k_2, respectivamente, sendo $k_1 = 2k_2$.

(a) Aplicando o princípio da conservação de energia no volume de controle esférico A, que é posicionado em uma posição arbitrária no interior da esfera, determine uma relação entre o gradiente de temperatura, dT/dr, e o raio local, r, para $0 \leq r \leq r_1$.
(b) Aplicando o princípio da conservação de energia no volume de controle esférico B, que é posicionado em uma posição arbitrária no interior da casca esférica, determine uma relação entre o gradiente de temperatura, dT/dr, e o raio local, r, para $r_1 \leq r \leq r_2$.
(c) Em coordenadas $T - x$, esboce a distribuição de temperaturas em $0 \leq r \leq r_2$.

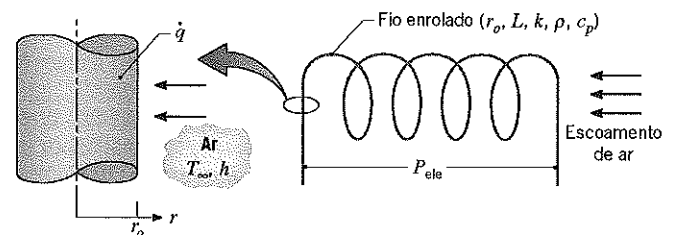
2.51 Em uma parede plana, de espessura $L = 0{,}1$ m, há aquecimento volumétrico uniforme a uma taxa $\dot{q}$. Uma superfície da parede ($x = 0$) é isolada termicamente, enquanto a outra superfície está exposta a um fluido a $T_\infty = 20°C$ com o coeficiente de transferência de calor por convecção caracterizado por $h = 1000$ W/(m²·K). Inicialmente, a distribuição de temperaturas na parede é $T(x,0) = a + bx^2$, na qual $a = 300°C$, $b = -1{,}0 \times 10^4$ °C/m² e x está em metros. Subitamente, a geração de calor volumétrica é desativada ($\dot{q} = 0$ para $t \geq 0$), enquanto a transferência de calor convectiva continua ocorrendo em $x = L$. As propriedades da parede são $\rho = 7000$ kg/m³, $c_p = 450$ J/(kg K) e $k = 90$ W/(m·K).

(a) Determine o valor da taxa de geração de energia volumétrica $\dot{q}$ associada à condição inicial ($t < 0$).
(b) Em coordenadas $T - x$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t < 0$), condição de regime estacionário ($t \to \infty$), e duas condições intermediárias.
(c) Em coordenadas $q''_x - t$, esboce a variação com o tempo do fluxo térmico na fronteira exposta ao processo convectivo, $q''_x(L, t)$. Calcule o valor correspondente do fluxo térmico em $t = 0$, $q''_x(L, 0)$.
(d) Calcule a quantidade de energia removida da parede, por unidade de área (J/m²), pelo escoamento do fluido durante o resfriamento da parede de sua condição inicial até o regime estacionário.

2.52 Uma parede plana, que tem um de seus lados ($x = 0$) termicamente isolado, está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i, quando sua superfície exposta em $x = L$ tem a sua temperatura subitamente elevada para T_s.
(a) Verifique se a equação a seguir satisfaz à equação do calor e às condições de contorno:

$$\frac{T(x,t) - T_s}{T_i - T_s} = C_1 \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}\frac{\alpha t}{L^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{x}{L}\right)$$

na qual C_1 é uma constante e α é a difusividade térmica.
(b) Obtenha expressões para o fluxo térmico em $x = 0$ e $x = L$.
(c) Esboce a distribuição de temperaturas $T(x)$ em $t = 0$, em $t \to \infty$ e em um instante de tempo intermediário. Esboce a variação com o tempo do fluxo térmico em $x = L$, $q''_L(t)$.
(d) Qual o efeito de α na resposta térmica do material a uma mudança na temperatura da superfície?

2.53 Um aquecedor elétrico delgado, dissipando 4000 W/m², encontra-se imprensado entre duas placas, com espessura de 25 mm, cujas superfícies expostas trocam calor por convecção com um fluido a $T_\infty = 20°C$ e $h = 400$ W/(m²·K). As propriedades termofísicas do material das placas são $\rho = 2500$ kg/m³, $c = 700$ J/(kg·K) e $k = 5$ W/(m·K).

(a) Em coordenadas $T - x$, esboce a distribuição de temperaturas no regime estacionário para $-L \leq x \leq +L$. Calcule os valores das temperaturas nas superfícies , $x = \pm L$, e no plano central, $x = 0$. Identifique essa distribuição como Caso 1 e explique suas características marcantes.
(b) Considere condições nas quais haja uma perda de refrigerante e a existência de uma condição aproximadamente adiabática na superfície $x = +L$. Nas coordenadas $T - x$ usadas na parte (a), esboce a distribuição de temperaturas no regime estacionário correspondente e indique as temperaturas em $x = 0$ e $\pm L$. Identifique essa distribuição como Caso 2 e explique suas características marcantes.
(c) Com o sistema operando como descrito na parte (b), a superfície $x = -L$ também passa por uma perda súbita de resfriamento. Essa situação perigosa passa despercebida por 15 minutos, quando então a potência do aquecedor é desativada. Considerando a inexistência de perda de calor pelas superfícies das placas, qual é a distribuição de temperaturas nas placas após um longo período de tempo ($t \to \infty$)? Esta distribuição é uniforme e em estado estacionário. No seu esboço, mostre essa distribuição como Caso 3 e explique suas características marcantes. *Sugestão*: Aplique a exigência de conservação de energia em um intervalo de tempo como base, Equação 1.11b, usando as condições inicial e final correspondendo aos Casos 2 e 3, respectivamente.
(d) Em coordenadas $T - t$, esboce o histórico da temperatura, nas posições das placas $x = 0$ e $\pm L$, ao longo do período transiente entre as distribuições dos Casos 2 e 3. Onde e quando a temperatura no sistema atinge um valor máximo?

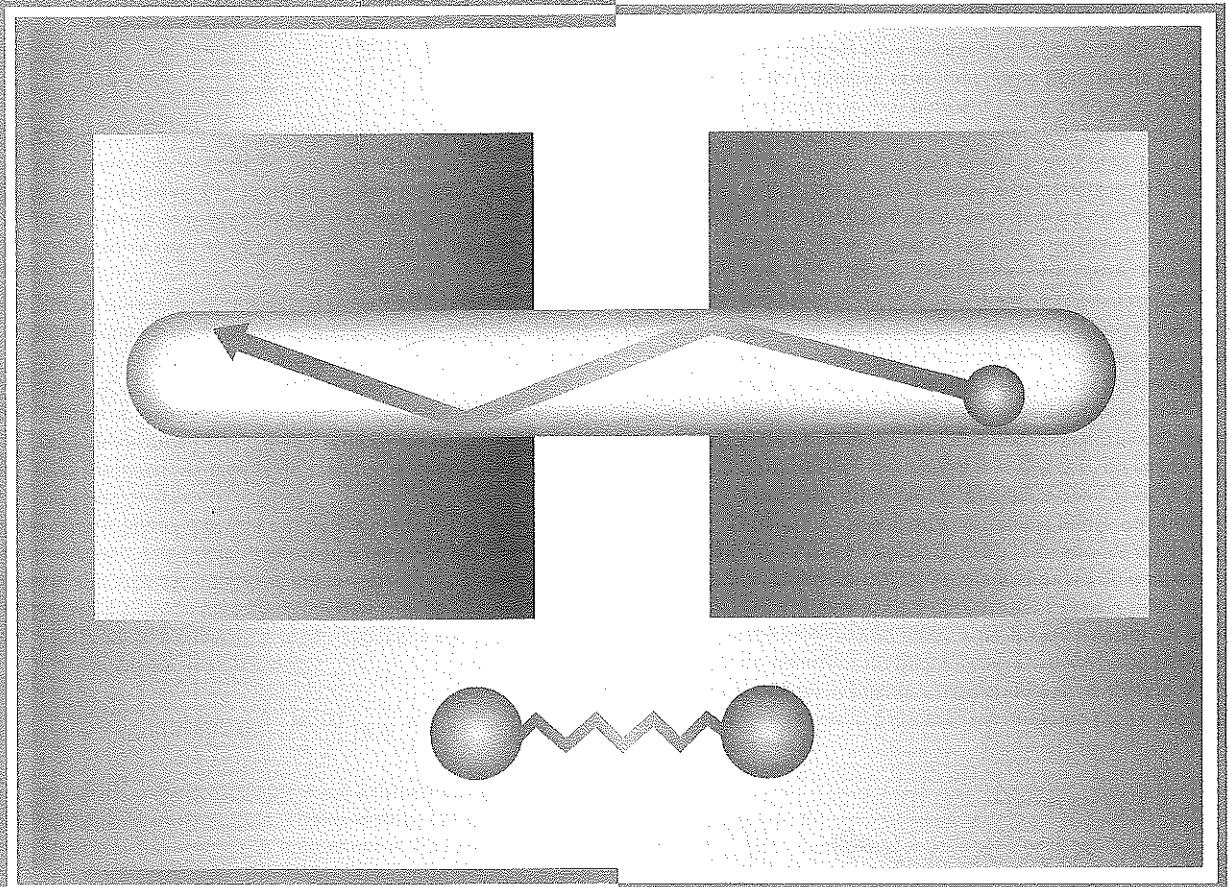
2.54 Tipicamente, ar é aquecido em um secador de cabelos ao ser soprado através de um fio enrolado, através do qual uma corrente elétrica é passada. Energia térmica é gerada pelo aquecimento resistivo elétrico no interior do fio e é transferida por convecção da superfície do fio para o ar. Considere condições nas quais o fio está inicialmente a temperatura do ambiente, T_i, e o aquecimento resistivo é iniciado em conjunto com o escoamento do ar em $t = 0$.

(a) Para um raio do fio r_0, uma temperatura do ar T_∞ e um coeficiente convectivo h, escreva a forma da equação do calor e as condições inicial e de contorno que descrevem a resposta térmica transiente, $T(r, t)$, do fio.

(b) Para um comprimento e um raio do fio de 500 mm e 1 mm, respectivamente, qual é a taxa volumétrica de geração de energia térmica correspondente a um consumo de potência de $P_{ele} = 500$ W? Qual é o fluxo térmico convectivo em condições de regime estacionário?

(c) Em coordenadas $T - r$, esboce as distribuições de temperaturas para as seguintes condições: condição inicial ($t \leq 0$), condição de regime estacionário ($t \rightarrow \infty$), e dois tempos intermediários.

(d) Em coordenadas $q''_r - t$, esboce a variação do fluxo térmico com o tempo nas posições $r = 0$ e $r = r_0$.

CAPÍTULO 3

Condução Unidimensional em Regime Estacionário

Neste capítulo tratamos situações para as quais o calor é transferido por difusão em condições *unidimensionais e em regime estacionário*. O termo "unidimensional" se refere ao fato de que apenas uma coordenada é necessária para descrever a variação espacial das variáveis dependentes. Assim, em um sistema *unidimensional*, gradientes de temperatura existem ao longo de uma única direção e a transferência de calor ocorre exclusivamente nesta direção. O sistema é caracterizado por condições de *regime estacionário* se a temperatura, em cada ponto do sistema, for independente do tempo. Apesar de sua simplicidade inerente, os modelos unidimensionais em regime estacionário podem ser usados para representar, com precisão, numerosos sistemas da engenharia.

Começamos a nossa análise da condução unidimensional em regime estacionário pela discussão da transferência de calor em sistemas sem geração interna de energia térmica (Seções 3.1 a 3.4). O objetivo é determinar expressões para a distribuição de temperaturas e para a taxa de transferência de calor em geometrias comuns (plana, cilíndrica e esférica). Para tais geometrias, um objetivo adicional é apresentar o conceito de *resistência térmica* e mostrar como *circuitos térmicos* podem ser usados para modelar o escoamento do calor, da mesma forma que os circuitos elétricos são utilizados para a corrente elétrica. O efeito da geração interna de calor é tratado na Seção 3.5 e, novamente, nosso objetivo é obter expressões para determinar distribuição de temperaturas e taxas de transferência de calor. Na Seção 3.6, consideramos o caso especial da condução unidimensional em regime estacionário em *superfícies estendidas*. Nas suas formas mais comuns, estas superfícies são chamadas de *aletas* e são usadas para *aumentar* a transferência de calor por convecção para um fluido adjacente. Além de determinar as relações entre distribuições de temperaturas e taxas de transferência de calor, o nosso objetivo é introduzir *parâmetros de desempenho* que podem ser usados para determinar sua eficácia. Finalmente, na Seção 3.7, apresentamos conceitos e equações relacionadas à transferência de calor no interior do corpo humano, incluindo os efeitos da *geração de calor metabólica* e da *perfusão*.

3.1 A Parede Plana

Na condução de calor unidimensional em uma parede plana, a temperatura é uma função somente da coordenada x e o calor é transferido exclusivamente nessa direção. Na Figura 3.1*a*, uma parede plana separa dois fluidos, que se encontram a diferentes temperaturas. A transferência de calor ocorre por convecção do fluido quente a $T_{\infty,1}$ para uma superfície da parede a $T_{s,1}$, por condução através da parede e por convecção da outra superfície da parede a $T_{s,2}$ para o fluido frio a $T_{\infty,2}$.

Começamos analisando condições *no interior* da parede. Em primeiro lugar determinamos a distribuição de temperaturas, a partir da qual podemos, então, obter a taxa de transferência de calor por condução.

FIGURA 3.1 Transferência de calor através de uma parede plana. (*a*) Distribuição de temperaturas. (*b*) Circuito térmico equivalente.

3.1.1 Distribuição de Temperaturas

A distribuição de temperaturas na parede pode ser determinada através da solução da equação do calor com as condições de contorno pertinentes. Para condições de regime estacionário, sem a presença de fontes ou sumidouros de energia distribuídos no interior da parede, a forma apropriada da equação do calor é a Equação 2.21

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0 \qquad (3.1)$$

Logo, a partir da Equação 2.2, tem-se que, para a *condução unidimensional em regime estacionário em uma parede plana sem geração de calor, o fluxo térmico é uma constante, independente de x*. Se a condutividade térmica do material da parede for considerada constante, a equação pode ser integrada duas vezes, obtendo-se a *solução geral*

$$T(x) = C_1 x + C_2 \qquad (3.2)$$

Para obter as constantes de integração, C_1 e C_2, condições de contorno devem ser introduzidas. Optamos pela aplicação de condições de contorno do primeiro tipo em $x = 0$ e $x = L$, assim

$$T(0) = T_{s,1} \quad \text{e} \quad T(L) = T_{s,2}$$

Substituindo a condição em $x = 0$ na solução geral, segue-se que

$$T_{s,1} = C_2$$

Analogamente, em $x = L$,

$$T_{s,2} = C_1 L + C_2 = C_1 L + T_{s,1}$$

ou ainda

$$\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} = C_1$$

Substituindo na solução geral, a distribuição de temperaturas é então

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1})\frac{x}{L} + T_{s,1} \tag{3.3}$$

A partir desse resultado, fica evidente que, para *a condução unidimensional em regime estacionário em uma parede plana sem geração de calor e com condutividade térmica constante, a temperatura varia linearmente com x.*

Agora que temos a distribuição de temperaturas, podemos usar a lei de Fourier, Equação 2.1, para determinar a taxa de transferência de calor por condução. Isto é,

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx} = \frac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) \tag{3.4}$$

Note que A é a área da parede *normal* à direção da transferência de calor e, na parede plana, ela é uma constante independente de x. O fluxo térmico é, então,

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = \frac{k}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) \tag{3.5}$$

As Equações 3.4 e 3.5 indicam que tanto a taxa de transferência de calor q_x quanto o fluxo térmico q''_x são constantes, independente de x.

Nos parágrafos anteriores utilizamos o *procedimento padrão* para a solução de problemas de condução. Isto é, em primeiro lugar a solução geral para a distribuição de temperaturas é obtida através da resolução da forma apropriada da equação de calor. As condições de contorno são então utilizadas para obter a solução particular, que é usada em conjunto com a lei de Fourier para determinar a taxa de transferência de calor. Note que optamos por especificar as temperaturas nas superfícies em $x = 0$ e $x = L$ como condições de contorno, embora tipicamente sejam conhecidas as temperaturas dos fluidos e não as temperaturas superficiais. Contudo, uma vez que as temperaturas da superfície e do fluido adjacente são facilmente relacionadas através de um balanço de energia na superfície (veja a Seção 1.3.2), é uma questão simples expressar as Equações 3.3 a 3.5 em termos das temperaturas dos fluidos no lugar das temperaturas superficiais. Alternativamente, resultados equivalentes poderiam ser obtidos de forma direta pelo uso dos balanços de energia nas superfícies da parede como condições de contorno do terceiro tipo quando da avaliação das constantes na Equação 3.2 (veja o Problema 3.1).

3.1.2 Resistência Térmica

Neste ponto registramos que, para o caso especial da transferência de calor unidimensional sem geração interna de energia e com propriedades constantes, um conceito muito importante é sugerido pela Equação 3.4. Em particular, existe uma analogia entre as difusões de calor e de carga elétrica. Da mesma forma que uma resistência elétrica está associada à condução de eletricidade, uma resistência térmica pode ser associada à condução de calor. Definindo resistência como a razão entre um potencial motriz e a correspondente taxa de transferência, vem da Equação 3.4 que a *resistência térmica para a condução* em uma parede plana é

$$R_{t,\text{cond}} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{kA} \tag{3.6}$$

Analogamente, para a condução elétrica no mesmo sistema, a lei de Ohm fornece uma resistência elétrica com a forma

$$R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma A} \tag{3.7}$$

A analogia entre as Equações 3.6 e 3.7 é óbvia. Uma resistência térmica pode também ser associada à transferência de calor por convecção em uma superfície. A partir da lei do resfriamento de Newton,

$$q = hA(T_s - T_\infty) \tag{3.8}$$

A *resistência térmica para a convecção* é, então,

$$R_{t,\text{conv}} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA} \tag{3.9}$$

Representações na forma de circuitos fornecem uma ferramenta útil tanto para a conceituação quanto para a quantificação de problemas da transferência de calor. O *circuito térmico equivalente* para a parede plana com condições de convecção nas duas superfícies é mostrado na Figura 3.1*b*. A taxa de transferência de calor pode ser determinada pela consideração em separado de cada elemento da rede. Uma vez que q_x é constante ao longo da rede, segue-se que

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/kA} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2 A} \tag{3.10}$$

Em termos da *diferença de temperaturas global*, $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$, e da *resistência térmica total*, R_{tot}, a taxa de transferência de calor pode também ser representada por

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{\text{tot}}} \tag{3.11}$$

Como as resistências condutiva e convectiva estão em série e podem ser somadas, tem-se que

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \tag{3.12}$$

A troca radiante entre a superfície e a vizinhança pode, também, ser importante se o coeficiente de transferência de calor por convecção for pequeno (como o é freqüentemente na convecção natural em um gás). Uma *resistência térmica para a radiação* pode ser definida tendo-se como referência a Equação 1.8:

$$R_{t,\text{rad}} = \frac{T_s - T_{\text{viz}}}{q_{\text{rad}}} = \frac{1}{h_r A} \tag{3.13}$$

Para radiação entre uma superfície e uma *grande vizinhança*, h_r é determinado pela Equação 1.9. As resistências convectiva e radiante em uma superfície atuam em paralelo, e se $T_\infty = T_{\text{viz}}$, elas podem ser combinadas para se obter uma resistência na superfície única e efetiva.

3.1.3 A Parede Composta

Circuitos térmicos equivalentes também podem ser usados em sistemas mais complexos, como, por exemplo, *paredes compostas*. Tais paredes podem possuir uma quantidade qualquer de resistências térmicas em série e em paralelo, devido à presença de camadas de diferentes materiais. Seja a parede composta, em série, da Figura 3.2. A taxa de transferência de calor unidimensional para esse sistema pode ser representada por

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\Sigma R_t} \tag{3.14}$$

onde $T_{\infty,1} - T_{\infty,4}$ é a diferença de temperaturas *global* e o somatório inclui todas as resistências térmicas. Logo,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{[(1/h_1A) + (L_A/k_AA) + (L_B/k_BA) + (L_C/k_CA) + (1/h_4A)]} \tag{3.15}$$

Alternativamente, a taxa de transferência de calor pode ser relacionada à diferença de temperaturas e à resistência térmica associadas a cada elemento. Por exemplo,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{(1/h_1A)} = \frac{T_{s,1} - T_2}{(L_A/k_AA)} = \frac{T_2 - T_3}{(L_B/k_BA)} = \cdots \tag{3.16}$$

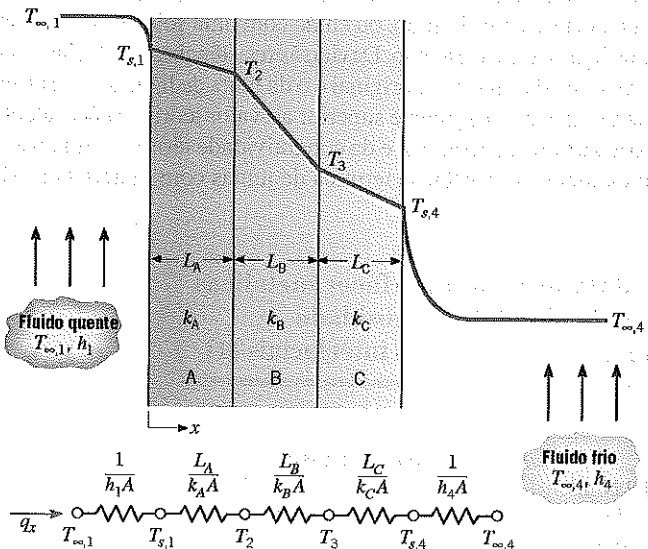



FIGURA 3.2 Circuito térmico equivalente para uma parede composta em série.

Em sistemas compostos, é freqüentemente conveniente o trabalho com um *coeficiente global de transferência de calor, U*, que é definido por uma expressão análoga à lei do resfriamento de Newton. Assim,

$$q_x \equiv UA\,\Delta T \tag{3.17}$$

onde ΔT é a diferença de temperaturas global. O coeficiente global de transferência de calor está relacionado à resistência térmica total e, a partir das Equações 3.14 e 3.17, verificamos que $UA = 1/R_{\text{tot}}$. Portanto, para a parede composta da Figura 3.2,

$$U = \frac{1}{R_{\text{tot}}A} = \frac{1}{[(1/h_1) + (L_A/k_A) + (L_B/k_B) + (L_C/k_C) + (1/h_4)]} \tag{3.18}$$

Em geral, podemos escrever

$$R_{\text{tot}} = \sum R_t = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA} \tag{3.19}$$

As paredes compostas também podem ser caracterizadas por configurações série-paralelo, tal como aquela mostrada na Figura 3.3. Embora nesse sistema o escoamento de calor seja multidimensional, freqüentemente é razoável a hipótese de condições unidimensionais. Com base nesta hipótese, dois circuitos térmicos diferentes podem ser usados. No caso (*a*), considera-se que as superfícies normais à direção *x* sejam isotérmicas, enquanto, no caso (*b*), supõe-se que as superfícies paralelas à direção *x* sejam adiabáticas. São obtidos resultados diferentes para R_{tot} e o valor real da taxa de transferência de calor está compreendido

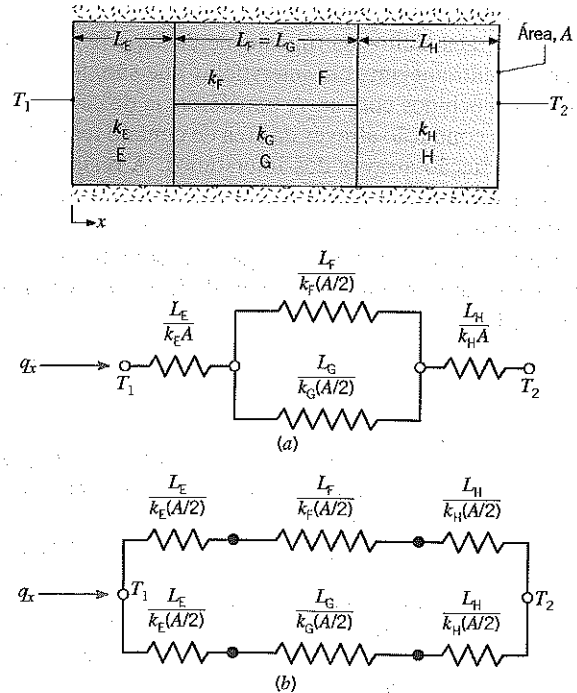



FIGURA 3.3 Circuito térmico equivalente para uma parede composta série-paralela.

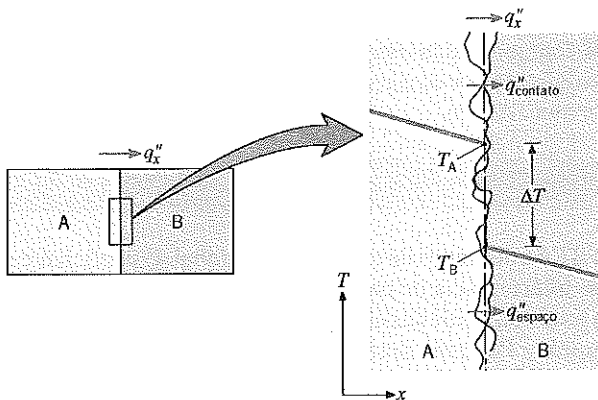



FIGURA 3.4 Queda de temperatura devido a uma resistência térmica de contato.

entre os valores previstos em cada um dos casos. Essas diferenças aumentam à medida que o valor de $|k_F - k_G|$ aumenta, uma vez que os efeitos multidimensionais se tornam mais significativos.

3.1.4 Resistência de Contato

Embora desprezada até o momento, é importante reconhecer que, em sistemas compostos, a queda de temperatura entre as interfaces dos vários materiais pode ser considerável. Essa mudança de temperatura é atribuída ao que é conhecido por *resistência térmica de contato*, $R_{t,c}$. O efeito é mostrado na Figura 3.4 e, para uma área de interface unitária, a resistência é definida como

$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x} \tag{3.20}$$

A existência de uma resistência de contato não-nula se deve principalmente aos efeitos da rugosidade da superfície. Pontos de contato se entremeiam com interstícios que são, na maioria dos casos, preenchidos com ar. A transferência de calor é, portanto, devida à condução através da área de contato real e à condução e/ou radiação através dos interstícios. A resistência de contato pode ser vista como duas resistências em paralelo: aquela devida aos pontos de contato e aquela vinculada aos interstícios. Tipicamente, a área de contato é pequena e, sobretudo no caso de superfícies rugosas, a principal contribuição para a resistência é fornecida pelos interstícios.

Para sólidos cujas condutividades térmicas são superiores à do fluido interfacial, a resistência de contato pode ser reduzida pelo aumento da área dos pontos de contato. Tal aumento pode ser efetivado por um acréscimo na pressão de contato e/ou pela redução da rugosidade das superfícies em contato. A resistência de contato também pode ser reduzida pela seleção de um fluido interfacial com elevada condutividade térmica. Nesse sentido, a ausência de um fluido (vácuo na interface) elimina a condução através dos interstícios, contribuindo assim para a elevação da resistência de contato. Da mesma forma, se a largura característica do interstício, L, se torna pequena (como, por exemplo, no caso de superfícies muito lisas em contato), L/λ_{lpm} pode se aproximar de valores para os quais a condutividade térmica do gás interfacial é reduzida por efeitos de microescala, como discutido na Seção 2.2.

Embora teorias tenham sido desenvolvidas para predizer $R''_{t,c}$, os resultados mais confiáveis são aqueles que foram obtidos experimentalmente. O efeito do preenchimento de interfaces metálicas pode ser visto na Tabela 3.1*a*, que apresenta uma faixa aproximada de resistências térmicas sob condições de vácuo. O efeito do fluido interfacial na resistência térmica em uma interface de alumínio é mostrado na Tabela 3.1*b*.

Ao contrário dos resultados da Tabela 3.1, muitas aplicações envolvem o contato entre sólidos diferentes e/ou uma ampla variedade de possíveis materiais intersticiais (enchimentos) (Tabela 3.2). Qualquer substância intersticial que preencha os interstícios entre superfícies em contato e cuja condutividade térmica exceda a do ar irá causar uma redução na resistência de contato. Duas classes de materiais bastante adequadas para esse propósito são os metais macios e as graxas térmicas. Os metais, que incluem o índio, o chumbo, o estanho e a prata, podem ser inseridos na forma de finas folhas ou aplicados como um fino revestimento em um dos materiais em contato. Graxas térmicas à base de silício são atrativas em virtude de sua capacidade de preencherem completamente os interstícios com um material cuja condutividade térmica supera em até 50 vezes a condutividade térmica do ar.

De forma distinta das interfaces anteriores, que não são permanentes, muitas interfaces envolvem juntas definitivamente aderidas. A junta pode ser colada com uma resina epóxi, com uma solda macia rica em chumbo, ou então com uma solda dura tal como uma liga de ouro e estanho. Devido às resistências interfaciais entre o material da superfície original e o da junta de ligação, a resistência térmica real da junta é superior ao valor teórico (L/k) calculado a partir da espessura L e da condutividade térmica k do material da junta. A resistência térmica de juntas com material epóxi e

TABELA 3.1 Resistência térmica de contato para (*a*) interfaces metálicas sob condições de vácuo e (*b*) interface de alumínio (rugosidade superficial de 10 mm, 10^5 N/m²) com diferentes fluidos interfaciais [1]

Resistência Térmica, $R''_{t,c} \times 10^4$ (m·K/W)				
(*a*) Vácuo na Interface			**(*b*) Fluido Interfacial**	
Pressão de contato	100 kN/m²	10.000kN/m²	Ar	2,75
Aço inoxidável	6–25	0,7–4,0	Hélio	1,05
Cobre	1–10	0,1–0,5	Hidrogênio	0,720
Magnésio	1,5–3,5	0,2–4,0	Óleo de silicone	0,525
Alumínio	1,5–5,0	0,2–4,0	Glicerina	0,265

TABELA 3.2 Resistência térmica em interfaces sólido/sólido representativas

Interface	$R''_{t,c} \times 10^4$ (m²·K/W)	Fonte
Chip de silício/alumínio esmerilhado com ar (27–500 kN/m²)	0,3–0,6	[2]
Alumínio/alumínio com preenchimento de folha de índio (~100 kN/m²)	~0,07	[1,3]
Aço inoxidável/aço inoxidável com preenchimento de folha de índio (~3500 kN/m²)	~0,04	[1,3]
Alumínio/alumínio com revestimento metálico (Pb)	0,01–0,1	[4]
Alumínio/alumínio com graxa Dow Corning 340 (~100 kN/m²)	~0,07	[1,3]
Aço inoxidável/aço inoxidável com graxa Dow Corning 340 (~100 kN/m²)	~0,04	[1,3]
Chip de silício/alumínio com 0,02 mm de epóxi	0,2–0,9	[5]
Latão/latão com 15 μm de solda de estanho	0,025–0,14	[6]

soldadas é também afetada negativamente por vazios e rachaduras, que podem se formar durante a sua fabricação ou como resultado de ciclos térmicos durante a operação normal.

Revisões amplas que abordam resultados e modelos relativos às resistências térmicas de contato são fornecidas por Snaith et al. [3], Madhusudana e Fletcher [7] e Yovanovich [8].

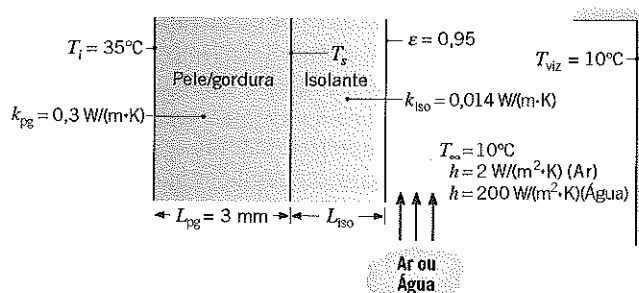
EXEMPLO 3.1

No Exemplo 1.6, calculamos a taxa de perda de calor de um corpo humano no ar e na água. Aqui consideramos as mesmas condições, exceto a vizinhança (ar ou água) que se encontra a 10°C. Para reduzir a taxa de perda de calor, a pessoa veste roupas especiais esportivas (casaco para neve e umidade) feitas com um isolante de aerogel de sílica nanoestruturado com uma condutividade térmica extremamente baixa, igual a 0,014 W/(m·K). A emissividade da superfície externa do casaco é 0,95. Qual espessura do isolante de aerogel é necessária para reduzir a taxa de perda de calor para 100 W (uma taxa de geração de calor metabólica típica) no ar e na água? Qual é a temperatura resultante da pele?

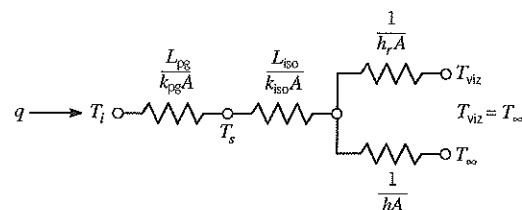
SOLUÇÃO

Dados: Temperatura superficial interna de uma camada de pele/gordura de espessura, condutividade térmica e área superficial conhecidas. Condutividade térmica e emissividade do casaco. Condições ambientais.

Achar: Espessura do isolante necessária para reduzir a taxa de perda de calor para 100 W e a temperatura da pele correspondente.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor unidimensional por condução através das camadas de pele/gordura e de isolante.
3. Resistência de contato é desprezível.
4. Condutividades térmicas são uniformes.
5. Troca radiante entre a superfície do casaco e a vizinhança pode ser vista como entre uma pequena superfície e uma grande vizinhança na temperatura do ar.
6. Água líquida é opaca para a radiação térmica.
7. Radiação solar é desprezível.
8. O corpo encontra-se completamente imerso na água na parte 2.

Análise: O circuito térmico pode ser construído reconhecendo-se que a resistência ao escoamento do calor está associada à condução através das camadas de pele/gordura e do isolante, e às convecção e radiação na superfície externa. Desta forma, o circuito e as resistências têm a seguinte forma (com $h_r = 0$ para a água):

A resistência térmica total necessária para atingir a taxa de perda de calor desejada é determinada pela Equação 3.19,

$$R_{tot} = \frac{T_i - T_\infty}{q} = \frac{(35-10)\text{ K}}{100\text{ W}} = 0{,}25\text{ K/W}$$

A resistência térmica total entre a superfície interna da camada pele/gordura e a vizinhança fria inclui resistências condutivas na camada de pele/gordura e de isolante e uma resistência efetiva associada às convecção e radiação, que atuam em paralelo. Assim,

$$R_{tot} = \frac{L_{pg}}{k_{pg}A} + \frac{L_{iso}}{k_{iso}A} + \left(\frac{1}{1/hA} + \frac{1}{1/h_r A}\right)^{-1} = \frac{1}{A}\left(\frac{L_{pg}}{k_{pg}} + \frac{L_{iso}}{k_{iso}} + \frac{1}{h+h_r}\right)$$

A espessura do isolante pode ser explicitada nesta equação.

Ar

O coeficiente de transferência de calor para a radiação pode ser aproximado pelo mesmo valor do Exemplo 1.6: $h_r = 5{,}9$ W/(m²·K).

$$L_{iso} = k_{iso}\left[AR_{tot} - \frac{L_{pg}}{k_{pg}} - \frac{1}{h + h_r}\right]$$

$$= 0{,}014\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}\left[1{,}8\ \text{m}^2 \times 0{,}25\ \text{K/W} - \frac{3 \times 10^{-3}\text{m}}{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}\right.$$

$$\left. - \frac{1}{(2 + 5{,}9)\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}}\right] = 0{,}0044\ \text{m} = 4{,}4\ \text{mm} \quad \triangleleft$$

Água

$$L_{iso} = k_{iso}\left[AR_{tot} - \frac{L_{pg}}{k_{pg}} - \frac{1}{h}\right]$$

$$= 0{,}014\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}\left[1{,}8\ \text{m}^2 \times 0{,}25\ \text{K/W} - \frac{3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{,}3\text{W/(m}\cdot\text{K)}}\right.$$

$$\left. - \frac{1}{200\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}}\right] = 0{,}0061\ \text{m} = 6{,}1\ \text{mm} \quad \triangleleft$$

Estas espessuras requeridas de material isolante podem facilmente ser incorporadas nos casacos para neve e umidade.

A temperatura da pele pode ser calculada considerando-se a condução através da camada pele/gordura:

$$q = \frac{k_{pg}A(T_i - T_p)}{L_{pg}}$$

ou, explicitando T_p:

$$T_p = T_i - \frac{qL_{pg}}{k_{pg}A} = 35°\text{C} - \frac{100\ \text{W} \times 3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 1{,}8\ \text{m}^2} = 34{,}4°\text{C} \quad \triangleleft$$

A temperatura da pele é a mesma nos dois casos, pois a taxa de perda térmica é a mesma e as propriedades da camada pele/gordura também são as mesmas.

Comentários:

1. O aerogel de sílica nanoestruturado é um material extremamente poroso que tem apenas aproximadamente 5% de sólido. Sua condutividade térmica é menor do que a condutividade térmica do gás que preenche os seus poros. Como explicado na Seção 2.2, a razão para este resultado aparentemente impossível é que o tamanho do poro é de aproximadamente 20 nm, o que reduz o livre percurso médio do gás e, conseqüentemente, diminui a sua condutividade térmica.
2. Ao reduzir a taxa de perda de calor para 100 W, uma pessoa pode permanecer no ambiente frio por tempo indefinido sem ter hipotermia. A temperatura da pele de 34,4°C gera uma sensação de conforto.
3. No caso da água, a resistência térmica do isolante domina e todas as outras resistências podem ser desprezadas.
4. O coeficiente de transferência de calor por convecção associado ao ar depende das condições do vento e pode variar em uma ampla faixa. Ao mudar o seu valor, a temperatura da superfície externa da camada do isolante também muda. Como o coeficiente de transferência de calor por radiação depende dessa temperatura, ele também irá variar. Podemos realizar uma análise mais completa que leva isto em conta. O coeficiente de transferência de calor por radiação é dado pela Equação 1.9:

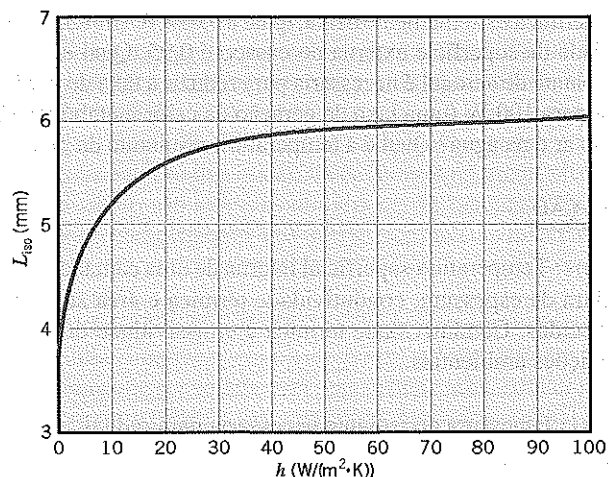
$$h_r = \varepsilon\sigma(T_{s,e} + T_{viz})(T_{s,e}^2 + T_{viz}^2) \tag{1}$$

Aqui, $T_{s,e}$ é a temperatura da superfície externa da camada de isolante, que pode ser calculada por

$$T_{s,e} = T_i - \frac{q}{\dfrac{L_{pg}}{k_{pg}A} + \dfrac{L_{iso}}{k_{iso}A}} \tag{2}$$

Como ela depende da espessura do isolante, também precisamos uma equação anterior para L_{iso}:

$$L_{iso} = k_{iso}\left(AR_{tot} - \frac{L_{pg}}{k_{pg}} - \frac{1}{h + h_r}\right) \tag{3}$$

Com todos os outros valores conhecidos, estas três equações podem ser resolvidas para determinar a espessura de isolante requerida. Usando todos os valores fornecidos anteriormente, estas equações foram resolvidas para valores de h na faixa $0 \leq h \leq 100$ W/(m²·K) e os resultados estão representados graficamente.

O aumento de h diminui a resistência convectiva correspondente, o que requer, então, isolamento adicional para manter a taxa de transferência de calor em 100 W. Quando o coeficiente de transferência de calor é superior a aproximadamente 60 W/(m²·K), a resistência convectiva é desprezível e mais aumentos no h têm pequeno efeito na espessura de isolante requerida.

A temperatura da superfície externa e o coeficiente de transferência de calor radiante também podem ser calculados. Na medida em que h aumenta de 0 a 100 W/(m²·K), $T_{s,e}$ diminui de 294 a 284 K, enquanto h_r diminui de 5,2 para 4,9 W/(m²·K). A estimativa inicial de $h_r = 5{,}9$ W/(m²·K) não foi muito precisa. Usando este modelo mais completo da transferência de calor radiante, com $h = 2$ W/(m²·K), o coeficiente de transferência de calor radiante é igual a 5,1 W/(m²·K) e a espessura de isolante requerida é de

4,2 mm, próximo ao valor calculado na primeira parte do problema.

Como um exercício, use as Equações de 1 até 3 do Comentário 4 e determine a espessura requerida quando o coeficiente de transferência de calor por convecção do ar for de 20 W/(m²·K). Todas as demais condições permanecem as mesmas como no enunciado do problema. [Resposta: 5,6 mm]

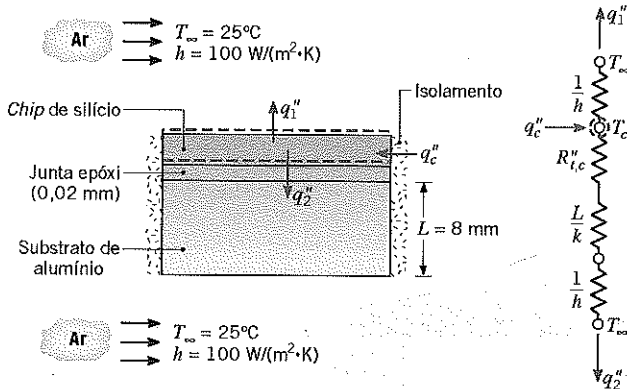
EXEMPLO 3.2

Um fino circuito integrado (*chip*) de silício e um substrato de alumínio com 8 mm de espessura são separados por uma junta epóxi com 0,02 mm de espessura. O *chip* e o substrato possuem, cada um, 10 mm de lado, e suas superfícies expostas são resfriadas por ar, que se encontra a uma temperatura de 25°C e fornece um coeficiente convectivo de 100 W/(m²·K). Se o *chip* dissipa 10^4 W/m² em condições normais, ele irá operar abaixo da temperatura máxima permitida de 85°C?

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões, dissipação de calor e temperatura máxima permitida para um *chip* de silício. Espessuras do substrato de alumínio e da junta epóxi. Condições convectivas nas superfícies expostas do *chip* e do substrato.

Achar: Se a temperatura máxima permitida é excedida.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional (transferência de calor desprezível nas laterais do sistema composto).
3. Resistência térmica no *chip* desprezível (*chip* isotérmico).
4. Propriedades constantes.
5. Troca radiante com a vizinhança desprezível.

Propriedades: Tabela A.1, alumínio puro ($T \sim 350$ K): $k = 239$ W/(m·K).

Análise: O calor dissipado no *chip* é transferido para o ar diretamente a partir de sua superfície exposta e indiretamente através da junta e do substrato. Executando um balanço de energia em uma superfície de controle ao redor do *chip*, segue-se que, com base em uma área superficial unitária,

$$q''_c = q''_1 + q''_2$$

ou

$$q''_c = \frac{T_c - T_\infty}{(1/h)} + \frac{T_c - T_\infty}{R''_{t,c} + (L/k) + (1/h)}$$

Para estimar T_c de forma conservativa, o valor máximo possível de $R''_{t,c} = 0{,}9 \times 10^{-4}$ m²·K/W é obtido na Tabela 3.2. Logo,

$$T_c = T_\infty + q''_c\left[h + \frac{1}{R''_{t,c} + (L/k) + (1/h)}\right]^{-1}$$

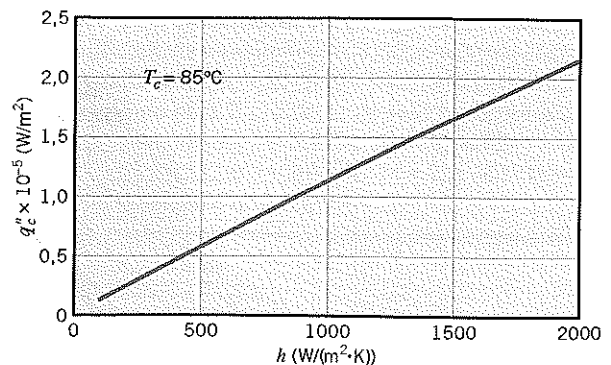
ou

$$T_c = 25°\text{C} + 10^4\ \text{W/m}^2 \times \left[100 + \frac{1}{(0{,}9 + 0{,}33 + 100) \times 10^{-4}}\right]^{-1} \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

$$T_c = 25°\text{C} + 50{,}3°\text{C} = 75{,}3°\text{C} \qquad \triangleleft$$

Portanto, o *chip* irá operar abaixo da sua temperatura máxima permitida.

Comentários:

1. As resistências térmicas na junta e no substrato são muito menores do que a resistência convectiva. A resistência da junta teria que ser aumentada até um valor elevado não-realista de 50×10^{-4} m²·K/W, antes que a temperatura máxima permitida do *chip* fosse atingida.
2. A potência dissipada permitida pode ser aumentada com a elevação dos coeficientes de transferência de calor por convecção, através do aumento da velocidade do ar e/ou pela substituição do ar por um fluido mais efetivo em termos de transferência de calor. Explorando esta opção, para $100 \le h \le 2000$ W/(m²·K) com $T_c = 85°$C, os seguintes resultados são obtidos.

À medida que $h \to \infty$, $q''_2 \to 0$ e, virtualmente, toda a potência do *chip* é transferida diretamente para a corrente do fluido.

3. Como calculado, a *diferença* entre a temperatura do ar ($T_\infty = 25°C$) e a temperatura do *chip* ($T_c = 75{,}3°C$) é de 50,3 K. Lembre-se de que este resultado é uma *diferença* de temperaturas e, assim, também é igual a 50,3°C.
4. Considere condições nas quais o escoamento do ar sobre as superfícies do *chip* (superior) ou do substrato (inferior) cessa em função de um bloqueio no canal de suprimento de ar. Se a transferência de calor for desprezível em cada uma das superfícies, quais são as temperaturas do *chip* para $q''_c = 10^4$ W/m²? [Resposta: 126°C ou 125°C]
5. Com um algoritmo computacional, calcule a dissipação de potência permitida para as condições especificadas do escoamento do ar e $T_c = 85°C$. Represente graficamente os resultados e compare-os com aqueles mostrados no Comentário 2.

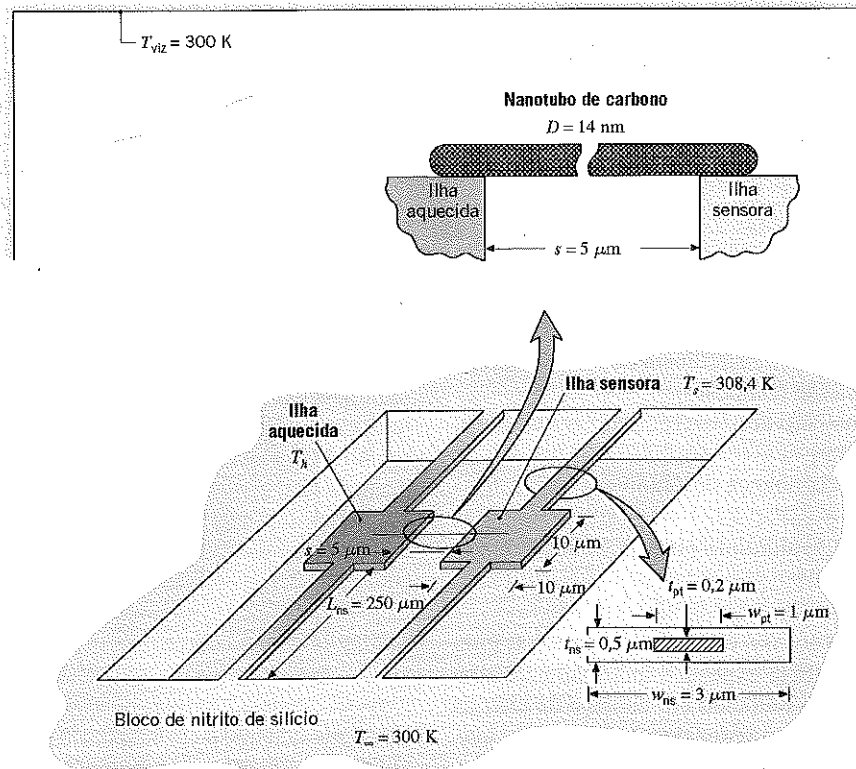
Exemplo 3.3

A condutividade térmica de um nanotubo de carbono com diâmetro $D = 14$ nm é medida em um instrumento que é fabricado com uma pastilha de nitrito de silício a uma temperatura de $T_\infty = 300$ K. O nanotubo com 20 μm de comprimento repousa sobre duas ilhas quadradas, 10 μm × 10 μm, espessura de 0,5 μm, que estão separadas por uma distância de $s = 5$ μm. Uma fina camada de platina é usada como um resistor elétrico na *ilha aquecida* (a temperatura T_q) para dissipar $q = 11{,}3$ μW de potência elétrica. Na *ilha sensora*, uma camada similar de platina é usada para determinar a sua temperatura, T_s. A resistência elétrica da platina, $R(T_s) = E/I$, é encontrada pela medida da queda de voltagem e da corrente elétrica através da camada de platina. A temperatura da ilha sensora, T_s, é então determinada a partir da relação da resistência elétrica da platina com a sua temperatura. Cada ilha é sustentada por duas vigas de nitrito de silício com comprimento de $L_{ns} = 250$ μm, com largura de $w_{ns} = 3$ μm e espessura $t_{ns} = 0{,}5$ μm. Uma linha de platina, com largura $w_{pt} = 1$ μm e espessura $t_{pt} = 0{,}2$ μm, encontra-se depositada no interior de cada viga de nitrito de silício para fornecer energia à ilha aquecida ou para detectar a queda de voltagem associada à determinação de T_s. O experimento completo é realizado no vácuo com $T_{viz} = 300$ K e, em regime estacionário, $T_s = 308{,}4$ K. Estime a condutividade térmica do nanotubo de carbono.

Solução

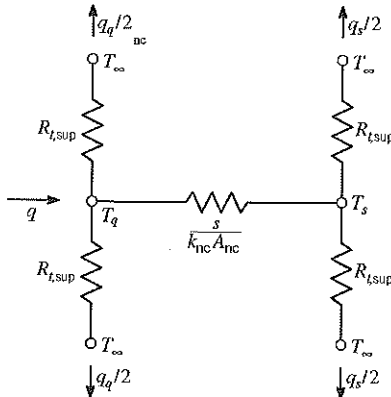
Dados: Dimensões, calor dissipado na ilha aquecida e temperaturas da ilha sensora e da vizinha pastilha de nitrito de silício.

Achar: A condutividade térmica do nanotubo de carbono.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor unidimensional.
3. As ilhas aquecida e sensora são isotérmicas.
4. Troca radiante entre as superfícies e a vizinhança é desprezível.
5. Perdas convectivas são desprezíveis.
6. Aquecimento homico nas linhas de platina é desprezível.
7. Propriedades constantes.
8. Resistência de contato entre o nanotubo e as ilhas é desprezível.

Propriedades: Tabela A.1, platina (325 K, suposta): $k_{pt} = 71,6$ W/(m·K). Tabela A.2, nitrito de silício (325 K, suposta): $k_{ns} = 15,5$ W/(m·K).

Análise: A energia que é dissipada na ilha aquecida é transferida para o bloco de nitrito de silício pelas vigas de suporte da ilha aquecida, pelo nanotubo de carbono e, em seqüência, pelas vigas de suporte da ilha sensora. Conseqüentemente, o circuito térmico pode ser construído como segue

onde cada viga de suporte fornece uma resistência térmica, $R_{t,sup}$, composta de uma resistência devido ao nitrito de silício (ns) em paralelo com uma resistência devida à linha de platina (pt).

As áreas das seções transversais dos materiais nas vigas de suporte são

$$A_{pt} = w_{pt}t_{pt} = (1 \times 10^{-6}\,\text{m}) \times (0,2 \times 10^{-6}\,\text{m}) = 2 \times 10^{-13}\,\text{m}^2$$

$$A_{ns} = w_{ns}t_{ns} - A_{pt} = (3 \times 10^{-6}\,\text{m}) \times (0,5 \times 10^{-6}\,\text{m}) - 2 \times 10^{-13}\,\text{m}^2 = 1,3 \times 10^{-12}\,\text{m}^2$$

enquanto a área da seção transversal do nanotubo de carbono é

$$A_{nc} = \pi D^2/4 = \pi(14 \times 10^{-9}\,\text{m})^2/4 = 1,54 \times 10^{-16}\,\text{m}^2$$

A resistência de cada suporte é

$$R_{t,sup} = \left[\frac{k_{pt}A_{pt}}{L_{pt}} + \frac{k_{ns}A_{ns}}{L_{ns}}\right]^{-1}$$

$$= \left[\frac{71,6\,\text{W/(m·K)} \times 2 \times 10^{-13}\,\text{m}^2}{250 \times 10^{-6}\,\text{m}} + \frac{15,5\,\text{W/(m·K)} \times 1,3 \times 10^{-12}\,\text{m}^2}{250 \times 10^{-6}\,\text{m}}\right]^{-1} = 7,25 \times 10^6\,\text{K/W}$$

A perda térmica combinada através dos suportes da ilha sensora é

$$q_s = 2(T_s - T_\infty)/R_{t,sup} = 2 \times (308,4\,\text{K} - 300\,\text{K})/(7,25 \times 10^6\,\text{K/W}) = 2,32 \times 10^{-6}\,\text{W} = 2,32\,\mu\text{W}$$

Segue-se que

$$q_q = q - q_s = 11,3\,\mu\text{W} - 2,32\,\mu\text{W} = 8,98\,\mu\text{W}$$

e T_q atinge um valor de

$$T_q = T_\infty + \frac{1}{2}q_qR_{t,sup} = 300\,\text{K} + \frac{8,98 \times 10^{-6}\,\text{W} \times 7,25 \times 10^6\,\text{K/W}}{2} = 332,6\,\text{K}$$

Para a parte do circuito térmico conectando T_q e T_s,

$$q_s = \frac{T_q - T_s}{s/(k_{nc}A_{nc})}$$

a partir da qual

$$k_{nc} = \frac{q_s s}{A_{nc}(T_q - T_s)} = \frac{2,32 \times 10^{-6}\,\text{W} \times 5 \times 10^{-6}\,\text{m}}{1,54 \times 10^{-16}\,\text{m}^2 \times (332,6\,\text{K} - 308,4\,\text{K})}$$

$$k_{nc} = 3113\,\text{W/(m·K)} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. A condutividade térmica medida é extremamente grande, como fica evidente pela comparação de seu valor com as condutividades térmicas de metais puros mostradas na Figura 2.4. Nanotubos de carbono podem ser utilizados para *dopar* materiais com baixa condutividade térmica para melhorar a transferência de calor neles.
2. Resistências de contato entre o nanotubo de carbono e as ilhas de aquecimento e sensora foram desprezadas porque pouco é conhecido sobre tais resistências em nanoescala. Contudo, *se* uma resistência de contato fosse incluída na análise, a condutividade térmica medida do nanotubo de carbono seria ainda maior do que o valor previsto.
3. O significado da transferência de calor radiante pode ser estimado pela aproximação da ilha aquecida por um corpo negro, emitindo para T_{viz}, a partir de suas superfícies superior e inferior. Assim, $q_{rad,h} \approx 5,67 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\text{·K}^4) \times 2 \times (10 \times 10^{-6}\,\text{m})^2 \times (332,6^4 - 300^4)\,\text{K}^4 = 4,7 \times 10^{-8}\,\text{W} = 0,047\,\mu\text{W}$, e a radiação é desprezível.

3.2 Uma Análise Alternativa da Condução

A análise da condução feita na Seção 3.1 foi realizada utilizando-se o *procedimento padrão*. Isto é, a equação do calor foi resolvida obtendo-se a distribuição de temperaturas, Equação 3.3, e, então, com a lei de Fourier, foi determinada a taxa de trans-

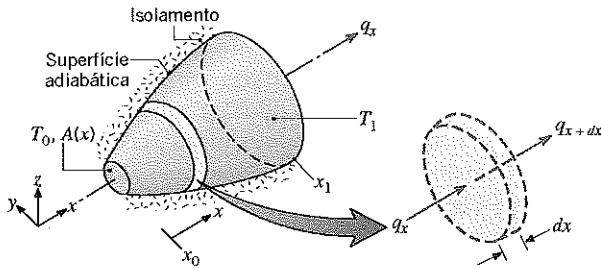



FIGURA 3.5 Sistema com uma taxa de transferência de calor condutiva constante.

ferência de calor, Equação 3.4. Contudo, um procedimento alternativo pode ser usado para as condições de interesse no momento. Considerando a condução no sistema da Figura 3.5, reconhecemos que, para *condições de regime estacionário, sem geração de calor* e *sem perda de calor pelas superfícies laterais*, a taxa de transferência de calor q_x é necessariamente uma constante independente de x, ou seja, para qualquer elemento diferencial dx, $q_x = q_{x+dx}$. Essa condição é, obviamente, uma conseqüência da exigência de conservação da energia e deve ser válida mesmo se a área variar com a posição, $A(x)$, e a condutividade térmica for função da temperatura, $k(T)$. Além disso, mesmo que a distribuição de temperaturas possa ser bidimensional, variando em função de x e y, com freqüência é razoável desprezar a variação na direção y e supor *uma distribuição unidimensional* em x.

Para as condições *supra* é possível trabalhar exclusivamente com a lei de Fourier ao efetuar uma análise da condução. Em particular, uma vez que a taxa condutiva é uma *constante*, a equação da taxa pode ser *integrada*, mesmo sem o prévio conhecimento da taxa de transferência e da distribuição de temperaturas. Considere a lei de Fourier, Equação 2.1, que pode ser aplicada ao sistema da Figura 3.5. Embora possamos não conhecer o valor de q_x ou a forma de $T(x)$, sabemos que q_x é uma constante. Assim, podemos escrever a lei de Fourier na forma integral

$$q_x \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{A(x)} = -\int_{T_0}^{T} k(T)\, dT \tag{3.21}$$

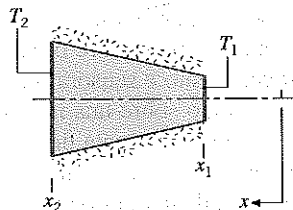
A área da seção transversal pode ser uma função conhecida de x, e a condutividade térmica do material pode variar com a temperatura de uma maneira conhecida. Se a integração for efetuada a partir de um ponto x_0, no qual a temperatura T_0 é conhecida, a equação resultante fornece a forma funcional de $T(x)$. Além disso, se a temperatura $T = T_1$ em um ponto qualquer $x = x_1$ também for conhecida, a integração entre x_0 e x_1 fornece uma expressão na qual q_x pode ser calculada. Note que, se a área A for uniforme e k for independente da temperatura, a Equação 3.21 se reduz a

$$\frac{q_x \Delta x}{A} = -k\,\Delta T \tag{3.22}$$

onde $\Delta x = x_1 - x_0$ e $\Delta T = T_1 - T_0$.

Com freqüência, optamos por resolver problemas de difusão trabalhando com formas integradas das equações da taxa de difusão. Contudo, as condições limitantes que permitem tal procedimento devem estar firmemente consolidadas em nossas mentes: transferência *unidimensional, em regime estacionário* e *sem geração de calor.*

EXEMPLO 3.4

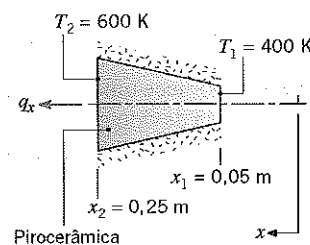
O diagrama mostra uma seção cônica fabricada em pirocerâmica. Ela possui seção transversal circular com o diâmetro $D = ax$, onde $a = 0{,}25$. A base pequena se encontra em $x_1 = 50$ mm e a maior em $x_2 = 250$ mm. As temperaturas nas bases são $T_1 = 400$ K e $T_2 = 600$ K. A superfície lateral do cone é isolada termicamente.

1. Deduza uma expressão literal para a distribuição de temperaturas $T(x)$ supondo condições unidimensionais. Esboce a distribuição de temperaturas.
2. Calcule a taxa de transferência de calor q_x através do cone.

SOLUÇÃO

Dados: Condução em uma seção cônica circular que possui diâmetro $D = ax$, onde $a = 0{,}25$.

Achar:

1. A distribuição de temperaturas $T(x)$.
2. A taxa de transferência de calor q_x.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional na direção x.
3. Sem geração interna de calor.
4. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.2, pirocerâmica (500 K): $k = 3{,}46$ W/(m·K).

Análise:

1. Uma vez que a condução de calor ocorre em condições unidimensionais, em estado estacionário, e não há geração interna de calor, a taxa de transferência de calor q_x é uma constante independente de x. Nesse contexto, a lei de Fourier,

Equação 2.1, pode ser usada para determinar a distribuição de temperaturas

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx}$$

com $A = \pi D^2/4 = \pi a^2x^2/4$. Separando variáveis,

$$\frac{4q_x\,dx}{\pi a^2x^2} = -k\,dT$$

Integrando de x_1 até algum x no interior do cone e lembrando que q_x e k são constantes, segue-se que

$$\frac{4q_x}{\pi a^2}\int_{x_1}^{x}\frac{dx}{x^2} = -k\int_{T_1}^{T} dT$$

Portanto

$$\frac{4q_x}{\pi a^2}\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{x_1}\right) = -k(T - T_1)$$

ou, explicitando T

$$T(x) = T_1 - \frac{4q_x}{\pi a^2k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x}\right)$$

Embora q_x seja uma constante, seu valor ainda é uma incógnita. Entretanto, ela pode ser determinada pela avaliação da expressão anterior em $x = x_2$, onde $T(x_2) = T_2$. Desse modo,

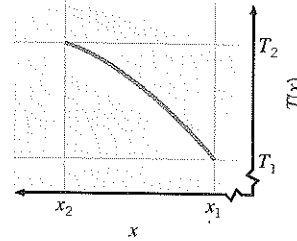
$$T_2 = T_1 - \frac{4q_x}{\pi a^2k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)$$

e explicitando q_x

$$q_x = \frac{\pi a^2k(T_1 - T_2)}{4[(1/x_1) - (1/x_2)]}$$

Substituindo q_x na expressão para $T(x)$, a distribuição de temperaturas se torna

$$T(x) = T_1 + (T_1 - T_2)\left[\frac{(1/x) - (1/x_1)}{(1/x_1) - (1/x_2)}\right] \quad \triangleleft$$

Com este resultado, a temperatura pode ser calculada como uma função de x e a distribuição é mostrada a seguir.

Note que, como $dT/dx = -4q_x/(k\pi a^2x^2)$, pela lei de Fourier tem-se que o gradiente de temperatura e o fluxo de calor diminuem com o aumento de x.

2. Substituindo os valores numéricos no resultado anterior para a taxa de transferência de calor, tem-se que

$$q_x = \frac{\pi(0{,}25)^2 \times 3{,}46\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}(400 - 600)\,\text{K}}{4\,(1/0{,}05\,\text{m} - 1/0{,}25\,\text{m})} = -2{,}12\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Comentários: Quando o parâmetro a aumenta, a área da seção transversal varia de forma mais pronunciada com a distância, tornando menos apropriada a hipótese de condução unidimensional.

3.3 *Sistemas Radiais*

Com freqüência, em sistemas cilíndricos e esféricos há gradientes de temperatura somente na direção radial, o que possibilita analisá-los como sistemas unidimensionais. Além disso, em condições de regime estacionário sem geração de calor, tais sistemas podem ser analisados pelo método *padrão*, que começa com a forma apropriada da equação do calor, ou pelo método *alternativo*, que se inicia com a forma apropriada da lei de Fourier. Nessa seção, o sistema cilíndrico é analisado seguindo o método padrão e o sistema esférico com o método alternativo.

3.3.1 O Cilindro

Um exemplo comum é o cilindro oco, cujas superfícies interna e externa estão expostas a fluidos com diferentes temperaturas (Figura 3.6). Para condições de estado estacionário sem geração de calor, a forma apropriada da equação do calor, Equação 2.24, é

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right) = 0 \qquad (3.23)$$

onde, por enquanto, k é tratada como uma variável. O significado físico desse resultado se torna evidente se também considerarmos a forma apropriada da lei de Fourier. A taxa na qual a energia é conduzida através de qualquer superfície cilíndrica no sólido pode ser representada por

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{dT}{dr} \qquad (3.24)$$

onde $A = 2\pi rL$ é a área normal à direção da transferência de calor. Como a Equação 3.23 dita que a grandeza $kr(dT/dr)$ é independente de r, da Equação 3.24 conclui-se que a *taxa de transferência de calor* q_r (*não* o fluxo térmico q''_r) é uma *constante na direção radial.*

Podemos determinar a distribuição de temperaturas no cilindro resolvendo a Equação 3.23 e utilizando condições de contorno apropriadas. Supondo constante o valor de k, a Equação 3.23 pode ser integrada duas vezes para se obter a solução geral

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \qquad (3.25)$$

Para obter as constantes de integração C_1 e C_2, introduzimos as seguintes condições de contorno:

$$T(r_1) = T_{s,1} \qquad \text{e} \qquad T(r_2) = T_{s,2}$$

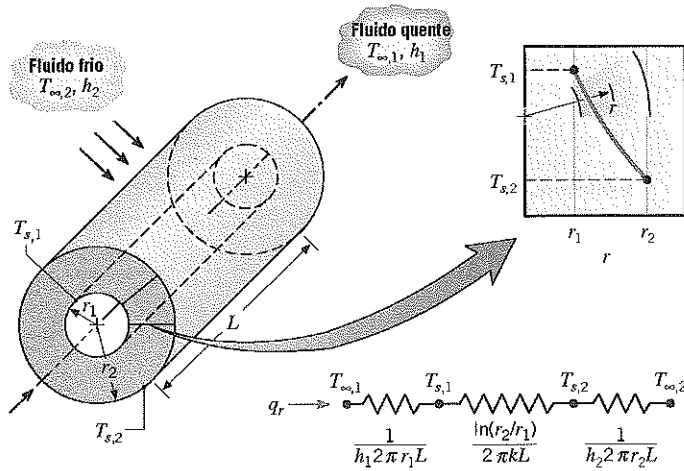



FIGURA 3.6 Cilindro oco com condições convectivas nas superfícies.

Substituindo essas condições na solução geral, obtemos

$$T_{s,1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \qquad \text{e} \qquad T_{s,2} = C_1 \ln r_2 + C_2$$

Resolvendo para C_1 e C_2 e substituindo na solução geral, obtemos

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \tag{3.26}$$

Note que a distribuição de temperaturas associada à condução radial através de uma parede cilíndrica é logarítmica, não linear. Na parede plana sob as mesmas condições ela é linear. A distribuição logarítmica é esboçada no detalhe da Figura 3.6.

Se a distribuição de temperaturas, Equação 3.26, for agora utilizada com a lei de Fourier, Equação 3.24, obtemos a seguinte expressão para a taxa de transferência de calor:

$$q_r = \frac{2\pi Lk(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} \tag{3.27}$$

Neste resultado fica evidente que, para a condução radial em uma parede cilíndrica, a resistência térmica tem a forma

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} \tag{3.28}$$

Essa resistência é mostrada no circuito em série mostrado na Figura 3.6. Note que, como o valor de q_r é independente de r, o resultado anterior poderia ter sido obtido com o uso do método alternativo, ou seja, pela integração da Equação 3.24.

Considere agora o sistema composto da Figura 3.7. Lembrando como tratamos a parede plana composta e desprezando as resistências de contato interfaciais, a taxa de transferência de calor pode ser representada por

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\dfrac{1}{2\pi r_1 L h_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C L} + \dfrac{1}{2\pi r_4 L h_4}} \tag{3.29}$$

O resultado anterior também pode ser apresentado em termos de um coeficiente global de transferência de calor.

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{\text{tot}}} = UA(T_{\infty,1} - T_{\infty,4}) \tag{3.30}$$

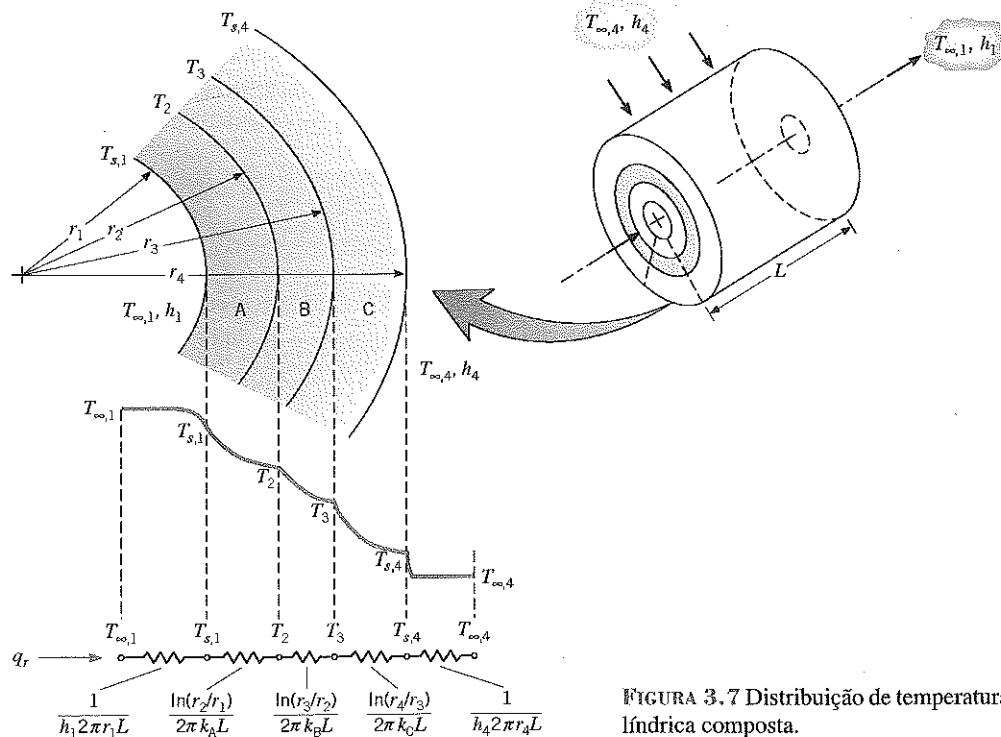



FIGURA 3.7 Distribuição de temperaturas em uma parede cilíndrica composta.

Se U for definido em termos da área da superfície interna, $A_1 = 2\pi r_1 L$, as Equações 3.29 e 3.30 podem ser igualadas para fornecer

$$U_1 = \frac{1}{\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{r_1}{k_A}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{r_1}{k_B}\ln\dfrac{r_3}{r_2} + \dfrac{r_1}{k_C}\ln\dfrac{r_4}{r_3} + \dfrac{r_1}{r_4}\dfrac{1}{h_4}} \quad (3.31)$$

Esta definição é *arbitrária* e o coeficiente global também pode ser definido em termos de A_4 ou de qualquer uma das áreas intermediárias. Note que

$$U_1A_1 = U_2A_2 = U_3A_3 = U_4A_4 = (\Sigma R_t)^{-1} \quad (3.32)$$

e as formas específicas de U_2, U_3 e U_4 podem ser deduzidas a partir das Equações 3.29 e 3.30.

EXEMPLO 3.5

A possível existência de uma espessura ótima para uma camada de isolamento térmico em sistemas radais é sugerida pela presença de efeitos concorrentes associados ao aumento dessa espessura. Em particular, embora a resistência condutiva aumente com a adição de isolante, a resistência convectiva diminui devido ao aumento da área superficial externa. Dessa forma, deve existir uma espessura de isolamento que minimize a perda de calor pela maximização da resistência total à transferência de calor. Resolva esse problema levando em consideração o seguinte sistema.

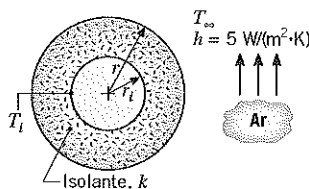
1. Um tubo de cobre com parede delgada, de raio r_i, é usado para transportar um refrigerante a uma baixa temperatura T_i, que é inferior à temperatura ambiente T_∞ adjacente ao tubo. Há uma espessura ótima associada à aplicação de isolamento sobre o tubo?
2. Confirme o resultado anterior calculando a resistência térmica total, por unidade de comprimento do tubo, em um tubo com 10 mm de diâmetro possuindo as seguintes espessuras de isolamento: 0, 2, 5, 10, 20 e 40 mm. O isolamento é composto por vidro celular e o coeficiente de transferência de calor por convecção em sua superfície externa é de 5 W/(m²·K).

SOLUÇÃO

Dados: Raio r_i e temperatura T_i de um tubo de cobre com parede delgada, para ser isolado termicamente do ar ambiente.

Achar:

1. Se existe uma espessura ótima de isolamento que minimize a taxa de transferência de calor.
2. A resistência térmica associada ao uso de isolante de vidro celular com várias espessuras.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor unidimensional na direção (cilíndrica) radial.
3. Resistência térmica na parede do tubo desprezível.
4. Propriedades constantes do isolante.
5. Troca térmica por radiação entre a superfície externa do isolante e a vizinhança desprezível.

Propriedades: Tabela A.3, vidro celular (285 K, por hipótese): $k = 0{,}055$ W/(m·K).

Análise:

1. A resistência à transferência de calor entre o fluido refrigerante e o ar é dominada pela condução no isolante e pela convecção no ar. O circuito térmico é, portanto,

$$q' \leftarrow \; T_i \; \frac{\ln(r/r_i)}{2\pi k} \; \frac{1}{2\pi r h} \; T_\infty$$

onde as resistências condutiva e convectiva, por unidade de comprimento, são fornecidas pelas Equações 3.28 e 3.29, respectivamente. A resistência térmica total por unidade de comprimento é, então,

$$R'_{tot} = \frac{\ln(r/r_i)}{2\pi k} + \frac{1}{2\pi r h}$$

e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo é dada por

$$q' = \frac{T_\infty - T_i}{R'_{tot}}$$

Uma espessura de isolamento ótima poderia ser associada ao valor de r que minimiza q' ou maximiza R'_{tot}. Tal valor pode ser obtido pela exigência de

$$\frac{dR'_{tot}}{dr} = 0$$

Assim

$$\frac{1}{2\pi k r} - \frac{1}{2\pi r^2 h} = 0$$

ou

$$r = \frac{k}{h}$$

Para determinar se o resultado acima maximiza ou minimiza a resistência total, a segunda derivada deve ser avaliada. Desse modo,

$$\frac{d^2R'_{tot}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi k r^2} + \frac{1}{\pi r^3 h}$$

ou, em $r = k/h$,

$$\frac{d^2R'_{tot}}{dr^2} = \frac{1}{\pi(k/h)^2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2k}\right) = \frac{1}{2\pi k^3/h^2} > 0$$

Como esse resultado é sempre positivo, tem-se que $r = k/h$ é o raio do isolante para o qual a resistência total é um mínimo e não um máximo. Logo, uma espessura *ótima* de isolante *não existe*.

Como base no resultado anterior, faz mais sentido pensar em termos de um *raio crítico do isolante*

$$r_{cr} \equiv \frac{k}{h}$$

que maximiza a transferência de calor, isto é, abaixo do qual q' aumenta com o aumento de r e acima do qual q' diminui com o aumento de r.

2. Com $h = 5$ W/(m²·K) e $k = 0{,}055$ W/(m·K), o raio crítico é

$$r_{cr} = \frac{0{,}055 \text{ W/(m·K)}}{5 \text{ W/(m}^2\text{·K)}} = 0{,}011 \text{ m}$$

Como $r_{cr} > r_i$, a transferência de calor irá aumentar com a adição de isolamento até uma espessura de

$$r_{cr} - r_i = (0{,}011 - 0{,}005) \text{ m} = 0{,}006 \text{ m}$$

As resistências térmicas correspondentes às espessuras de isolante especificadas podem ser calculadas e são representadas graficamente a seguir:

Comentários:

1. O efeito do raio crítico é revelado pelo fato de que, mesmo para 20 mm de isolamento, a resistência total não é tão grande quanto o valor para o tubo sem isolamento.
2. Se $r_i < r_{cr}$, como é o caso desse exemplo, a resistência térmica total decresce e, portanto, a taxa de transferência de calor aumenta com a adição do isolante. Esta tendência permanece até que o raio externo do isolante corresponda ao raio crítico. Esta tendência é desejável no caso de uma corrente elétrica passando em um fio, uma vez que a adição do isolamento elétrico iria auxiliar na transferência do calor dissipado no fio para a vizinhança. De forma contrária, se $r_i > r_{cr}$, qualquer adição do isolante aumenta a resistência total e, portanto, diminui a perda de calor. Este comportamento é desejável para o escoamento de vapor através de uma tubulação, onde o isolante é adicionado para reduzir a perda de calor para a vizinhança.
3. Em sistemas radiais, o problema de reduzir a resistência total através da aplicação de isolamento existe somente para o caso de tubos ou fios de pequeno diâmetro e para coeficientes de transferência de calor por convecção pequenos, como $r_{cr} > r_i$. Para um isolante típico ($k \approx 0{,}03$ W/(m·K)) e convecção natural no ar ($h \approx 10$ W/(m²·K)), $r_{cr} = (k/h) \approx 0{,}003$ m. Um valor tão pequeno nos indica que, normalmente, $r_i > r_{cr}$ e não precisamos estar preocupados com os efeitos de um raio crítico.
4. A existência de um raio crítico exige que a área de transferência de calor varie na direção da transferência, como é o caso da condução radial em um cilindro (ou em uma esfera). Em uma parede plana, a área normal à direção da transferência de calor é constante e não há uma espessura crítica de isolamento (a resistência total sempre aumenta com o aumento da espessura do isolante).

3.3.2 A Esfera

Agora considere a utilização do método alternativo para analisar a condução na esfera oca da Figura 3.8. Para o volume de controle diferencial da figura, a conservação de energia exige que $q_r = q_{r+dr}$ em condições de transferência de calor unidimensional, em regime estacionário, sem geração de calor. A forma apropriada da lei de Fourier é

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr} \tag{3.33}$$

FIGURA 3.8 Condução em uma casca esférica.

onde $A = 4\pi r^2$ é a área normal à direção da transferência de calor.

Reconhecendo que q_r é uma constante, independente de r, a Equação 3.33 pode ser escrita na forma integral

$$\frac{q_r}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\int_{T_{s,1}}^{T_{s,2}} k(T)\,dT \tag{3.34}$$

Supondo k constante, obtemos então

$$q_r = \frac{4\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{3.35}$$

Lembrando que a resistência térmica é definida como a razão entre a diferença de temperaturas e a taxa de transferência de calor, obtemos

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{3.36}$$

Note que a distribuição de temperaturas e as Equações 3.35 e 3.36 poderiam ter sido obtidas usando-se o procedimento padrão, que começa com a forma apropriada da equação do calor.

Esferas compostas podem ser tratadas da mesma forma que as paredes e os cilindros compostos, onde formas apropriadas da resistência total e do coeficiente global de transferência de calor podem ser determinadas.

EXEMPLO 3.6

Um recipiente esférico metálico com parede delgada é usado para armazenar nitrogênio líquido a 77 K. O recipiente possui um diâmetro de 0,5 m e é coberto por um isolante térmico refletivo, composto de pó de sílica com vácuo nos interstícios. O isolante tem espessura de 25 mm e sua superfície externa está exposta ao ar ambiente a 300 K. O coeficiente convectivo é conhecido e vale 20 W/(m²·K). O calor latente de vaporização e a densidade do nitrogênio líquido são 2×10^5 J/kg e 804 kg/m³, respectivamente.

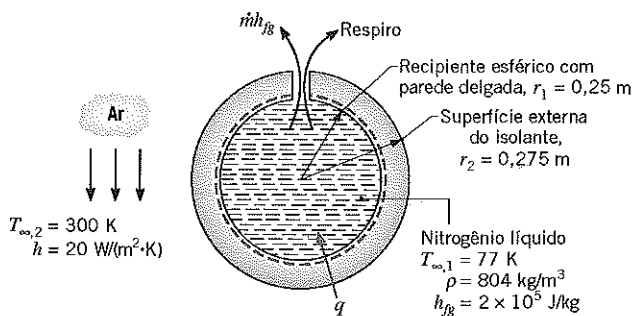
1. Qual é a taxa de transferência de calor para o nitrogênio líquido?
2. Qual é a taxa de perda de líquido por evaporação?

SOLUÇÃO

Dados: Nitrogênio líquido está armazenado em um recipiente esférico termicamente isolado e exposto ao ar ambiente.

Achar:

1. A taxa de transferência de calor para o nitrogênio.
2. A taxa mássica de nitrogênio perdida por evaporação.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor unidimensional na direção radial.
3. Resistências à transferência de calor na parede do recipiente e do recipiente para o nitrogênio desprezíveis.
4. Propriedades constantes.
5. Troca térmica por radiação entre a superfície externa do isolante e a vizinhança desprezível.

Propriedades: Tabela A.3, pó de sílica com vácuo nos interstícios (300 K): $k = 0{,}0017$ W/(m·K).

Análise:

1. O circuito térmico é composto por uma resistência condutiva e uma convectiva em série, e tem a forma

$T_{\infty,1}$ — $R_{t,\text{cond}}$ — $R_{t,\text{conv}}$ — $T_{\infty,2}$ ← q

onde, da Equação 3.36,

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

e da Equação 3.9

$$R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{h4\pi r_2^2}$$

A taxa de transferência de calor para o nitrogênio líquido é, então,

$$q = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{(1/4\pi k)[(1/r_1) - (1/r_2)] + (1/h4\pi r_2^2)}$$

Logo,

$$q = [(300 - 77)\,\text{K}] \div \left[\frac{1}{4\pi(0{,}0017\,\text{W/(m}\cdot\text{K))}}\left(\frac{1}{0{,}25\,\text{m}} - \frac{1}{0{,}275\,\text{m}}\right) + \frac{1}{(20\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K))}4\pi(0{,}275\text{m})^2}\right]$$

$$q = \frac{223}{17{,}02 + 0{,}05}\,\text{W} = 13{,}06\,\text{W} \quad \triangleleft$$

2. Fazendo um balanço de energia em uma superfície de controle ao redor do nitrogênio, tem-se, a partir da Equação 1.12, que

$$\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sai}} = 0$$

onde $\dot{E}_{\text{ent}} = q$ e $\dot{E}_{\text{sai}} = \dot{m}h_{fg}$, que está associada à perda de energia latente devido à ebulição. Assim,

$$q - \dot{m}h_{fg} = 0$$

e a taxa de perda por evaporação $\dot{m}$ é

$$\dot{m} = \frac{q}{h_{fg}}$$

$$\dot{m} = \frac{13{,}06\,\text{J/s}}{2 \times 10^5\,\text{J/kg}} = 6{,}53 \times 10^{-5}\,\text{kg/s}$$

A perda diária é

$$\dot{m} = 6{,}53 \times 10^{-5}\,\text{kg/s} \times 3600\,\text{s/h} \times 24\,\text{h/dia}$$

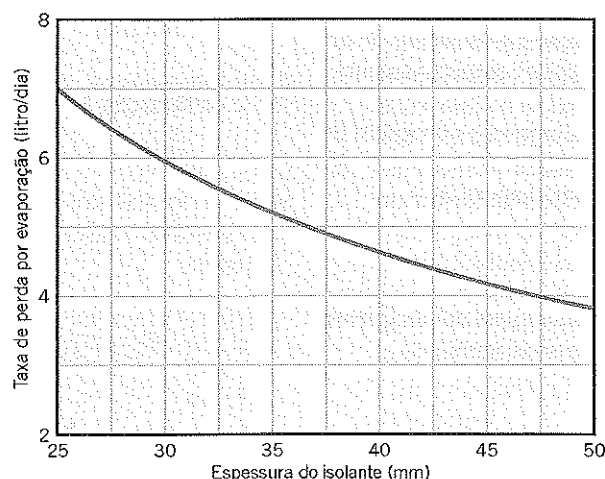
$$\dot{m} = 5{,}64\,\text{kg/dia} \quad \triangleleft$$

ou, em base volumétrica,

$$\dot{\forall} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5{,}64\,\text{kg/dia}}{804\,\text{kg/m}^3} = 0{,}007\,\text{m}^3/\text{dia} = 7\,\text{litros/dia}$$

Comentários:

1. Como $R_{t,conv} \ll R_{t,cond}$, a contribuição dominante para a resistência térmica total é aquela devida à condução no isolante. Mesmo se o coeficiente convectivo fosse reduzido por um fator de 10, e assim aumentando a resistência convectiva na mesma proporção, o efeito na perda por evaporação seria pequeno.
2. Com um volume do recipiente de $(4/3)(\pi r_1^3) = 0{,}065\ m^3 =$ 65 litros, a perda diária representa (7 litros/65 litros) 100% = 10,8% da capacidade do recipiente.
3. Usando o modelo anterior, a perda por evaporação foi calculada como uma função da espessura do isolante, $\Delta r = (r_2 - r_1)$, onde $r_1 = 0{,}25$ m.

   Como mostrado graficamente, dobrando a espessura do isolante de 25 mm para 50 mm, a taxa de perda por evaporação diminui em 45%.
4. Foi solicitado ao projetista do recipiente de armazenamento reduzir a taxa diária de perda por evaporação de 7 para 4 litros/dia. Qual é a espessura requerida do isolante de pó de sílica? Outra opção é usar uma manta especial com vácuo para aplicações criogênicas com uma condutividade térmica de 0,00016 W/(m·K) e uma espessura de 5 mm. Qual é a taxa diária de perda por evaporação correspondente? [Respostas: 47,5 mm; 3,1 litros/dia].

3.4 Resumo dos Resultados da Condução Unidimensional

Muitos problemas importantes são caracterizados pela condução unidimensional, em regime estacionário, em paredes planas, cilíndricas ou esféricas, sem geração de energia térmica. Os resultados principais para estas três geometrias estão resumidos na Tabela 3.3, onde ΔT se refere à diferença de temperaturas, $T_{s,1} - T_{s,2}$, entre as superfícies interna e externa, identificadas nas Figuras 3.1, 3.6 e 3.8. Em cada caso, partindo da equação do calor, você deve ser capaz de deduzir as expressões correspondentes para a distribuição de temperaturas, o fluxo térmico, a taxa de transferência de calor e a resistência térmica.

TABELA 3.3 Soluções unidimensionais, em regime estacionário, da equação do calor sem geração

	Parede Plana	Parede Cilíndrica[a]	Parede Esférica[a]
Equação de calor	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$
Distribuição de temperaturas	$T_{s,1} - \Delta T\frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T\frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$
Fluxo térmico (q'')	$k\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{k\,\Delta T}{r\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{k\,\Delta T}{r^2[(1/r_1)-(1/r_2)]}$
Taxa de transferência de calor (q)	$kA\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk\,\Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k\,\Delta T}{(1/r_1)-(1/r_2)}$
Resistência térmica ($R_{t,cond}$)	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1)-(1/r_2)}{4\pi k}$

[a]O raio crítico do isolante é $r_{cr} = k/h$ para o cilindro e $r_{cr} = 2k/h$ para a esfera.

3.5 *Condução com Geração de Energia Térmica*

Na seção anterior, analisamos problemas de condução nos quais a distribuição de temperaturas em um meio foi determinada somente pelas condições nas suas fronteiras. Agora queremos considerar o efeito adicional na distribuição de temperaturas de processos que podem ocorrer *no interior* do meio. Em particular, desejamos analisar situações nas quais energia térmica está sendo *gerada* devido à *conversão* de uma outra forma de energia.

Um processo comum de geração de energia térmica envolve a conversão de *energia elétrica em energia térmica* em um meio que conduz corrente elétrica (*aquecimento ôhmico, resistivo ou de Joule*). A taxa na qual energia é gerada em função da passagem de uma corrente I através de um meio com resistência elétrica R_e é

$$\dot{E}_g = I^2 R_e \tag{3.37}$$

Se esta geração de potência (W) ocorre uniformemente ao longo de todo o meio com volume V, a taxa volumétrica de geração (W/m^3) é, então,

$$\dot{q} \equiv \frac{\dot{E}_g}{V} = \frac{I^2 R_e}{V} \tag{3.38}$$

A geração de energia também pode ocorrer como um resultado da desaceleração e absorção de nêutrons no elemento combustível de um reator nuclear ou de reações químicas exotérmicas que ocorrem em um meio. Reações endotérmicas apresentam, obviamente, o efeito inverso (um sumidouro de energia térmica), convertendo energia térmica em energia de ligações químicas. Finalmente, uma conversão de energia eletromagnética em energia térmica pode ocorrer devido à absorção de radiação no interior do meio. O processo ocorre, por exemplo, quando raios gama são absorvidos em componentes externos de reatores nucleares (revestimento, blindagens térmicas, vasos de pressão etc.), ou quando radiação visível é absorvida em um meio semitransparente. Lembre-se de não confundir geração de energia com armazenamento de energia (Seção 1.3.1).

3.5.1 A Parede Plana

Seja a parede plana da Figura 3.9*a*, na qual há geração *uniforme* de energia por unidade de volume ($\dot{q}$ é constante) e as superfícies são mantidas a $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$. Para uma condutividade térmica constante k, a forma apropriada da equação do calor, Equação 2.20, é

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \tag{3.39}$$

A solução geral é

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1 x + C_2 \tag{3.40}$$

onde C_1 e C_2 são as constantes de integração. Para as condições de contorno especificadas,

$$T(-L) = T_{s,1} \qquad \text{e} \qquad T(L) = T_{s,2}$$

As constantes podem ser avaliadas e têm a seguinte forma

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L} \qquad \text{e} \qquad C_2 = \frac{\dot{q}}{2k}L^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2}$$

Neste caso, a distribuição de temperaturas é

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{3.41}$$

Naturalmente, o fluxo térmico em qualquer ponto da parede pode ser determinado pelo uso da Equação 3.41 em conjunto com a lei de Fourier. Note, contudo, que *com geração o fluxo térmico não é mais independente de x*.

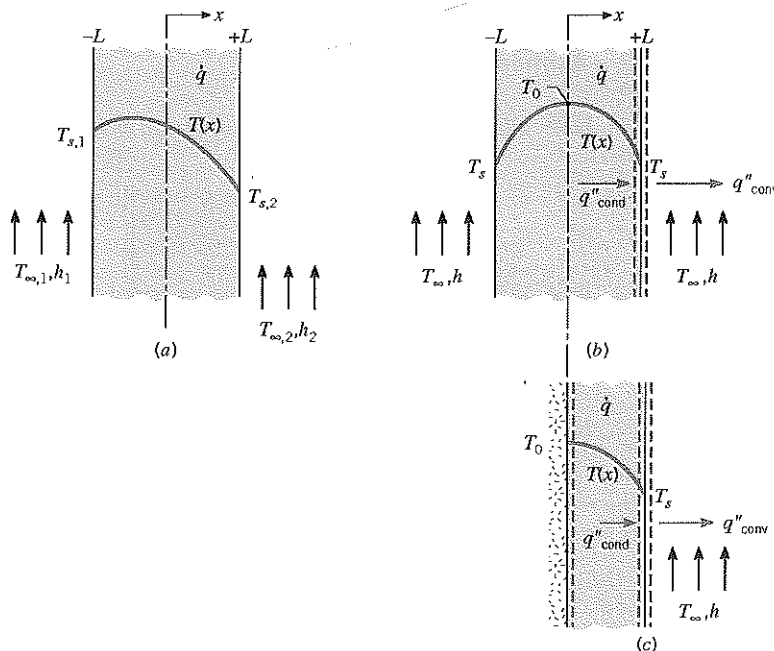



FIGURA 3.9 Condução em uma parede plana com geração de calor uniforme. (*a*) Condições de contorno assimétricas. (*b*) Condições de contorno simétricas. (*c*) Superfície adiabática no plano central.

O resultado anterior é simplificado quando as duas superfícies são mantidas a uma mesma temperatura, $T_{s,1} = T_{s,2} \equiv T_s$. A distribuição de temperaturas é, então, *simétrica* em relação ao plano central, Figura 3.9*b*, e é dada por

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s \qquad (3.42)$$

A temperatura máxima está no plano central

$$T(0) \equiv T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_s \qquad (3.43)$$

e a distribuição de temperaturas, Equação 3.42, pode ser expressa como

$$\frac{T(x) - T_0}{T_s - T_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \qquad (3.44)$$

É importante notar que no plano de simetria na Figura 3.9*b*, o gradiente de temperatura é nulo, $(dT/dx)_{x=0} = 0$. Assim, não há transferência de calor cruzando esse plano e ele pode ser representado pela superfície *adiabática* mostrada na Figura 3.9*c*. Uma implicação desse resultado é que a Equação 3.42 também se aplica para paredes planas que têm uma de suas superfícies ($x = 0$) perfeitamente isolada, enquanto a outra superfície ($x = L$) é mantida a uma temperatura fixa T_s.

Para usar os resultados anteriores, a(s) temperatura(s) da(s) superfície(s) T_s deve(m) ser conhecida(s). No entanto, uma situação comum é aquela na qual é a temperatura de um fluido adjacente, T_∞, e não T_s, que é conhecida. Nesse caso se torna necessário relacionar T_s com T_∞. Essa relação pode ser obtida pela aplicação de um balanço de energia na superfície. Considere a superfície em $x = L$ para a parede plana simétrica (Figura 3.9*b*) ou na parede plana perfeitamente isolada (Figura 3.9*c*). Desprezando a radiação e substituindo as equações apropriadas para as taxas, o balanço de energia dado pela Equação 1.12 se reduz a

$$-k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = h(T_s - T_\infty) \qquad (3.45)$$

Substituindo o gradiente de temperatura em $x = L$, obtido na Equação 3.42, segue-se que

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} \qquad (3.46)$$

Desta forma, T_s pode ser calculada a partir do conhecimento de T_∞, $\dot{q}$, L e h.

A Equação 3.46 também pode ser obtida pela aplicação de um balanço de energia *global* na parede plana da Figura 3.9*b* ou 3.9*c*. Por exemplo, em relação a uma superfície de controle ao redor da parede da Figura 3.9*c*, a taxa na qual a energia é gerada no interior da parede deve ser equilibrada pela taxa na qual a energia sai, via convecção, pela fronteira. A Equação 1.11*c* se reduz a

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{sai} \qquad (3.47)$$

ou, para uma área de superfície unitária,

$$\dot{q}L = h(T_s - T_\infty) \qquad (3.48)$$

Explicitando T_s, a Equação 3.46 é obtida.

A Equação 3.46 pode ser combinada com a Equação 3.42 para retirar T_s da expressão para a distribuição de temperaturas, que fica, então, representada em termos das grandezas conhecidas $\dot{q}$, L, k, h e T_∞. O mesmo resultado pode ser obtido diretamente pelo uso da Equação 3.45 como uma condição de contorno para avaliar as constantes de integração que aparecem na Equação 3.40.

Exemplo 3.7

Uma parede plana é composta por duas camadas de materiais, A e B. Na parede de material A há geração de calor uniforme $\dot{q} = 1{,}5 \times 10^6$ W/m³, $k_A = 75$ W/(m·K) e a espessura é $L_A = 50$ mm. A parede de material B não apresenta geração de calor, $k_B = 150$ W/(m·K) e a espessura é $L_B = 20$ mm. A superfície interna do material A está perfeitamente isolada, enquanto a superfície externa do material B é resfriada por uma corrente de água com $T_\infty = 30°C$ e $h = 1.000$ W/(m²·K).

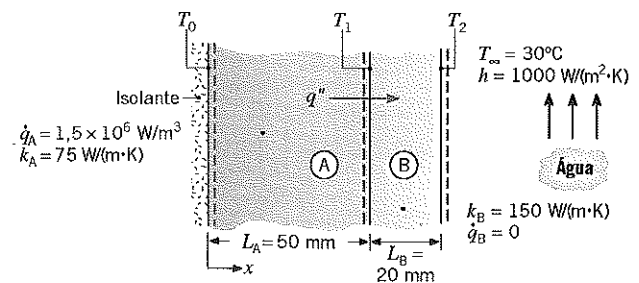
1. Esboce a distribuição de temperaturas que existe na parede composta em condições de regime estacionário.
2. Determine a temperatura T_0 da superfície isolada e a temperatura T_2 da superfície resfriada.

Solução

Dados: Parede plana do material A, com geração interna de calor, está isolada em um dos lados e tem o outro em contato com uma segunda parede, feita com um material B, que não apresenta geração de calor e que está sujeita a resfriamento por convecção.

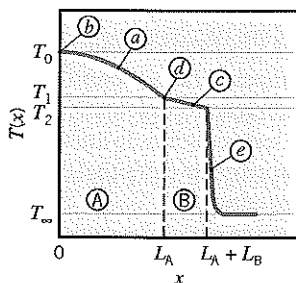
Achar:

1. Esboço da distribuição de temperaturas em regime estacionário na parede composta.
2. Temperaturas nas superfícies interna e externa da parede composta.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional na direção x.
3. Resistência de contato entre as paredes desprezível.
4. Superfície interna de A adiabática.
5. Propriedades constantes dos materiais A e B.

Análise:

1. A partir das condições físicas especificadas, sabe-se que a distribuição de temperaturas na parede composta possui as seguintes características, como mostrado na figura:
(a) Parabólica no material A.
(b) Inclinação nula no contorno isolado.
(c) Linear no material B.
(d) Mudança na inclinação $= k_B/k_A = 2$ na interface.
A distribuição de temperaturas na água é caracterizada por
(e) Grande gradiente próximo à superfície.

2. A temperatura da superfície externa T_2 pode ser obtida através de um balanço de energia em um volume de controle ao redor do material B. Como não há geração nesse material, tem-se que, em condições de regime estacionário e para uma área superficial unitária, o fluxo térmico que entra em $x = L_A$ deve ser igual ao fluxo térmico que sai, por convecção, em $x = L_A + L_B$. Portanto,

$$q'' = h(T_2 - T_\infty) \qquad (1)$$

O fluxo térmico q'' pode ser determinado pela execução de um segundo balanço de energia em um volume de controle envolvendo o material A. Em particular, uma vez que a superfície em $x = 0$ é adiabática, não há entrada de energia e a taxa na qual a energia é gerada deve ser igual à taxa que deixa o material. Desta forma, para uma área superficial unitária,

$$\dot{q}L_A = q'' \qquad (2)$$

Combinando as Equações 1 e 2, a temperatura da superfície externa é

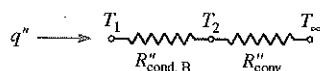
$$T_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}L_A}{h}$$

$$T_2 = 30°C + \frac{1{,}5 \times 10^6 \text{ W/m}^3 \times 0{,}05 \text{ m}}{1000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}} = 105°C \qquad \triangleleft$$

Da Equação 3.43, a temperatura na superfície isolada é

$$T_0 = \frac{\dot{q}L_A^2}{2k_A} + T_1 \qquad (3)$$

onde T_1 pode ser obtida a partir do seguinte circuito térmico:

$$q'' \longrightarrow T_1 \underset{R''_{\text{cond,B}}}{\text{---}} T_2 \underset{R''_{\text{conv}}}{\text{---}} T_\infty$$

Isto é,

$$T_1 = T_\infty + (R''_{\text{cond,B}} + R''_{\text{conv}})\, q''$$

onde as resistências para uma área superficial unitária são

$$R''_{\text{cond,B}} = \frac{L_B}{k_B} \qquad R''_{\text{conv}} = \frac{1}{h}$$

Assim,

$$T_1 = 30°C + \left(\frac{0{,}02 \text{ m}}{150 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}} + \frac{1}{1000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}}\right)$$

$$\times\, 1{,}5 \times 10^6 \text{ W/m}^3 \times 0{,}05 \text{ m}$$

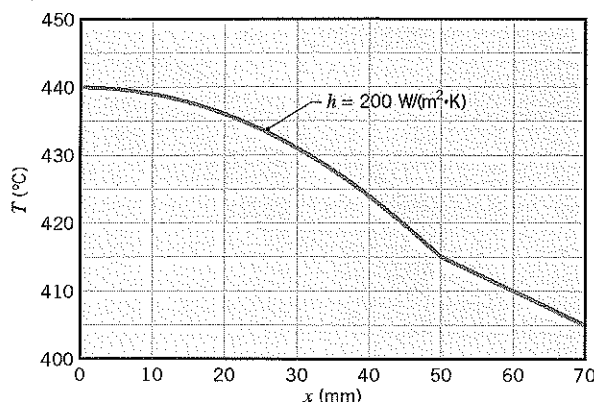
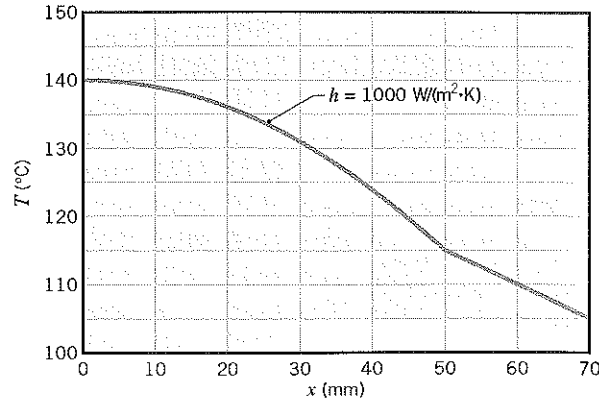
$$T_1 = 30°C + 85°C = 115°C$$

Substituindo na Equação 3,

$$T_0 = \frac{1{,}5 \times 10^6 \text{ W/m}^3\, (0{,}05 \text{ m})^2}{2 \times 75 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}} + 115°C$$

$$T_0 = 25°C + 115°C = 140°C \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. O material A, onde há geração de calor, não pode ser representado por um elemento de circuito térmico.
2. Como a resistência à transferência de calor por convecção é significativamente maior do que aquela devido à condução no material B, $R''_{\text{conv}}/R''_{\text{cond}} = 7{,}5$, a diferença de temperaturas entre a superfície e o fluido é muito maior do que a queda de temperatura ao longo do material B, $(T_2 - T_\infty)/(T_1 - T_2) = 7{,}5$. Esse resultado é consistente com a distribuição de temperaturas esboçada na parte 1.
3. As temperaturas das superfícies e da interface (T_0, T_1 e T_2) dependem da taxa de geração $\dot{q}$, das condutividades térmicas k_A e k_B, e do coeficiente convectivo h. Cada material terá uma temperatura operacional máxima permissível, que não pode ser ultrapassada se a fadiga térmica do sistema deve ser evitada. Exploramos o efeito de um desses parâmetros calculando e representando graficamente distribuições de temperaturas para valores de $h = 200$ e 1000 W/(m²·K), que podem ser considerados representativos para um resfriamento com ar e com um líquido, respectivamente.

Para $h = 200$ W/(m²·K) há um aumento significativo na temperatura ao longo de todo o sistema e, dependendo da seleção dos materiais, a fadiga térmica poderia ser um problema. Note a leve descontinuidade no gradiente de temperatura, dT/dx, em $x = 50$ mm. Qual é a base física para esta descontinuidade? Admitimos neste local resistência de contato desprezível. Qual seria o efeito de tal resistência na distribuição de temperaturas ao longo de todo o sistema? Esboce uma distribuição representativa. Qual seria o efeito na distribuição de temperaturas de um aumento em $\dot{q}$, k_A ou k_B? Esboce qualitativamente o efeito de tais variações na distribuição de temperaturas.

3.5.2 Sistemas Radiais

Geração de calor pode ocorrer em uma variedade de geometrias radiais. Considere o cilindro sólido longo da Figura 3.10, que pode representar um fio condutor de corrente elétrica ou um elemento combustível em um reator nuclear. Em condições de regime estacionário, a taxa na qual o calor é gerado no interior do cilindro deve ser igual à taxa na qual o calor é transferido por convecção na superfície do cilindro para um fluido em movimento. Essa condição permite que a temperatura da superfície seja mantida em um valor fixo T_s.

Para determinar a distribuição de temperaturas no cilindro, iniciamos com a forma apropriada da equação do calor. Para condutividade térmica k constante, a Equação 2.24 se reduz a

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \tag{3.49}$$

Separando variáveis e supondo geração uniforme, essa expressão pode ser integrada para obter-se

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2k}r^2 + C_1 \tag{3.50}$$

Repetindo o procedimento, a solução geral para a distribuição de temperaturas se torna

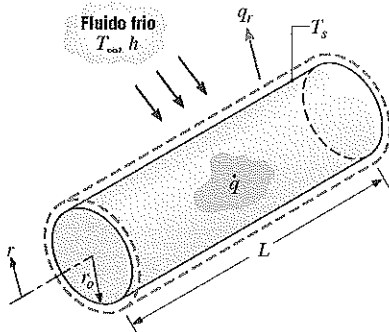



FIGURA 3.10 Condução em um cilindro sólido com geração de calor uniforme.

$$T(r) = -\frac{\dot{q}}{4k}r^2 + C_1 \ln r + C_2 \tag{3.51}$$

Para obter as constantes de integração C_1 e C_2, utilizamos as condições de contorno

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \qquad \text{e} \qquad T(r_o) = T_s$$

A primeira condição vem da simetria da situação. Isto é, para o cilindro sólido a linha de centro é uma linha de simetria para a distribuição de temperaturas e o gradiente de temperatura nesta posição deve ser zero. Lembre-se de que condições análogas estiveram presentes no plano central de uma parede com condições de contorno simétricas (Figura 3.9*b*). Da condição de simetria em $r = 0$ e da Equação 3.50, fica evidente que $C_1 = 0$. Usando a condição de contorno na superfície em $r = r_0$ com a Equação 3.51, obtemos

$$C_2 = T_s + \frac{\dot{q}}{4k}r_o^2 \tag{3.52}$$

Conseqüentemente, a distribuição de temperaturas é

$$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s \tag{3.53}$$

Avaliando a Equação 3.53 na linha de centro e dividindo a própria Equação 3.53 pelo resultado, obtemos a distribuição de temperaturas na forma adimensional,

$$\frac{T(r) - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2 \tag{3.54}$$

onde T_0 é a temperatura na linha de centro. Naturalmente, a taxa de transferência de calor em qualquer raio no interior do cilindro pode ser determinada utilizando a Equação 3.53 com a lei de Fourier.

Para relacionar a temperatura na superfície, T_s, com a temperatura do fluido frio, T_∞, um balanço de energia na superfície ou um balanço de energia global pode ser usado. Adotando o segundo procedimento, obtemos

$$\dot{q}(\pi r_o^2 L) = h(2\pi r_o L)(T_s - T_\infty)$$

ou

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r_o}{2h} \tag{3.55}$$

Um procedimento conveniente e sistemático para tratar as diferentes combinações de condições nas superfícies, que pode ser usado em geometrias unidimensionais planas e radiais (cilíndricas e esféricas) com geração de energia térmica uniforme, é fornecido no Apêndice C. A partir dos resultados apresentados nesse apêndice, é uma tarefa simples a obtenção de distribuições de temperaturas, de fluxos térmicos e de taxas de transferência de calor para condições de contorno do *segundo tipo* (um fluxo térmico na superfície uniforme) e do *terceiro tipo* (um fluxo térmico na superfície que é proporcional a um coeficiente convectivo h ou a um coeficiente global de transferência de calor U). Recomenda-se que você se familiarize com o conteúdo deste apêndice.

EXEMPLO 3.8

Considere um tubo sólido longo, isolado no raio externo r_2 e resfriado no raio interno r_1, com geração uniforme de calor $\dot{q}$(W/m^3) no interior do sólido.

1. Obtenha a solução geral para a distribuição de temperaturas no tubo.
2. Em uma aplicação prática, um limite seria fixado para a temperatura máxima permitida na superfície isolada ($r = r_2$). Especificando esse limite como $T_{s,2}$, identifique as condições de contorno apropriadas que poderiam ser usadas para determinar as constantes arbitrárias que aparecem na solução geral. Determine essas constantes e a forma correspondente da distribuição de temperaturas.
3. Determine a taxa de retirada de calor por unidade de comprimento do tubo.
4. Se o refrigerante estiver disponível a uma temperatura T_∞, obtenha uma expressão para o coeficiente convectivo que deveria ser mantido na superfície interna para permitir a operação nas condições especificadas de $T_{s,2}$ e $\dot{q}$.

SOLUÇÃO

Dados: Tubo sólido com geração de calor uniforme está isolado na sua superfície externa e é resfriado em sua superfície interna.

Achar:

1. Solução geral para a distribuição de temperaturas $T(r)$.
2. Condições de contorno apropriadas e a forma correspondente da distribuição de temperaturas.
3. Taxa de remoção de calor para uma temperatura máxima especificada.
4. Coeficiente convectivo correspondente necessário na superfície interna.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução radial unidimensional.
3. Propriedades constantes.
4. Geração de calor volumétrica uniforme.
5. Superfície externa adiabática.

Análise:

1. Para determinar $T(r)$, a forma apropriada da equação do calor, Equação 2.24, deve ser resolvida. Para as condições especificadas, essa expressão se reduz à Equação 3.49 e a solução geral é dada pela Equação 3.51. Assim, esta solução se aplica em uma casca cilíndrica, da mesma forma que no cilindro sólido (Figura 3.10).
2. Duas condições de contorno são necessárias para determinar C_1 e C_2, e no presente problema é apropriado especificá-las em r_2. Usando o limite de temperatura especificado,

$$T(r_2) = T_{s,2} \tag{1}$$

e aplicando a lei de Fourier, Equação 3.24, na superfície externa adiabática

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_2} = 0 \tag{2}$$

Usando as Equações 3.51 e 1, segue-se que

$$T_{s,2} = -\frac{\dot{q}}{4k}r_2^2 + C_1 \ln r_2 + C_2 \tag{3}$$

Analogamente, a partir das Equações 3.50 e 2

$$0 = -\frac{\dot{q}}{2k}r_2^2 + C_1 \tag{4}$$

Assim, da Equação 4,

$$C_1 = \frac{\dot{q}}{2k}r_2^2 \tag{5}$$

e da Equação 3

$$C_2 = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k}r_2^2 - \frac{\dot{q}}{2k}r_2^2 \ln r_2 \tag{6}$$

Substituindo as Equações 5 e 6 na solução geral, Equação 3.51, segue-se que

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k}(r_2^2 - r^2) - \frac{\dot{q}}{2k}r_2^2 \ln\frac{r_2}{r} \tag{7}$$

3. A taxa de remoção de calor pode ser determinada pela obtenção da taxa condutiva em r_1 ou pela avaliação da taxa de

geração total no tubo. Da lei de Fourier

$$q'_r = -k2\pi r \frac{dT}{dr}$$

Assim, substituindo a Equação 7 e avaliando o resultado em r_1,

$$q'_r(r_1) = -k2\pi r_1\left(-\frac{\dot{q}}{2k}r_1 + \frac{\dot{q}}{2k}\frac{r_2^2}{r_1}\right) = -\pi\dot{q}(r_2^2 - r_1^2) \qquad (8)$$

Alternativamente, como o tubo está isolado em r_2, a taxa na qual o calor é gerado no tubo deve ser igual à taxa de remoção em r_1. Isto é, para um volume de controle ao redor do tubo, a exigência de conservação da energia, Equação 1.11c, se reduz a $\dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = 0$, onde $\dot{E}_g = q\pi(r_2^2 - r_1^2)L$ e $\dot{E}_{sai} = \dot{q}_{cond}\,L = -\dot{q}(r_1)L$. Assim,

$$q'_r(r_1) = -\pi\dot{q}(r_2^2 - r_1^2) \qquad (9)$$

4. Usando a exigência de conservação da energia, Equação 1.12, na superfície interna, segue-se que

$$q'_{cond} = q'_{conv}$$

ou

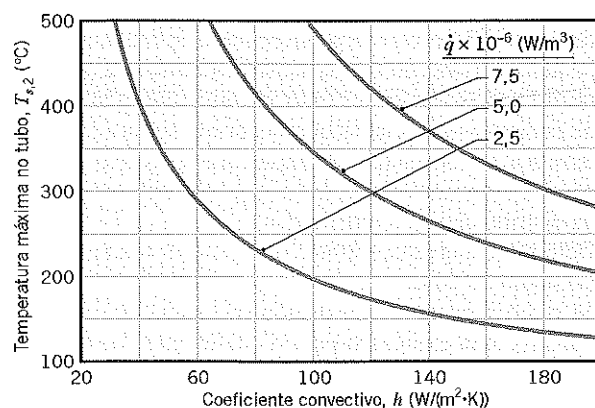
$$\pi\dot{q}(r_2^2 - r_1^2) = h2\pi r_1(T_{s,1} - T_\infty)$$

Assim

$$h = \frac{\dot{q}(r_2^2 - r_1^2)}{2r_1(T_{s,1} - T_\infty)} \qquad (10)$$

onde $T_{s,1}$ pode ser obtida pela avaliação da Equação 7 em $r = r_1$.

Comentários:

1. Note que, com a utilização da lei de Fourier na parte 3, o sinal de $q'_r(r_1)$ foi determinado como negativo, Equação 8, implicando em uma transferência de calor na direção negativa de r. Contudo, ao aplicar o balanço de energia, reconhecemos que a transferência de calor foi *para fora* da parede. Assim, representamos q'_{conc} como $-q'_r(r_1)$ e q'_{conv} em termos de $(T_{s,1} - T_\infty)$ ao invés de $(T_\infty - T_{s,1})$.
2. Resultados da análise anterior podem ser usados para determinar o coeficiente convectivo necessário para manter a temperatura máxima no tubo, $T_{s,2}$, abaixo de um valor especificado. Considere um tubo com condutividade térmica $k = 5$ W/(m·K) e raios interno e externo $r_1 = 20$ mm e $r_2 = 25$ mm, respectivamente, com uma temperatura máxima permitida de $T_{s,2} = 350°C$. No tubo há geração a uma taxa de $\dot{q} = 5 \times 10^6$ W/m³ e o refrigerante está a uma temperatura de $T_\infty = 80°C$. Obtendo $T(r_1) = T_{s,1} = 336{,}5°C$ na Equação 7 e substituindo na Equação 10, o coeficiente convectivo necessário é determinado igual a $h = 110$ W/(m²·K). Usando um ambiente de programação, pode-se fazer um estudo de sensibilidade paramétrica para determinar os efeitos do coeficiente convectivo e da taxa de geração na temperatura máxima no tubo. A seguir, são representados resultados da temperatura máxima como uma função de h para três valores de $\dot{q}$.

Para cada taxa de geração, o valor mínimo de h necessário para manter $T_{s,2} \le 350°C$ pode ser determinado na figura.
3. A distribuição de temperaturas, Equação 7, pode também ser obtida usando-se os resultados apresentados no Apêndice C. Fazendo um balanço de energia na superfície em $r = r_1$, com $\dot{q}(r_1) = -q\pi(r_2^2 - r_1^2)L$, $(T_{s,2} - T_{s,1})$ pode ser determinada pela Equação C.8 e o resultado substituído na Equação C.2 para eliminar $T_{s,1}$ e obter a expressão desejada.

3.5.3 Aplicações do Conceito de Resistências

Concluímos nossa discussão dos efeitos da geração de calor com uma palavra de alerta. Em particular, quando tais efeitos estão presentes, a taxa de transferência de calor não é uma constante independente da coordenada espacial. Conseqüentemente, seria *incorreto* usar os conceitos de resistências condutivas e as equações a elas relacionadas para a taxa de transferência de calor, que foram desenvolvidas nas Seções 3.1 e 3.3.

3.6 *Transferência de Calor em Superfícies Estendidas*

O termo *superfície estendida* é comumente usado para descrever um caso especial importante envolvendo a transferência de calor por condução no interior de um sólido e a transferência de calor por convecção (e/ou radiação) nas fronteiras do sólido. Até agora, consideramos transferência de calor nas fronteiras de um sólido na mesma direção da transferência de calor por condução em seu interior. De forma distinta, em uma superfície estendida, a direção da transferência de calor nas fronteiras é perpendicular à direção principal da transferência de calor no interior do sólido.

Seja um suporte que une duas paredes a diferentes temperaturas, sobre o qual há um escoamento cruzado de um fluido (Figura 3.11). Com $T_1 > T_2$, gradientes de temperatura na direção x mantêm a transferência de calor por condução no suporte. Contudo, com $T_1 > T_2 > T_\infty$, há ao mesmo tempo transferência de calor por convecção para o fluido, causando a diminuição, com

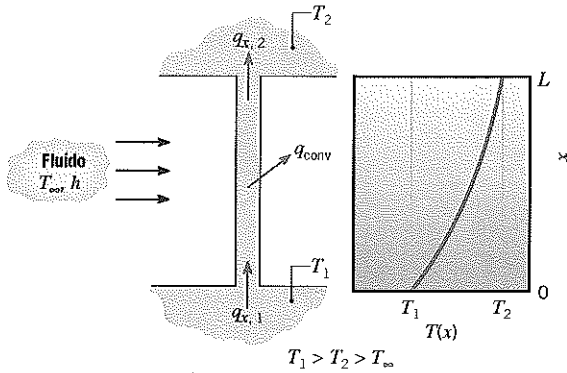



FIGURA 3.11 Condução e convecção combinadas em um elemento estrutural.

FIGURA 3.13 Esquema de trocadores de calor com tubos aletados típicos.

o aumento de x, de q_x e, conseqüentemente, do gradiente de temperatura, $|dT/dx|$.

Embora existam muitas situações diferentes que envolvem tais efeitos combinados de condução/convecção, a aplicação mais freqüente é aquela na qual uma superfície estendida é usada especificamente para *aumentar* a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluido adjacente. Tal superfície estendida é chamada de *aleta*.

Considere a parede plana da Figura 3.12*a*. Se T_s é fixa, há duas formas nas quais a taxa de transferência de calor pode ser aumentada. O coeficiente convectivo h poderia ser aumentado através do aumento da velocidade do fluido e/ou a temperatura do fluido T_∞ poderia ser reduzida. No entanto, há muitas situações nas quais o aumento de h até o valor máximo possível é insuficiente para obter a taxa de transferência de calor desejada ou os custos associadas são proibitivos. Tais custos estão relacionados à exigência de potência nos sopradores e nas bombas necessária para elevar o h através do aumento da movimentação do fluido. Além disso, a segunda opção de redução de T_∞ é freqüentemente impraticável. Contudo, examinando a Figura 3.12*b*, verificamos que há uma terceira opção. Ou seja, a taxa de transferência de calor pode ser elevada pelo aumento da área da superfície através da qual ocorre a convecção. Isso pode ser efetuado pelo emprego de *aletas* que *se estendem* da parede para o interior do fluido adjacente. A condutividade térmica do material da aleta pode ter um grande efeito na distribuição de temperaturas ao longo da aleta e, conseqüentemente, influencia o nível de melhora da taxa de transferência de calor. Idealmente, o material da aleta deveria ter uma condutividade térmica elevada para minimizar variações de temperatura desde a sua base até a sua extremidade. No limite de condutividade térmica infinita, toda a aleta estaria à mesma temperatura da superfície de sua base, assim fornecendo o máximo possível de melhora da transferência de calor.

FIGURA 3.12 Uso de aletas para melhorar a transferência de calor em uma parede plana. (*a*) Superfície sem aletas. (*b*) Superfície aletada.

Exemplos de aplicações de aletas são fáceis de encontrar. São exemplos os dispositivos para resfriar o cabeçote de motores de motocicletas e de cortadores de grama, ou para resfriar transformadores de potência elétrica. Considere também os tubos aletados usados para promover a troca de calor entre o ar e o fluido de trabalho em um aparelho de ar condicionado. Dois arranjos comuns de tubos aletados são mostrados na Figura 3.13.

Diferentes configurações de aletas são mostradas na Figura 3.14. Uma *aleta plana* é qualquer superfície estendida que se encontra fixada a uma *parede plana*. Ela pode ter uma área de seção transversal uniforme ou variando com a distância x da parede. Uma *aleta anular* é aquela que se encontra fixada circunferencialmente a um cilindro e sua seção transversal varia com o raio a partir da parede do cilindro. Os tipos anteriores de aletas possuem seção transversal retangular, cuja área pode ser expressa como um produto entre a espessura da aleta t e a sua largura w, no caso das aletas retas, ou a sua circunferência $2\pi r$, no caso de aletas anulares. Em contraste, uma *aleta piniforme*, ou *pino*, é uma superfície estendida de área de seção transversal circular. As aletas piniformes podem também possuir seção transversal uniforme ou não. Em qualquer aplicação, a seleção de uma determinada configuração de aletas pode depender de considerações de espaço, de peso, de fabricação e custo, bem como da extensão na qual as aletas reduzem o coeficiente convectivo na superfície e aumentam a queda de pressão associada ao escoamento sobre as aletas.

3.6.1 Uma Análise Geral da Condução

Como engenheiros, estamos principalmente interessados em saber a extensão na qual uma certa superfície estendida ou um arranjo de aletas poderia melhorar a transferência de calor de uma superfície para o fluido adjacente. Para determinar a taxa de transferência de calor associada a uma aleta, em primeiro lugar, de-

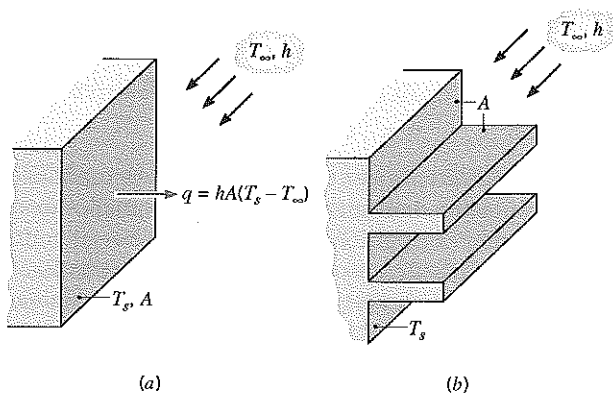
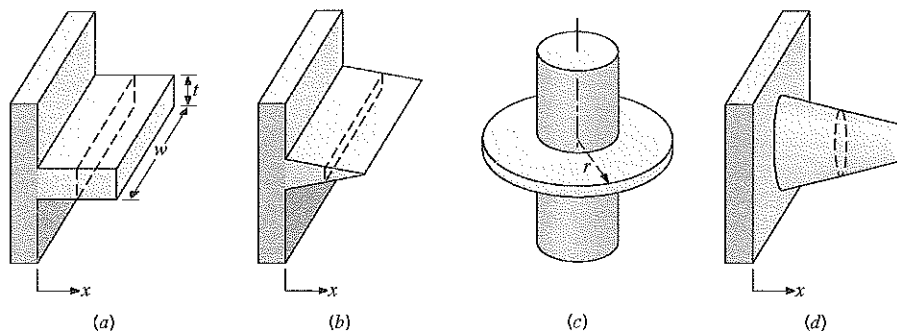



FIGURA 3.14 Configurações de aletas. (*a*) Aleta plana com seção transversal uniforme. (*b*) Aleta plana com seção transversal não-uniforme. (*c*) Aleta anular. (*d*) Aleta piniforme.

vemos obter a distribuição de temperaturas ao longo da aleta. Como fizemos nos sistemas anteriores, iniciamos fazendo um balanço de energia em um elemento diferencial apropriado. Considere a superfície estendida da Figura 3.15. A análise é simplificada se certas suposições forem feitas. Optamos por considerar condições unidimensionais na direção (x) longitudinal, embora na realidade a condução no interior da aleta seja bidimensional. A taxa na qual a energia passa para o fluido por convecção em qualquer ponto da superfície da aleta deve ser igualada à taxa líquida na qual a energia atinge aquele ponto devido à condução na direção (y, z) normal. Contudo, na prática a aleta é fina e as variações de temperatura na direção normal no interior da aleta são pequenas quando comparadas à diferença de temperaturas entre a aleta e o ambiente. Assim, podemos considerar que a temperatura é uniforme ao longo da espessura da aleta, isto é, ela é somente função de x. Iremos supor condições de regime estacionário, condutividade térmica constante, radiação na superfície desprezível, efeitos de geração de calor ausentes e coeficiente de transferência de calor por convecção h uniforme ao longo da superfície.

Aplicando a exigência de conservação da energia, Equação 1.11c, no elemento diferencial da Figura 3.15, obtemos

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{\text{conv}} \tag{3.56}$$

Da lei de Fourier sabemos que

$$q_x = -kA_{tr}\frac{dT}{dx} \tag{3.57}$$

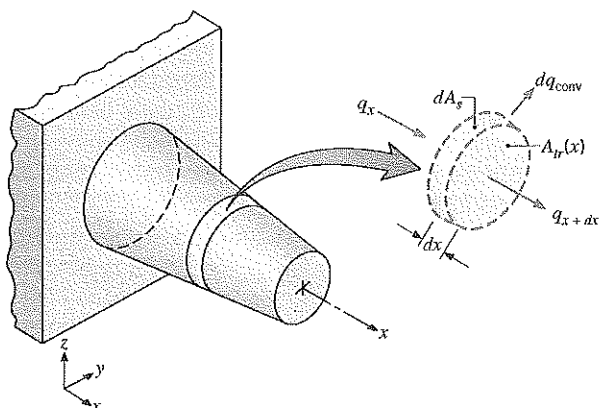



FIGURA 3.15 Balanço de energia em uma superfície estendida.

onde A_{tr} é a área da *seção transversal*, que pode variar com x. Como a taxa de condução de calor em $x + dx$ pode ser representada por

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx}\,dx \tag{3.58}$$

tem-se que

$$q_{x+dx} = -kA_{tr}\frac{dT}{dx} - k\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right)dx \tag{3.59}$$

A taxa de transferência de calor por convecção pode ser representada por

$$dq_{\text{conv}} = h\,dA_s(T - T_\infty) \tag{3.60}$$

onde dA_s é a área *superficial* do elemento diferencial. Substituindo as equações anteriores para as taxas de transferência na equação do balanço de energia, Equação 3.56, obtemos

$$\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right) - \frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}(T - T_\infty) = 0$$

ou

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{dA_{tr}}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \tag{3.61}$$

Este resultado fornece uma forma geral da equação da energia para uma superfície estendida. Sua solução, com condições de contorno apropriadas, fornece a distribuição de temperaturas, que pode ser usada com a Equação 3.57 para calcular a taxa de condução em qualquer x.

3.6.2 Aletas com Área de Seção Transversal Uniforme

Para resolver a Equação 3.61 é necessário ser mais específico em relação à geometria. Iniciamos pelo caso mais simples de aletas planas retangulares e piniformes de seção transversal uniforme (Figura 3.16). Cada aleta está fixada a uma superfície base, que está a uma temperatura $T(0) = T_b$ e se estende para o interior de um fluido à temperatura T_∞.

Para as aletas especificadas, A_{tr} é uma constante e $A_s = Px$, onde A_s é a área da superfície medida desde a base até x, e P é o perímetro da aleta. Conseqüentemente, com $dA_{tr}/dx = 0$ e $dA_s/dx = P$, a Equação 3.61 se reduz a

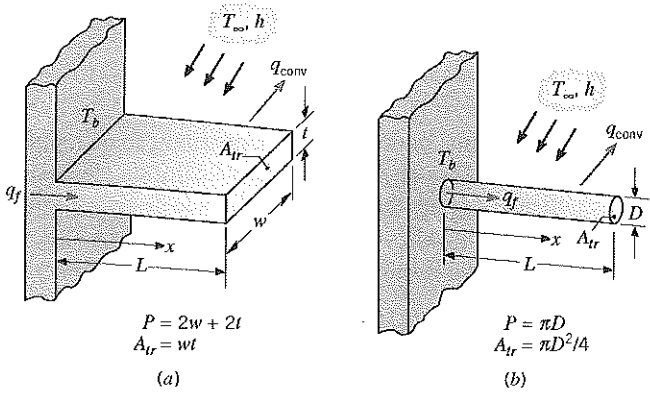



FIGURA 3.16 Aletas planas de seção transversal uniforme. (*a*) Aleta retangular. (*b*) Aleta piniforme.

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{tr}}(T - T_\infty) = 0 \tag{3.62}$$

Para simplificar a forma dessa equação, transformamos a variável dependente definindo uma *temperatura em excesso* θ como

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \tag{3.63}$$

onde, como T_∞ é uma constante, $d\theta/dx = dT/dx$. Substituindo a Equação 3.63 na Equação 3.62, obtemos então

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \tag{3.64}$$

onde

$$m^2 \equiv \frac{hP}{kA_{tr}} \tag{3.65}$$

A Equação 3.64 é uma equação diferencial de segunda ordem, linear e homogênea, com coeficientes constantes. Sua solução geral tem a forma

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{3.66}$$

Através de substituição, pode-se verificar facilmente que a Equação 3.66 é de fato uma solução da Equação 3.64.

Para determinar as constantes C_1 e C_2 da Equação 3.66, é necessário especificar condições de contorno apropriadas. Uma dessas condições pode ser especificada em termos da temperatura na *base* da aleta ($x = 0$)

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \tag{3.67}$$

A segunda condição, especificada na extremidade da aleta ($x = L$), pode corresponder a uma entre quatro diferentes situações físicas.

A primeira condição, Caso A, considera haver transferência de calor por convecção na extremidade da aleta. Aplicando um balanço de energia em uma superfície de controle nessa extremidade (Figura 3.17), obtemos

$$hA_{tr}[T(L) - T_\infty] = -kA_{tr}\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}$$

ou

$$h\theta(L) = -k\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} \tag{3.68}$$

Isto é, a taxa na qual a energia é transferida para o fluido por convecção na extremidade da aleta deve ser igual à taxa na qual a energia atinge a extremidade por condução através da aleta. Substituindo a Equação 3.66 nas Equações 3.67 e 3.68, obtemos, respectivamente,

$$\theta_b = C_1 + C_2 \tag{3.69}$$

e

$$h(C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}) = km(C_2 e^{-mL} - C_1 e^{mL})$$

Após explicitar C_1 e C_2, pode-se mostrar, após alguma manipulação algébrica, que

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\,\text{senh}\, m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL} \tag{3.70}$$

A forma desta distribuição de temperaturas é mostrada esquematicamente na Figura 3.17. Note que o valor do gradiente de temperatura diminui com o aumento de x. Esta tendência é uma conseqüência da redução na transferência de calor por condução $q_x(x)$ com o aumento de x devido à contínua perda de calor por convecção na superfície da aleta.

Estamos particularmente interessados na quantidade de calor transferida em toda a aleta. Na Figura 3.17 fica evidente que a taxa de transferência de calor da aleta q_a pode ser avaliada por dois caminhos alternativos, ambos envolvendo o uso da distribuição de temperaturas. O procedimento mais simples, e o que vamos utilizar, envolve a aplicação da lei de Fourier na base da aleta. Assim,

$$q_a = q_b = -kA_{tr}\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -kA_{tr}\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \tag{3.71}$$

Donde, conhecendo a distribuição de temperaturas, $\theta(x)$, q_a pode ser determinada, fornecendo

$$q_a = \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b \frac{\text{senh}\, mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL} \tag{3.72}$$

Entretanto, a conservação de energia dita que a taxa na qual o calor é transferido por convecção da superfície da aleta deve ser

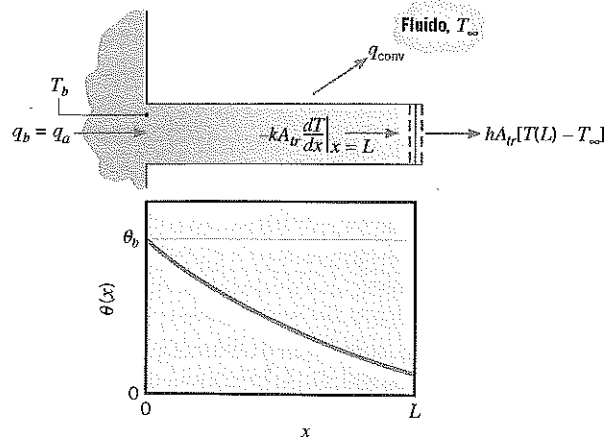



FIGURA 3.17 Condução e convecção em uma aleta de seção transversal uniforme.

igual à taxa condutiva através da base da aleta. Conseqüentemente, a formulação alternativa para q_a é

$$q_a = \int_{A_a} h[T(x) - T_\infty]\, dA_s$$

$$q_a = \int_{A_a} h\theta(x)\, dA_s \qquad (3.73)$$

onde A_a é a *área superficial total* da aleta, incluindo a extremidade. A substituição da Equação 3.70 na Equação 3.73 leva à Equação 3.72.

A segunda condição na extremidade, Caso B, corresponde à hipótese de que a perda de calor por convecção na extremidade da aleta é desprezível, caso no qual a extremidade pode ser tratada como adiabática e

$$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \qquad (3.74)$$

Substituindo a Equação 3.66 e dividindo por m, obtemos, então,

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0$$

Usando esta expressão com a Equação 3.69 para determinar C_1 e C_2, e substituindo os resultados na Equação 3.66, obtemos

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \qquad (3.75)$$

Utilizando esta distribuição de temperaturas com a Equação 3.71, a taxa de transferência de calor da aleta é, então,

$$q_a = \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b \tanh mL \qquad (3.76)$$

Da mesma forma, podemos obter a distribuição de temperaturas na aleta e a taxa de transferência de calor da aleta para o Caso C, no qual a temperatura na extremidade da aleta é especificada. Isto é, a segunda condição de contorno é $\theta(L) = \theta_L$ e as expressões resultantes têm a forma

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\,\mathrm{senh}\, mx + \mathrm{senh}\, m(L-x)}{\mathrm{senh}\, mL} \qquad (3.77)$$

$$q_a = \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b \frac{\cosh mL - \theta_L/\theta_b}{\mathrm{senh}\, mL} \qquad (3.78)$$

A *aleta muito longa*, Caso D, é uma extensão interessante desses resultados. Em particular, como $L \to \infty$, $\theta_L \to 0$ e é facilmente verificado que

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \qquad (3.79)$$

$$q_a = \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b \qquad (3.80)$$

Os resultados anteriores estão resumidos na Tabela 3.4. Uma tabela de funções hiperbólicas é fornecida no Apêndice B.1.

TABELA 3.4 Distribuição de temperaturas e perda de calor para aletas de seção transversal uniforme

Caso	Condições na Extremidade ($x = L$)	Distribuição de Temperaturas θ/θ_b	Taxa de Transferência de Calor da Aleta q_f
A	Transferência de calor convectiva: $h\theta(L) = -k\,d\theta/dx\vert_{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\,\mathrm{senh}\, m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\,\mathrm{senh}\, mL}$ (3.70)	$M\frac{\mathrm{senh}\, mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\,\mathrm{senh}\, mL}$ (3.72)
B	Adiabática: $d\theta/dx\vert_{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Temperatura especificada: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b)\,\mathrm{senh}\, mx + \mathrm{senh}\, m(L-x)}{\mathrm{senh}\, mL}$ (3.77)	$M\frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\mathrm{senh}\, mL}$ (3.78)
D	Aleta infinita ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $m^2 \equiv hP/kA_{tr}$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $M \equiv \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b$

EXEMPLO 3.9

Um bastão muito longo, com 5 mm de diâmetro, tem uma de suas extremidades mantida a 100°C. A superfície do bastão está exposta ao ar ambiente a 25°C com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 100 W/(m²·K).

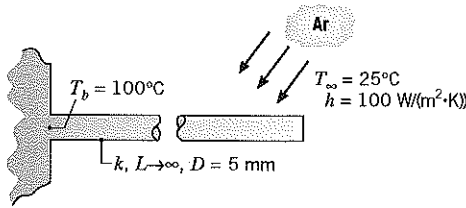
1. Determine as distribuições de temperaturas ao longo de bastões construídos em cobre puro, liga de alumínio 2024 e aço inoxidável AISI 316. Quais são as respectivas perdas de calor nos bastões?
2. Estime o comprimento que devem ter os bastões para que a hipótese de *comprimento infinito* forneça uma estimativa precisa para a perda de calor.

SOLUÇÃO

Dados: Um bastão circular longo exposto ao ar ambiente.

Achar:

1. Distribuição de temperaturas e perda de calor em bastões fabricados com cobre, com uma liga de alumínio ou com aço inoxidável.
2. Comprimentos que os bastões devem ter para supor comprimento infinito.

Esquema:

Considerações:

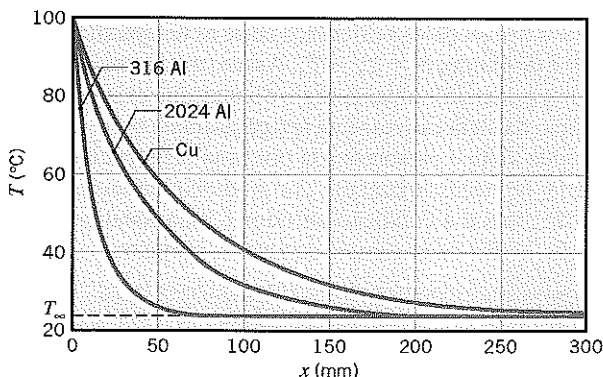
1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional ao longo do bastão.
3. Propriedades constantes.
4. Troca radiante com a vizinhança desprezível.
5. Coeficiente de transferência de calor uniforme.
6. Bastão com comprimento infinito.

Propriedades: Tabela A.1, cobre [$T = (T_b + T_\infty)/2 = 62{,}5$°C ≈ 335 K]: $k = 398$ W/(m·K). Tabela A.1, alumínio 2024 (335 K): $k = 180$ W/(m·K). Tabela A.1, aço inoxidável, AISI 316 (335 K): $k = 14$ W/(m·K).

Análise:

1. Com a hipótese de comprimento infinito da aleta, as distribuições de temperaturas são determinadas pela Equação 3.79, que pode ser escrita na forma

$$T = T_\infty + (T_b - T_\infty)e^{-mx}$$

onde $m = (hP/kA_{tr})^{1/2} = (4h/kD)^{1/2}$. Substituindo os valores de h e D, assim como as condutividades térmicas do cobre, da liga de alumínio e do aço inoxidável, respectivamente, os valores de m são 14,2; 21,2 e 75,6 m^{-1}. As distribuições de temperaturas podem, então, ser determinadas e representadas no gráfico a seguir.

Nestas distribuições fica evidente que há pouca transferência de calor adicional associada à extensão do comprimento do bastão além de 50, 200 e 300 mm, respectivamente, para o aço inoxidável, a liga de alumínio e o cobre.

A partir da Equação 3.80, a perda de calor é

$$q_a = \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b$$

Assim, para o cobre,

$$q_a = \left[100\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times \pi \times 0{,}005\ \text{m} \times 398\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times \frac{\pi}{4}(0{,}005\ \text{m})^2\right]^{1/2}(100 - 25)\text{°C}$$

$$= 8{,}3\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Analogamente, para a liga de alumínio e para o aço inoxidável, respectivamente, as taxas de transferência de calor são $q_a = 5{,}6$ W e 1,6 W.

2. Como não há perda de calor na extremidade de um bastão infinitamente longo, uma estimativa da validade dessa aproximação pode ser feita pela comparação das Equações 3.76 e 3.80. Com uma aproximação satisfatória, as expressões fornecem resultados equivalentes se tanh $mL \geq 0{,}99$ ou $mL \geq 2{,}65$. Assim, um bastão pode ser considerado de comprimento infinito se

$$L \geq L_\infty \equiv \frac{2{,}65}{m} = 2{,}65\left(\frac{kA_{tr}}{hP}\right)^{1/2}$$

Para o cobre,

$$L_\infty = 2{,}65\left[\frac{398\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times (\pi/4)(0{,}005\ \text{m})^2}{100\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times \pi(0{,}005\ \text{m})}\right]^{1/2} = 0{,}19\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Os resultados para a liga de alumínio e o aço inoxidável são $L_\infty = 0{,}13$ m e $L_\infty = 0{,}04$ m, respectivamente.

Comentários:

1. Os resultados anteriores sugerem que a taxa de transferência de calor da aleta pode ser estimada com precisão pela aproximação de aleta infinita quando $mL \geq 2{,}65$. Entretanto, se a aproximação de aleta infinita tiver que estimar com precisão a distribuição de temperaturas $T(x)$, um valor maior para mL seria necessário. Esse valor pode ser deduzido da Equação 3.79 e da exigência de que a temperatura na extremidade da aleta seja muito próxima da temperatura do fluido. Assim, se exigirmos que $\theta(L)/\theta_b = \exp(-mL) < 0{,}01$, segue-se que $mL > 4{,}6$; o que implica em $L_\infty \approx 0{,}33$; 0,23 e 0,07 m para os bastões de cobre, liga de alumínio e aço inoxidável, respectivamente. Esses resultados são coerentes com as distribuições representadas na parte 1.
2. Para as quatro condições na extremidade da Tabela 3.4, desenvolva rotinas computacionais que forneçam a taxa de transferência de calor e a distribuição de temperaturas em aletas planas e aletas piniformes com seção transversal uniforme. Estas rotinas podem economizar um tempo conside-

rável, na solução de problemas mais complicados, considerando, é claro, que você entenda as relações e as utilize de forma apropriada. Como um teste, gere o gráfico deste exemplo.

3.6.3 Desempenho de Aletas

Lembre-se de que aletas são usadas para aumentar a transferência de calor em um superfície através do aumento da área superficial efetiva. Contudo, a aleta em si representa uma resistência condutiva à transferência de calor na superfície original. Por essa razão, não existe qualquer garantia de que a taxa de transferência de calor será aumentada com o uso de aletas. Uma investigação sobre o assunto pode ser efetuada através da determinação da *efetividade da aleta* ε_a. Ela é definida como a *razão entre a taxa de transferência de calor da aleta e a taxa de transferência de calor que existiria sem a presença da aleta*. Conseqüentemente,

$$\varepsilon_a = \frac{q_a}{hA_{tr,b}\theta_b} \quad (3.81)$$

onde $A_{tr,b}$ é a área da seção transversal da aleta na sua base. Em qualquer projeto racional, o valor de ε_a deveria ser o maior possível e, em geral, o uso de aletas será raramente justificado a não ser que $\varepsilon_a \geqslant 2$.

Para qualquer uma das quatro condições na extremidade que foram consideradas, a efetividade de uma aleta de área de seção transversal uniforme pode ser obtida pela divisão da expressão apropriada para q_a, disponível na Tabela 3.4, por $hA_{tr,b}\theta_b$. Embora a instalação de aletas altere o coeficiente convectivo na superfície, esse efeito é geralmente desprezado. Assim, considerando o coeficiente convectivo na superfície aletada equivalente àquele na base sem aletas, tem-se que, para a aproximação de aleta infinita (Caso D), o resultado é

$$\varepsilon_a = \left(\frac{kP}{hA_{tr}}\right)^{1/2} \quad (3.82)$$

Algumas tendências importantes podem ser inferidas a partir deste resultado. Obviamente, a efetividade da aleta é melhorada pela seleção de um material com elevada condutividade térmica. Ligas de alumínio e cobre vêm à mente. No entanto, embora o cobre seja superior do ponto de vista da condutividade térmica, as ligas de alumínio são a opção mais comum, devido aos benefícios adicionais relacionados aos menores custo e peso. A efetividade da aleta também é melhorada pelo aumento da razão entre o perímetro e a área de seção transversal. Por essa razão, o uso de aletas *finas*, porém com um pequeno espaçamento entre elas, é preferido, com a condição de que o espaço entre aletas não seja reduzido a um valor no qual o escoamento do fluido entre elas seja severamente prejudicado, reduzindo assim o coeficiente convectivo.

A Equação 3.82 também sugere que o uso de aletas pode ser mais bem justificado sob condições nas quais o coeficiente convectivo h seja pequeno. Assim, da Tabela 1.1 fica evidente que a necessidade de aletas é maior quando o fluido é um gás ao invés de um líquido e quando a transferência de calor na superfície ocorre por convecção *natural*. Se as aletas são usadas em uma superfície que separa um gás de um líquido, elas geralmente são instaladas no lado do gás, que é o lado com menor coeficiente convectivo. Um exemplo comum é a tubulação em um radiador de automóvel. As aletas são usadas na superfície externa do tubo, sobre a qual há o escoamento do ar ambiente (h pequeno), e não na superfície interna, na qual há o escoamento de água (h grande). Note que, se $\varepsilon_a > 2$ for usado como um critério para justificar a utilização de aletas, a Equação 3.82 gera uma exigência de que $(kP/hA_{tr}) > 4$.

A Equação 3.82 fornece um limite superior para ε_a, que é alcançado quando L se aproxima de infinito. Entretanto, certamente não é necessário o uso de aletas muito longas para chegar próximo ao limite máximo de melhora na taxa de transferência de calor. Como visto no Exemplo 3.8, 99% da taxa máxima possível de transferência de calor na aleta são atingidos para $mL = 2{,}65$. Assim, faz pouco sentido estender as aletas além de $L = 2{,}65/m$.

O desempenho de aletas pode também ser quantificado em termos de uma resistência térmica. Tratando a diferença entre as temperaturas da base da aleta e do fluido como o potencial motriz, uma *resistência da aleta* pode ser definida como

$$R_{t,a} = \frac{\theta_b}{q_a} \quad (3.83)$$

Esse resultado é extremamente útil, particularmente quando representando uma superfície aletada por um circuito térmico. Note que, de acordo com a condição na extremidade da aleta, uma expressão apropriada para q_a pode ser obtida na Tabela 3.4.

Dividindo a expressão para a resistência térmica convectiva na base exposta

$$R_{t,b} = \frac{1}{hA_{tr,b}} \quad (3.84)$$

pela Equação 3.83 e substituindo a Equação 3.81, tem-se que

$$\varepsilon_a = \frac{R_{t,b}}{R_{t,a}} \quad (3.85)$$

Desta forma, a efetividade da aleta pode ser interpretada como uma razão entre resistências térmicas, e para aumentar ε_a é necessário reduzir a resistência condutiva/convectiva da aleta. Se a aleta for para melhorar a transferência de calor, a sua resistência não deve exceder a da base exposta.

Uma outra medida do desempenho térmico de uma aleta é fornecida pela *eficiência da aleta* η_a. O potencial motriz máximo para a convecção é a diferença entre as temperaturas da base ($x = 0$) e do fluido, $\theta_b = T_b - T_\infty$. Assim, a taxa máxima na qual uma aleta poderia dissipar energia é a taxa que existiria *se* toda a superfície da aleta estivesse na temperatura da base. Entretanto, como toda aleta é caracterizada por uma resistência condutiva não-nula, há necessariamente um gradiente de temperatura ao longo da aleta e a condição anterior é uma idealização. Uma definição lógica da eficiência da aleta é, portanto,

$$\eta \equiv \frac{q_a}{q_{\text{máx}}} = \frac{q_a}{hA_a\theta_b} \quad (3.86)$$

na qual A_a é a área superficial da aleta. Para uma aleta plana com seção transversal uniforme e extremidade adiabática, as Equações 3.76 e 3.86 fornecem

$$\eta_a = \frac{M \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL} \tag{3.87}$$

De acordo com a Tabela B.1, este resultado nos indica que η_a se aproxima de seus valores máximo e mínimo, 1 e 0, respectivamente, na medida em que L se aproxima de 0 e ∞.

Em vez da expressão um tanto complicada para a transferência de calor de uma aleta plana retangular com uma extremidade ativa, Equação 3.72, foi mostrado que estimativas aproximadas, porém precisas, podem ser obtidas pelo uso do resultado para uma aleta com extremidade adiabática, Equação 3.76, utilizando um comprimento da aleta corrigido na forma $L_c = L + (t/2)$, para uma aleta retangular, e $L_c = L + (D/4)$, para uma aleta piniforme [9]. A correção está baseada na hipótese de equivalência entre a transferência de calor na extremidade da aleta real, com convecção na extremidade, e a transferência de calor em uma aleta hipotética, mais longa e com a extremidade adiabática. Assim, com convecção na extremidade, a taxa de transferência de calor da aleta pode ser aproximada por

$$q_a = M \tanh mL_c \tag{3.88}$$

e a eficiência correspondente por

$$\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \tag{3.89}$$

Erros associados a esta aproximação são desprezíveis se (ht/k) ou $(hD/2k) \leqslant 0{,}0625$ [10].

Se a largura de uma aleta retangular é muito maior do que sua espessura, $w >> t$, o perímetro pode ser aproximado por $P = 2w$ e

$$mL_c = \left(\frac{hP}{kA_{tr}}\right)^{1/2} L_c = \left(\frac{2h}{kt}\right)^{1/2} L_c$$

Multiplicando o numerador e o denominador por $L_c^{1/2}$ e introduzindo uma área corrigida do perfil da aleta, $A_p = L_c t$, segue-se que

$$mL_c = \left(\frac{2h}{kA_p}\right)^{1/2} L_c^{3/2} \tag{3.90}$$

Assim, como mostrado nas Figuras 3.18 e 3.19, a eficiência de uma aleta retangular com convecção na extremidade pode ser representada como uma função de $L_c^{1/2}(h/kA_p)^{1/2}$.

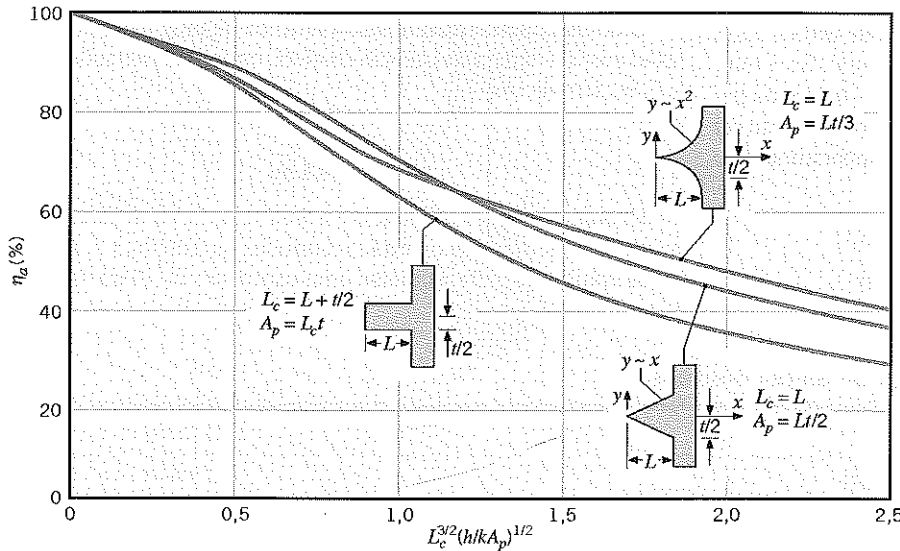



FIGURA 3.18 Eficiência de aletas planas (perfis retangular, triangular e parabólico).

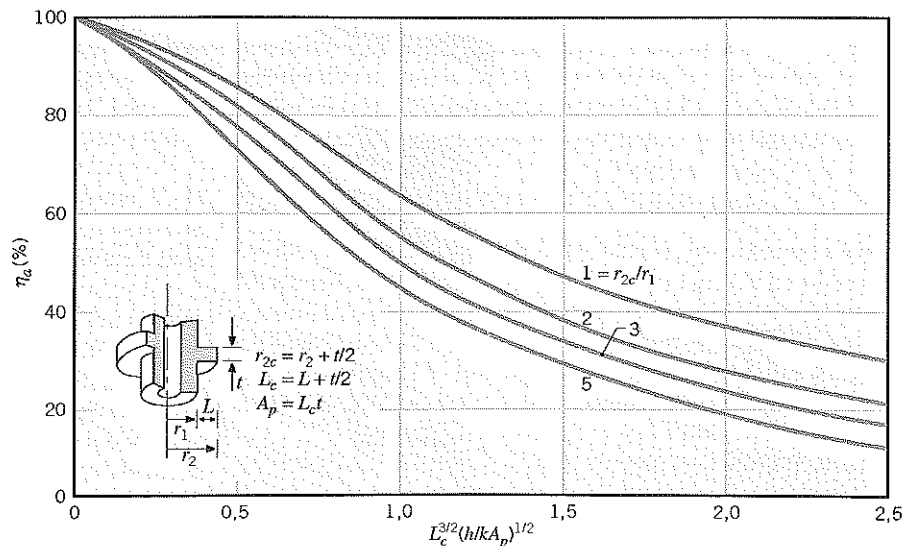



FIGURA 3.19 Eficiência de aletas anulares de perfil retangular.

3.6.4 Aletas com Área de Seção Transversal Não-Uniforme

A análise do comportamento térmico de aletas se torna mais complexa se a aleta possuir uma seção transversal não-uniforme. Nestes casos, o segundo termo da Equação 3.61 deve ser mantido e as soluções não são mais na forma de funções exponenciais simples ou funções hiperbólicas. Como um caso particular, considere a aleta anular mostrada no detalhe da Figura 3.19. Embora a espessura da aleta seja uniforme (t é independente de r), a área da seção transversal, $A_{tr} = 2\pi rt$, varia com r. Substituindo x por r na Equação 3.61 e representando a área superficial por $A_s = 2\pi(r^2 = r_1^2)$, a forma geral da equação da aleta se reduz a

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} - \frac{2h}{kt}(T - T_\infty) = 0$$

ou, com $m^2 \equiv 2h/kt$ e $\theta \equiv T - T_\infty$,

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\theta}{dr} - m^2\theta = 0$$

A expressão anterior é uma *equação de Bessel modificada* de ordem zero e sua solução geral tem a forma

$$\theta(r) = C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr)$$

onde I_0 e K_0 são funções de Bessel modificadas de ordem zero, de primeira e de segunda espécies, respectivamente. Se a temperatura na base da aleta for especificada, $\theta(r_1) = \theta_b$, e uma extremidade adiabática for suposta, $d\theta/dr|_{r_2} = 0$, C_1 e C_2 podem ser determinadas para fornecer uma distribuição de temperaturas com a forma

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + K_0(mr)I_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + K_0(mr_1)I_1(mr_2)}$$

onde $I_1(mr) = d[I_0(mr)]/d(mr)$ e $K_1(mr) = -d[K_0(mr)]/d(mr)$ são funções de Bessel modificadas de primeira ordem, de primeira e segunda espécies, respectivamente. Tabelas das funções de Bessel são apresentadas no Apêndice B.

Com a taxa de transferência de calor da aleta representada por

$$q_a = -kA_{tr,b}\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_1} = -k(2\pi r_1 t)\left.\frac{d\theta}{dr}\right|_{r=r_1}$$

segue-se que

$$q_a = 2\pi k r_1 t\theta_b m \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)}$$

a partir da qual a eficiência da aleta se torna

$$\eta_a = \frac{q_a}{h2\pi(r_2^2 - r_1^2)\theta_b}$$

$$= \frac{2r_1}{m(r_2^2 - r_1^2)}\frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)} \quad (3.91)$$

Este resultado pode ser utilizado para uma extremidade ativa (com convecção), desde que o raio da extremidade r_2 seja substituído por um raio corrigido com a forma $r_{2c} = r_2 + (t/2)$. Resultados são representados graficamente na Figura 3.19.

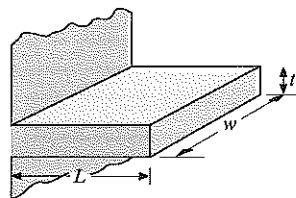
O conhecimento da eficiência térmica de uma aleta pode ser usado para avaliar a resistência da aleta, onde, das Equações 3.83 e 3.86, tem-se que

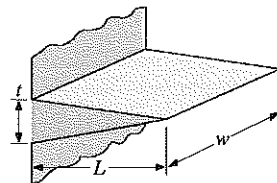
$$R_{t,a} = \frac{1}{hA_a\eta_a} \quad (3.92)$$

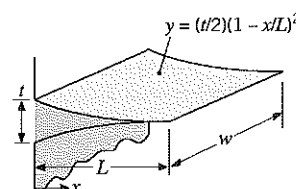
Expressões para a eficiência e a área superficial de aletas com várias geometrias usuais estão resumidas na Tabela 3.5. Embora os resultados para as aletas com espessura ou diâmetro uni-

TABELA 3.5 Eficiência de perfis de aletas comuns

Aletas Planas

Retangular[a]
$A_a = 2wL_c$
$L_c = L + (t/2)$
$A_p = tL$

$$\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \quad (3.89)$$

Triangular[a]
$A_a = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$
$A_p = (t/2)L$

$$\eta_a = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)} \quad (3.93)$$

Parabólica[a]
$A_a = w[C_1L + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$
$C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$
$A_p = (t/3)L$

$$\eta_a = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1} \quad (3.94)$$

(continua)

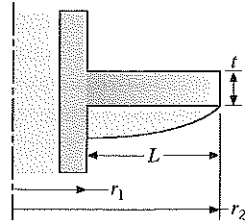
TABELA 3.5 *Continuação*

Aletas Circulares

Retangular[a]

$A_a = 2\pi\,(r_{2c}^2 - r_1^2)$

$r_{2c} = r_2 + (t/2)$

$V = \pi\,(r_2^2 - r_1^2)t$

$$\eta_a = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})} \quad (3.91)$$

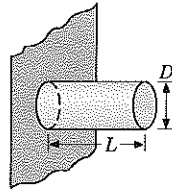
$$C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$$

Aletas Piniformes

Retangular[b]

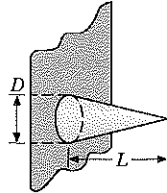
$A_a = \pi D L_c$

$L_c = L + (D/4)$

$V = (\pi D^2/4)L$

$$\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \quad (3.95)$$

Triangular[b]

$A_a = \frac{\pi D}{2}[L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$

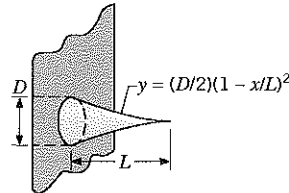
$V = (\pi/12)D^2L$

$$\eta_a = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)} \quad (3.96)$$

Parabólica[b]

$A_a = \frac{\pi L^3}{8D}\{C_3C_4 - \frac{L}{2D}\ln[(2DC_4/L) + C_3]\}$

$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$

$C_4 = [1 + (D/L)^2]^{1/2}$

$V = (\pi/20)D^2\,L$

$$\eta_a = \frac{2}{[4/9(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1} \quad (3.97)$$

[a] $m = (2h/kt)^{1/2}$.

[b] $m = (4h/kD)^{1/2}$.

forme tenham sido obtidos com a hipótese de extremidade adiabática, os efeitos da convecção na extremidade podem ser levados em conta através do uso de um comprimento corrigido (Equações 3.89 e 3.95) ou de um raio corrigido (Equação 3.91). As aletas triangulares e parabólicas possuem espessura não-uniforme, que se reduz a zero na extremidade.

Expressões para a área do perfil, A_p, ou para o volume, V, de uma aleta são também fornecidas na Tabela 3.5. O volume de uma aleta plana é simplesmente o produto da sua largura pela sua área do perfil, $V = wA_p$.

O projeto de aletas é, freqüentemente, motivado por um desejo de minimizar o material da aleta e/ou os custos necessários relacionados à sua fabricação para atingir uma efetividade de resfriamento especificada. Desta forma, uma aleta plana *triangular* é vantajosa porque, para uma transferência de calor equivalente, requer um volume muito menor (material da aleta) do que um perfil retangular. Nesse contexto, a dissipação de calor por unidade de volume, $(q/V)_a$, é maior para um perfil *parabólico*. Contudo, como $(q/V)_a$ para o perfil *parabólico* é apenas um pouco superior ao do perfil triangular, o seu uso pode ser raramente justificado em função do seu maior custo de fabricação. A aleta *anular* de perfil retangular é comumente utilizada para melhorar a transferência de calor para ou a partir dos tubos circulares.

3.6.5 Eficiência Global da Superfície

De forma distinta da eficiência da aleta η_a, que caracteriza o desempenho de uma única aleta, a *eficiência global da superfície* η_o caracteriza um *conjunto* de aletas e a superfície base na qual ele está fixado. Conjuntos representativos de aletas são mostrados na Figura 3.20, onde S designa o passo das aletas. Em cada caso, a eficiência global é definida como

$$\eta_o = \frac{q_t}{q_{\max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} \quad (3.98)$$

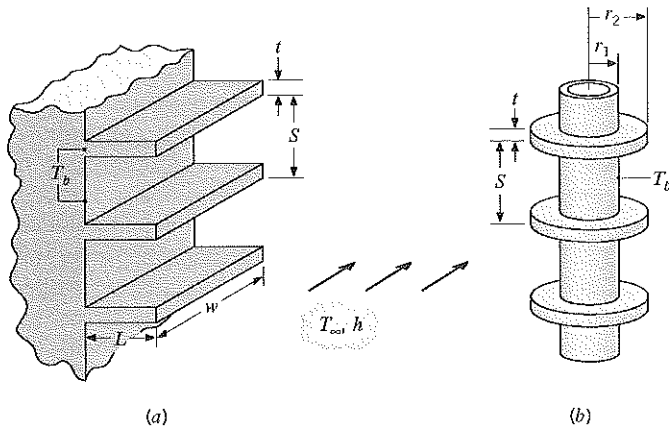



FIGURA 3.20 Conjuntos representativos de aletas. (*a*) Aletas retangulares. (*b*) Aletas anulares.

onde q_t é a taxa total de transferência de calor na área superficial A_t associada à área das aletas e a fração exposta da base (freqüentemente chamada a superfície *primária*). Se existirem N aletas no conjunto, cada uma com área superficial A_a, e a área da superfície primária for designada por A_b, a área superficial total será dada por

$$A_t = NA_a + A_b \tag{3.99}$$

A taxa máxima possível de transferência de calor ocorreria se toda a superfície da aleta, assim como a área exposta da base, fossem mantidas à temperatura T_b.

A taxa total de transferência de calor por convecção das aletas e da superfície primária (sem aletas) pode ser representada por

$$q_t = N\eta_a hA_a\theta_b + hA_b\theta_b \tag{3.100}$$

onde o coeficiente convectivo h é considerado equivalente para a superfície das aletas e a primária, e η_a é a eficiência de uma aleta isolada. Assim,

$$q_t = h[N\eta_a A_a + (A_t - NA_a)]\theta_b = hA_t\left[1 - \frac{NA_a}{A_t}(1 - \eta_a)\right]\theta_b \tag{3.101}$$

Substituindo a Equação 3.101 na Equação 3.98, tem-se que

$$\eta_o = 1 - \frac{NA_a}{A_t}(1 - \eta_a) \tag{3.102}$$

A partir do conhecimento de η_0, a Equação 3.98 pode ser usada para calcular a taxa total de transferência de calor em um conjunto de aletas.

Lembrando a definição da resistência térmica da aleta, Equação 3.83, a Equação 3.98 pode ser utilizada na dedução de uma expressão para a resistência térmica de um conjunto de aletas. Isto é,

$$R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_o hA_t} \tag{3.103}$$

na qual $R_{t,0}$ é uma resistência efetiva que leva em conta as trajetórias do calor paralelas por condução/convecção nas aletas e por

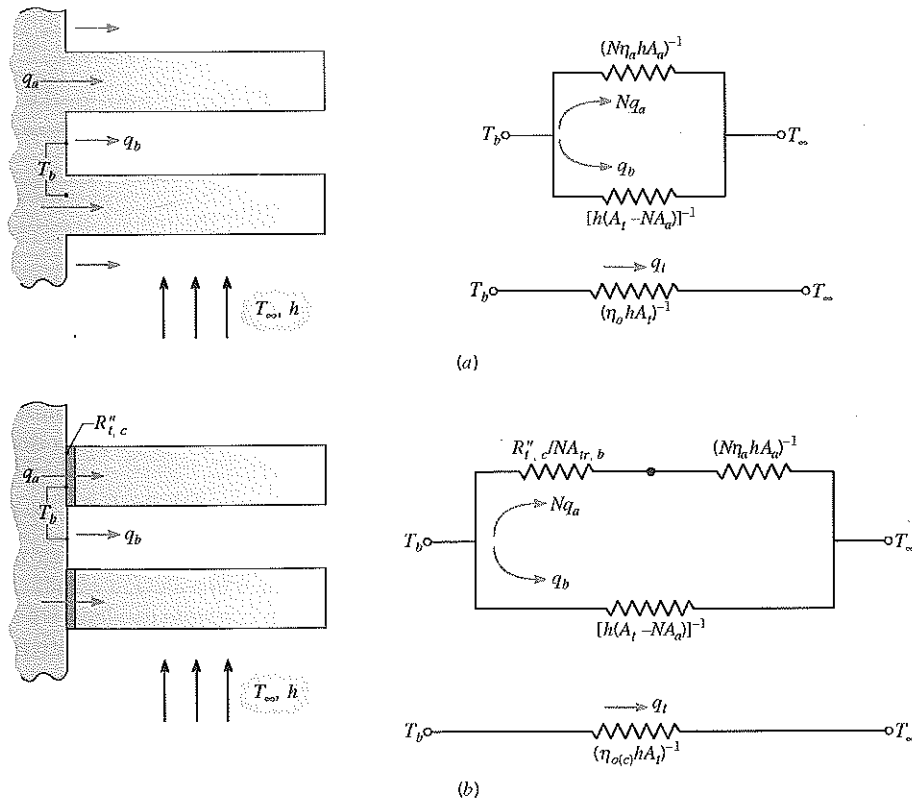



FIGURA 3.21 Conjunto de aletas e circuito térmico. (*a*) Aletas integradas à base. (*b*) Aletas fixadas pela base.

convecção na superfície primária. A Figura 3.21 ilustra os circuitos térmicos correspondentes às trajetórias paralelas e as suas representações em termos de uma resistência efetiva.

Se as aletas forem usinadas como uma parte integrante da parede da qual elas se projetam (Figura 3.21*a*), não há resistência de contato em suas bases. Entretanto, usualmente, as aletas são fabricadas separadamente e depois fixadas à parede por meio de uma junta metalúrgica ou adesiva. Alternativamente, a fixação pode envolver uma *junta de pressão*, na qual as aletas são forçadas em fendas usinadas sobre o material da parede. Nestes casos (Figura 3.21*b*), há uma resistência térmica de contato, $R_{t,c}$, que pode influenciar negativamente o desempenho térmico global. Uma resistência efetiva para o circuito pode novamente ser obtida, onde, agora, com a resistência de contato,

$$R_{t,o(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{o(c)} h A_t} \quad (3.104)$$

Mostra-se facilmente que a eficiência global da superfície correspondente é

$$\eta_{o(c)} = 1 - \frac{N A_a}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_a}{C_1}\right) \quad (3.105a)$$

onde

$$C_1 = 1 + \eta_a h A_a (R''_{t,c}/A_{c,b}) \quad (3.105b)$$

Na fabricação, deve-se tomar cuidado para garantir que $R_{t,c} \ll R_{t,a}$.

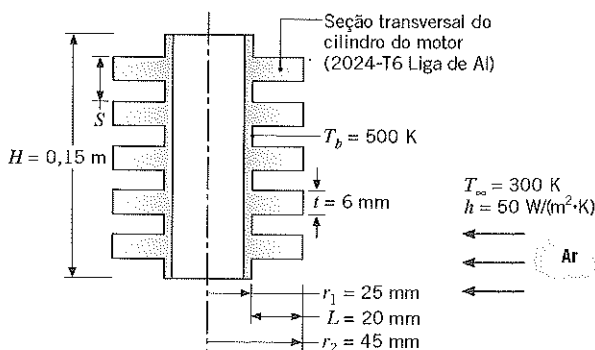
Exemplo 3.10

O cilindro do pistão do motor de uma motocicleta é construído em liga de alumínio 2024-T6, tendo uma altura $H = 0{,}15$ m e um diâmetro externo $D = 50$ mm. Sob condições típicas de operação, a superfície externa do cilindro está a uma temperatura de 500 K e encontra-se exposta ao ar ambiente a 300 K, com um coeficiente convectivo de 50 W/(m²·K). Aletas anulares são fundidas integralmente com o cilindro para aumentar a transferência de calor para a vizinhança. Considere cinco destas aletas, com espessura $t = 6$ mm, comprimento $L = 20$ mm e igualmente espaçadas. Qual é o aumento na taxa de transferência de calor devido ao uso das aletas?

Solução

Dados: Condições operacionais de um cilindro aletado de uma motocicleta.

Achar: O aumento na transferência de calor causado pelo uso das aletas.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução unidimensional radial nas aletas.
3. Propriedades constantes.
4. Troca radiante com a vizinhança desprezível.
5. Coeficiente convectivo uniforme sobre a superfície externa (com ou sem aletas).

Propriedades: Tabela A.1, liga de alumínio 2024-T6 ($T = 400$ K): $k = 186$ W/(m·K).

Análise: Com as aletas no lugar, a taxa de transferência de calor é dada pela Equação 3.101

$$q_t = hA_t\left[1 - \frac{NA_a}{A_t}(1 - \eta_a)\right]\theta_b$$

onde $A_a = 2\pi(r^2_{2c} = r^2_1) = 2\pi[(0{,}048\text{ m})^2 - (0{,}025\text{ m})^2] = 0{,}0105\text{ m}^2$ e, da Equação 3.99, $A_t = NA_a + 2\pi r_1(H - Nt) = 0{,}0527\text{ m}^2 + 2\pi(0{,}025\text{ m})[0{,}15\text{ m} - 0{,}03\text{ m}] = 0{,}0716\text{ m}^2$. Com $r_{2c}/r_1 = 1{,}92$, $L_c = 0{,}023$ m, $A_p = 1{,}380 \times 10^{-4}$ m², obtemos $L_c^{3/2}(h/kA_p)^{1/2} = 0{,}15$. Assim, da Figura 3.19, a eficiência da aleta é $\eta_a \approx 0{,}95$. Com as aletas, a taxa total de transferência de calor é, então,

$$q_t = 50\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}0716\text{ m}^2\left[1 - \frac{0{,}0527\text{ m}^2}{0{,}0716\text{ m}^2}(0{,}05)\right]200\text{ K} =$$

$$= 690\text{ W}$$

Sem as aletas, a taxa de transferência de calor por convecção seria

$$q_{po} = h(2\pi r_1 H)\theta_b =$$

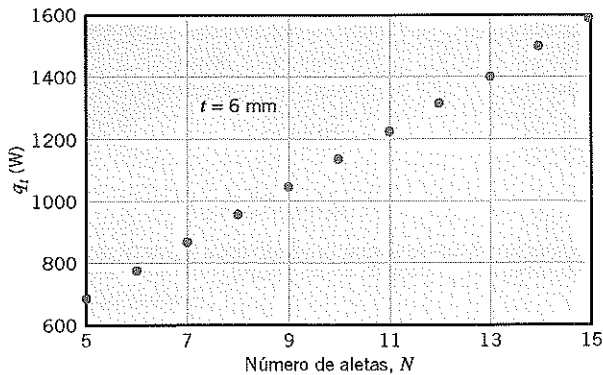
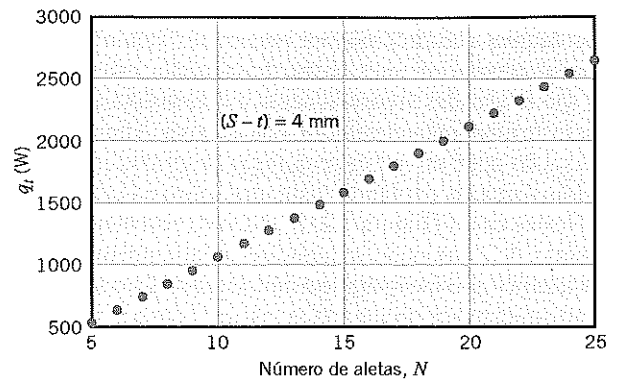
$$= 50\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}(2\pi \times 0{,}025\text{ m} \times 0{,}15\text{ m})200\text{ K} = 236\text{ W}$$

Donde

$$\Delta q = q_t - q_{po} = 454\text{ W} \quad \triangleleft$$

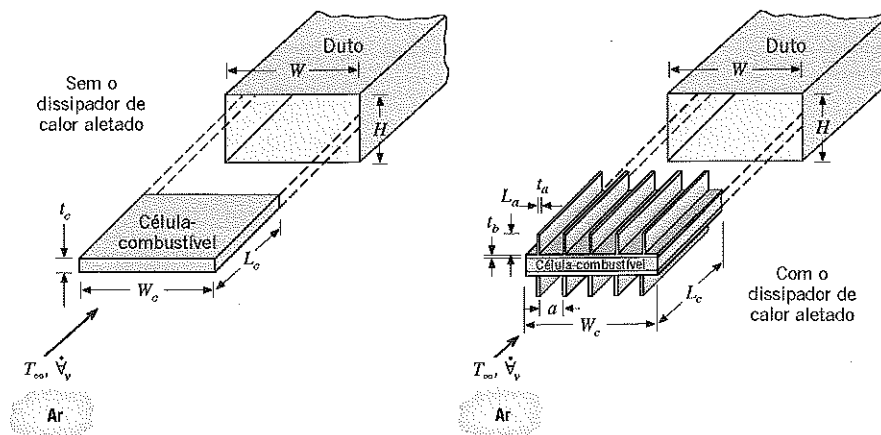
Comentários:

1. Embora as aletas aumentem significativamente a transferência de calor no cilindro, uma melhora considerável poderia ainda ser obtida pelo aumento do número de aletas. Avaliamos essa possibilidade calculando q_t como uma função de N, primeiramente fixando a espessura da aleta em $t = 6$ mm e aumentando o número de aletas pela diminuição do espaçamento entre elas. Arbitrando uma distância de 2 mm en-

tre as extremidades do cilindro e do conjunto de aletas e um espaçamento mínimo de 4 mm entre as aletas, o número máximo de aletas possível é $N = H/S = 0{,}15$ m/(0,004 + 0,006) m = 15. Os cálculos paramétricos produzem a variação de q_t com N a seguir:

O número de aletas também poderia ser aumentado pela redução da espessura das aletas. Se o espaçamento entre elas fosse fixado em $(S - t) = 4$ mm e os limites de fabricação exigissem uma espessura mínima da aleta de 2 mm, até $N = 25$ aletas poderiam ser acomodadas. Nesse caso, os cálculos paramétricos fornecem

Os cálculos anteriores são baseados na suposição de que o h não é afetado pela redução no espaçamento entre as aletas. Esta hipótese é razoável na medida em que não haja interação entre as camadas limite que se desenvolvem sobre as superfícies de aletas adjacente. Note que, como $NA_a \gg 2\pi r_1(H - Nt)$ para as condições especificadas, q_t aumenta quase que linearmente com o aumento de N.

Exemplo 3.11

No Exemplo 1.4, vimos que para gerar uma potência elétrica de $P = 9$ W, a temperatura da célula-combustível MTP tinha que ser mantida a $T_c \approx 56{,}4°C$, com uma retirada requerida da célula-combustível de 11,25 W e uma velocidade do ar de resfriamento de $V = 9{,}4$ m/s para $T_\infty = 25°C$. Para fornecer estas condições convectivas, a célula-combustível é colocada no centro de um duto retangular, com 50 mm × 26 mm, com espaços de 10 mm entre o exterior da célula-combustível, com dimensões 50 mm × 50 mm × 6 mm, e as paredes superior e inferior do duto, que são isoladas. Um pequeno ventilador, alimentado pela célula-combustível, é usado para circular o ar de resfriamento. Uma olhada nos dados de um certo vendedor de ventiladores sugere que a razão entre o consumo de potência do ventilador e a vazão volumétrica do ventilador é $P_v/\dot{\forall}_v = C = 1000$ W/(m³/s) na faixa de $10^{-4} \leq \dot{\forall}_v \leq 10^{-2}$ m³/s.

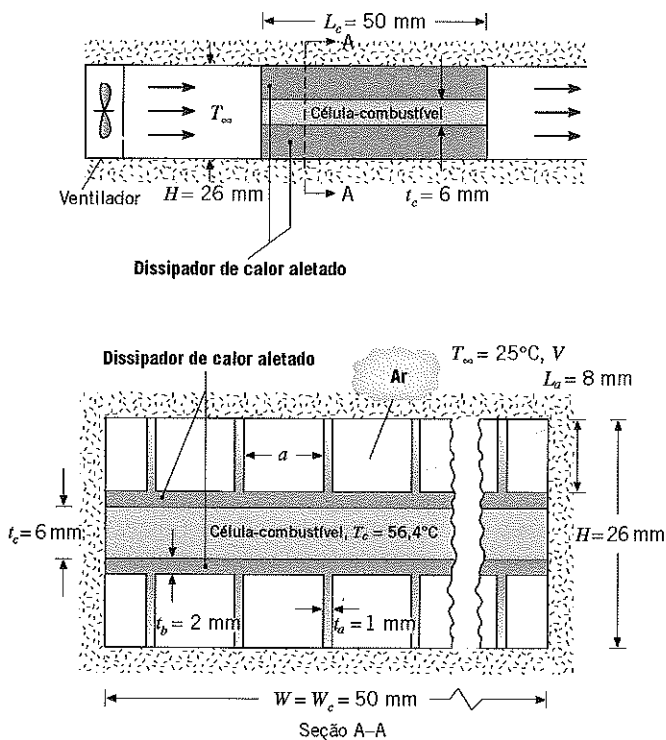
1. Determine a potência elétrica *líquida* produzida pelo sistema célula–combustível–ventilador, $P_{líq} = P - P_v$.
2. Analise o efeito de colocar um *dissipador de calor aletado* de alumínio ($k = 200$ W/(m·K)), idêntico nas partes superior e inferior, sobre o corpo da célula-combustível. As juntas de contato têm uma resistência térmica de $R''_{t,c} = 10^{-3}$ m²·K/W e a base do dissipador de calor tem espessura de $t_b = 2$ mm. Cada uma das N aletas retangulares tem comprimento $L_a = 8$ mm e espessura de $t_a = 1$ mm, e cobre o comprimento inteiro da célula-combustível, $L_c = 50$ mm. Com o dissipador de calor colocado, perdas por radiação são desprezíveis e o coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser relacionado ao tamanho e à geometria de um canal de ar típico por uma expressão com a forma $h = 1{,}78\, k_{ar}(L_a + a)/(L_a \cdot a)$, onde a é a distância entre aletas.

Desenhe um circuito térmico equivalente para a parte 2 e determine o número total de aletas necessário para reduzir o consumo de potência no ventilador à metade do valor encontrado na parte 1.

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões de uma célula-combustível e de um dissipador de calor aletado, temperatura de operação da célula-combustível, taxa de geração de energia térmica e produção de potência. Relação entre o consumo de potência de um ventilador de resfriamento e a vazão volumétrica fornecida pelo ventilador. Relação entre o coeficiente convectivo e as dimensões do canal de ar.

Achar:

1. A potência líquida produzida pelo sistema célula-combustível-ventilador sem a presença do dissipador de calor.
2. O número de aletas necessário para reduzir em 50% o consumo de potência no ventilador encontrado na parte 1.

Esquema:

Seção A–A

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor desprezível nas extremidades da célula-combustível, assim como nas faces frontal e traseira do dissipador de calor aletado.
3. Transferência de calor unidimensional através do dissipador de calor.
4. Extremidade das aletas adiabática.
5. Propriedades constantes.
6. Radiação desprezível quando o dissipador de calor é usado.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($\bar{T}$ = 300 K): k_{ar} = 0,0263 W/(m·K), c_p = 1007 J/(kg K), ρ = 1,1614 kg/m³.

Análise:

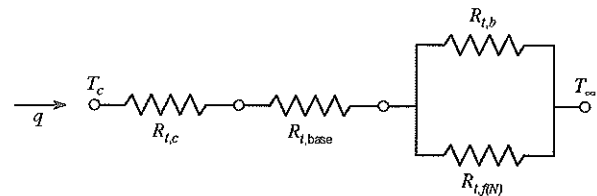
1. A vazão volumétrica do ar de resfriamento é $\dot{\forall}_v = VA_c$, onde $A_c = W(H - t_c)$ é a área transversal da região do escoamento entre as paredes do duto e a célula-combustível sem aletas. Conseqüentemente,

$$\dot{\forall}_f = V[W(H - t_c)]$$
$$= 9{,}4 \text{ m/s} \times [0{,}05 \text{ m} \times (0{,}026 \text{ m} - 0{,}006 \text{ m})]$$
$$= 9{,}4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

e

$$P_{LIQ} = P - C\dot{\forall}_f = 9{,}0 \text{ W} - 1000 \text{ W/(m}^3\text{/s)} \times 9{,}4 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/s} =$$
$$= -0{,}4 \text{ W} \qquad \triangleleft$$

Com este arranjo, o ventilador consome mais potência do que é gerada na célula-combustível e o sistema não pode produzir potência líquida.

2. Para reduzir o consumo de potência no ventilador em 50%, a vazão volumétrica de ar deve ser reduzida para $\dot{\forall}_v$ = 4,7 × 10^{-3} m³/s. O circuito térmico inclui resistências da junta de contato, da condução através da base do dissipador de calor aletado e resistências para a base exposta do lado aletado do dissipador de calor, assim como as aletas.

As resistências térmicas da junta de contato e da base são

$$R_{t,c} = R''_{t,c}/2L_cW_c =$$
$$= (10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W})/(2 \times 0{,}05 \text{ m} \times 0{,}05 \text{ m})$$
$$= 0{,}2 \text{ K/W}$$

e

$$R_{t,\text{base}} = t_b/(2kL_cW_c) =$$
$$= (0{,}002 \text{ m})/(2 \times 200 \text{ W/(m} \cdot \text{K)} \times 0{,}05 \text{ m} \times 0{,}05 \text{ m})$$
$$= 0{,}002 \text{ K/W}$$

onde os fatores iguais a 2 levam em conta os dois lados do dissipador de calor. Para a fração de sua base exposta ao ar de resfriamento, a resistência térmica é

$$R_{t,b} = 1/[h\,(2W_c - Nt_a)L_c] =$$
$$= 1/[h \times (2 \times 0{,}05 \text{ m} - N \times 0{,}001 \text{ m}) \times 0{,}05 \text{ m}]$$

a qual não pode ser avaliada até que o número total de aletas nos dois lados, N, e o h sejam determinados.

Para uma única aleta, $R_{t,a} = \theta_b/q_a$, onde, da Tabela 3.4 para uma aleta com a extremidade isolada, $R_{t,a} = (hPkA_{tr})^{-1/2}/\tanh(mL_a)$. No nosso caso, $P = 2(L_c + t_a) = 2 \times (0{,}05 \text{ m} +$

0,001 m) = 0,102 m, $A_{tr} = L_{tr}t_a = 0{,}05\ \text{m} = 0{,}001\ \text{m} = 0{,}00005\ \text{m}^2$, e

$$m = \sqrt{hP/kA_{tr}} = [h \times 0{,}102\ \text{m}/(200\ \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}) \times 0{,}00005\ \text{m}^2)]^{1/2}$$

Donde,

$$R_{t,a} = \frac{(h \times 0{,}102\ \text{m} \times 200\ \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}) \times 0{,}00005\ \text{m}^2)^{-1/2}}{\tanh(m \times 0{,}008\ \text{m})}$$

e para N aletas, $R_{t,f(N)} = R_{t,a}/N$. Como para $R_{t,b}$, $R_{t,a}$ não pode ser calculada até que h e N sejam determinados. Também, h depende de a, a distância entre aletas, que por sua vez depende de N, de acordo com a expressão $a = (2W_c - Nt_a)/N = (2 \times 0{,}05\ \text{m} - N \times 0{,}001\ \text{m})/N$. Desta forma, a especificação de N possibilitará o cálculo de todas as resistências. Da rede de resistências térmicas, a resistência térmica total é $R_{tot} = R_{t,c} + R_{t,base} + R_{equiv}$, onde $R_{equiv} = [R_{t,b}^{-1} + R_{t,f(N)}^{-1}]^{-1}$.

A resistência equivalente das aletas, R_{equiv}, correspondente à temperatura desejada da célula-combustível é encontrada a partir da expressão

$$q = \frac{T_c - T_\infty}{R_{tot}} = \frac{T_c - T_\infty}{R_{t,c} + R_{t,base} + R_{equiv}}$$

donde,

$$R_{equiv} = \frac{T_c - T_\infty}{q} - (R_{t,c} + R_{t,base})$$
$$= (56{,}4°\text{C} - 25°\text{C})/11{,}25\ \text{W} - (0{,}2 + 0{,}002)\ \text{K/W} =$$
$$= 2{,}59\ \text{K/W}$$

Para $N = 22$, são obtidos os valores a seguir de vários parâmetros: $a = 0{,}0035$ m, $h = 19{,}1$ W/(m²·K), $m = 13{,}9\ \text{m}^{-1}$, $R_{t,f(N)} = 2{,}94$ K/W, $R_{t,b} = 13{,}5$ K/W, $R_{equiv} = 2{,}41$ K/W e $R_{tot} = 2{,}61$ K/W, resultando em uma temperatura da célula-combustível de 54,4°C. As temperaturas da célula-combustível associadas a $N = 20$ e $N = 24$ são $T_c = 58{,}9$°C e 50,7°C, respectivamente.

A temperatura real da célula-combustível está mais próxima do valor desejado quando $N = 22$. Conseqüentemente, um total de 22 aletas, 11 na superfície superior e 11 na inferior, deve ser especificado, resultando em

$$P_{LIQ} = P - P_a = 9{,}0\ \text{W} - 4{,}7\ \text{W} = 4{,}3\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. O desempenho do sistema célula-combustível-ventilador é melhorado significativamente pela combinação da célula com o dissipador aletado. Um bom gerenciamento térmico pode transformar uma proposta impraticável em um conceito viável.
2. A temperatura do ar de resfriamento aumenta na medida em que calor é transferido da célula-combustível. A temperatura do ar que deixa o dissipador aletado pode ser calculada através de um balanço de energia global no escoamento de ar, que fornece: $T_{sai} = T_{ent} + q/(\rho c_p \dot{\forall})$. Para a parte 1, $T_{sai} = 25°\text{C} + 10{,}28\ \text{W}/(1{,}1614\ \text{kg/m}^3 \times 1007\ \text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \times 9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}) = 25{,}9°\text{C}$. Para a parte 2, a temperatura de saída do ar é $T_{sai} = 27{,}0°\text{C}$. Desta forma, a temperatura de operação da célula-combustível será ligeiramente superior do que o previsto, com a suposição de que a temperatura do ar de resfriamento é constante e igual a 25°C, e estará mais próxima do valor desejado.
3. Para as condições da parte 2, o coeficiente de transferência de calor por convecção não varia com a velocidade do ar. A não sensibilidade do valor de h em relação à velocidade do fluido ocorre freqüentemente em casos nos quais o escoamento é confinado em passagens com pequena área de seção transversal, como será discutido em detalhes no Capítulo 8. A influência das aletas no aumento ou redução do valor de h em relação ao valor da superfície sem aletas deve ser levada em conta em aplicações críticas.
4. Uma análise mais detalhada do sistema envolveria a previsão da queda de pressão associada ao escoamento de ar induzido pelo ventilador através dos espaços entre as aletas.
5. A hipótese de extremidade da aleta adiabática é válida, pois a parede de duto é isolada termicamente.

3.7 A Equação do Biocalor

O tópico transferência de calor no interior do corpo humano tem ganho importância crescente na medida em que novos tratamentos médicos, que envolvem temperaturas extremas [11], são desenvolvidos, e nós exploramos ambientes mais adversos, como o Ártico, o ambiente submarino e o espaço. Há dois principais fenômenos que fazem a transferência de calor em tecidos vivos mais complexa do que nos materiais de engenharia: geração de calor metabólica e a troca de energia térmica entre o sangue em escoamento e o tecido circundante. Pennes [12] introduziu uma modificação na equação do calor, atualmente conhecida como equação de Pennes ou equação do biocalor, para levar em conta estes efeitos. Sabe-se que a equação do biocalor tem limitações, mas ela continua sendo uma ferramenta útil para o entendimento da transferência de calor em tecidos vivos. Nessa seção, apresentamos uma versão simplificada da equação do biocalor para o caso de transferência de calor unidimensional em regime estacionário.

A geração de calor metabólica e a troca de energia térmica com o sangue podem ser vistas como efeitos de geração de energia térmica. Conseqüentemente, podemos reescrever a Equação 3.39 para levar em conta estas duas fontes de calor como

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_m + \dot{q}_p}{k} = 0 \tag{3.106}$$

na qual $\dot{q}_m$ e $\dot{q}_p$ são os termos de fonte de calor metabólica e em função da perfusão, respectivamente. O termo da perfusão representa a troca de energia entre o sangue e o tecido e é uma fonte ou um sumidouro de energia em função de a transferência de calor ocorrer do sangue ou para o sangue, respectivamente. A condutividade térmica foi considerada constante ao se escrever a Equação 3.106.

Pennes propôs uma expressão para o termo da perfusão supondo que, no interior de qualquer pequeno volume de tecido, o sangue que escoa nos pequenos capilares entra com a temperatura arterial, T_a, e sai com a temperatura do tecido local, T. A taxa na qual o calor é ganho pelo tecido é a taxa na qual o calor é perdido pelo sangue. Sendo a taxa de perfusão ω (m³/s de escoa-

mento volumétrico de sangue por m³ de tecido), a perda de calor do sangue pode ser calculada pela Equação 1.11e, ou, com base em uma unidade de volume,

$$\dot{q}_p = \omega\rho_s c_s (T_a - T) \tag{3.107}$$

onde ρ_s e c_s são a densidade e o calor específico do sangue, respectivamente. Note que $\omega\rho_s$ é a vazão mássica de sangue por unidade de volume do tecido.

Substituindo a Equação 3.107 na Equação 3.106, encontramos

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_m + \omega\rho_s c_s(T_a - T)}{k} = 0 \tag{3.108}$$

Usando nossa experiência com superfícies estendidas, é conveniente definir um excesso de temperatura na forma $\theta \equiv T - T_a - \dot{q}_m/(\omega\rho_s c_s)$. Então, se considerarmos T_a, $\dot{q}_m$, ω e as propriedades do sangue constantes, a Equação 3.108 pode ser reescrita como

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \tilde{m}^2\theta = 0 \tag{3.109}$$

onde $\tilde{m}^2 = \omega\rho_s c_s/k$. Essa equação é idêntica, na forma, à Equação 3.64. Dependendo da forma das condições de contorno, pode ser possível usar os resultados da Tabela 3.4 para estimar a distribuição de temperaturas no interior do tecido vivo.

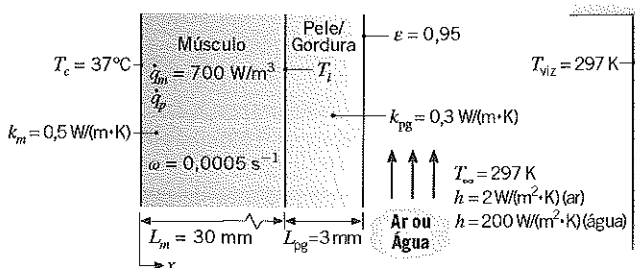
Exemplo 3.12

No Exemplo 1.6, a temperatura na superfície interna da camada pele/gordura foi informada igual a 35°C. Na realidade, essa temperatura depende das condições de transferência de calor existentes, incluindo fenômenos que ocorrem mais para o interior do corpo. Considere uma região de músculo com uma camada pele/gordura sobre ela. Em uma profundidade L_m = 30 mm no interior do músculo, a temperatura pode ser considerada igual à temperatura corporal T_c = 37°C. A condutividade térmica do músculo é k_m = 0,5 W/(m·K). A taxa de geração de calor metabólica no interior do músculo é $\dot{q}_m$ = 700 W/m³. A taxa de perfusão é ω = 0,0005 s⁻¹; a densidade e o calor específico do sangue são ρ_s = 1000 kg/m³ e c_s = 3600 J/(kg·K), respectivamente, e a temperatura do sangue arterial, T_a, é a mesma da temperatura corporal. A espessura, a emissividade e a condutividade térmica da camada pele/gordura são as mesmas que foram informadas no Exemplo 1.6; a geração de calor metabólica e em função da perfusão nessa camada podem ser desprezadas. Desejamos prever a taxa de perda de calor do corpo e a temperatura na superfície interna da camada pele/gordura para o corpo no ar e na água, como no Exemplo 1.6.

Solução

Dados: Dimensões e condutividades térmicas de uma camada de músculo e de uma camada de pele/gordura. Emissividade da pele e área superficial. Taxa de geração de calor metabólica e taxa de perfusão no interior da camada de músculo. Temperaturas corporal e arterial. Densidade e calor específico do sangue. Condições ambientais.

Achar: Taxa de perda de calor e temperatura na superfície interna da camada pele/gordura.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor unidimensional através das camadas de músculo e pele/gordura.
3. Taxa de geração de calor metabólica, taxa de perfusão, temperatura arterial, propriedades do sangue e condutividades térmicas uniformes.
4. Coeficiente de transferência de calor por radiação conhecido do Exemplo 1.6.
5. Irradiação solar desprezível.

Análise: Combinaremos uma análise da camada de músculo com o tratamento da transferência de calor através da camada pele/gordura e para o ambiente. A taxa de transferência de calor através da camada pele/gordura e para o ambiente pode ser representada em termos de uma resistência total, R_{tot}, como

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{R_{tot}} \tag{1}$$

Como no Exemplo 3.1 e para a exposição da pele ao ar, R_{tot} responde pela condução através da camada pele/gordura em série com a transferência de calor por convecção e por radiação, que são em paralelo. Assim,

$$R_{tot} = \frac{L_{pg}}{k_{pg}A} + \left(\frac{1}{1/hA} + \frac{1}{1/h_rA}\right)^{-1} = \frac{1}{A}\left(\frac{L_{pg}}{k_{pg}} + \frac{1}{h + h_r}\right)$$

Usando os valores do Exemplo 1.6 para o ar,

$$R_{tot} = \frac{1}{1{,}8\ \text{m}^2}\left(\frac{0{,}003\ \text{m}}{0{,}3\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} + \frac{1}{(2+5{,}9)\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}}\right) = 0{,}076\ \text{K/W}$$

Para a água, com h_r = 0 e h = 200 W/(m²·K), R_{tot} = 0,0083 K/W.

A transferência de calor na camada de músculo é governada pela Equação 3.109. As condições de contorno são especificadas em termos das temperaturas, T_c e T_i, sendo T_i até agora desconhecida. Em termos da temperatura em excesso θ, as condições de contorno são, então,

$$\theta(0) = T_c - T_a - \frac{\dot{q}_m}{\omega\rho_s c_s} = \theta_c \quad \text{e} \quad \theta(L_m) = T_i - T_a - \frac{\dot{q}_m}{\omega\rho_s c_s} = \theta_i$$

Como temos duas condições de contorno envolvendo temperaturas especificadas, a solução para θ é dada pelo caso C da Tabela 3.4,

$$\frac{\theta}{\theta_c} = \frac{(\theta_i/\theta_c)\text{senh}\,\tilde{m}x + \text{senh}\,\tilde{m}(L_m - x)}{\text{senh}\,\tilde{m}L_m}$$

O valor de q_a dado na Tabela 3.4 corresponderia à taxa de transferência de calor em $x = 0$, mas isso não é de interesse aqui. Nós procuramos a taxa na qual o calor deixa o músculo e entra na camada de pele/gordura, de tal forma que possamos igualar esta grandeza à taxa na qual o calor é transferido através da camada pele/gordura e para o ambiente. Conseqüentemente, calculamos a taxa de transferência de calor em $x = L_m$ como

$$q\bigg|_{x=L_m} = -k_m A\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=L_m} = -k_m A\frac{d\theta}{dx}\bigg|_{x=L_m}$$

$$= -k_m A\tilde{m}\theta_c\frac{(\theta_i/\theta_c)\cosh\tilde{m}L_m - 1}{\text{senh}\,\tilde{m}L_m} \quad (2)$$

Combinando as Equações 1 e 2, obtemos

$$-k_m A\tilde{m}\theta_c\frac{(\theta_i/\theta_c)\cosh\tilde{m}L_m - 1}{\text{senh}\,\tilde{m}L_m} = \frac{T_i - T_\infty}{R_{\text{tot}}}$$

Essa expressão pode ser explicitada em T_i, lembrando que T_i também aparece em θ_i.

$$T_i = \frac{T_\infty \text{senh}\,\tilde{m}L_m + k_m A\tilde{m}R_{\text{tot}}\left[\theta_c + \left(T_a + \frac{\dot{q}_m}{\omega\rho_s c_s}\right)\cosh\tilde{m}L_m\right]}{\text{senh}\,\tilde{m}L_m + k_m A\tilde{m}R_{\text{tot}}\cosh\tilde{m}L_m}$$

onde

$$\tilde{m} = \sqrt{\omega\rho_s c_s/k_m} =$$

$$= [0{,}0005\ \text{s}^{-1} \times 1000\ \text{kg/m}^3 \times 3600\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}/0{,}5\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}]^{1/2}$$

$$= 60\ \text{m}^{-1}$$

$\text{senh}\,(\tilde{m}L_m) = \text{senh}\,(60\ \text{m}^{-1} \times 0{,}03\ \text{m}) = 2{,}94$ e

$\cosh\,(\tilde{m}L_m) = \cosh\,(60\ \text{m}^{-1} \times 0{,}03\ \text{m}) = 3{,}11$

$$\theta_c = T_c - T_a - \frac{\dot{q}_m}{\omega\rho_s c_s} = -\frac{\dot{q}_m}{\omega\rho_s c_s} =$$

$$= -\frac{700\ \text{W/m}^3}{0{,}0005\ \text{s}^{-1} \times 1000\ \text{kg/m}^3 \times 3600\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}$$

$$= -0{,}389\ \text{K}$$

A temperatura em excesso pode ser expressa em kelvins ou em graus Celsius, pois ela é uma diferença de temperaturas.

Desta forma, para o ar:

$$T_i = \frac{\{24°\text{C} \times 2{,}94 + 0{,}5\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 1{,}8\ \text{m}^2 \times 60\ \text{m}^{-1} \times 0{,}076\ \text{K/W}[-0{,}389°\text{C} + (37°\text{C} + 0{,}389°\text{C}) \times 3{,}11]\}}{2{,}94 + 0{,}5\ \text{W/(m}\cdot\text{K)} \times 1{,}8\ \text{m}^2 \times 60\ \text{m}^{-1} \times 0{,}076\ \text{K/W} \times 3{,}11}$$

$$= 34{,}8°\text{C} \quad \triangleleft$$

Este resultado coincide bem com o valor de 35°C que foi suposto no Exemplo 1.6. A seguir, podemos determinar a taxa de perda de calor:

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{R_{\text{tot}}} = \frac{34{,}8°\text{C} - 24°\text{C}}{0{,}076\ \text{K/W}} = 142\ \text{W} \quad \triangleleft$$

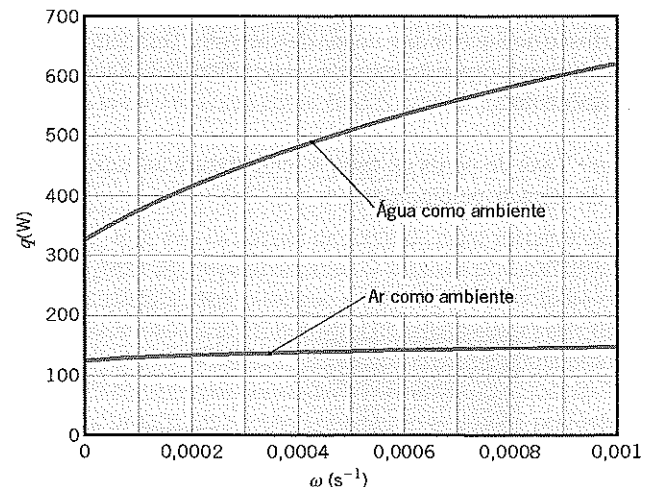
Novamente há uma boa concordância com os resultados prévios. Repetindo o cálculo para a água, encontramos

$$T_i = 28{,}2°\text{C} \quad \triangleleft$$

$$q = 514\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Aqui o resultado do Exemplo 1.6 não foi acurado porque ele considerou incorretamente que a parte interna da camada pele/gordura estaria a 35°C. Além disto, a temperatura da pele nesse caso seria de somente 25,4°C, com base neste cálculo mais completo.

Comentários:

1. Na realidade, nossos corpos se ajustam de várias formas ao ambiente térmico. Por exemplo, se estivermos com muito frio, tremeremos, o que aumenta a nossa taxa de geração de calor metabólica. Se estivermos com muito calor, a taxa de perfusão próxima à superfície da pele irá aumentar, aumentando localmente a temperatura da pele para aumentar a perda de calor para o ambiente.
2. A medida da condutividade térmica verdadeira de tecidos vivos é um grande desafio, em primeiro lugar em função da necessidade de fazer medidas *invasivas* em um ser vivo e em segundo lugar porque é difícil separar experimentalmente os efeitos da condução de calor dos efeitos da perfusão. É mais fácil medir uma condutividade térmica efetiva que levaria em conta as contribuições combinadas da condução e da perfusão. Contudo, esse valor efetivo da condutividade depende necessariamente da taxa de perfusão, que por sua vez varia com o ambiente térmico e com as condições físicas do indivíduo.
3. Os cálculos podem ser repetidos para uma faixa de valores da taxa de perfusão, e a dependência da taxa de perda de calor com a taxa de perfusão é ilustrada a seguir. O efeito é mais forte para o caso da água como ambiente, porque a temperatura do músculo é menor e conseqüentemente o efeito da perfusão do sangue arterial quente é mais pronunciado.

3.8 *Resumo*

Apesar da simplicidade matemática intrínseca, a transferência de calor unidimensional, em regime estacionário, ocorre em numerosas aplicações de engenharia. Embora as condições unidimensionais, em regime estacionário, possam não representar fielmente a realidade, com freqüência estas hipóteses podem ser feitas na obtenção de resultados de razoável precisão. Portanto, você deve estar totalmente familiarizado com os métodos utilizados na solução desses problemas. Em particular, você deve se sentir confortável ao usar os circuitos térmicos equivalentes e as expressões para as resistências térmicas condutivas nas três geometrias usuais. Você deve, também, estar familiarizado com a equação do calor, e a lei de Fourier pode ser usada para obter distribuições de temperaturas e os fluxos correspondentes. As implicações da presença de uma fonte de energia internamente distribuída também devem estar compreendidas com clareza. Finalmente, você deve valorizar o papel importante que as superfícies estendidas podem desempenhar no projeto de sistemas térmicos e deve ter capacidade de efetuar projetos e cálculos de desempenho em tais superfícies.

Você pode testar o seu entendimento dos principais conceitos deste capítulo ao responder às questões a seguir.

- Sob quais condições pode ser dito que o *fluxo térmico* é uma constante, independente da direção do escoamento do calor? Para cada uma destas condições, use argumentos físicos para se convencer de que o fluxo térmico não seria independente da direção se a condição não fosse satisfeita.
- Para a condução unidimensional, em regime estacionário, em uma casca cilíndrica ou esférica, sem geração de calor, o fluxo de calor radial é independente do raio? A taxa de transferência de calor radial é independente do raio?
- Para a condução unidimensional, em regime estacionário, sem geração de calor, qual é a forma da distribuição de temperaturas em uma *parede plana*? E em uma *casca cilíndrica*? E em uma *casca esférica*?
- O que é a *resistência térmica*? Como ela é definida? Quais são suas unidades?
- Para a condução através de uma *parede plana*, você pode escrever de cabeça a expressão da resistência térmica? Analogamente, você pode escrever expressões para a resistência térmica associada à condução através de *cascas cilíndricas* e *esféricas*? De memória, você pode escrever expressões para as resistências térmicas associadas à convecção em uma superfície e à troca líquida de radiação entre a superfície e uma grande vizinhança?
- Qual é a base física para a existência de um *raio crítico de isolante*? Como a condutividade térmica e o coeficiente convectivo afetam o seu valor?
- Como a resistência condutiva de um sólido é afetada pela sua condutividade térmica? Como a resistência convectiva em uma superfície é afetada pelo coeficiente convectivo? Como a resistência radiante é afetada pela emissividade da superfície?
- Se calor é transferido para fora de uma superfície por convecção e radiação, como as resistências térmicas correspondentes são representadas em um circuito?
- Considere condução em regime estacionário através de uma parede plana que separa dois fluidos a diferentes temperaturas, $T_{\infty,i}$ e $T_{\infty,e}$, adjacentes às superfícies interna e externa, respectivamente. Se o coeficiente convectivo na superfície externa for cinco vezes maior do que o na superfície interna, $h_e = 5h_i$, o que você pode dizer sobre a proximidade relativa das temperaturas das superfícies correspondentes, $T_{s,e}$ e $T_{s,i}$, em relação às dos respectivos fluidos adjacentes?
- Pode uma resistência térmica condutiva ser aplicada em um cilindro ou em uma esfera *sólida*?
- O que é uma *resistência de contato*? Como ela é definida? Quais são suas unidades para uma interface de área especificada? Quais são suas unidades para uma área unitária?
- Como a resistência de contato é afetada pela rugosidade das superfícies adjacentes?
- Se o ar na região de contato entre duas superfícies for substituído por hélio, como a resistência de contato é afetada? Como ela é afetada se for feito vácuo na região de contato?
- O que é o *coeficiente global de transferência de calor*? Como ele é definido e como está relacionado à *resistência térmica total*? Quais são as suas unidades?
- Em um cilindro sólido circular com aquecimento volumétrico uniforme e transferência de calor por convecção em sua superfície, como o fluxo térmico varia com o raio? Como a taxa de transferência de calor varia com o raio?
- Em uma esfera sólida circular com aquecimento volumétrico uniforme e transferência de calor por convecção em sua superfície, como o fluxo térmico varia com o raio? Como a taxa de transferência de calor varia com o raio?
- É possível conseguir condições de regime estacionário em um cilindro ou esfera sólida na qual haja geração de calor e cuja superfície esteja perfeitamente isolada? Explique.
- Pode um material com geração de calor ser representado por uma resistência térmica e ser incluído em uma análise usando circuito? Se pode, por quê? Se não pode, por que não?
- Qual é o mecanismo físico associado ao cozimento em um forno de microondas? Como as condições se diferenciam de um forno convencional (convectivo ou radiante)?
- Se radiação incide na superfície de um meio semitransparente e é absorvida na medida em que se propaga através do meio, a taxa volumétrica de geração de calor $\dot{q}$ correspondente será distribuída uniformemente no meio? Se não, como $\dot{q}$ variará com a distância da superfície?
- De que forma uma parede plana de espessura $2L$, com aquecimento volumétrico uniforme e condições convectivas equivalentes em ambas as superfícies, é similar a uma parede plana de espessura L, com o mesmo aquecimento volumétrico uniforme e as mesmas condições convectivas em uma superfície, mas com a superfície oposta isolada termicamente?
- Qual objetivo é satisfeito com a colocação de *aletas* em uma superfície?
- Na dedução da forma geral da equação da energia para uma superfície estendida, por que a hipótese de condução unidimensional é uma aproximação? Sob quais condições ela é uma boa aproximação?

- Considere uma aleta plana de seção transversal uniforme (Figura 3.14a). Para uma posição x na aleta, esboce a distribuição de temperaturas na direção normal (y), posicionando a origem da coordenada no plano central da aleta ($-t/2 \leq y \leq t/2$). Qual é a forma do balanço de energia na *superfície* aplicado na posição $(x,t/2)$?
- O que é *efetividade da aleta*? Qual é a faixa de valores possíveis? Sob quais condições as aletas são mais efetivas?
- O que é *eficiência da aleta*? Qual é a faixa de valores possíveis? Sob quais condições a eficiência será grande?
- O que é *resistência da aleta*? Quais são as suas unidades?
- Como a efetividade, a eficiência e a resistência térmica de uma aleta são afetadas se a sua condutividade térmica for aumentada? Se o coeficiente convectivo for aumentado? Se o comprimento da aleta for aumentado? Se a espessura (ou diâmetro) da aleta for aumentado?
- Calor é transferido da água quente escoando através de um tubo para o ar escoando sobre o tubo. Para aumentar a taxa de transferência de calor, aletas deveriam ser instaladas na superfície interior ou exterior do tubo?
- Uma aleta pode ser fabricada como parte integrante da superfície usando-se um processo de fundição ou extrusão, ou alternativamente ela pode ser soldada ou aderida à superfície. Com base em considerações térmicas, qual opção é preferível?
- Descreva as origens físicas dos dois termos fonte de calor na equação do biocalor. Sob quais condições o termo da perfusão é um sumidouro de calor?

Referências

1. Fried, E., "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts," in R. P. Tye, Ed., *Thermal Conductivity,* Vol. 2, Academic Press, London, 1969.
2. Eid, J. C., and V. W. Antonetti, "Small Scale Thermal Contact Resistance of Aluminum against Silicon," in C. L. Tien, V. P. Carey, and J. K. Ferrel, Eds., *Heat Transfer—1986,* Vol. 2, Hemisphere, New York, 1986, pp. 659–664.
3. Snaith, B., P. W. O'Callaghan, and S. D. Probert, *Appl. Energy,* **16,** 175, 1984.
4. Yovanovich, M. M., "Theory and Application of Constriction and Spreading Resistance Concepts for Microelectronic Thermal Management," Presented at the International Symposium on Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulu, 1987.
5. Peterson, G. P., and L. S. Fletcher, "Thermal Contact Resistance of Silicon Chip Bonding Materials," Proceedings of the International Symposium on Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulu, 1987, pp. 438–448.
6. Yovanovich, M. M., and M. Tuarze, *AIAA J. Spacecraft Rockets,* **6**, 1013, 1969.
7. Madhusudana, C. V., and L. S. Fletcher, *AIAA J.,* **24,** 510, 1986.
8. Yovanovich, M. M., "Recent Developments in Thermal Contact, Gap and Joint Conductance Theories and Experiment," in C. L. Tien, V. P. Carey, and J. K. Ferrel, Eds., *Heat Transfer—1986,* Vol. 1, Hemisphere, New York, 1986, pp. 35–45.
9. Harper, D. R., and W. B. Brown, "Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air Cooled Engines," NACA Report No. 158, 1922.
10. Schneider, P. J., *Conduction Heat Transfer,* Addison-Wesley, Reading, MA, 1957.
11. Diller, K. R., and T.P. Ryan, *J. Heat Transfer,* **120**, 810, 1998.
12. Pennes, H. H., *J. Applied Physiology,* **85**, 5, 1998.

Problemas

Parede Plana

3.1 Considere a parede plana da Figura 3.1, que separa dois fluidos, um quente e o outro frio, a temperaturas $T_{\infty,1}$ e $T_{\infty,2}$, respectivamente. Usando balanços de energia nas superfícies $x = 0$ e $x = L$ como condições de contorno (veja Equação 2.32), obtenha a distribuição de temperaturas no interior da parede e o fluxo térmico em termos de $T_{\infty,1}$, $T_{\infty,2}$, h_1, h_2, k e L.

3.2 O vidro traseiro de um automóvel é desembaçado pela passagem de ar quente sobre a sua superfície interna.

(a) Se o ar quente está a $T_{\infty,i} = 40°C$ e o coeficiente de transferência de calor por convecção correspondente é de $h_i = 30$ W/(m²·K), quais são as temperaturas das superfícies interna e externa do vidro, que tem 4 mm de espessura, se a temperatura do ar ambiente externo for $T_{\infty,e} = -10°C$ e o coeficiente convectivo associado for $h_e = 65$ W/(m²·K)?

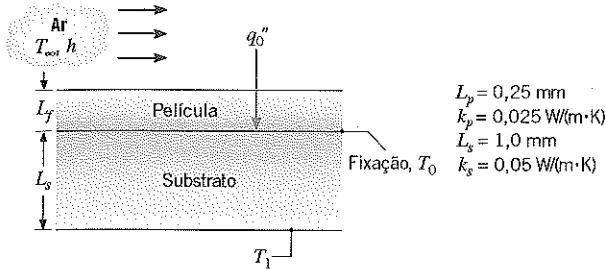
(b) Na prática, $T_{\infty,e}$ e h_e variam com as condições climáticas e com a velocidade do carro. Para valores de $h_e = 2$; 65 e 100 W/(m²·K), calcule e represente graficamente as temperaturas das superfícies interna e externa do vidro como funções de $T_{\infty,e}$, para $-30 \leq T_{\infty,e} \leq 0°C$.

3.3 O vidro traseiro de um automóvel é desembaçado pela fixação de um aquecedor em película, fino e transparente, sobre a sua superfície interna. Aquecendo eletricamente este elemento, um fluxo térmico uniforme pode ser estabelecido na superfície interna.

(a) Para um vidro com 4 mm de espessura, determine a potência elétrica, por unidade de área do vidro, necessária para manter uma temperatura na superfície interna em 15°C, quando a temperatura do ar no interior do carro e o coeficiente convectivo são $T_{\infty,i} = 25°C$ e $h_i = 10$ W/(m²·K), enquanto a temperatura e o coeficiente convectivo no ar exterior (ambiente) são $T_{\infty,e} = -10°C$ e $h_e = 65$ W/(m²·K).

(b) Na prática, $T_{\infty,e}$ e h_e variam com as condições climáticas e com a velocidade do carro. Para valores de $h_e = 2$; 20; 65 e 100 W/(m²·K), determine e represente graficamente a potência elétrica necessária como uma função de $T_{\infty,e}$, para $-30 \leq T_{\infty,e} \leq 0°C$. Com base em seus resultados, o que você pode concluir a respeito da necessidade de operação do aquecedor a baixos valores de h_e? Como essa conclusão é afetada pelo valor de $T_{\infty,e}$? Se $h \propto V^n$, onde V é a velocidade do veículo e n é um expoente positivo, como a velocidade do veículo afeta a necessidade de operação do aquecedor?

3.4 Em um processo de fabricação, uma película transparente está sendo fixada sobre um substrato, conforme mostrado no esbo-

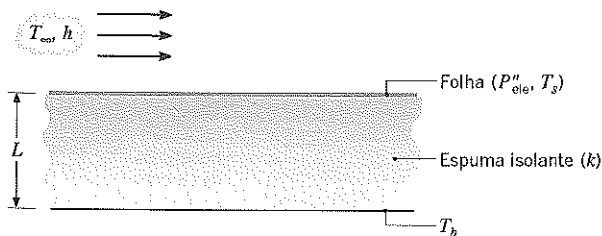
ço. Para curar a adesão a uma temperatura T_0, uma fonte radiante é usada para fornecer um fluxo térmico q''_0(W/m²), que é totalmente absorvido na superfície da adesão. A parte inferior do substrato é mantida a T_1, enquanto a superfície livre da película está exposta ao ar a T_∞, com um coeficiente de transferência de calor por convecção h.

(a) Mostre o circuito térmico que representa a situação de transferência de calor em regime estacionário. Certifique-se de que sejam identificados *todos* os elementos, nós e taxas de transferência de calor. Deixe na forma simbólica.

(b) Suponha as seguintes condições: $T_\infty = 20°C$, $h = 50$ W/(m²·K) e $T_1 = 30°C$. Calcule o fluxo térmico q''_0 que é necessário para manter a temperatura da superfície de adesão em $T_0 = 60°C$.

[(c)] Calcule e represente graficamente o fluxo térmico necessário como uma função da espessura da película, para $0 \leq L_p \leq 1$ mm.

[(d)] Se a película não for transparente e todo o fluxo térmico radiante for absorvido na sua superfície superior, determine o fluxo térmico necessário para se obter a adesão. Represente graficamente os seus resultados em função de L_p, para $0 \leq L_p \leq 1$ mm.

3.5 As paredes de uma geladeira são tipicamente construídas com uma camada de isolante entre dois painéis de folhas de metal. Considere uma parede feita com isolante de fibra de vidro, com condutividade térmica $k_i = 0{,}046$ W/(m·K) e espessura $L_i = 50$ mm, e painéis de aço, cada um com condutividade térmica $k_p = 60$ W/(m·K) e espessura $L_p = 3$ mm. Com a parede separando ar refrigerado a $T_{\infty,i} = 4°C$ do ar ambiente a $T_{\infty,e} = 25°C$, determine o ganho de calor por unidade de área superficial. Os coeficientes associados à convecção natural nas superfícies interna e externa podem ser aproximados por $h_i = h_e = 5$ W/(m²·K).

3.6 Uma técnica para medir coeficientes de transferência de calor por convecção envolve a adesão de uma das superfícies de uma folha metálica delgada a um material isolante e a exposição da outra superfície ao escoamento do fluido nas condições de interesse.

Ao passar uma corrente elétrica através da folha, calor é dissipado uniformemente no interior da folha e o fluxo correspondente, P''_{ele}, pode ser inferido a partir de medidas da voltagem e da corrente elétrica. Se a espessura da camada de isolante L e a sua condutividade térmica k forem conhecidas, e as temperaturas do fluido, da folha e da base do isolante (T_∞, T_s e T_b) forem medidas, o coeficiente convectivo pode ser determinado. Considere condições para as quais $T_\infty = T_b = 25°C$, $P''_{ele} = 2000$ W/m², $L = 10$ mm e $k = 0{,}040$ W/(m·K).

(a) Com o escoamento de água sobre a superfície, a medida da temperatura da folha fornece $T_s = 27°C$. Determine o coeficiente convectivo. Qual seria o erro cometido se fosse considerado que toda a potência dissipada fosse transferida para a água por convecção?

(b) Se ar escoasse sobre a superfície e a medida da temperatura fornecesse $T_s = 125°C$, qual seria o coeficiente convectivo? A folha possui uma emissividade de 0,15 e está exposta a uma grande vizinhança a 25°C. Qual seria o erro cometido se fosse considerado que toda a potência dissipada fosse transferida para o ar por convecção?

[(c)] Tipicamente, medidores de fluxo térmico são operados a uma temperatura fixa (T_s), quando a dissipação de potência fornece uma medida direta do coeficiente convectivo. Para $T_s = 27°C$, represente graficamente P''_{ele} em função de h, para $10 \leq h \leq 1000$ W/(m²·K). Qual o efeito do h no erro associado à consideração de que a condução através do isolante é desprezível?

3.7 A sensação de *calafrio* (resfriamento pelo vento), que é experimentada em dias frios com ventos, está relacionada ao aumento da transferência de calor da pele humana exposta para a atmosfera ao redor. Considere uma camada de tecido gorduroso que possua 3 mm de espessura e cuja superfície interna seja mantida a uma temperatura de 36°C. Em um dia calmo, o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa é de 25 W/(m²·K), mas com ventos de 30 km/h ele chega a 65 W/(m²·K). Em ambos os casos, a temperatura do ar ambiente é de −15°C.

(a) Qual é a razão entre as perdas de calor, por unidade de área de pele, em um dia calmo e em um dia de vento?

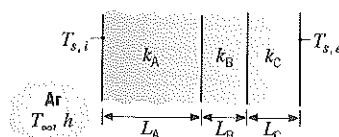
(b) Qual será a temperatura da superfície externa da pele em um dia calmo? E em um dia de vento?

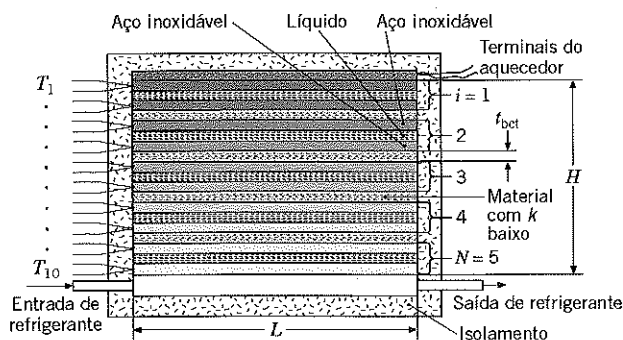
(c) Qual a temperatura que o ar deveria ter no dia calmo para causar a mesma perda de calor que ocorre com a temperatura do ar a −15°C no dia em que há vento?

3.8 Uma janela dupla possui duas placas de vidro, com 7 mm de espessura cada uma, que confinam uma camada de ar com 7 mm de espessura. A janela separa o ar da sala a 20°C do ar do ambiente externo a −10°C. O coeficiente convectivo associado à superfície interna (lado da sala) é de 10 W/(m²·K).

(a) Se o coeficiente convectivo associado ao ar externo (ambiente) é de $h_e = 80$ W/(m²·K), qual é a perda de calor através de uma janela que possua 0,8 m de altura por 0,5 m de largura? Despreze a radiação e suponha que o ar entre as placas de vidro encontra-se estagnado.

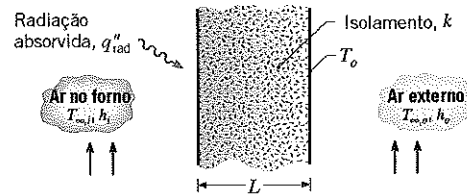
[(b)] Calcule e represente graficamente o efeito de h_e na perda de calor para $10 \leq h_e \leq 100$ W/(m²·K). Repita os cálculos para uma janela tripla, na qual a terceira placa de vidro e a segunda camada de ar possuam as mesmas características das existentes na janela dupla.

3.9 A parede composta de um forno possui três materiais, dois dos quais com condutividade térmica, $k_A = 20$ W/(m·K) e $k_C = 50$ W/(m·K), e espessura $L_A = 0{,}30$ m e $L_C = 0{,}15$ m conhecidas. O terceiro material, B, que se encontra entre os materiais A e C, possui espessura $L_B = 0{,}15$ m conhecida, mas a sua condutividade térmica k_B é desconhecida.

Sob condições de operação em regime estacionário, medidas revelam uma temperatura na superfície externa do forno de $T_{s,e} = 20°C$, uma temperatura na superfície interna de $T_{s,i} = 600°C$ e uma temperatura do ar no interior do forno de $T_\infty = 800°C$. O coeficiente convectivo interno h é conhecido, sendo igual a 25 W/(m²·K). Qual é o valor de k_B?

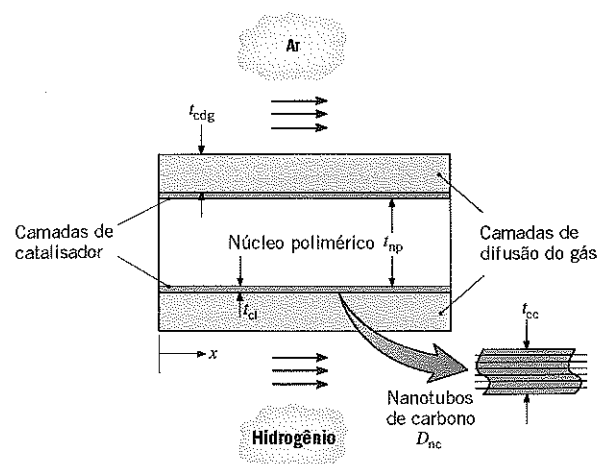
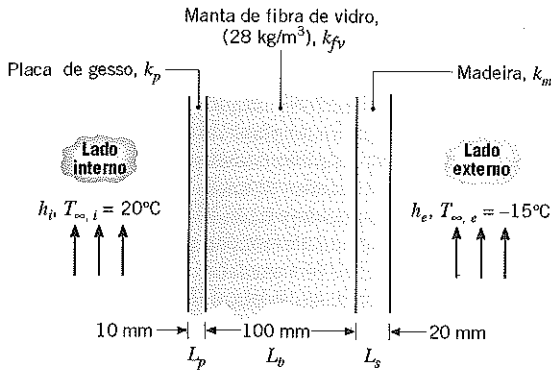
3.10 Um laboratório de testes é contratado para medir a condutividade térmica de vários líquidos como uma função da temperatura do líquido. Tipicamente, o laboratório iria medir a condutividade térmica e a sua dependência com a temperatura realizando muitos experimentos, que consomem tempo considerável, em várias temperaturas de operação. Um novo projeto experimental é proposto, no qual a dependência com a temperatura pode ser determinada em um experimento. O equipamento proposto é constituído de múltiplas camadas, com cada camada formada por uma folha quadrada de material com baixa condutividade térmica, com espessura t_{bct}, entre duas placas de aço inoxidável, cada uma com $t_{aço} = 1$ mm e $k_{aço} = 15$ W/(m·K). Por sua vez, o conjunto resultante *aço inoxidável-baixa condutividade térmica-aço inoxidável* separa $N = 5$ camadas de líquido de espessura $t_{líq} = 2$ mm. A estrutura completa é aquecida de cima para baixo para evitar convecção natural no líquido e resfriada na parte inferior por um líquido em escoamento. A temperatura de cada folha de aço inoxidável é medida com um termopar e todo o equipamento é envolto por um isolante. A faixa de temperaturas na qual a condutividade térmica de um determinado líquido deve ser medida é $300 \text{ K} \leq T \leq 400$ K. Para determinar a dependência com a temperatura da condutividade térmica do líquido, a diferença de temperaturas em cada camada de líquido deve ser mantida em, no máximo, $\Delta T = 2°C$. A condutividade térmica nominal do líquido é $k_{líq} = 0,8$ W/(m·K).

(a) Considere que o material de baixa condutividade térmica seja Bakelite. Determine a altura total, H, do equipamento experimental.

(b) Considere a substituição do Bakelite por um aerogel caracterizado por $k_a = 0,0065$ W/(m·K). Qual é a altura total do equipamento?

(c) Para minimizar as perdas de calor pelas laterais do equipamento, a área do aquecedor (A_{aq}) é feita 10 vezes maior do que a área das laterais (A_{lat}) do equipamento. Compare a área do aquecedor e a potência elétrica necessárias em equipamentos construídos usando Bakelite e aerogel ou material de baixa condutividade térmica.

3.11 A parede de um forno de secagem é construída com a colocação de um material isolante de condutividade térmica $k = 0,05$ W/(m·K) entre folhas finas de metal. O ar no interior do forno está a $T_{\infty,i} = 300°C$ e o coeficiente convectivo correspondente é $h_i = 30$ W/(m²·K). A superfície interna da parede absorve um fluxo radiante de $q''_{rad} = 100$ W/m² vindo de objetos quentes no interior do forno. A temperatura no ambiente externo do forno é $T_{\infty,o} = 25°C$ e o coeficiente total para a convecção e a radiação na superfície externa é $h_o = 10$ W/(m²·K).

(a) Desenhe o circuito térmico para a parede e identifique todas as temperaturas, taxas de transferência de calor e resistências térmicas.

(b) Qual espessura L do isolamento é necessária para manter a superfície externa da parede a uma temperatura *segura para o toque* de $T_o = 40°C$?

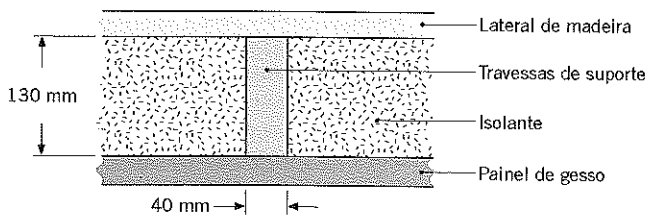
3.12 A membrana eletrolítica da célula-combustível no Exemplo 1.4 é uma estrutura composta constituída de camadas de delicados materiais, como mostrado no esquema. A espessura do núcleo polimérico é $t_{np} = 0,20$ mm, enquanto a espessura de cada camada de catalisador é $t_{cc} = 0,01$ mm. As camadas de difusão do gás têm, cada uma, $t_{cdg} = 0,1$ mm de espessura. Como a membrana pode amolecer e perder durabilidade a temperaturas acima de 85°C, o engenheiro de materiais decidiu fortalecer a membrana com a implantação de longos nanotubos de carbono (diâmetro $D_{nc} = 14$ nm, $k_{nc} = 3000$ W/(m·K)) ao longo do comprimento em ambas as camadas de catalisador. Determine o valor da *condutividade térmica efetiva* $k_{efet,x}$ da membrana que é definida pela relação $q_x = k_{efet,x}\, wt\Delta T/L$, onde L, w e t são o comprimento, a largura e a espessura total da membrana, respectivamente; q_x é a taxa de transferência de calor ao longo da membrana; e ΔT é a queda de temperatura ao longo de uma seção da membrana com comprimento L. Determine o valor de $k_{efet,x}$ para cargas de nanotubos de carbono de $f =$ 0, 10%, 20% e 30%, sendo f a fração volumétrica de nanotubos de carbono nas camadas de catalisador. A condutividade térmica do núcleo polimérico é $k_{np} = 0,25$ W/(m K) e as condutividades térmicas das camadas de difusão do gás e das camadas de catalisador são $k_{cdg} = 1,3$ W/(m·K) e $k_{cc} = 1$ W/(m·K), respectivamente.

3.13 Uma casa possui uma parede composta com camadas de madeira, isolamento à base de fibra de vidro e placa de gesso, como indicado no esboço. Em um dia frio de inverno, os coeficientes de transferência de calor por convecção são $h_e = 60$ W/(m²·K) e $h_i = 30$ W/(m²·K). A área total da superfície da parede é de 350 m².

(a) Determine uma expressão simbólica para a resistência térmica total da parede, incluindo os efeitos da convecção nas superfícies interna e externa, para as condições especificadas.
(b) Determine a perda total de calor através da parede.
(c) Se o vento soprar violentamente, aumentando h_e para 300 W/(m²·K), determine o aumento percentual na perda de calor.
(d) Qual é a resistência dominante que determina a quantidade de calor que atravessa a parede?

3.14 Seja a parede composta do Problema 3.13 sob condições para as quais o ar interior ainda é caracterizado por $T_{\infty,i} = 20°C$ e $h_i = 30\ W/(m^2 \cdot K)$. Entretanto, use condições mais realistas para o ar externo, caracterizando-o por uma variação diurna (tempo) da temperatura na forma

$$T_{\infty,e}(K) = 273 + 5\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{24}t\right) \qquad 0 \le t \le 12\,h$$

$$T_{\infty,e}(K) = 273 + 11\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{24}t\right) \qquad 12 \le t \le 24\,h$$

com $h_e = 60\ W/(m^2 \cdot K)$. Supondo condições pseudo-estacionárias, nas quais mudanças na quantidade de energia armazenada no interior da parede podem ser desprezadas, estime a perda diária de calor através da parede se a sua área superficial total for igual a 200 m².

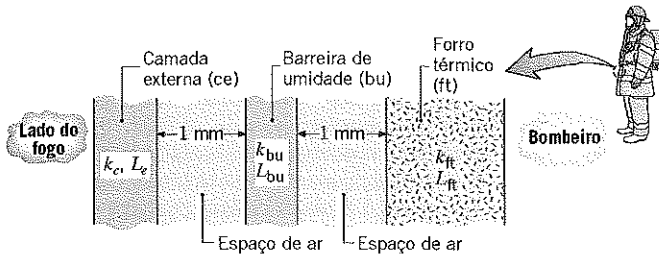
3.15 Considere uma parede composta que inclui um painel lateral em madeira dura com 8 mm de espessura; travessas de suporte em madeira dura com dimensões de 40 mm por 130 mm, afastadas com 0,65 m de distância (centro a centro) e com espaço livre preenchido com isolamento à base de fibra de vidro (revestida de papel, 28 kg/m³); e uma camada de 12 mm de painéis de gesso (vermiculita).

Qual é a resistência térmica associada a uma parede com 2,5 m de altura e 6,5 m de largura (possuindo 10 travessas de suporte, cada uma com 2,5 m de altura)?

3.16 As características térmicas de um pequeno frigobar são determinadas efetuando-se dois experimentos independentes, ambos realizados com a porta fechada e com o frigobar posicionado em ar ambiente a $T_\infty = 25°C$. Em um dos experimentos, um aquecedor elétrico é suspenso no interior do frigobar com ele desligado. Com o aquecedor dissipando 20 W, uma temperatura em estado estacionário de 90°C é medida no interior do frigobar. Com o aquecedor retirado e o frigobar agora em operação, o segundo experimento envolve a manutenção, em regime estacionário, de uma temperatura de 5°C no seu interior por um intervalo de tempo fixo e o registro da energia elétrica necessária para operá-lo. Neste experimento, a manutenção da condição estacionária especificada por um período de 12 horas consome 125000 J de energia elétrica. Determine o coeficiente de desempenho (COP) do frigobar.

3.17 No projeto de edifícios, a necessidade de conservação de energia exige que a área da superfície externa, A_s, seja minimizada. Essa exigência implica que, para uma dada área de piso desejada, devem existir valores ótimos associados ao número de andares e às dimensões horizontais do prédio. Considere um projeto no qual a área total de piso, A_{pi}, e a distância vertical entre andares, H_a, são especificadas.
(a) Se o prédio possui uma área de seção transversal quadrada com W de lado, obtenha uma expressão para o valor de W que iria minimizar a perda de calor para a vizinhança. Suponha que a perda de calor possa ocorrer nas quatro paredes laterais verticais e no teto plano. Expresse o seu resultado em termos de A_{pi} e H_a.
(b) Se $A_{pi} = 32768$ m² e $H_a = 4$ m, para quais valores de W e N_a (número de andares) a perda de calor é minimizada? Se o valor médio do coeficiente global de transferência de calor é igual a $U = 1\ W/(m^2 \cdot K)$ e a diferença entre as temperaturas no interior do prédio e no ar ambiente é de 25°C, qual é a perda de calor correspondente? Qual a percentagem de redução na perda de calor em comparação com um prédio com $N_a = 2$?

3.18 Quando levados a altas temperaturas, muitos combustíveis líquidos convencionais se dissociam em hidrogênio e outros componentes. Desta forma, a vantagem de uma *célula-combustível de óxido sólido* é que tal dispositivo pode, internamente, *transformar* facilmente combustíveis líquidos disponíveis em hidrogênio, que pode, então, ser usado para produzir potência elétrica de forma similar à do Exemplo 1.4. Considere uma célula-combustível portátil de óxido sólido operando a uma temperatura $T_{cc} = 800°C$. A célula-combustível encontra-se no interior de um recipiente metálico cilíndrico de diâmetro $D = 75$ mm e comprimento $L = 120$ mm. A superfície externa do cilindro é isolada termicamente com um material de baixa condutividade térmica. Para uma certa aplicação, deseja-se que o *registro térmico* do recipiente seja pequeno, para evitar a sua detecção por sensores infravermelhos. O nível no qual o recipiente pode ser detectado por um sensor infravermelho pode ser estimado igualando-se o fluxo térmico emitido pela superfície exterior do recipiente (Equação 1.5; $E_s = \varepsilon_s \sigma T_s^4$) ao fluxo térmico emitido por uma superfície negra *equivalente*, ($E_n = \sigma T_n^4$). Se a temperatura da superfície negra equivalente, T_n, estiver próxima da temperatura da vizinhança, o registro térmico do recipiente é muito pequeno para ser detectado – não é possível distinguir o recipiente em relação à vizinhança.
(a) Determine a espessura de isolante necessária para ser aplicada sobre a parede cilíndrica do recipiente para garantir que o recipiente não se torne facilmente visível para um sensor de infravermelho (isto é, $(T_n - T_{viz}) < 5$ K)). Considere casos nos quais: (i) A superfície externa é coberta por uma camada muito fina de sujeira ($\varepsilon_s = 0{,}90$) e (ii) a superfície externa é coberta por uma folha muito fina de alumínio polido ($\varepsilon_s = 0{,}08$). Calcule a espessura requerida para dois tipos de material isolante, silicato de cálcio ($k = 0{,}09$ W/(m·K)) e aerogel ($k = 0{,}006$ W/(m·K)). As temperaturas da vizinhança e do ambiente são $T_{viz} = 300$ K e $T_\infty = 298$ K, respectivamente. A superfície externa é caracterizada por um

coeficiente de transferência de calor por convecção de h = 12 W/(m²·K).
(b) Calcule a temperatura da superfície externa do recipiente nos quatro casos (alta e baixa condutividade térmica; alta e baixa emissividade da superfície).
(c) Calcule a perda térmica pela parede cilíndrica do recipiente nos quatro casos.

3.19 Uma veste protetora para bombeiros, identificada como um *turnout coat*, é tipicamente construída com um conjunto de três camadas separadas por espaços de ar, como mostrado esquematicamente.

Dimensões representativas e condutividades térmicas das camadas são apresentadas a seguir.

Camada	*Espessura* (mm)	k(W/(m·K))
Camada externa (ce)	0,8	0,047
Barreira de umidade (bu)	0,55	0,012
Forro térmico (ft)	3,5	0,038

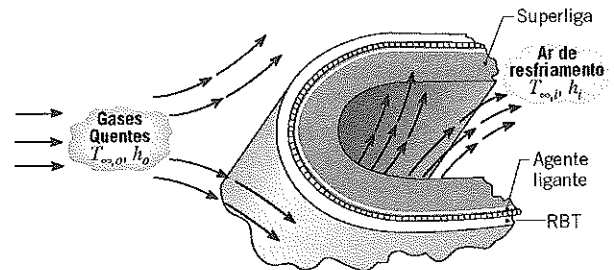
Os espaços de ar entre as camadas têm 1 mm de espessura e o calor é transferido nesta região por condução e por troca radiante através do ar estagnado. O coeficiente radiante linearizado para um espaço pode ser aproximado por $h_{rad} = \sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 = T_2^2) \approx 4\sigma T_{med}^3$, onde T_{med} representa a temperatura média das superfícies limites do espaço. Desta forma, o fluxo radiante através do espaço pode ser representado por $q_{rad} = h_{rad}(T_1 - T_2)$.
(a) Represente o *turnout coat* por um circuito térmico, identificando todas as resistências térmicas. Calcule e coloque em uma tabela as resistência térmicas por unidade de área (m²·K/W) para cada uma das camadas, assim como para os processos de condução e radiação nos espaços de ar. Admita que um valor de T_{med} = 470 K possa ser usado para aproximar a resistência radiante em ambos os espaços. Comente sobre a magnitude relativa das resistências.
(b) Para um ambiente típico de fogo no qual bombeiros freqüentemente trabalham, o fluxo térmico radiante típico no lado do fogo do *turnout coat* é de 0,25 W/cm². Qual é a temperatura da superfície externa do *turnout coat* se a temperatura da superfície interna for de 66°C, uma condição que resultaria em uma queimadura?

Resistência de Contato

3.20 Uma parede composta separa gases de combustão a 2600°C de um líquido refrigerante a 100°C, com coeficientes de transferência de calor no lado do gás e no do líquido iguais a 50 e 1000 W/(m²·K). A parede é composta por uma camada de espessura igual a 10 mm de óxido de berílio no lado do gás e uma placa de 20 mm de espessura de aço inoxidável (AISI 304) no lado do líquido. A resistência de contato entre o óxido e o aço é de 0,05 m²·K/W. Qual é a perda de calor por unidade de área da superfície na parede composta? Esboce a distribuição de temperaturas do gás para o líquido.

3.21 Duas placas em aço inoxidável, com espessura de 10 mm, estão sujeitas a uma pressão de contato de 1 bar sob vácuo. Nestas condições, há uma queda global de temperatura através das placas de 100°C. Qual é o fluxo térmico através das placas? Qual é a queda de temperatura no plano de contato?

3.22 Considere uma parede plana composta constituída por dois materiais com condutividades térmicas k_A = 0,1 W/(m·K) e k_B = 0,04 W/(m·K) e espessuras L_A = 10 mm e L_B = 20 mm. A resistência de contato na interface entre os dois materiais é conhecida, sendo 0,30 m²·K/W. O material A está em contato com um fluido a 200°C com h = 10 W/(m²·K), e o material B está em contato com um fluido a 40°C, no qual h = 20 W/(m²·K).
(a) Qual é a taxa de transferência de calor através de uma parede que tem 2 m de altura e 2,5 m de largura?
(b) Esboce a distribuição de temperaturas.

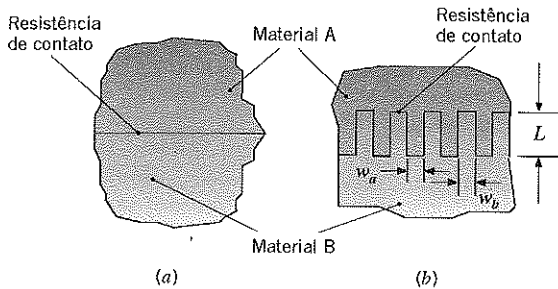
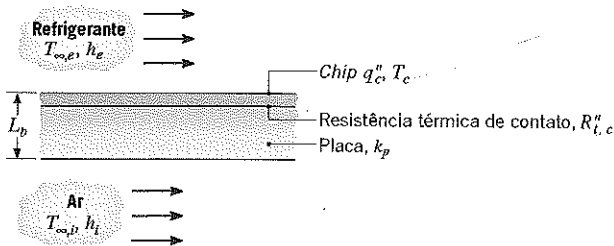
3.23 O desempenho de motores de turbina a gás pode ser melhorado pelo aumento da tolerância das pás da turbina aos gases quentes que emergem do combustor. Um procedimento que permite atingir altas temperaturas de operação envolve a aplicação de um *revestimento de barreira térmica* (RBT) sobre a superfície externa da pá, enquanto se passa ar de resfriamento pelo seu interior. Tipicamente, a pá é feita com uma superliga resistente a altas temperaturas, como o Inconel ($k \approx$ 25 W/(m·K)), enquanto uma cerâmica, como a zircônia ($k \approx$ 1,3 W/(m·K)), é usada como RBT.

Sejam condições para as quais os gases quentes estão a $T_{\infty,e}$ = 1700 K e o ar de resfriamento a $T_{\infty,i}$ = 400 K, fornecendo coeficientes convectivos nas superfícies externa e interna de h_e = 1000 W/(m²·K) e h_i = 500 W/(m²·K), respectivamente. Se um RBT de zircônia, com 0,5 mm de espessura, for fixado sobre uma parede de uma pá de Inconel com 5 mm de espessura, usando-se um agente adesivo metálico que fornece uma resistência térmica interfacial de $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m²·K/W, pode o Inconel ser mantido a uma temperatura inferior ao seu valor máximo permissível de 1250 K? Os efeitos da radiação podem ser desprezados e a pá da turbina pode ser aproximada por uma parede plana. Represente graficamente a distribuição de temperaturas com e sem o RBT. Há algum limite para a espessura do RBT?

3.24 Um congelador cúbico de escala comercial, com 3 m de lado, tem uma parede composta constituída por uma folha externa de aço-carbono plano com 6,35 mm de espessura, uma camada intermediária de 100 mm de cortiça e uma folha interna de 6,35 mm de uma liga de alumínio (2024). Interfaces adesivas entre o isolante e as folhas metálicas são, cada uma, caracterizadas por uma resistência térmica de contato de $R''_{t,c} = 2{,}5 \times 10^{-4}$ m²·K/W. Em regime estacionário, qual é a carga de resfriamento que deve ser mantida pelo congelador sob condições nas quais as temperaturas das superfícies externa e interna sejam 22°C e −6°C, respectivamente?

3.25 Físicos determinaram o valor teórico da condutividade térmica de um nanotubo de carbono como $k_{nc,T}$ = 5000 W/(m·K).
(a) Considerando que a condutividade térmica real do nanotubo de carbono seja igual ao seu valor teórico, determine a resistência térmica de contato, $R_{t,c}$, que existe entre o nanotubo

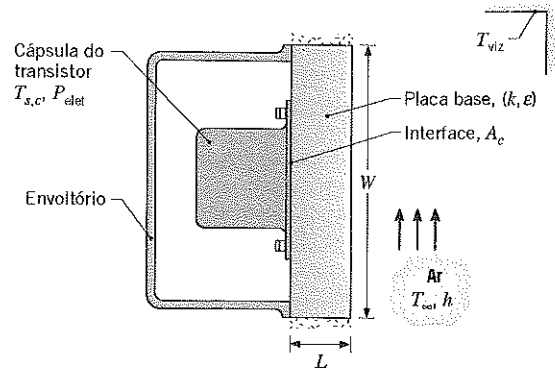
de carbono e as superfícies superiores das ilhas aquecidas e sensor no Exemplo 3.3.

[(b)] Usando o valor da resistência térmica de contato calculado na parte (a), represente graficamente a fração da resistência total entre as ilhas aquecidas e sensor que é devida às resistência térmicas de contato, para distância de separação das ilhas de 5 μm $\leq s \leq$ 20 μm.

3.26 Em uma aplicação particular, deseja-se minimizar os efeitos da resistência de contato entre duas superfícies planas, conforme mostrado na parte (*a*) do esquema. Um engenheiro sugere que a resistência global à transferência de calor pode ser reduzida através do corte de ranhuras lineares, relativamente fundas, em cada superfície, resultando em uma estrutura de contato similar à interposição de aletas, mostrada na parte (*b*) do esquema. Sendo as ranhuras no material A da mesma largura das ranhuras no material B, avalie o mérito do esquema proposto usando uma análise apropriada.

3.27 Aproximadamente 10^6 componentes elétricos discretos podem ser colocados em um único circuito integrado (*chip*), com uma dissipação térmica na ordem de 30000 W/m². O *chip*, que é muito fino, tem a sua superfície externa exposta a um líquido dielétrico com h_e = 1000 W/(m²·K) e $T_{\infty,e}$ = 20°C, e a sua superfície interna está conectada à placa de circuito. A resistência térmica de contato entre o *chip* e a placa é de 10^{-4} m²·K/W, e a espessura e a condutividade térmica da placa são L_p = 5 mm e k_p = 1 W/(m·K), respectivamente. A outra superfície da placa está exposta ao ar ambiente, no qual h_i = 40 W/(m²·K) e $T_{\infty,i}$ = 20°C.

(a) Esboce o circuito térmico equivalente para condições de regime estacionário. Usando as variáveis, identifique as resistências apropriadas, as temperaturas e os fluxos térmicos.

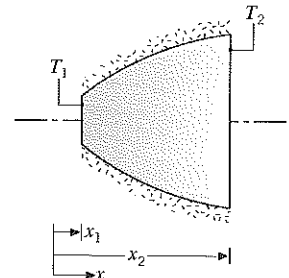
(b) Sob condições de regime estacionário nas quais um fluxo térmico dissipado no *chip* é q''_c = 30000 W/m², qual é a temperatura do *chip*?

[(c)] O fluxo térmico máximo permitido, $q''_{c,m}$, é determinado pela restrição de que a temperatura do chip não deve exceder 85°C. Determine $q''_{c,m}$ para as condições anteriores. Se ar for utilizado no lugar do líquido dielétrico, o coeficiente convectivo é reduzido em aproximadamente uma ordem de grandeza. Qual é o valor de $q''_{c,m}$ para h_e = 100 W/(m²·K)? Utilizando resfriamento com ar, é possível obter melhorias significativas usando-se uma placa de circuito de óxido de alumínio e/ou empregando-se uma pasta condutiva na interface *chip*-placa, para a qual $R''_{t,c}$ = 10^{-5} m²·K/W?

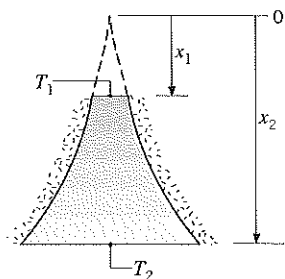
3.28 Considere um transistor de potência encapsulado em uma cápsula de alumínio que tem a sua base presa a uma placa quadrada de alumínio de condutividade térmica k = 240 W/(m·K), espessura L = 6 mm e largura W = 20 mm. A cápsula é presa à placa por parafusos que mantêm uma pressão de contato de 1 bar e a superfície de trás da placa transfere calor por convecção natural e radiação para o ar ambiente e uma grande vizinhança a $T_\infty = T_{viz}$ = 25°C. A superfície tem uma emissividade de ε = 0,9 e o coeficiente convectivo é de h = 4 W/(m²·K). A cápsula encontra-se completamente inclusa, de tal forma que se possa admitir que a transferência de calor ocorra exclusivamente pela placa da base.

(a) Sendo a interface alumínio-alumínio, preenchida com ar, caracterizada por uma área $A_c = 2 \times 10^{-4}$ m² e uma rugosidade de 10 μm, qual será a dissipação de potência máxima permitida se a temperatura superficial da cápsula, $T_{s,c}$, não puder ser superior a 85°C?

[(b)] O coeficiente convectivo pode ser aumentado ao submeter-se a superfície da placa a um escoamento forçado de ar. Explore o efeito de aumentar-se o coeficiente na faixa de 4 $\leq h \leq$ 200 W/(m² K).

Análise Alternativa da Condução

3.29 O diagrama mostra uma seção cônica fabricada em puro alumínio. Ela possui uma seção transversal circular com diâmetro $D = ax^{1/2}$, onde a = 0,5 m$^{1/2}$. A menor extremidade está localizada em x_1 = 25 mm e a extremidade maior em x_2 = 125 mm. As temperaturas nas extremidades são T_1 = 600 K e T_2 = 400 K, enquanto a superfície lateral é isolada termicamente.

(a) Deduza uma expressão literal para a distribuição de temperaturas $T(x)$, supondo condições unidimensionais. Esboce a distribuição de temperaturas.

(b) Calcule a taxa de transferência de calor q_x.

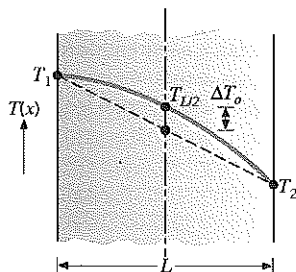
3.30 Um cone sólido truncado possui seção transversal circular e o seu diâmetro está relacionado à coordenada axial através de uma expressão com a forma $D = ax^{3/2}$, onde a = 1,0 m$^{-1/2}$.

A superfície lateral é isolada termicamente, enquanto a superfície superior do cone, em x_1, é mantida a T_1 e a superfície inferior, em x_2, é mantida a T_2.

(a) Obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas $T(x)$.

(b) Qual é a taxa de transferência de calor através do cone, se ele for construído em alumínio puro com $x_1 = 0{,}075$ m, $T_1 = 100°C$, $x_2 = 0{,}225$ m e $T_2 = 20°C$?

3.31 Na Figura 2.5 fica evidente que, em uma larga faixa de temperaturas, a dependência com a temperatura da condutividade térmica de muitos sólidos pode ser aproximada por uma expressão linear que tem a forma $k = k_0 + aT$, onde k_0 é uma constante positiva e a é um coeficiente que pode ser positivo ou negativo. Obtenha uma expressão para o fluxo térmico através de uma parede plana cujas superfícies interna e externa sejam mantidas a T_0 e T_1, respectivamente. Esboce as formas da distribuição de temperaturas que correspondem a $a > 0$, $a = 0$ e $a < 0$.

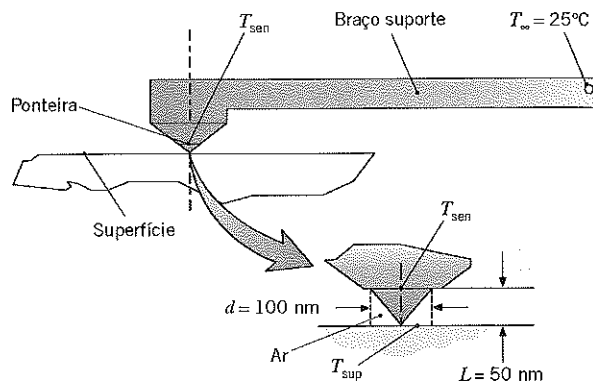
3.32 Seja a parede de um tubo com raios interno e externo iguais a r_i e r_e, cujas temperaturas são mantidas a T_i e T_e, respectivamente. A condutividade térmica do material do tubo é função da temperatura e pode ser representada por uma expressão na forma $k = k_0(1 + aT)$, onde k_0 e a são constantes. Obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo. Qual é a resistência térmica da parede do tubo?

3.33 Medidas mostram que a condução de regime estacionário através de uma parede plana, sem geração de calor, produz uma distribuição de temperaturas convexa, de tal forma que a temperatura no centro é ΔT_0 superior àquela que seria esperada para uma distribuição de temperaturas linear.

Supondo que a condutividade térmica apresente uma dependência linear com a temperatura, $k = k_0(1 + \alpha T)$, onde α é uma constante, desenvolva uma relação para determinar α em termos de ΔT_0, T_1 e T_2.

3.34 Um dispositivo para medir a temperatura superficial de um objeto, com uma resolução espacial de aproximadamente 50 nm, é mostrado no esquema. Ele é constituído por uma ponteira bem afiada em um pequeno braço suporte que é posicionado ao longo da superfície. A ponta da sonda tem seção transversal circular e é fabricada com dióxido de silício policristalino. A temperatura ambiente é medida na extremidade articulada do suporte, sendo $T_\infty = 25°C$, e o dispositivo é equipado com um sensor para medir a temperatura na extremidade superior da ponta afiada, T_{sen}. A resistência térmica entre o sensor da sonda e a extremidade articulada é $R_t = 5 \times 10^6$ K/W.

(a) Determine a resistência térmica entre a temperatura da superfície e a temperatura do sensor.

(b) Sendo a temperatura do sensor $T_{sen} = 28{,}5°C$, determine a temperatura da superfície.

Sugestão: Embora possam ser importantes para a transferência de calor efeitos em nanoescala, considere que a condução que ocorre no ar adjacente à ponta da sonda possa ser descrita pela lei de Fourier e pela condutividade térmica encontrada na Tabela A.4.

Parede Cilíndrica

3.35 Uma tubulação de vapor com 0,12 m de diâmetro externo está isolada termicamente por uma camada de silicato de cálcio.

(a) Se o isolante possui uma espessura de 20 mm e as suas superfícies interna e externa são mantidas a $T_{s,1} = 800$ K e $T_{s,2} = 490$ K, respectivamente, qual é a perda de calor por unidade de comprimento (q') da tubulação?

(b) Desejamos analisar o efeito da espessura do isolante na perda de calor q' e na temperatura da superfície externa $T_{s,2}$, com a temperatura da superfície interna fixa em $T_{s,1} = 800$ K. A superfície externa está exposta a uma corrente de ar ($T_\infty = 25°C$), que mantém um coeficiente de transferência de calor $h = 25$ W/(m² K), e a uma grande vizinhança na qual $T_{viz} = T_\infty = 25°C$. A emissividade da superfície de silicato de cálcio é aproximadamente 0,8. Calcule e represente graficamente a distribuição de temperaturas no isolante em função da coordenada radial adimensional, $(r - r_1)/(r_2 - r_1)$, onde $r_1 = 0{,}06$ m e r_2 é uma variável ($0{,}06 < r_2 \leq 0{,}20$ m). Calcule e represente graficamente a perda de calor em função da espessura do isolante para $0 \leq (r_2 - r_1) \leq 0{,}14$ m.

3.36 Considere o aquecedor de água descrito no Problema 1.37. Desejamos, agora, determinar a energia necessária para compensar as perdas de calor que ocorrem enquanto a água está armazenada na temperatura especificada de 55°C. O tanque de armazenamento cilíndrico (com extremidades planas) possui uma capacidade de 100 galões e espuma de uretano é usada para isolar do ar ambiente, com uma temperatura média anual de 20°C, a sua parede lateral e as suas extremidades superior e inferior. A resistência à transferência de calor é dominada pela condução no isolante e pela convecção natural no ar, para a qual $h \approx 2$ W/(m²·K). Se aquecimento por meio de uma resistência elétrica é usado para compensar as perdas e o custo da energia elétrica é de \$0,08/kW·h, especifique as dimensões do tanque e do isolante para um custo anual associado às perdas de calor inferior a \$50.

3.37 Um aquecedor elétrico delgado é enrolado ao redor da superfície externa de um longo tubo cilíndrico cuja superfície interna é mantida a uma temperatura de 5°C. A parede do tubo possui

raios interno e externo iguais a 25 e 75 mm, respectivamente, e uma condutividade térmica de 10 W/(m·K). A resistência térmica de contato entre o aquecedor e a superfície externa do tubo (por unidade de comprimento do tubo) é $R'_{t,c} = 0{,}01$ m·K/W. A superfície externa do aquecedor está exposta a um fluido com $T_\infty = -10$°C e com um coeficiente convectivo de $h = 100$ W/(m²·K). Determine a potência do aquecedor, por unidade de comprimento do tubo, requerida para mantê-lo a $T_0 = 25$°C.

3.38 No problema anterior, a energia elétrica necessária para manter o aquecimento a $T_0 = 25$°C depende da condutividade térmica do material da parede do tubo k, da resistência térmica de contato $R_{t,c}$ e do coeficiente convectivo h. Calcule e represente graficamente os efeitos, em separado, de variações em k ($1 \leq k \leq 200$ W/(m·K)), $R'_{t,c}$ ($0 \leq R'_{t,c} \leq 0{,}1$ m·K/W) e h ($10 \leq h \leq 1000$ W/(m²·K)) sobre a potência total necessária no aquecedor, bem como sobre as taxas de transferência de calor para a superfície interna e para o fluido.

3.39 Um tubo de aço inoxidável (AISI 304) usado para transportar um fluido farmacêutico refrigerado tem um diâmetro interno de 36 mm e uma espessura de parede de 2 mm. O fluido farmacêutico e o ar ambiente estão, respectivamente, nas temperaturas de 6°C e 23°C, enquanto os coeficientes convectivos interno e externo são 400 W/(m²·K) e 6 W/(m²·K), respectivamente.

(a) Qual é o ganho de calor por unidade de comprimento do tubo?

(b) Qual é o ganho de calor por unidade de comprimento, se uma camada de 10 mm de isolante de silicato de cálcio ($k_{iso} = 0{,}050$ W/(m·K)) for colocada sobre a superfície externa do tubo?

3.40 Vapor d'água superaquecido a 575°C é conduzido de uma caldeira para a turbina de uma usina de geração de potência elétrica através de tubos de aço ($k = 35$ W/(m·K)) de diâmetro interno igual a 300 mm e 30 mm de espessura de parede. Para reduzir a perda térmica para a vizinhança e para manter uma temperatura externa *segura para o toque*, uma camada de isolante de silicato de cálcio ($k = 0{,}10$ W/(m·K)) é aplicada nos tubos. A degradação do isolante é reduzida ao cobri-lo com uma folha fina de alumínio que possui uma emissividade $\varepsilon = 0{,}20$. A temperatura do ar e das paredes da planta de potência é igual a 27°C.

(a) Considerando que a temperatura da superfície interna do tubo de aço seja igual à do vapor e o coeficiente convectivo externo à folha de alumínio igual a 6 W/(m²·K), qual é a espessura mínima de isolante necessária para garantir que a temperatura do alumínio não seja superior a 50°C? Qual é a perda de calor correspondente, por metro de comprimento de tubo?

(b) Explore o efeito da espessura do isolante na temperatura do alumínio e na perda de calor por unidade de comprimento do tubo.

3.41 Um aquecedor elétrico delgado está inserido entre um longo bastão circular e um tubo concêntrico, com raios interno e externo iguais a 20 e 40 mm, respectivamente. O bastão (A) possui uma condutividade térmica de $k_A = 0{,}15$ W/(m·K) e o tubo (B) $k_B = 1{,}5$ W/(m·K). A superfície externa do tubo está sujeita à convecção com um fluido à temperatura $T_\infty = -15$°C e um coeficiente de transferência de calor de 50 W/(m²·K). As resistências térmicas de contato entre as superfícies do bastão e do tubo, e as superfícies do aquecedor, são desprezíveis.

(a) Determine a potência elétrica, por unidade de comprimento dos cilindros (W/m), necessária para manter a superfície externa do cilindro B a 5°C.

(b) Qual é a temperatura no centro do cilindro A?

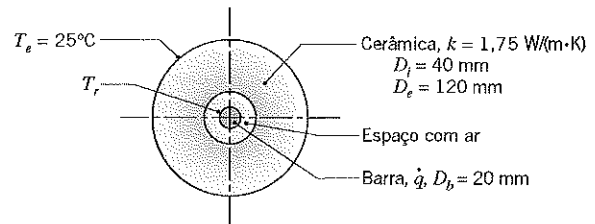
3.42 Um fio de diâmetro $D = 2$ mm e temperatura uniforme T tem uma resistência elétrica de 0,01 Ω/m. Passa nesse fio uma corrente elétrica de 20 A.

(a) Qual é a taxa na qual calor é dissipado por unidade de comprimento do fio? Qual é a dissipação térmica por unidade de volume no interior do fio?

(b) Se o fio não for isolado e estiver em um ambiente com ar e vizinhança a $T_\infty = T_{viz} = 20$°C, qual será a temperatura T do fio? O fio tem uma emissividade de 0,3 e o coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural pode ser aproximado por uma expressão na forma $h = C[(T - T_\infty)/D]^{1/4}$, onde $C = 1{,}25$ W/(m$^{7/4}$·K$^{5/4}$).

(c) Se o fio estiver coberto com um isolante plástico de 2 mm de espessura e condutividade térmica igual a 0,25 W/(m·K), quais serão as temperaturas das superfícies interna e externa do isolante? O isolante tem uma emissividade de 0,9 e o coeficiente convectivo é fornecido pela expressão da parte (b). Explore o efeito da espessura do isolante nas temperaturas das superfícies.

3.43 Um fio elétrico, com 2 mm de diâmetro, é isolado por um forro emborrachado ($k = 0{,}13$ W/(m·K)) de 2 mm de espessura e a interface forro/fio é caracterizada por uma resistência térmica de contato de $R''_{t,c} = 3 \times 10^{-4}$ m²·K/W. O coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do forro é igual a 10 W/(m²·K) e a temperatura do ar ambiente igual a 20°C. Se a temperatura do isolante não pode exceder os 50°C, qual é a potência elétrica máxima permitida que pode ser dissipada por unidade de comprimento do condutor? Qual é o raio crítico do isolante?

3.44 Uma corrente elétrica escoa por uma barra longa, gerando energia térmica a uma taxa volumétrica uniforme de $\dot{q} = 2 \times 10^6$ W/m³. A barra é concêntrica com um cilindro de cerâmica oco, criando um espaço cheio de ar entre os dois.

A resistência térmica por unidade de comprimento devido à radiação entre as superfícies do espaço barra/cerâmica é igual a $R'_{rad} = 0{,}30$ m·K/W e o coeficiente associado à convecção natural neste mesmo espaço é de $h = 20$ W/(m²·K).

(a) Construa um circuito térmico que possa ser utilizado para calcular a temperatura superficial da barra, T_b. Identifique todas as temperaturas, as taxas de transferência de calor e as resistências térmicas, e calcule cada resistência térmica.

(b) Calcule a temperatura superficial da barra para as condições especificadas.

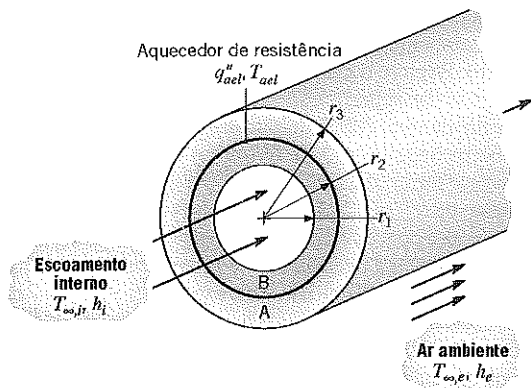
3.45 A seção de evaporação de uma unidade de refrigeração é formada por tubos de 10 mm de diâmetro com paredes delgadas, através dos quais escoa a substância refrigerante a uma temperatura de −18°C. Ar é refrigerado à medida que passa sobre os tubos, mantendo um coeficiente convectivo na superfície de 100 W/(m²·K). Posteriormente o ar é direcionado para a câmara fria.

(a) Para as condições anteriores e uma temperatura do ar de −3°C, qual é a taxa na qual o calor é retirado do ar, por unidade de comprimento dos tubos?

(b) Se a unidade de descongelamento do refrigerador apresentar defeito, lentamente haverá acúmulo de gelo sobre a superfície externa do tubo. Avalie o efeito da formação de gelo na capacidade de refrigeração de um tubo em função da espessura da camada formada na faixa $0 \leq \delta \leq 4$ mm. A condutividade térmica de gelo pode ser considerada igual a 0,4 W/(m·K).

(c) O refrigerador é desligado após a unidade de descongelamento apresentar defeito e a camada de gelo formada possui uma espessura de 2 mm. Se os tubos estiverem em um ar ambiente a $T_\infty = 20$°C e a convecção natural mantiver um

coeficiente de transferência de calor de 2 W/(m²·K), quanto tempo irá levar para que todo o gelo derreta? O gelo pode ser considerado com uma densidade de 700 kg/m³ e um calor latente de fusão de 334 kJ/kg.

3.46 Uma parede composta cilíndrica é constituída por dois materiais com condutividades térmicas k_A e k_B, que estão separados por um aquecedor elétrico muito fino. As resistências de contato nas interfaces são desprezíveis.

O líquido bombeado através do tubo se encontra a uma temperatura $T_{\infty,i}$ e fornece um coeficiente convectivo h_i na superfície interna da parede composta. A superfície externa está exposta ao ar ambiente, que se encontra a $T_{\infty,e}$ e fornece um coeficiente de transferência de calor h_e. Em condições de regime estacionário, um fluxo térmico uniforme q''_{ael} é dissipado pelo aquecedor.

(a) Esboce o circuito térmico equivalente do sistema e represente todas as resistências em termos das variáveis relevantes.

(b) Obtenha uma expressão que possa ser usada para determinar a temperatura do aquecedor, T_{ael}.

(c) Obtenha uma expressão para a razão entre as taxas de transferência de calor para os fluidos externo e interno, q'_e/q'_i. Como poderiam ser ajustadas as variáveis do problema para minimizar esta razão?

3.47 Uma corrente elétrica de 700 A passa em um cabo de aço inoxidável com diâmetro de 5 mm e resistência elétrica de 6×10^{-4} Ω/m (ou seja, por metro de comprimento do cabo). O cabo encontra-se em um ambiente que está a uma temperatura de 30°C e o coeficiente total associado à convecção e à radiação entre o cabo e o ambiente é de aproximadamente 25 W/(m²·K).

(a) Se o cabo estiver desencapado, qual será a temperatura na sua superfície?

(b) Se um revestimento muito fino de um isolante elétrico for aplicado sobre o cabo, com uma resistência de contato de 0,02 m²·K/W, quais serão as temperaturas das superfícies do isolamento e do cabo?

(c) Há alguma preocupação em relação à capacidade do isolamento em suportar temperaturas elevadas. Que espessura desse isolante (k = 0,5 W/(m·K)) produzirá o menor valor para a temperatura máxima no isolante? Qual será o valor da temperatura máxima quando esta espessura de isolante for utilizada?

3.48 Uma tubulação de aço com parede delgada e 0,20 m de diâmetro é usada para transportar vapor d'água saturado a uma pressão de 20 bar através de uma sala onde a temperatura do ar é de 25°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa da tubulação é de 20 W/(m²·K).

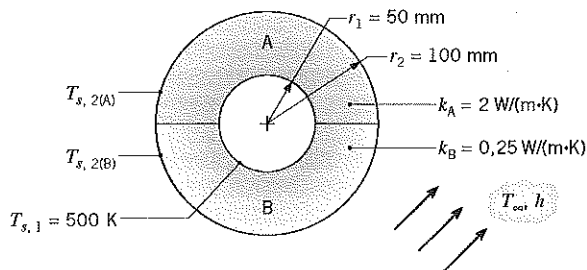
(a) Qual é a perda de calor por unidade de comprimento para o tubo nu (sem isolamento)? Estime a perda de calor, por unidade de comprimento, se uma camada de isolante (magnésia 85%) com 50 mm de espessura for instalada. O aço e a magnésia podem ser considerados com uma emissividade igual a 0,8 e a resistência convectiva no lado do vapor pode ser desprezada.

(b) Os custos associados à geração do vapor e à instalação do isolante equivalem a $\$4/10^9$ J e \$100/m de comprimento do tubo, respectivamente. Se a linha de vapor deve operar a 7500 h/ano, quantos anos são necessários para que se tenha o retorno do investimento inicial no isolamento?

3.49 Vapor d'água a uma temperatura de 250°C escoa através de uma tubulação de aço (AISI 1010) com diâmetro interno de 60 mm e diâmetro externo de 75 mm. O coeficiente convectivo entre o vapor e a superfície interna da tubulação é de 500 W/(m²·K), enquanto aquele entre a superfície externa e a vizinhança é de 25 W/(m²·K). A emissividade da tubulação é de 0,8 e a temperatura do ar e da vizinhança é de 20°C. Qual é a perda de calor por unidade de comprimento da tubulação?

3.50 Desejamos determinar o efeito da adição à tubulação de vapor do problema anterior de uma camada de isolante à base de magnésia. Pode-se supor que o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do isolante permanece em 25 W/(m²·K) e a emissividade é ε = 0,8. Determine e represente graficamente a perda de calor por unidade de comprimento do tubo e a temperatura da superfície externa em função da espessura do isolante. Se o custo da geração de vapor é de $\$4/10^9$ J e a linha de vapor opera a 7000 h/ano, recomende uma espessura de isolante e determine a economia anual correspondente nos custos com energia. Represente graficamente a distribuição de temperaturas na camada de isolante com a espessura recomendada.

3.51 Um tubo de parede delgada com 100 mm de diâmetro, sem isolamento térmico, é usado para transportar água para um equipamento que opera ao ar livre e usa água como fluido refrigerante. Em condições de inverno rigoroso, a parede do tubo chega a atingir temperaturas de −15°C e uma camada cilíndrica de gelo se forma sobre a sua superfície interna. Se uma temperatura média da água de 3°C e um coeficiente convectivo de 2000 W/(m²·K) são mantidos na superfície interna da camada de gelo, que se encontra a 0°C, qual é a espessura da camada de gelo presente?

3.52 Vapor d'água escoando em um longo tubo, com parede delgada, mantém a sua parede a uma temperatura uniforme de 500 K. O tubo é coberto por uma manta de isolamento composta por dois materiais diferentes, A e B.

Pode-se supor que há, na interface entre os dois materiais, uma resistência de contato infinita. Toda a superfície externa está exposta ao ar, para o qual T_∞ = 300 K e h = 25 W/(m²·K).

(a) Esboce o circuito térmico do sistema. Identifique (usando os símbolos propostos) todos os nós e resistências pertinentes.

(b) Para as condições especificadas, qual é a perda de calor total para o ambiente? Quais são as temperaturas na superfície externa, $T_{s,2(A)}$ e $T_{s,2(B)}$?

3.53 Um revestimento de bakelite é usado sobre um bastão condutor de 10 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a 200°C pela passagem de uma corrente elétrica. O bastão encontra-se imerso em um fluido a 25°C, onde o coeficiente convectivo é de 140 W/(m²·K). Qual é o raio crítico associado ao revestimento nes-

tas condições? Qual é a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento, para o bastão sem revestimento e com revestimento de bakelite cuja espessura corresponde ao raio crítico? Que quantidade de bakelite deveria ser colocada sobre o bastão para reduzir em 25% a transferência de calor tendo como base o valor correspondente ao bastão sem revestimento?

Parede Esférica

3.54 Um tanque de armazenamento possui uma seção cilíndrica, com comprimento e diâmetro interno de $L = 2$ m e $D_i = 1$ m, respectivamente, e duas calotas hemisféricas nas extremidades. O tanque é fabricado em vidro (Pyrex) com 20 mm de espessura e encontra-se exposto ao ar ambiente, no qual a temperatura é de 300 K e o coeficiente convectivo é de 10 W/(m²·K). O tanque é usado para armazenar óleo aquecido, que mantém a superfície interna a uma temperatura de 400 K. Determine a potência elétrica que deve ser fornecida a um aquecedor submerso no óleo, se as condições especificadas devem ser mantidas. Efeitos da radiação térmica podem ser desprezados e a condutividade térmica do Pyrex pode ser suposta igual a 1,4 W/(m·K).

3.55 Seja o sistema de armazenamento de oxigênio líquido e as condições ambientes do laboratório descritas no Problema 1.49. Para reduzir a perda de oxigênio por evaporação, uma camada de isolante deveria ser aplicada sobre a superfície externa do recipiente. Considere o uso de uma manta isolante laminada folha de alumínio/vidro, com condutividade térmica e a emissividade na superfície iguais a $k = 0{,}00016$ W/(m·K) e $\varepsilon = 0{,}20$, respectivamente.

(a) Se o recipiente for coberto com uma camada de isolante de 10 mm de espessura, qual será a redução percentual na perda de oxigênio em relação ao recipiente sem isolante?

(b) Calcule e represente graficamente a taxa de evaporação do oxigênio (kg/s) como uma função da espessura do isolante t, para $0 \leqslant t \leqslant 50$ mm.

3.56 No Exemplo 3.5 foi deduzida uma expressão para o raio crítico do isolante de um tubo cilíndrico isolado. Desenvolva a expressão que seria apropriada para uma esfera isolada.

3.57 Uma esfera oca de alumínio, com um aquecedor elétrico no centro, é usada em testes para determinar a condutividade térmica de materiais isolantes. Os raios interno e externo da esfera são 0,15 e 0,18 m, respectivamente, e os testes são realizados em condições de regime estacionário com a superfície interna do alumínio mantida a 250°C. Para um teste específico, uma casca esférica de isolante é moldada sobre a superfície externa da esfera até uma espessura de 0,12 m. O sistema encontra-se em uma sala na qual a temperatura do ar é de 20°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do isolante é de 30 W/(m²·K). Se 80 W são dissipados pelo aquecedor em condições de regime estacionário, qual é a condutividade térmica do isolante?

3.58 Um tanque esférico para armazenar oxigênio líquido no ônibus espacial deve ser construído em aço inoxidável com 0,80 m de diâmetro externo e 5 mm de espessura de parede. O ponto de ebulição e o calor latente de vaporização do oxigênio líquido são 90 K e 213 kJ/kg, respectivamente. O tanque será instalado em um grande compartimento cuja temperatura deve ser mantida em 240 K. Projete um sistema de isolamento térmico que irá manter as perdas de oxigênio devidas à ebulição abaixo de 1 kg/dia.

3.59 Uma sonda criocirúrgica esférica pode ser introduzida em tecidos doentes com o propósito de congelar e dessa maneira destruir o tecido. Considere uma sonda com 3 mm de diâmetro cuja superfície é mantida a −30°C quando introduzida em um tecido que se encontra a 37°C. Uma camada esférica de tecido congelado se forma ao redor da sonda, com uma temperatura de 0°C na fronteira (interface) entre os tecidos congelado e normal. Se a condutividade térmica do tecido congelado é de aproximadamente 1,5 W/(m·K) e a transferência de calor na fronteira entre as fases pode ser caracterizada por um coeficiente convectivo efetivo de 50 W/(m²·K), qual é a espessura da camada de tecido congelado (suponha a perfusão desprezível)?

3.60 Um vaso esférico, usado como um reator para produzir fármacos, tem uma parede de aço inoxidável ($k = 17$ W/(m·K)) com 10 mm de espessura e diâmetro interno de 1 m. A superfície externa do vaso é exposta ao ar ambiente ($T_\infty = 25$°C), na qual um coeficiente convectivo de 6 W/(m²·K) pode ser admitido.

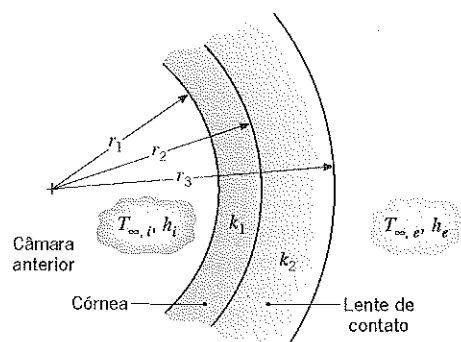
(a) Durante uma operação em regime estacionário, uma temperatura da superfície interna de 50°C é mantida pela geração de energia no interior do reator. Qual é a perda de calor no reator?

(b) Se uma camada de 20 mm de isolante de fibra de vidro ($k = 0{,}040$ W/(m·K)) for aplicada no exterior do vaso e a taxa de geração de energia térmica permanecer inalterada, qual será a temperatura da superfície interna do vaso?

3.61 A parede de um tanque esférico, com uma reação exotérmica em seu interior, tem 1 m de diâmetro e encontra-se a 200°C quando o ar ambiente está a 25°C. Que espessura de espuma de uretano é necessária para reduzir a temperatura exterior para 40°C, considerando que o coeficiente convectivo é de 20 W/(m²·K) em ambas as situações? Qual a percentagem de redução na taxa de transferência de calor alcançada pelo uso do isolante?

3.62 Uma parede esférica composta de raio interno $r_1 = 0{,}25$ m é construída com uma camada de chumbo de raio externo $r_2 = 0{,}30$ m e uma camada de aço inoxidável AISI 302 de raio externo $r_3 = 0{,}31$ m. No seu interior há rejeitos radioativos que geram calor a uma taxa de $\dot{q} = 5 \times 10^5$ W/m³. É proposto submergir o recipiente em águas oceânicas que estão a uma temperatura de $T_\infty = 10$°C e propiciam um coeficiente convectivo de $h = 500$ W/(m²·K) na superfície externa do recipiente. Há algum problema associado à proposta?

3.63 Como uma alternativa para o armazenamento de materiais radioativos em águas oceânicas, propõe-se que o sistema do Problema 3.62 seja colocado em um grande tanque onde o escoamento de água, e assim o coeficiente convectivo h, possa ser controlado. Calcule e represente graficamente a temperatura máxima do chumbo, $T(r_1)$, como uma função de h para $100 \leqslant h \leqslant 1000$ W/(m²·K). Se a temperatura do chumbo não pode ser superior a 500 K, qual é o valor mínimo permitido para o h? Para melhorar a confiabilidade do sistema é desejável aumentar a espessura da camada de aço inoxidável. Para $h = 300$, 500 e 1000 W/(m²·K), calcule e represente graficamente a temperatura máxima do chumbo em função da espessura da camada de aço inoxidável para $r_3 \geqslant 0{,}30$ m. Quais são os valores correspondentes da espessura máxima permitida?

3.64 A energia transferida da câmara anterior do olho através da córnea varia consideravelmente dependendo do uso ou não de uma lente de contato. Trate o olho como um sistema esférico e suponha o sistema em regime estacionário. O coeficiente convectivo h_e permanece inalterado com ou sem a presença da lente de contato. A córnea e a lente cobrem um terço da área da superfície esférica.

Os valores dos parâmetros que representam essa situação são os seguintes:

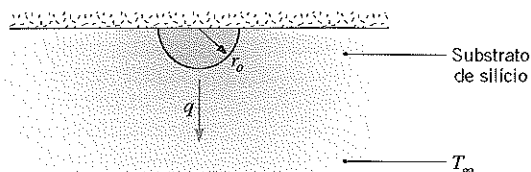
$r_1 = 10{,}2$ mm	$r_2 = 12{,}7$ mm
$r_3 = 16{,}5$ mm	$T_{\infty,e} = 21°C$
$T_{\infty,i} = 37°C$	$k_2 = 0{,}80$ W/(m·K)
$k_1 = 0{,}35$ W/(m·K)	$h_e = 6$ W/(m²·K)
$h_i = 12$ W/(m²·K)	

(a) Construa os circuitos térmicos, identificando todos os potenciais e escoamentos para os sistemas com e sem a lente de contato. Escreva as resistências em termos dos parâmetros apropriados.
(b) Determine a perda de calor da câmara anterior, com e sem a lente de contato.
(c) Discuta a implicação de seus resultados.

3.65 A superfície externa de uma esfera oca de raio r_2 está sujeita a um fluxo térmico uniforme q''_2. A superfície interna em r_1 é mantida a uma temperatura constante $T_{s,1}$.
(a) Desenvolva uma expressão para a distribuição de temperaturas $T(r)$ na parede da esfera em termos de q''_2, $T_{s,1}$, r_1, r_2 e da condutividade térmica do material da parede k.
(b) Se os raios interno e externo da esfera são $r_1 = 50$ mm e $r_2 = 100$ mm, respectivamente, que fluxo térmico q''_2 é necessário para manter a superfície externa a $T_{s,2} = 50°C$, estando a superfície interna a $T_{s,1} = 20°C$? A condutividade térmica do material da parede é de $k = 10$ W/(m·K).

3.66 Uma casca esférica, com raios interno e externo r_i e r_e, respectivamente, está cheia de um material gerador de calor que fornece uma taxa de geração volumétrica (W/m³) e uniforme igual a $\dot{q}$. A superfície externa da casca está exposta a um fluido com temperatura T_∞ e coeficiente convectivo h. Obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas em regime estacionário $T(r)$ na casca, expressando o seu resultado em termos de r_i, r_e, $\dot{q}$, h, T_∞ e da condutividade térmica k do material da casca.

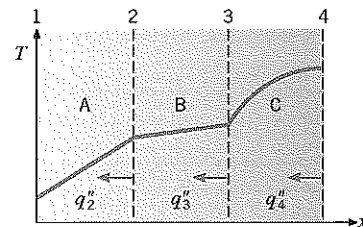
3.67 Um tanque esférico de 3 m de diâmetro armazena um gás liquefeito de petróleo a −60°C. Isolamento com uma condutividade térmica de 0,06 W/(m·K) e espessura de 250 mm é instalado no exterior do tanque para reduzir o ganho de calor.
(a) Determine a posição radial na camada de isolante na qual a temperatura é de 0°C, quando a temperatura do ar ambiente é de 20°C e o coeficiente convectivo na superfície externa é de 6 W/(m² K).
(b) Se o isolante for permeável em relação à umidade do ar atmosférico, que conclusões pode você tirar sobre a formação de gelo no isolante? Que efeito terá a formação de gelo no ganho de calor do GLP? Como esta situação poderia ser evitada?

3.68 Um transistor, que pode ser aproximado por uma fonte de calor hemisférica com raio $r_0 = 0{,}1$ mm, está inserido em um grande substrato de silício ($k = 125$ W/(m·K)) e dissipa calor a uma taxa q. Todas as fronteiras do silício são mantidas à temperatura ambiente de $T_\infty = 27°C$, exceto a superfície superior, que se encontra isolada termicamente.

Obtenha uma expressão geral para a distribuição de temperaturas no substrato e determine a temperatura da superfície da fonte de calor para $q = 4$ W.

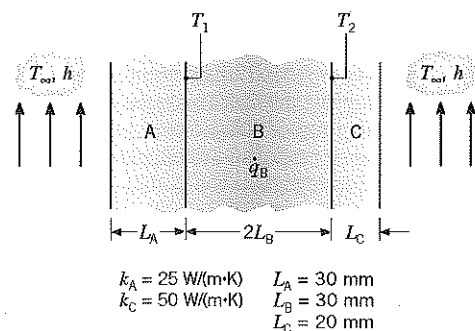
3.69 Uma técnica para destruir tecidos malignos envolve a inserção de uma pequena fonte de calor esférica, de raio r_0, no interior do tecido e a manutenção de temperaturas locais acima de um valor crítico T_c por um período prolongado. Pode-se considerar que o tecido que se encontra bem afastado da fonte de calor permaneça na temperatura normal do corpo ($T_{corp} = 37°C$). Obtenha uma expressão geral para a distribuição de temperaturas radial no tecido, em condições de regime estacionário, no qual há uma dissipação de calor a uma taxa q. Se $r_0 = 0{,}5$ mm, qual a taxa de calor que deve ser fornecida para manter uma temperatura no tecido de $T \geqslant T_c = 42°C$ na região $0{,}5 \leqslant r \leqslant 5$ mm? A condutividade térmica do tecido é de aproximadamente 0,5 W/(m·K). Suponha perfusão desprezível.

Condução com Geração de Energia Térmica

3.70 Considere cascas cilíndricas e esféricas com superfícies interna e externa, em r_1 e r_2, mantidas a temperaturas uniformes $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$, respectivamente. Se houver geração de calor uniforme no interior das cascas, obtenha expressões para as distribuições de temperaturas, para os fluxos térmicos e para as taxas de transferência de calor para a transferência unidimensional, na direção radial, em regime estacionário. Compare os seus resultados com aqueles resumidos no Apêndice C.

3.71 A distribuição de temperaturas, em regime estacionário, em uma parede plana composta por três materiais diferentes, todos com condutividade térmica constante, é mostrada a seguir.

(a) Comente a respeito das magnitudes relativas de q''_2 e q''_3, e de q''_3 e q''_4.
(b) Comente a respeito das magnitudes relativas de k_A e k_B, e de k_B e k_C.
(c) Esboce o fluxo térmico como uma função de x.

3.72 Uma parede plana, com espessura de 0,1 m e condutividade térmica de 25 W/(m·K), apresenta uma taxa volumétrica de geração de calor uniforme de 0,3 MW/m³ e está isolada em um de seus lados, enquanto o outro encontra-se exposto a um fluido a 92°C. O coeficiente de transferência de calor por convecção entre a parede e o fluido é de 500 W/(m²·K). Determine a temperatura máxima na parede.

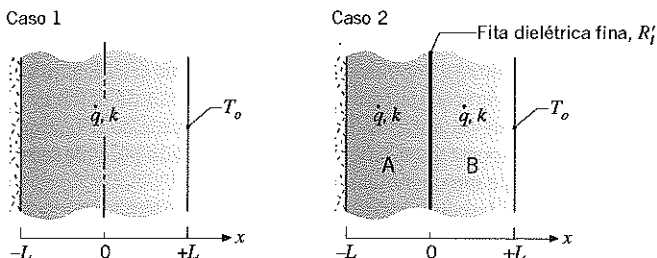
3.73 Seja a condução unidimensional em uma parede plana composta. Suas superfícies externas estão expostas a um fluido a 25°C com um coeficiente convectivo de 1000 W/(m²·K). Na parede intermediária B há geração uniforme de calor a uma taxa $\dot{q}_B$, enquanto não existe geração nas paredes A e C. As temperaturas nas interfaces são $T_1 = 261°C$ e $T_2 = 211°C$.

(a) Supondo resistência de contato desprezível nas interfaces, determine a taxa volumétrica de geração de calor $\dot{q}_B$ e a condutividade térmica k_B.
(b) Represente graficamente a distribuição de temperaturas, mostrando suas características importantes.
(c) Considere condições que correspondam à perda de refrigerante na superfície exposta do material A ($h = 0$). Determine T_1 e T_2 e represente a distribuição de temperaturas ao longo de todo o sistema.

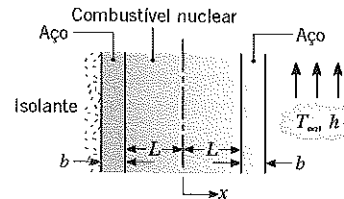
3.74 Considere uma parede plana composta constituída por três materiais (materiais A, B e C organizados da esquerda para a direita) de condutividade térmica $k_A = 0{,}24$ W/(m·K), $k_B = 0{,}13$ W/(m·K) e $k_C = 0{,}50$ W/(m·K). As espessuras das três camadas da parede são $L_A = 20$ mm, $L_B = 13$ mm e $L_C = 20$ mm. Há uma resistência de contato de $R''_{t,c} = 10^{-2}$ m² K/W na interface entre os materiais A e B, assim como na interface entre os materiais B e C. A face esquerda da parede composta é isolada termicamente, enquanto a face direita está exposta a condições convectivas caracterizadas por $h = 10$ W/(m²·K) e $T_\infty = 20$°C. Para o Caso 1, energia térmica é gerada no material A a uma taxa de $\dot{q}_A = 5000$ W/m³. Para o Caso 2, energia térmica é gerada no material C a uma taxa de $\dot{q}_C = 5000$ W/m³.
(a) Determine a temperatura máxima no interior da parede composta sob condições de regime estacionário para o Caso 1.
(b) Esboce a distribuição de temperaturas, em estado estacionário, em coordenadas T–x para o Caso 1.
(c) Esboce a distribuição de temperaturas, em estado estacionário, para o Caso 2 nas mesmas coordenadas T–x usadas para o Caso 1.

3.75 Considere a parede composta do Exemplo 3.7. Na seção de Comentários, distribuições de temperaturas na parede foram determinadas considerando resistência de contato desprezível entre os materiais A e B. Calcule e represente graficamente as distribuições de temperaturas para uma resistência térmica de contato igual a $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m²·K/W.

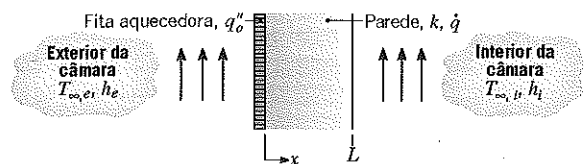
3.76 Uma parede plana de espessura $2L$ e condutividade térmica k experimenta uma taxa volumétrica de geração uniforme $\dot{q}$. Como mostrado no esboço como Caso 1, a superfície em $x = -L$ é perfeitamente isolada, enquanto a outra superfície é mantida a uma temperatura constante e uniforme T_o. Para o Caso 2, uma fita dielétrica muito fina é inserida no plano central da parede ($x = 0$) para isolar eletricamente as duas seções, A e B. A resistência térmica da fita é $R''_{t,c} = 0{,}0005$ m²·K/W. Os parâmetros associados à parede são: $k = 50$ W/(m K), $L = 20$ mm, $\dot{q} = 5 \times 10^6$ W/m³ e $T_o = 50$°C.

Caso 1

Caso 2

(a) Esboce a distribuição de temperaturas para o Caso 1 em coordenadas T-x. Descreva as características principais dessa distribuição. Identifique a localização da temperatura máxima na parede e calcule essa temperatura.
(b) Esboce a distribuição de temperaturas para o Caso 2 nas mesmas coordenadas T-x. Descreva as características principais dessa distribuição.
(c) Qual é a diferença de temperaturas entre as duas paredes em $x = 0$ no Caso 2?
(d) Qual é a posição da temperatura máxima na parede composta do Caso 2? Calcule essa temperatura.

3.77 Um elemento de combustível nuclear, com espessura $2L$, é coberto com um revestimento de aço com espessura b. O calor gerado no interior do combustível nuclear, a uma taxa $\dot{q}$, é removido por um fluido a T_∞, que se encontra em contato com uma das superfícies e é caracterizado por um coeficiente convectivo h. A outra superfície encontra-se isolada termicamente. O combustível e o aço possuem condutividades térmicas k_c e k_a, respectivamente.

(a) Obtenha uma equação para a distribuição de temperaturas $T(x)$ no combustível nuclear. Expresse seus resultados em termos de $\dot{q}$, k_c, L, b, k_a, h e T_∞.
(b) Esboce a distribuição de temperaturas para o sistema inteiro.

3.78 Considere o elemento combustível revestido do Problema 3.77.
(a) Usando relações apropriadas das Tabelas C.1 e C.2, obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas $T(x)$ no elemento combustível. Para $k_c = 60$ W/(m·K), $L = 15$ mm, $b = 3$ mm, $k_a = 15$ W/(m·K), $h = 10000$ W/(m²·K) e $T_\infty = 200$°C, quais são a maior e a menor temperaturas no elemento combustível, se calor estiver sendo gerado uniformemente a uma taxa volumétrica de $\dot{q} = 2 \times 10^7$ W/m³? Quais são as respectivas posições?
(b) Se o isolamento for removido e condições equivalentes de convecção forem mantidas em cada superfície, qual é a forma correspondente da distribuição de temperaturas no elemento combustível? Para as condições da parte (a), quais são a maior e a menor temperaturas no combustível? Quais são as respectivas posições?
(c) Para as condições das partes (a) e (b), represente graficamente as distribuições de temperaturas no elemento combustível.

3.79 Ar *no interior* de uma câmara a $T_{\infty,i} = 50$°C é aquecido por convecção, com $h_i = 20$ W/(m²·K), por uma parede com 200 mm de espessura, condutividade térmica de 4 W/(m·K) e com geração uniforme de calor a uma taxa de 1000 W/m³. Para evitar que qualquer calor gerado no interior da parede seja perdido para o *lado de fora* da câmara, a $T_{\infty,e} = 25$°C e $h_e = 5$ W/(m²·K), uma fita aquecedora elétrica muito fina é colocada sobre a superfície externa da parede para fornecer um fluxo térmico uniforme, q''_0.

(a) Esboce a distribuição de temperaturas na parede, em um sistema de coordenadas T-x, para a condição na qual nenhum calor gerado no seu interior é perdido para o *lado de fora* da câmara.
(b) Quais são as temperaturas nas superfícies da parede, $T(0)$ e $T(L)$, para as condições da parte (a)?
(c) Determine o valor de q''_0 que deve ser fornecido pela fita aquecedora de modo que todo o calor gerado no interior da parede seja transferido para o *interior* da câmara.
(d) Se a geração de calor na parede for interrompida enquanto o fluxo fornecido pela fita aquecedora permanecer constante,

qual será a temperatura em regime estacionário, $T(0)$, na superfície externa da parede?

3.80 No problema anterior, a fita aquecedora atua como um protetor contra as perdas de calor da parede para o exterior e o fluxo térmico q''_0 necessário para tal depende de condições operacionais na câmara, tais como $\dot{q}$ e $T_{\infty,i}$. Como uma primeira etapa no projeto de um controlador para o aquecedor protetor, calcule e represente graficamente q''_0 e $T(0)$ em função de $\dot{q}$ para $200 \leq \dot{q} \leq 2000$ W/m³ e $T_{\infty,i} = 30$, 50 e 70°C.

3.81 A superfície exposta ($x = 0$) de uma parede plana, com condutividade térmica k, está sujeita à radiação de microondas, que causa um aquecimento volumétrico que varia segundo

$$\dot{q}(x) = \dot{q}_o\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

onde $\dot{q}_0$ (W/m³) é uma constante. A fronteira em $x = L$ está perfeitamente isolada, enquanto a superfície exposta é mantida a uma temperatura constante T_0. Determine a distribuição de temperaturas $T(x)$ em termos de x, L, k, $\dot{q}_0$ e T_0.

3.82 Uma janela de quartzo com espessura L serve como visor em um forno usado para temperar aço. A superfície interna ($x = 0$) da janela é irradiada com um fluxo de calor uniforme q''_0 devido à emissão dos gases quentes no interior do forno. Pode-se supor que uma fração, β, dessa radiação é absorvida na superfície interna, enquanto a radiação restante é parcialmente absorvida ao atravessar o quartzo. A geração volumétrica de calor devido à essa absorção pode ser descrita por uma expressão com a forma

$$\dot{q}(x) = (1 - \beta)q''_o\alpha e^{-\alpha x}$$

onde α é o coeficiente de absorção do quartzo. Há transferência de calor por convecção na superfície externa ($x = L$) da janela para o ar ambiente, a T_∞, e ela é caracterizada por um coeficiente convectivo h. A convecção e a emissão de radiação na superfície interna podem ser desprezados, assim como a emissão de radiação da superfície externa. Determine a distribuição de temperaturas no quartzo, representando o seu resultado em termos dos parâmetros definidos anteriormente.

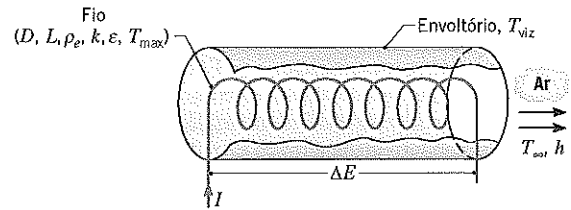
3.83 Para as condições descritas no Problema 1.44, determine a distribuição de temperaturas, $T(r)$, no recipiente, expressando o seu resultado em termos de $\dot{q}_0$, r_0, T_∞, h e da condutividade térmica k dos rejeitos radioativos.

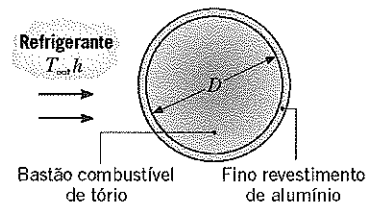
3.84 Uma casca cilíndrica com raios interno e externo r_i e r_e, respectivamente, é feita com um material gerador de calor que fornece uma taxa volumétrica de geração uniforme (W/m³) de $\dot{q}$. A superfície interna é isolada, enquanto a superfície externa da casca está exposta a uma fluido à T_∞ com um coeficiente convectivo h.

(a) Obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas em estado estacionário, $T(r)$, na casca, representando o seu resultado em termos de r_i, r_e, $\dot{q}$, h, T_∞ e da condutividade térmica k do material da casca.

(b) Determine uma expressão para a taxa de transferência de calor, $q'(r_e)$, no raio externo da casca em termos de $\dot{q}$ e das dimensões da casca.

3.85 Considere o tubo sólido do Exemplo 3.8. Calcule e represente graficamente as distribuições de temperaturas para um tubo com raios interno e externo de 50 mm e 100 mm, respectivamente, e condutividade térmica de 5 W/(m·K), para taxas volumétricas de geração de 1×10^5, 5×10^5 e 1×10^6 W/m³. A superfície interna é resfriada por um fluido a 30°C com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 1000 W/(m²·K).

3.86 Um aquecedor de ar pode ser fabricado pelo enrolamento de um fio nichrome e passando ar em escoamento cruzado ao fio. Considere um aquecedor fabricado com um fio de diâmetro $D = 1$ mm, resistividade elétrica, $\rho_e = 10^{-6}$ Ω·m, condutividade térmica $k = 25$ W/(m·K) e emissividade $\varepsilon = 0{,}20$. O aquecedor é projetado para fornecer ar a uma temperatura de $T_\infty = 50$°C sob condições de escoamento que fornecem um coeficiente convectivo de $h = 250$ W/(m²·K) na superfície do fio. A temperatura do envoltório que envolve o fio e através do qual o ar escoa é igual a $T_{viz} = 50$°C.

Se a temperatura máxima admissível do fio é igual a $T_{max} = 1200$°C, qual é a corrente elétrica máxima admissível? Se a voltagem máxima disponível é de $\Delta E = 110$ V, quais são o comprimento L do fio que pode ser usado no aquecedor e a potência nominal do aquecedor? *Sugestão*: Na sua solução, suponha desprezíveis variações de temperatura no fio, mas após obter os resultados desejados, avalie a validade desta suposição.

3.87 Na figura é mostrada a seção transversal de um elemento combustível cilíndrico longo em um reator nuclear. A geração de energia ocorre uniformemente no bastão combustível de tório, que possui diâmetro $D = 25$ mm e é envolto por um fino revestimento de alumínio.

(a) É proposto que, em condições de regime estacionário, o sistema opere com uma taxa de geração de $\dot{q} = 7 \times 10^8$ W/m³ e um sistema de resfriamento caracterizado por $T_\infty = 95$°C e $h = 7000$ W/(m²·K). Essa proposta é satisfatória?

(b) Explore o efeito de variações em $\dot{q}$ e h, representando distribuições de temperaturas, $T(r)$, para uma faixa de valores dos parâmetros. Sugira um envelope de condições operacionais aceitáveis.

3.88 Um elemento combustível de um reator nuclear é um bastão cilíndrico maciço de raio r_1 e condutividade térmica k_c. O bastão combustível encontra-se em perfeito contato com um material de revestimento que possui um raio externo r_2 e uma condutividade térmica k_r. Suponha condições de regime estacionário, nas quais há geração uniforme de calor no interior do combustível a uma taxa volumétrica $\dot{q}$ e a superfície externa do revestimento está exposta a um refrigerante caracterizado por uma temperatura T_∞ e um coeficiente convectivo h.

(a) Obtenha equações para as distribuições de temperaturas $T_c(r)$ e $T_r(r)$ no combustível e no revestimento, respectivamente. Expresse os seus resultados exclusivamente em termos das variáveis anteriores.

(b) Seja um bastão de combustível de óxido de urânio, com $k_c = 2$ W/(m·K) e $r_1 = 6$ mm, e um revestimento com $k_r = 25$ W/(m·K) e $r_2 = 9$ mm. Se $\dot{q} = 2 \times 10^8$ W/m³, $h = 2000$ W/(m²·K) e $T_\infty = 300$ K, qual é a temperatura máxima no elemento combustível?

(c) Calcule e represente graficamente a distribuição de temperaturas, $T(r)$, para valores de $h = 2000$, 5000 e 10.000 W/(m²·K). Se a operadora desejar manter a temperatura no eixo central do elemento combustível abaixo de 1000 K, ela po-

derá fazer o controle ajustando o escoamento do refrigerante e desta forma o valor do h?

3.89 Seja a configuração do Exemplo 3.8, onde o aquecimento volumétrico uniforme em um tubo de aço inoxidável é induzido por uma corrente elétrica e o calor é transferido por convecção para o ar que escoa no seu interior. A parede do tubo possui raios interno e externo de $r_1 = 25$ mm e $r_2 = 35$ mm, uma condutividade térmica $k = 15$ W/(m·K), uma resistividade elétrica $\rho_e = 0,7 \times 10^{-6}\ \Omega$ m, e uma temperatura de operação máxima permissível de 1400 K.

(a) Supondo a superfície externa do tubo perfeitamente isolada e o escoamento do ar caracterizado por uma temperatura e coeficiente convectivo $T_{\infty,1} = 400$ K e $h_1 = 100$ W/(m²·K), determine a corrente elétrica permissível máxima I.

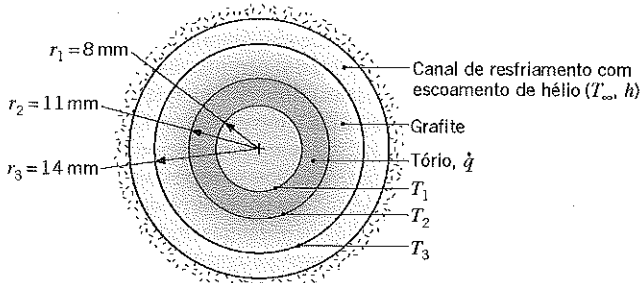
(b) Calcule e represente a distribuição de temperaturas radial na parede do tubo para a corrente elétrica da parte (a) e três valores de h_1 (100, 500 e 1000 W/(m²·K)). Para cada valor de h_1, determine a taxa de transferência de calor para o ar, por unidade de comprimento do tubo.

(c) Na prática, mesmo o melhor dos materiais isolantes seria incapaz de manter condições adiabáticas na superfície externa do tubo. Considere o uso de um material isolante refratário com condutividade térmica $k = 1,0$ W/(m·K) e despreze a troca radiante na sua superfície externa. Para $h_1 = 100$ W/(m²·K) e a corrente máxima permissível determinada na parte (a), calcule e represente a distribuição de temperaturas na parede *composta* para dois valores da espessura da camada de isolante ($\delta = 25$ e 50 mm). A superfície externa do isolante está exposta ao ar ambiente, para o qual $T_{\infty,2} = 300$ K e $h_2 = 25$ W/(m²·K). Para cada espessura do isolante, determine as taxas de transferência de calor, por unidade de comprimento do tubo, para a corrente de ar no interior do tubo e para o ambiente.

3.90 Um proprietário de um imóvel, cuja água no interior dos tubos congelou-se durante um período de clima frio, decide descongelá-la passando uma corrente elétrica I através da parede dos tubos. Os raios interno e externo da parede dos tubos são representados por r_1 e r_2, e a sua resistência elétrica por unidade de comprimento é designada por R'_e (Ω/m). Os tubos são isolados pelo lado externo, e durante o derretimento o gelo (e água) no interior dos tubos permanece a uma temperatura constante T_f, associada ao processo de fusão.

(a) Supondo que condições de regime estacionário são atingidas logo após a aplicação da corrente elétrica, determine a forma da distribuição de temperaturas $T(r)$ em regime estacionário na parede do tubo durante o processo de fusão.

(b) Desenvolva uma expressão para o tempo t_f necessário para fundir completamente o gelo. Calcule esse tempo para $I = 100$ A, $R'_e = 0,30$ Ω/m e $r_1 = 50$ mm.

3.91 Um reator nuclear de alta temperatura com resfriamento a gás é formado por uma parede cilíndrica composta, na qual um elemento combustível de tório ($k \approx 57$ W/(m·K)) encontra-se envolto em grafite ($k \approx 3$ W/(m·K)) e hélio gasoso escoa através de um canal anular de resfriamento. Considere condições nas quais a temperatura do hélio é de $T_\infty = 600$ K e o coeficiente convectivo na superfície externa do grafite é de $h = 2000$ W/(m²·K).

(a) Se energia térmica é gerada uniformemente no elemento combustível a uma taxa $\dot{q} = 10^8$ W/m³, quais são as temperaturas T_1 e T_2 nas superfícies interna e externa, respectivamente, do elemento combustível?

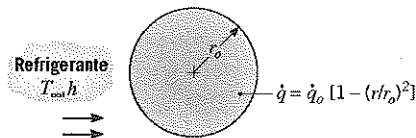
(b) Calcule e represente a distribuição de temperaturas na parede composta para valores selecionados de $\dot{q}$. Qual é o valor máximo permissível para $\dot{q}$?

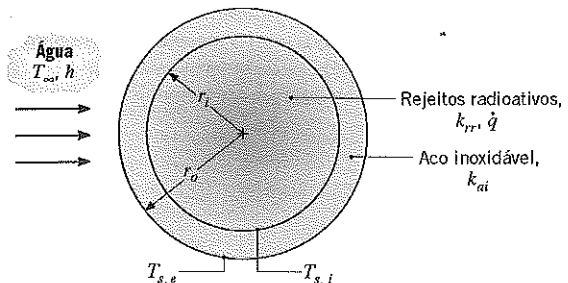
3.92 Em um longo bastão cilíndrico, com 200 mm de diâmetro e condutividade térmica de 0,5 W/(m·K), há geração volumétrica uniforme de calor a uma taxa de 24.000 W/m³. O bastão está encapsulado por uma luva cilíndrica, com diâmetro externo igual a 400 mm e condutividade térmica de 4 W/(m·K). A superfície externa da luva está exposta a um escoamento cruzado de ar a 27°C com um coeficiente convectivo de 25 W/(m²·K).

(a) Ache a temperatura na interface entre o bastão e a luva, e na superfície externa.

(b) Qual é a temperatura no centro do bastão?

3.93 Um material radioativo com condutividade térmica k é moldado como uma esfera sólida de raio r_0 e colocado em um banho líquido, no qual a temperatura T_∞ e o coeficiente convectivo são conhecidos. Calor é gerado uniformemente no interior do sólido a uma taxa volumétrica $\dot{q}$. Obtenha a distribuição de temperaturas radial no sólido, no regime estacionário, expressando o seu resultado em termos de r_0, $\dot{q}$, k, h e T_∞.

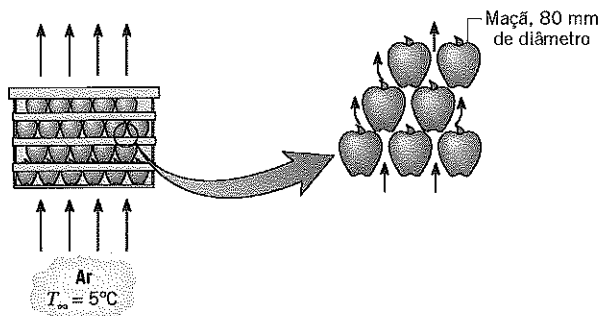
3.94 Rejeitos radioativos são colocados em um recipiente esférico de parede delgada. Os rejeitos geram energia térmica de forma não uniforme de acordo com a relação $\dot{q} = \dot{q}_0 [1 - (r/r_0)^2]$, onde $\dot{q}$ é a taxa local de geração de energia por unidade de volume, $\dot{q}$ é uma constante e r_0 é o raio do recipiente. Condições de regime estacionário são mantidas pela imersão do recipiente em um líquido que se encontra a T_∞ e fornece um coeficiente convectivo h uniforme.

Determine a distribuição de temperaturas, $T(r)$, no interior do recipiente. Expresse o seu resultado em termos de $\dot{q}_0$, r_0, T_∞, h e da condutividade térmica k dos rejeitos radiativos.

3.95 Rejeitos radioativos ($k_{rr} = 20$ W/(m·K)) são armazenados em um recipiente esférico de aço inoxidável ($k_{ai} = 15$ W/(m·K)), com raios interno e externo iguais a $r_i = 0,5$ m e $r_e = 0,6$ m. Calor é gerado no interior dos rejeitos a uma taxa volumétrica uniforme $\dot{q} = 10^5$ W/m³ e a superfície externa do recipiente está exposta a um escoamento de água no qual $h = 1000$ W/(m² K) e $T_\infty = 25$°C.

(a) Calcule a temperatura da superfície externa $T_{s,e}$, em condições de regime estacionário.

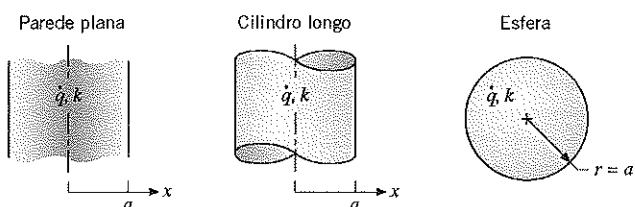
(b) Calcule a temperatura da superfície interna $T_{s,i}$, em condições de regime estacionário.

(c) Obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas, $T(r)$, nos rejeitos radioativos. Expresse o seu resultado em termos de r_i, $T_{s,i}$, k_{rr} e $\dot{q}$. Calcule a temperatura em $r = 0$.

(d) Uma extensão proposta para o projeto anterior envolve o armazenamento de rejeitos radioativos com a mesma condutividade térmica e duas vezes a taxa de geração de calor ($\dot{q} = 2 \times 10^5$ W/m³) em um recipiente de aço inoxidável com raio interno equivalente ($r_i = 0{,}5$ m). Considerações de segurança ditam que a temperatura máxima do sistema não deve exceder 475°C e que a espessura da parede do recipiente não deve ser inferior a $t = 0{,}04$ m, sendo preferencialmente igual ou próxima à do projeto original ($t = 0{,}1$ m). Avalie o efeito da variação do coeficiente convectivo externo até o valor máximo possível de se obter de $h = 5000$ W/(m²·K) (através do aumento da velocidade da água), e da espessura da parede do recipiente. A extensão proposta é factível? Caso afirmativo, recomende condições operacionais e de projeto apropriadas para h e t, respectivamente.

3.96 Características específicas de materiais biologicamente ativos, tais como frutas, vegetais e outros produtos, fazem com que eles necessitem de cuidado especial no manuseio. Após a colheita e a separação das plantas produtoras, a glicose é catabolizada, produzindo dióxido de carbono, vapor d'água e calor, com a conseqüente geração interna de energia. Seja uma caixa de maçãs, cada uma com 80 mm de diâmetro, que é ventilada com ar a 5°C a uma velocidade de 0,5 m/s. O valor correspondente do coeficiente de transferência de calor é de 7,5 W/(m²·K). No interior de cada maçã, energia térmica é gerada uniformemente a uma taxa total de 4000 J/(kg·dia). A densidade e a condutividade térmica da maçã são 840 kg/m³ e 0,5 W/(m·K), respectivamente.

(a) Determine as temperaturas no centro e na superfície das maçãs.

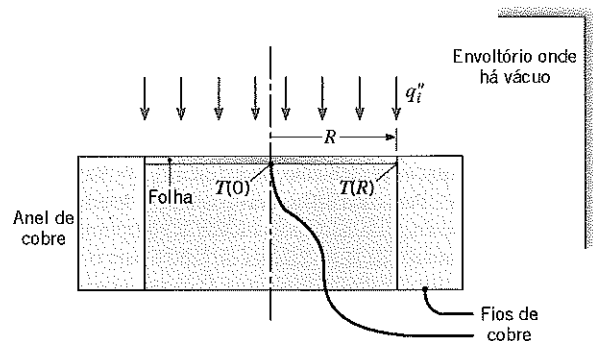
(b) Para uma pilha de maçãs no interior de uma caixa, o coeficiente convectivo depende da velocidade do ar na forma $h = C_1 V^{0{,}425}$, onde $C_1 = 10{,}1$ W/(m²·K (m/s)$^{0{,}425}$). Calcule e represente graficamente as temperaturas no centro e na superfície das maçãs em função da velocidade do ar para $0{,}1 \leq V \leq 1$ m/s.

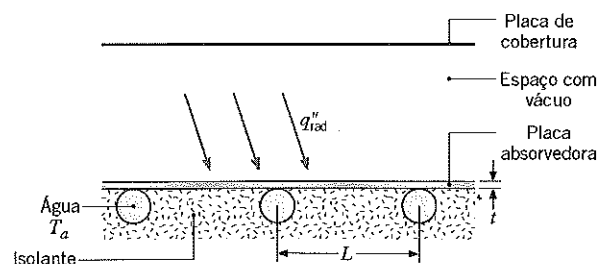
3.97 Considere a parede plana, o cilindro longo e a esfera mostrados esquematicamente, todos com o mesmo comprimento característico a, mesma condutividade térmica k e mesma taxa volumétrica de geração de energia uniforme $\dot{q}$.

(a) No mesmo gráfico, represente a temperatura adimensional em regime estacionário, $[T(x \text{ ou } r) - T(a)]/[(\dot{q}a^2)/2k]$ em função do comprimento característico adimensional, x/a ou r/a, para cada geometria.

(b) Que geometria tem a menor diferença de temperaturas entre o centro e a superfície? Explique esse comportamento comparando a razão volume/área superficial.

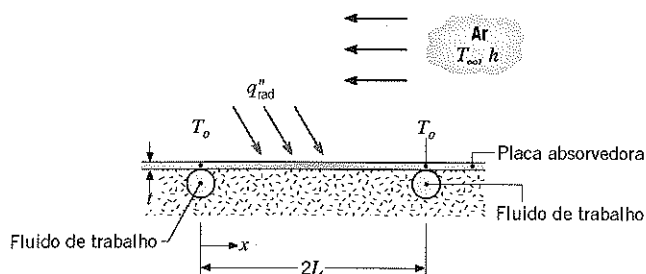
(c) Que geometria seria preferível para uso como um elemento combustível nuclear? Explique por quê.

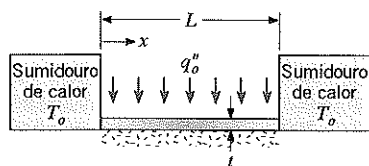
Superfícies Estendidas

3.98 O medidor de calor radiante mostrado na figura é feito com uma folha metálica de constantan, pintada de preto e com o formato de um disco circular com raio R e espessura t. O medidor é posicionado em um envoltório onde há vácuo. O fluxo de radiação incidente absorvido pela folha, q''_i, difunde-se em direção à circunferência externa e ao grande anel de cobre, que atua como um sumidouro de calor a uma temperatura constante $T(R)$. Dois fios de cobre estão fixados ao centro da folha e ao anel, fechando um circuito de termopar que permite a mediação da diferença de temperaturas entre o centro da folha e a sua extremidade, $\Delta T = T(0) - T(R)$.

Obtenha a equação diferencial que determina $T(r)$, a distribuição de temperaturas na folha em condições de regime estacionário. Resolva essa equação para obter uma expressão que relacione ΔT com q''_i. Você pode desprezar a troca de calor por radiação entre a folha e a sua vizinhança.

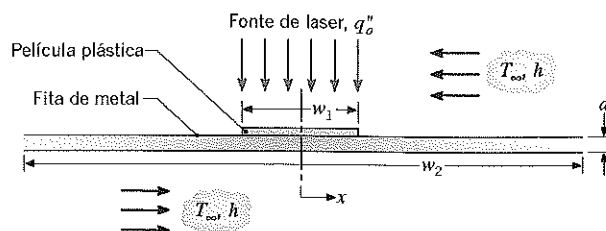
3.99 Tubos de cobre estão fixados à placa absorvedora de um coletor solar plano, conforme mostrado na figura.

A placa absorvedora feita com a liga de alumínio (2024-T6) possui 6 mm de espessura e é isolada termicamente na sua superfície inferior. Há vácuo no espaço que separa a superfície superior da placa e a placa de cobertura transparente. Os tubos encontram-se espaçados entre si por uma distância L de 0,20 m e água escoa nos tubos para remover a energia coletada. A água pode ser suposta estar a uma temperatura uniforme $T_a = 60°C$. Em condições de operação em regime estacionário, nas quais o fluxo radiante *líquido* na superfície absorvedora é de $q''_{rad} = 800$ W/m², quais são a temperatura máxima na placa e a taxa de transferência de calor para a água por unidade de comprimento do tubo? Note que q''_{rad} representa o efeito líquido da absorção da radiação solar pela placa absorvedora e da troca de radiação en-

tre a placa absorvedora e a placa de cobertura. Você pode supor que a temperatura da placa absorvedora exatamente acima de um tubo seja igual à da água.

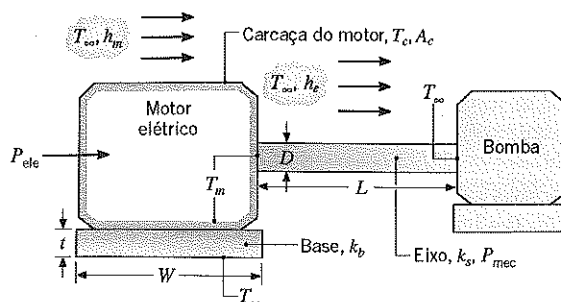
3.100 Tubos de cobre estão fixados a uma placa de um coletor solar, com espessura t, e o fluido de trabalho mantém a temperatura da placa acima dos tubos em T_0. Há um fluxo térmico radiante líquido uniforme q''_{rad} na superfície superior da placa, enquanto a superfície inferior encontra-se isolada termicamente. A superfície superior também está exposta a um fluido a T_∞, que fornece um coeficiente convectivo uniforme h.

(a) Deduza a equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas $T(x)$ na placa.
(b) Obtenha uma solução para a equação diferencial usando condições de contorno apropriadas.

3.101 Uma placa plana fina de comprimento L, espessura t e largura $W \gg L$ está termicamente ligada a dois grandes sumidouros de calor, que são mantidos a uma temperatura T_0. A superfície inferior da placa encontra-se isolada, enquanto o fluxo térmico líquido para a sua superfície superior é uniforme e igual a q''_0.

(a) Deduza a equação diferencial que determina a distribuição de temperaturas em regime estacionário $T(x)$ na placa.
(b) Resolva a equação anterior para a distribuição de temperaturas e obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor da placa para os sumidouros de calor.

3.102 Seja a placa plana do Problema 3.101, porém com os sumidouros de calor a temperaturas diferentes, $T(0) = T_0$ e $T(L) = T_L$, e com a superfície inferior não mais isolada termicamente. Agora pode ocorrer transferência de calor por convecção entre a superfície inferior da placa e um fluido a T_∞, com um coeficiente convectivo h.
(a) Deduza a equação diferencial que determina a distribuição de temperaturas no regime estacionário $T(x)$ na placa.
(b) Resolva a equação anterior para a distribuição de temperaturas e obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor da placa para os sumidouros de calor.
[(c)] Para $q''_0 = 20000$ W/m², $T_0 = 100$°C, $T_L = 35$°C, $T_\infty = 25$°C, $k = 25$ W/(m·K), $h = 50$ W/(m²·K), $L = 100$ mm, $t = 5$ mm e uma largura da placa de $W = 30$ mm, represente a distribuição de temperaturas e determine as taxas de transferência de calor para os sumidouros, $q_x(0)$ e $q_x(L)$. No mesmo gráfico, represente três distribuições de temperaturas adicionais correspondentes a variações nos seguintes parâmetros, com os demais parâmetros permanecendo sem modificação: (i) $q''_0 = 30.000$ W/m², (ii) $h = 200$ W/(m²·K) e (iii) o valor de q''_0 para o qual $q_x(0) = 0$ quando $h = 200$ W/(m²·K).

3.103 Uma operação de colagem utiliza um laser para fornecer um fluxo de calor constante, q''_0, através da superfície superior de uma fina película de plástico cuja superfície inferior é adesiva e deve ser fixada a uma fita de metal, conforme mostrado na figura. A fita de metal possui uma espessura $d = 1{,}25$ mm e sua largura é grande em relação à da película de plástico. As propriedades termofísicas da fita são $\rho = 7850$ kg/m³, $c_p = 435$ J/(kg·K) e $k = 60$ W/(m·K). A resistência térmica da película de plástico, com largura $w_1 = 40$ mm, é desprezível. Nas superfícies superior e inferior da fita (incluindo a película de plástico) há convecção com ar a 25°C e um coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K). A fita e a película são muito grandes na direção normal à pagina. Admita que as laterais da fita de metal se encontram à temperatura do ar (T_∞).

(a) Deduza uma expressão para a distribuição de temperaturas na porção da fita de aço com a película de plástico ($-w_1/2 \leq x \leq +w_1/2$).
(b) Se o fluxo de calor fornecido pelo laser for de 10000 W/m², determine a temperatura no centro ($x = 0$) e nas laterais ($x = \pm\, w_1/2$) da película de plástico.
(c) Represente graficamente a distribuição de temperaturas para toda a fita e aponte as suas principais características.

3.104 Um fino fio metálico de condutividade térmica k, diâmetro D e comprimento $2L$ é temperado pela passagem de uma corrente elétrica que induz uma geração volumétrica de calor uniforme $\dot{q}$. O ar ambiente ao redor do fio está a uma temperatura T_∞, enquanto suas extremidades em $x = \pm L$ também são mantidas a T_∞. A transferência de calor do fio para o ar é caracterizada por um coeficiente convectivo h. Obtenha uma expressão para a distribuição de temperaturas $T(x)$, em regime estacionário, ao longo do fio.

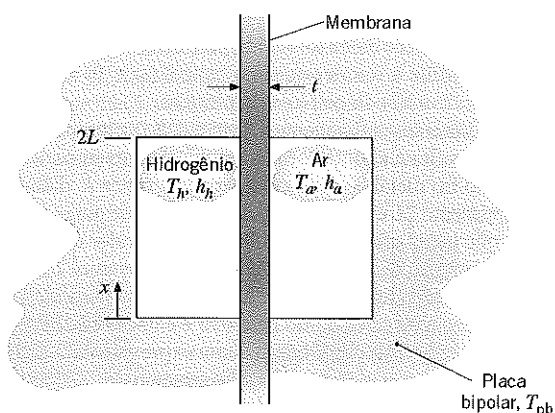
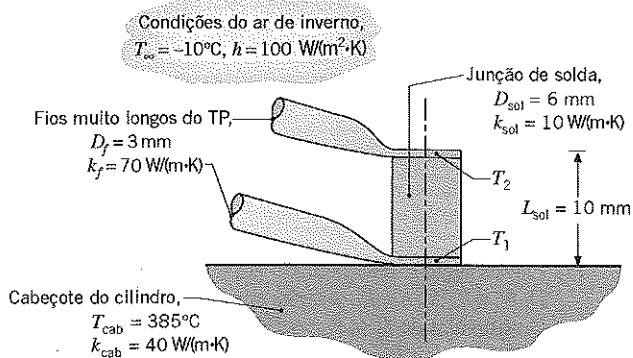
3.105 Um motor recebe potência elétrica P_{ele} de uma linha de força e transmite potência mecânica P_{mec} para uma bomba através de um eixo rotativo de cobre com condutividade térmica k_e, comprimento L e diâmetro D. O motor está montado sobre uma base quadrada com lado com comprimento W, espessura t e condutividade térmica k_b. A superfície da carcaça do motor, exposta ao ar ambiente a T_∞, possui uma área A_c e o coeficiente convectivo correspondente é h_c. As extremidades opostas do eixo estão a temperaturas de T_c e T_∞, e a transferência de calor do eixo para o ar ambiente é caracterizada por um coeficiente convectivo h_e. A superfície inferior da base do motor está a T_∞.

(a) Expressando o seu resultado em termos de P_{ele}, P_{mec}, k_e, L, D, W, t, k_b, A_c, h_c e h_e, obtenha uma expressão para $(T_c - T_\infty)$.
(b) Qual o valor de T_c se $P_{ele} = 25$ kW, $P_{mec} = 15$ kW; $k_e = 400$ W/(m·K), $L = 0{,}5$ m, $D = 0{,}05$ m, $W = 0{,}7$ m, $t = 0{,}05$ m,

$k_b = 0,5$ W/(m K), $A_c = 2$ m², $h_c = 10$ W/(m²·K); $h_e = 300$ W/(m²·K) e $T_\infty = 25$°C?

3.106 Seja a pilha de células combustível do Problema 1.58. As membranas com espessura $t = 0,42$ mm têm uma condutividade térmica nominal de $k = 0,79$ W/(m·K), que pode ser aumentada para $k_{ef,x} = 15,1$ W/(m·K), através da adição de 10% em volume de nanotubos de carbono nas camadas de catalisador (veja Problema 3.12). Há na membrana geração de energia volumétrica uniforme a uma taxa $\dot{q} = 10 \times 10^6$ W/m³. Ar, a $T_a = 80$°C, fornece um coeficiente convectivo de $h_a = 35$ W/(m²·K) em um lado da membrana, enquanto hidrogênio, a $T_h = 80$°C e $h_h = 235$ W/(m²·K), escoa no lado oposto da membrana. Os canais de escoamento têm $2L = 3$ mm de largura. A membrana está presa entre placas bipolares, cujas temperaturas são $T_{pb} = 80$°C.

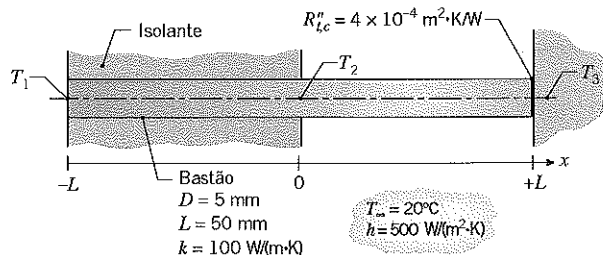
(a) Deduza a equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas $T(x)$ na membrana.

(b) Obtenha uma solução para a equação diferencial, supondo que a membrana está na temperatura da placa bipolar em $x = 0$ e $x = 2L$.

(c) Represente a distribuição de temperaturas $T(x)$ de $x = 0$ até $x = L$ para cargas de nanotubos de carbono de 0% e 10%, em volume. Comente sobre a capacidade dos nanotubos de carbono de manterem a membrana abaixo de sua temperatura de amolecimento de 85°C.

3.107 A instalação de um termopar (TP) em um cabeçote de cilindro de um motor de veículo para a neve é mostrada esquematicamente. Os fios terminais do TP são fixados às superfícies superior e inferior de uma junção para solda de forma cilíndrica. A base da junção é fixada no cabeçote do cilindro operando a 385°C e há uma resistência térmica entre a junção e o cabeçote devido à *constrição* do escoamento do calor do cabeçote para a junção. Essa *resistência de constrição* pode ser expressa como $R_{cons} = 1/(2k_{cab}D_{sol})$. Os fios terminais do TP são muito longos, havendo perda de calor para o ar de inverno a −10°C com um coeficiente convectivo de 100 W/(m² K). Valores dos outros parâmetros geométricos e térmicos são mostrados no esquema.

O objetivo deste problema é desenvolver um modelo térmico que possa ser usado para determinar a diferença de temperaturas $(T_1 - T_2)$ entre as duas extremidades na junção do termopar. Suponha que não haja qualquer perda de calor na superfície lateral da junção de solda.

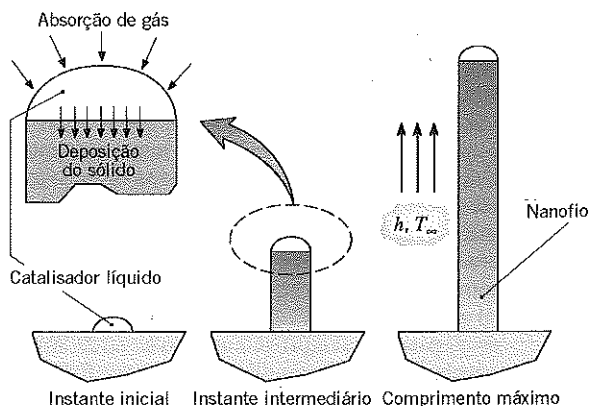
(a) Esboce um circuito térmico da instalação, identificando temperaturas, resistências térmicas e taxas de transferência de calor. Escreva expressões para cada uma das resistências térmicas e calcule os seus valores.

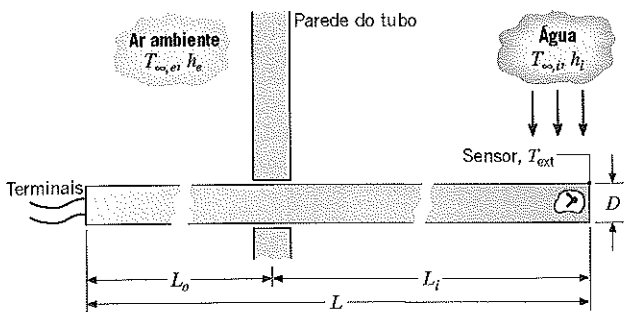
(b) Use o seu circuito térmico para calcular $(T_1 - T_2)$ para as condições especificadas. Comente sobre as suposições feitas ao construir o seu modelo.

3.108 Considere um bastão de diâmetro D, condutividade térmica k e comprimento $2L$ que é perfeitamente isolado em uma parte do seu comprimento, $-L \leq x \leq 0$, e na outra parte, $0 \leq x \leq +L$, troca calor por convecção com um fluido (T_∞, h). Uma extremidade é mantida a T_1, enquanto a outra é separada de um sumidouro de calor a T_3 por uma resistência térmica de contato interfacial $R''_{t,c}$.

(a) Esboce a distribuição de temperaturas em coordenadas $T-x$ e identifique suas principais características. Suponha que $T_1 > T_3 > T_\infty$.

(b) Deduza uma expressão para a temperatura no ponto central T_2 em termos dos parâmetros térmicos e geométricos do sistema.

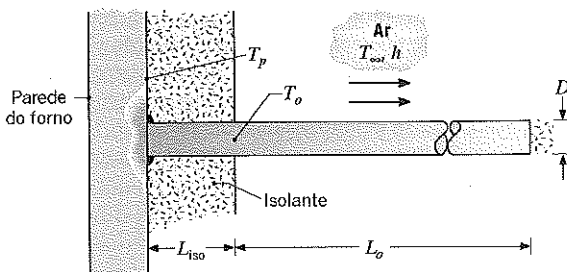
(c) Para $T_1 = 200$°C, $T_3 = 100$°C e as condições fornecidas no esquema, calcule T_2 e represente graficamente a distribuição de temperaturas. Descreva as características principais da distribuição e a compare com o seu esboço feito na parte (a).

3.109 Um método usado para formar nanofios (nanotubos com núcleo sólido) inicia-se com a deposição de uma pequena gota de um catalisador líquido sobre uma superfície plana. A superfície e o catalisador são aquecidos e simultaneamente expostos a um gás, com alta temperatura e baixa pressão, que contém uma mistura de espécies químicas a partir das quais o nanofio será formado. O catalisador líquido *vagarosamente* absorve as espécies do gás através de sua superfície superior e as converte em um material sólido sobre a interface inferior líquido-sólido, resultando na construção do nanofio. O catalisador líquido permanece suspenso na extremidade superior do nanotubo.

Considere o crescimento de um nanofio de carbeto de silício com 15 nm de diâmetro sobre uma superfície de carbeto de silício. A superfície é mantida a uma temperatura de $T_s = 2400$ K e o catalisador líquido específico que é usado deve ser mantido na faixa de $2400 \leq T_c \leq 3000$ K para executar a sua função. Determine o comprimento máximo de um nanofio que pode ser formado em condições caracterizadas por $h = 10^5$ W/(m²·K) e $T_\infty = 8000$ K. Suponha que as propriedades do nanofio sejam as mesmas do carbeto de silício em escala normal.

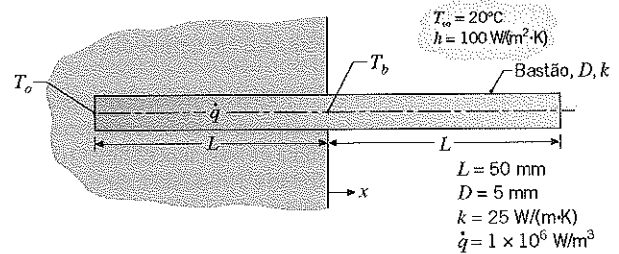
3.110 Um sensor com comprimento total $L = 200$ mm e diâmetro $D = 12{,}5$ mm está inserido através da parede de um duto de tal forma que uma fração do seu comprimento, identificada pelo comprimento de imersão L_i, fica em contato com a corrente de água, cuja temperatura, $T_{\infty,i}$, deve ser determinada. Os coeficientes convectivos na fração imersa e na fração exposta ao ar ambiente são $h_i = 1100$ W/(m²·K) e $h_e = 10$ W/(m²·K), respectivamente. O sensor possui uma condutividade térmica de 177 W/(m·K) e o seu contato térmico com a parede do duto é ruim.

(a) Deduza uma expressão para avaliar o erro da medida, $\Delta T_{err} = T_{ext} - T_{\infty,i}$, que é a diferença entre a temperatura da extremidade do sensor, T_{ext}, e a temperatura da água, $T_{\infty,i}$. *Sugestão*: Defina um sistema de coordenadas com a origem na parede do duto e trate o sensor como duas aletas que se estendem para dentro e para fora do duto, mas que possuem a mesma temperatura na base. Use os resultados para o Caso A na Tabela 3.4.

(b) Com as temperaturas da água e do ambiente a 80 e 20°C, respectivamente, calcule o erro da medida, ΔT_{err}, em função do comprimento de imersão do sensor para as condições $L_i/L = 0{,}225$; 0,425 e 0,625.

(c) Calcule e represente graficamente os efeitos da condutividade térmica do sensor e da velocidade da água (h_i) no erro de medida.

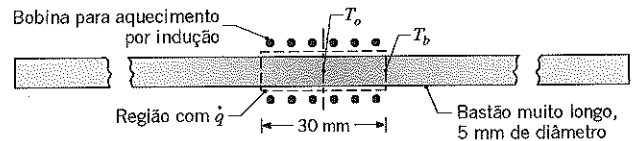
3.111 Um bastão com diâmetro $D = 25$ mm e condutividade térmica $k = 60$ W/(m·K) se estende perpendicularmente da parede externa de um forno que está a $T_p = 200$°C e está coberto parcialmente por um isolante com espessura $L_{iso} = 200$ mm. O bastão está soldado à parede do forno e é utilizado para sustentação de cabos de instrumentação. A fim de evitar danos aos cabos, a temperatura na superfície exposta do bastão, T_e, deve ser mantida abaixo de um limite operacional especificado de $T_{máx} = 100$°C. A temperatura do ar ambiente é de $T_\infty = 25$°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção é igual a $h = 15$ W/(m²·K).

(a) Desenvolva uma expressão para a temperatura da superfície exposta T_e em função dos parâmetros térmicos e geométricos especificados. O bastão possui um comprimento exposto L_e e a sua extremidade é isolada.

(b) Irá um bastão com $L_e = 200$ mm atender ao limite de operação especificado? Se não, quais parâmetros de projeto você mudaria? Considere o uso de outro material, o aumento da espessura do isolante e o aumento do comprimento do bastão. Analise também como você poderia fazer a fixação da base do bastão à parede do forno a fim de reduzir T_e.

3.112 Um bastão de metal de comprimento $2L$, diâmetro D e condutividade térmica k está encravado em uma parede de um isolante perfeito, expondo a metade do seu comprimento a uma corrente de ar que se encontra a temperatura T_∞ e fornece um coeficiente convectivo h na superfície do bastão. Um campo eletromagnético induz uma geração de energia volumétrica a uma taxa uniforme $\dot{q}$ no interior da porção *encravada* do bastão.

(a) Deduza uma expressão para a temperatura T_b na base da metade exposta do bastão, em regime estacionário. A região exposta pode ser aproximada como uma aleta muito longa.

(b) Deduza uma expressão para a temperatura T_0 na extremidade da metade encravada do bastão, em regime estacionário.

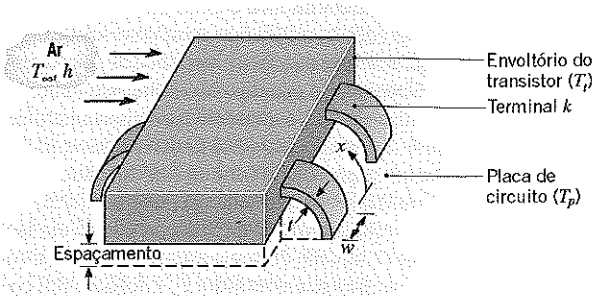
(c) Usando valores numéricos fornecidos no esquema, represente graficamente a distribuição de temperaturas no bastão e descreva características importantes desta distribuição. O bastão se comporta como uma aleta muito longa?

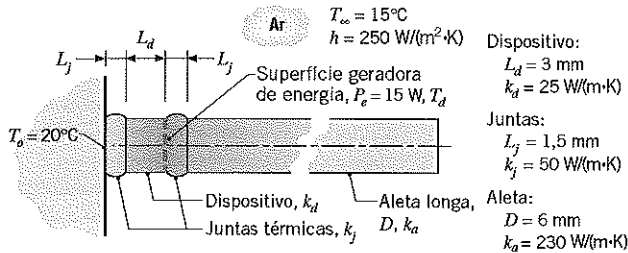
3.113 Um bastão muito longo, com 5 mm de diâmetro e condutividade térmica uniforme $k = 25$ W/(m·K), é submetido a um processo de tratamento térmico. Sua porção central, com 30 mm de comprimento, está envolta por uma bobina de aquecimento por indução, havendo então, nesta porção, uma geração de calor volumétrica e uniforme de $7{,}5 \times 10^6$ W/m³.

Nas porções não-aquecidas do bastão, continuações das duas extremidades da porção aquecida, há convecção com o ar a uma temperatura $T_\infty = 20$°C com $h = 10$ W/(m²·K). Suponha que não haja convecção na superfície do bastão no interior da bobina.

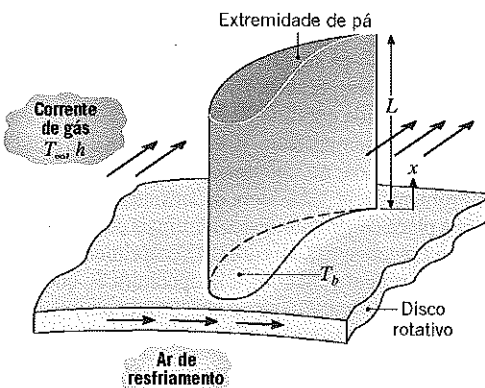
(a) Calcule a temperatura T_0 do bastão no ponto central da porção aquecida coberta pela bobina, no regime estacionário.

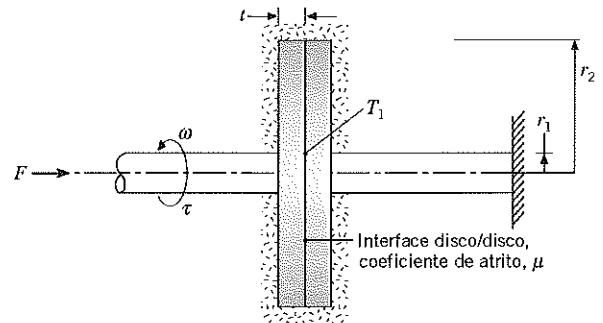
(b) Calcule a temperatura T_b do bastão na extremidade da porção aquecida, no regime estacionário.

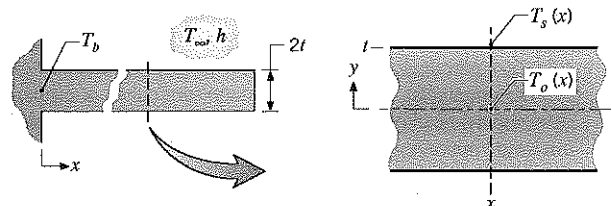
3.114 No Problema 1.71, considere os terminais que conectam o transistor à placa de circuito. Estes terminais possuem condutividade térmica k, espessura t, largura w e comprimento L. Uma extremidade do terminal é mantida à temperatura T_t, que corresponde à temperatura no corpo do transistor, enquanto a outra extremidade encontra-se à temperatura T_p da placa de circuito. Ao longo da operação em regime estacionário, a passagem de corrente elétrica através dos terminais gera um aquecimento volumétrico unifor-

me à taxa $\dot{q}$, enquanto há resfriamento por convecção para o ar que está a T_∞ e que mantém um coeficiente convectivo h.

(a) Deduza uma equação a partir da qual a distribuição de temperaturas no terminal possa ser determinada. Liste todas as hipóteses pertinentes.
(b) Determine a distribuição de temperaturas em um terminal, expressando os seus resultados em termos das variáveis especificadas.

3.115 Um dispositivo eletrônico em forma de disco, com espessura L_d, diâmetro D e condutividade térmica k_d, dissipa potência elétrica a uma taxa constante P_e em uma de suas superfícies. O dispositivo é ligado a uma base resfriada a T_0 usando uma junta térmica de espessura L_j e condutividade térmica k_j. Uma aleta longa de diâmetro D e condutividade térmica k_a é ligada à superfície geradora de calor do dispositivo, usando uma junta térmica idêntica à anterior. A aleta é resfriada por uma corrente de ar, que está a uma temperatura T_∞ e fornece um coeficiente convectivo h.

(a) Construa um circuito térmico do sistema.
(b) Deduza uma expressão para a temperatura T_d da superfície geradora de calor do dispositivo eletrônico em termos das resistências térmicas do circuito, de T_0 e de T_∞. Expresse as resistências térmicas em termos de parâmetros apropriados.
(c) Calcule T_d para as condições especificadas.

3.116 Pás de turbina montadas sobre um disco rotativo em um motor de turbina a gás estão expostas a uma corrente de gás a T_∞ = 1200°C e que mantém um coeficiente de transferência de calor sobre a pá de h = 250 W/(m²·K).

As pás, fabricadas em Inconel, $k \approx 20$ W/(m·K), têm um comprimento de L = 50 mm. O perfil da pá possui uma área de seção transversal uniforme $A_s = 6 \times 10^{-4}$ m² e um perímetro P = 110 mm. Um sistema proposto para o resfriamento das pás, que envolve a passagem de ar através do disco de suporte, é capaz de manter a base de cada pá a uma temperatura de T_b = 300°C.
(a) Sendo a temperatura máxima permissível para a pá de 1050°C e a extremidade da pá podendo ser considerada adiabática, o sistema de resfriamento proposto é satisfatório?
(b) Para o sistema de resfriamento proposto, qual é a taxa na qual o calor é transferido de cada pá para o ar de resfriamento?

3.117 Em um teste para determinar o coeficiente de atrito, μ associado a um freio a disco, um disco e o seu eixo giram a uma velocidade angular constante ω, enquanto um conjunto equivalente disco/eixo permanece parado. Os discos possuem raio externo r_2 = 180 mm, raio do eixo r_1 = 20 mm, espessura t = 12 mm e condutividade térmica k = 15 W/(m·K). Uma força conhecida F é aplicada no sistema e o torque correspondente τ necessário para manter a rotação é medido. A pressão de contato disco/disco pode ser considerada uniforme (ou seja, independente da localização na interface) e os discos supostos termicamente isolados da vizinhança.

(a) Obtenha uma expressão que permita avaliar μ a partir das grandezas conhecidas.
(b) Para a região $r_1 \leq r \leq r_2$, determine a distribuição de temperaturas radial, $T(r)$, no disco. Nesta distribuição, $T(r_1) = T_1$ é considerada conhecida.
(c) Sejam condições de teste nas quais F = 200 N, ω = 40 rad/s, τ = 8 N·m e T_1 = 80°C. Calcule o coeficiente de atrito e a temperatura máxima no disco.

3.118 Considere uma superfície estendida de seção transversal retangular com fluxo de calor na direção longitudinal.

Nesse problema procuramos determinar condições nas quais a diferença de temperaturas transversal (direção y) no interior da superfície estendida é desprezível em comparação com a diferença de temperaturas entre a superfície e o ambiente, de tal forma que a análise unidimensional da Seção 3.6.1 seja válida.
(a) Suponha que a diferença de temperaturas transversal seja parabólica e com a forma

$$\frac{T(y) - T_o(x)}{T_s(x) - T_o(x)} = \left(\frac{y}{t}\right)^2$$

onde $T_s(x)$ é a temperatura da superfície e $T_0(x)$ é a temperatura na linha central em cada ponto x. Usando a lei de Fourier, escreva uma expressão para o fluxo térmico condutivo na superfície, $\dot{q}_y(t)$, em termos de T_s e T_0.

(b) Escreva uma expressão para o fluxo térmico convectivo na superfície na posição x. Igualando as duas expressões para o fluxo térmico condutivo e para o convectivo, identifique o parâmetro que determina a razão $(T_0 - T_s)/(T_s - T_\infty)$.

(c) Com base na análise anterior, desenvolva um critério para estabelecer a validade da hipótese unidimensional usada para modelar uma superfície estendida.

Uma Aleta

3.119 Um longo bastão circular de alumínio tem uma de suas extremidades fixada a uma parede aquecida e transfere calor por convecção para um fluido frio.

(a) Se o diâmetro do bastão fosse triplicado, qual seria a mudança na taxa de remoção de calor através do bastão?

(b) Se um bastão de cobre com o mesmo diâmetro fosse usado em lugar do bastão de alumínio, qual seria a mudança na taxa de remoção de calor através do bastão?

3.120 Um bastão de latão com 100 mm de comprimento e 5 mm de diâmetro se estende horizontalmente a partir de uma solda a 200°C. O bastão encontra-se em um ambiente com $T_\infty = 20°C$ e $h = 30$ W/(m²·K). Quais são as temperaturas no bastão a 25, 50 e 100 mm da solda?

3.121 A intensidade na qual a condição na extremidade afeta o desempenho térmico de uma aleta depende da geometria da aleta e de sua condutividade térmica, assim como do coeficiente convectivo. Considere uma aleta retangular de uma liga de alumínio ($k = 180$ W/(m·K)), com comprimento $L = 10$ mm, espessura $t = 1$ mm e largura $w \gg t$. A temperatura da base da aleta é $T_b = 100°C$ e ela está exposta a uma fluido com temperatura $T_\infty = 25°C$.

(a) Supondo um coeficiente convectivo uniforme $h = 100$ W/(m²·K) sobre toda a superfície da aleta, determine a taxa de transferência de calor na aleta por unidade de largura q'_a, a eficiência η_a, a efetividade ε_a, a resistência térmica por unidade de largura $R'_{t,a}$ e a temperatura da extremidade $T(L)$ para os Casos A e B da Tabela 3.4. Contraste os seus resultados com aqueles para a aproximação de *aleta infinita*.

(b) Explore o efeito de variações no coeficiente convectivo na taxa de transferência de calor para $10 < h < 1000$ W/(m²·K). Também considere o efeito de tais variações para uma aleta de aço inoxidável ($k = 15$ W/(m·K)).

3.122 A intensidade na qual a condição na extremidade afeta o desempenho térmico de uma aleta depende da geometria da aleta e de sua condutividade térmica, assim como do coeficiente convectivo. Considere uma aleta retangular de uma liga de alumínio ($k = 180$ W/(m·K)), cuja temperatura da base da aleta é $T_b = 100°C$. A aleta está exposta a um fluido com temperatura $T_\infty = 25°C$ e um coeficiente convectivo uniforme $h = 100$ W/(m²·K) pode ser admitido na superfície da aleta.

(a) Para um comprimento da aleta de $L = 10$ mm, espessura $t = 1$ mm e largura $w \gg t$, determine a taxa de transferência de calor na aleta por unidade de largura q'_a, a eficiência η_a, a efetividade ε_a, a resistência térmica por unidade de largura $R'_{t,a}$ e a temperatura da extremidade $T(L)$ para os Casos A e B da Tabela 3.4. Compare os seus resultados com aqueles para a aproximação de *aleta infinita*.

(b) Explore o efeito de variações em L na taxa de transferência de calor para $3 < L < 50$ mm. Também considere o efeito de tais variações para uma aleta de aço inoxidável ($k = 15$ W/(m·K)).

3.123 Uma aleta plana fabricada com a liga de alumínio 2024 ($k = 185$ W/(m·K)) tem uma espessura na base de $t = 3$ mm e um comprimento de 15 mm. Sua temperatura na base é de $T_b = 100°C$ e ela está exposta a um fluido para o qual $T_\infty = 20°C$ e $h = 50$ W/(m²·K). Para as condições anteriores e uma aleta de largura unitária, compare a taxa de transferência de calor na aleta, a eficiência e o volume para os perfis retangular, triangular e parabólico.

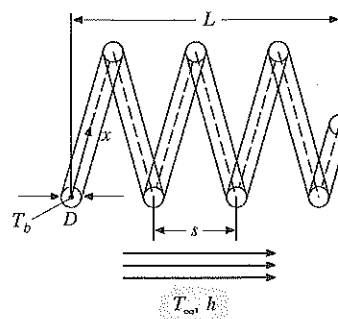
3.124 Dois longos bastões de cobre, com diâmetro $D = 10$ mm, serão soldados pelas extremidades com uma solda com ponto de fusão de 650°C. Os bastões encontram-se em um ambiente a 25°C com um coeficiente de transferência de calor igual a 10 W/(m²·K). Qual é a menor alimentação de potência necessária para efetuar a soldagem?

3.125 Bastões circulares de cobre, com diâmetro $D = 1$ mm e comprimento $L = 25$ mm, são usados para aumentar a transferência de calor em uma superfície mantida a $T_{s,1} = 100°C$. Uma extremidade do bastão é presa a essa superfície (em $x = 0$), enquanto a outra extremidade ($x = 25$ mm) é conectada a uma segunda superfície, mantida a $T_{s,2} = 0°C$. Ar, escoando entre as superfícies (e sobre os bastões), também se encontra a uma temperatura $T_\infty = 0°C$, mantendo um coeficiente convectivo $h = 100$ W/(m²·K).

(a) Qual é a taxa de transferência de calor por convecção entre um único bastão de cobre e o ar?

(b) Qual é a taxa total de transferência de calor dissipada de uma seção da superfície a 100°C com dimensões de 1 m por 1 m, se for instalado um feixe de bastões com distância entre os centros de 4 mm?

3.126 Durante os estágios iniciais do crescimento do nanotubo do Problema 3.109, uma pequena perturbação na gota do catalisador líquido pode causar um deslocamento fazendo com que ela fique suspensa na extremidade do nanofio fora da posição central. A deposição não-uniforme resultante do sólido na interface sólido-líquido pode ser manipulada para gerar formas específicas como uma *nanomola*, que é caracterizada por um raio da mola, r, um passo da mola, s, um comprimento total, L_t (comprimento ao longo da mola), e um comprimento entre as extremidades, L, como mostrado no esboço. Seja uma nanomola de carbeto de silício de diâmetro $D = 15$ nm, $r = 30$ nm, $s = 25$ nm e $L_t = 425$ nm. A partir de experimentos, sabe-se que o passo médio da mola $\bar{s}$ varia com a temperatura média $\bar{T}$ de acordo com a relação $d\bar{s}/\bar{T} = 0{,}1$ nm/K. Usando esta informação, um estudante sugere que um *nanoatuador* pode ser construído conectando-se uma extremidade da nanomola a um pequeno aquecedor e elevando-se a temperatura dessa extremidade acima do seu valor inicial. Calcule a distância de atuação (alcance), ΔL, para condições nas quais $h = 10^6$ W/(m²·K), $T_\infty = T_i = 25°C$, com uma temperatura na base de $T_b = 50°C$. Se a temperatura na base puder ser controlada na faixa de 1°C, calcule a precisão na qual a distância de atuação poderá ser controlada. *Sugestão*: Suponha que o raio da mola não mude quando ela é aquecida. O comprimento total da mola pode ser aproximado pela fórmula,

$$L = \frac{\bar{s}}{2\pi} \frac{L_t}{\sqrt{r^2 + (\bar{s}/2\pi)^2}}$$

3.127 Sejam dois bastões longos e delgados de mesmo diâmetro, porém feitos de materiais diferentes. Uma extremidade de cada

bastão está fixada a uma superfície (base) mantida a 100°C, enquanto as suas superfícies estão expostas ao ar ambiente a 20°C. Ao mover ao longo do comprimento de cada bastão um termopar, foram observadas temperaturas iguais nas posições $x_A = 0{,}15$ m e $x_B = 0{,}075$ m, onde x é medido a partir da base. Se a condutividade térmica do bastão A é conhecida e igual a $k_A = 70$ W/(m·K), determine o valor de k_B para o bastão B.

3.128 Uma aleta piniforme, com comprimento de 40 mm e diâmetro de 2 mm, é fabricada com uma liga de alumínio ($k = 140$ W/(m·K)).

(a) Determine a taxa de transferência de calor na aleta para $T_b = 50°C$, $T_\infty = 25°C$, $h = 1000$ W/(m²·K) e condição de extremidade adiabática.

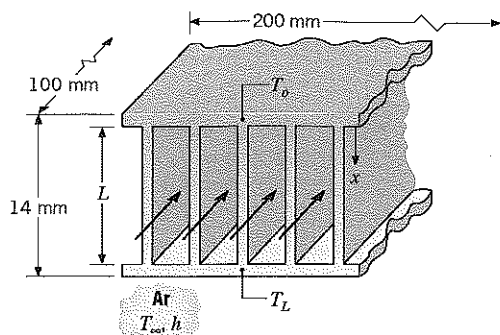
(b) Um engenheiro sugere que com a manutenção da extremidade da aleta em uma temperatura baixa a taxa de transferência de calor na aleta pode ser aumentada. Para $T(x = L) = 0°C$, determine a nova taxa de transferência de calor na aleta. As outras condições são iguais as da parte (a).

(c) Represente graficamente as distribuições de temperaturas, $T(x)$, na faixa $0 \leq x \leq L$, para o caso de extremidade adiabática e para o caso da temperatura na extremidade especificada. Mostre também, na sua representação, a temperatura ambiente. Discuta características relevantes das distribuições de temperaturas.

(d) Represente graficamente a taxa de transferência de calor na aleta para a faixa $0 \leq h \leq 1000$ W/(m²·K), para o caso de extremidade adiabática e para o caso da temperatura na extremidade especificada. Para o caso da temperatura na extremidade especificada, qual seria a taxa de transferência de calor na aleta calculada se a Equação 3.73 fosse usada para determinar q_a no lugar da Equação 3.71?

3.129 Um arranjo experimental para medir a condutividade térmica de materiais sólidos envolve o uso de dois bastões longos, equivalentes em todos os aspectos, exceto que um é fabricado com um material padrão com condutividade térmica conhecida k_A, enquanto o outro é fabricado com o material cuja condutividade térmica k_B se deseja determinar. Uma das extremidades dos dois bastões é fixada a uma mesma fonte de calor com uma temperatura fixa T_b. Os bastões são expostos a um fluido à temperatura T_∞ e estão instrumentados com termopares para medir a temperatura a uma distância fixa x_1 da fonte de calor. Se o material padrão for o alumínio, com $k_A = 200$ W/(m²·K) e as medições revelarem valores de $T_A = 75°C$ e $T_B = 60°C$ em x_1, para $T_b = 100°C$ e $T_\infty = 25°C$, qual é a condutividade térmica k_B do material em teste?

Sistemas e Séries de Aletas

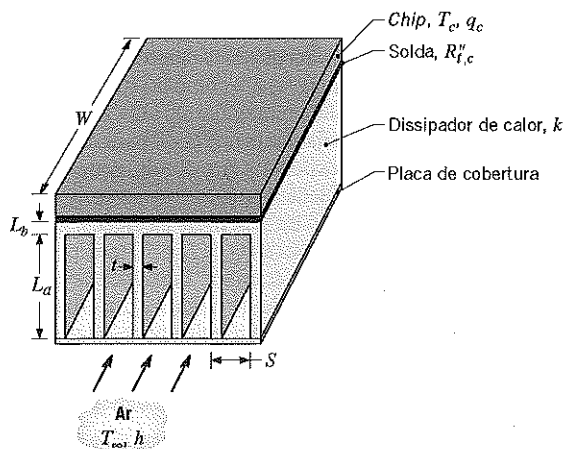
3.130 Passagens aletadas são freqüentemente formadas entre placas paralelas para melhorar a transferência de calor por convecção no núcleo de trocadores de calor compactos. Uma importante aplicação é no resfriamento de equipamentos eletrônicos, onde uma ou mais estantes de aletas, resfriadas a ar, são colocadas entre componentes eletrônicos que dissipam calor. Seja uma única estante de aletas retangulares, com comprimento L e espessura t, com condições de transferência de calor por convecção correspondente a h e T_∞.

(a) Obtenha expressões para as taxas de transferência de calor nas aletas, $q_{a,0}$ e $q_{a,L}$, em termos das temperaturas nas extremidades, T_0 e T_L.

(b) Em uma aplicação específica, uma estante de aletas, com 200 mm de largura e 100 mm de profundidade, contém 50 aletas de comprimento $L = 12$ mm. A estante completa é feita em alumínio e todas as placas possuem espessura de 1,0 mm. Se limitações de temperatura associadas aos componentes elétricos fixados às placas opostas ditam que as temperaturas máximas permitidas nestas placas são de $T_0 = 400$ K e $T_L = 350$ K, quais são as dissipações máximas de potência correspondentes se $h = 150$ W/(m²·K) e $T_\infty = 300$ K?

3.131 O conjunto de aletas do Problema 3.130 é comumente encontrado em *trocadores de calor compactos*, cuja função é fornecer uma grande área superficial por unidade de volume na transferência de calor entre um fluido e o outro. Considere condições nas quais o segundo fluido mantém temperaturas equivalentes nas placas paralelas, $T_0 = T_L$, e assim estabelecendo condições simétricas em relação ao plano central do conjunto. O trocador de calor tem 1 m de comprimento na direção do escoamento do ar (primeiro fluido) e 1 m de largura na direção normal ao escoamento do ar e às superfícies das aletas. O comprimento das passagens aletadas entre os planos paralelos adjacentes é de $L = 8$ mm, enquanto a condutividade térmica das aletas e o coeficiente de transferência de calor são $k = 200$ W/(m·K) (alumínio) e $h = 150$ W/(m²·K), respectivamente.

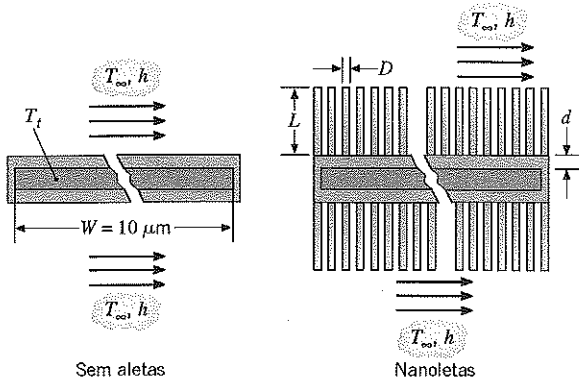
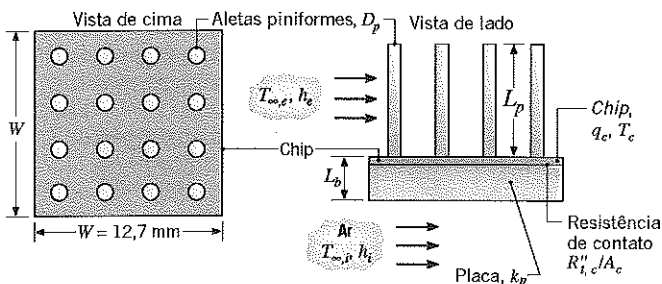
(a) Se a espessura das aletas e o passo entre elas são $t = 1$ mm e $S = 4$ mm, respectivamente, qual é o valor da resistência térmica $R_{t,0}$ da seção que representa a metade do conjunto?

(b) Sujeito às restrições de que a espessura das aletas e o passo entre elas não devam ser inferiores a 0,5 e 3 mm, respectivamente, avalie os efeitos de mudanças nos valores de t e S.

3.132 Um *chip* de silício isotérmico, com um lado de comprimento $W = 20$ mm, encontra-se soldado a um dissipador de calor de alumínio ($k = 180$ W/(m·K)) com comprimento equivalente. O dissipador tem uma base com espessura $L_b = 3$ mm e uma série de aletas retangulares, cada uma com comprimento $L_a = 15$ mm. Um escoamento de ar com $T_\infty = 20°C$ é mantido através dos canais formados pelas aletas e uma placa de cobertura, e para um coeficiente convectivo de $h = 100$ W/(m²·K) é necessário um espaçamento mínimo entre as aletas de 1,8 mm em função de limitações na queda de pressão no escoamento. A junta soldada tem resistência térmica de $R'_{t,c} = 2 \times 10^{-6}$ m²·K/W.

(a) Considere uma série que tem $N = 11$ aletas, cujas limitações levam a valores da espessura da aleta de $t = 0{,}182$ mm e do passo de $S = 1{,}982$ mm, obtidos das imposições de que $W = (N - 1)S + t$ e $S - t = 1{,}8$ mm. Se a máxima temperatura permitida do *chip* for $T_c = 85°C$, qual é o valor corres-

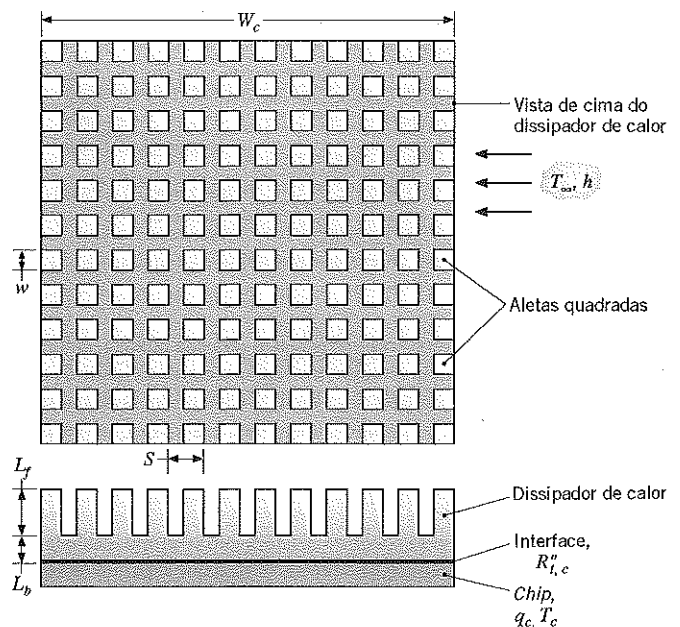
pondente da potência do *chip* q_c? Uma condição de aleta com extremidade adiabática pode ser admitida e pode-se considerar que o escoamento do ar ao longo das superfícies externas do dissipador fornece um coeficiente convectivo equivalente ao associado ao escoamento do ar através dos canais.

(b) Com $(S - t)$ e h fixos em 1,8 mm e 100 W/(m²·K), respectivamente, explore o efeito de aumentar a espessura das aletas com a redução do número de aletas. Com $N = 11$ e $S - t$ fixo em 1,8 mm, porém com a relaxação da limitação sobre a queda de pressão, explore o efeito de aumentar o escoamento do ar e assim o coeficiente convectivo.

3.133 Como visto no Problema 3.109, nanofios de carbeto de silício, de diâmetro $D = 15$ nm, podem ser formados sobre uma superfície sólida de carbeto de silício através da colocação cuidadosa de gotas de uma catalisador líquido sobre o substrato plano de carbeto de silício. Nanofios de carbeto de silício crescem a partir das gotas depositadas e, se as gotas forem depositadas seguindo um padrão, um conjunto de aletas de nanofios pode ser gerado, formando um *nanodissipador de calor* de carbeto de silício. Sejam pacotes eletrônicos com aletas e sem aletas nos quais um dispositivo eletrônico extremamente pequeno, 10 μm × 10 μm, encontra-se posicionado entre duas folhas de carbeto de silício com espessura, cada uma, de $d = 100$ nm. Em ambos os casos, o refrigerante é um líquido dielétrico a 20°C. Um coeficiente de transferência de calor de $h = 1 \times 10^5$ W/(m²·K) pode ser considerado no topo e no fundo do pacote sem aletas e em todas as superfícies das aletas de carbeto de silício expostas. Cada aleta tem um comprimento de $L = 300$ nm. Cada nanodissipador de calor tem um conjunto de 200 × 200 nanoaletas. Determine a máxima taxa de calor que pode ser gerada pelo dispositivo eletrônico de tal forma que sua temperatura seja mantida a $T_t < 85$°C nos pacotes sem aletas e com aletas.

3.134 Na medida em que mais e mais componentes são colocados em um único circuito integrado (*chip*), a quantidade de calor dissipada também aumenta. Entretanto, esse aumento está limitado pela máxima temperatura de operação permissível para o *chip*, que é de aproximadamente 75°C. Para maximizar a dissipação de calor, propõe-se que uma matriz 4 × 4 de pinos de cobre seja fixada metalurgicamente à superfície externa de um *chip* quadrado com 12,7 mm de aresta.

(a) Esboce o circuito térmico equivalente para o conjunto aleta-*chip*-placa, supondo condições unidimensionais e em regime estacionário. Despreze a resistência de contato entre os pinos e o *chip*. Utilizando símbolos, identifique as resistências, as temperaturas e as taxas de transferência de calor pertinentes.

(b) Para as condições especificadas no Problema 3.27, qual é a taxa máxima na qual o calor pode ser dissipado no *chip*, estando os pinos presentes? Isto é, qual é o valor de q_c para $T_c = 75$°C? O diâmetro e o comprimento dos pinos são $D_p = 1,5$ mm e $L_p = 15$ mm, respectivamente.

3.135 No Problema 3.134, o valor especificado para $h_e = 1000$ W/(m²·K) é alto e característico do resfriamento com líquidos. Na prática, seria preferível o uso de resfriamento com ar, para o qual um limite superior razoável para o coeficiente convectivo seria $h_e = 250$ W/(m²·K). Avalie o efeito de mudanças na geometria dos pinos na taxa de transferência de calor no *chip* se as demais condições do Problema 3.134, incluindo a temperatura máxima permissível para o *chip* de 75°C, permanecem válidas. Variações paramétricas que podem ser analisadas incluem o número total de pinos, N, na matriz quadrada; o diâmetro do pino D_p e o seu comprimento L_p. No entanto, o produto $N^{1/2}D_p$ não deve exceder 9 mm a fim de garantir um escoamento adequado do ar através da matriz de aletas. Recomende um projeto que melhore o resfriamento do *chip*.

3.136 Como um meio para aumentar a transferência de calor em circuitos integrados (*chip*) lógicos de alto desempenho, é comum a fixação de um *dissipador de calor* à superfície do *chip*, com o objetivo de aumentar a área superficial disponível para transferência de calor por convecção. Devido à facilidade de fabricação (efetuando cortes ortogonais em um bloco de material), uma opção atraente é a utilização de um dissipador de calor composto por aletas quadradas com lado w. O espaçamento entre aletas adjacentes é determinado pela largura da lâmina da serra. A soma deste espaçamento com a largura da aleta define o passo da aleta S. O método utilizado para fixar o dissipador de calor ao *chip* determina a resistência de contato interfacial, $R'_{t,c}$.

Seja um *chip* quadrado com largura $W_c = 16$ mm e condições nas quais o resfriamento é feito por um líquido dielétrico com $T_\infty = 25$°C e $h = 1500$ W/(m² K). O dissipador de calor é fabri-

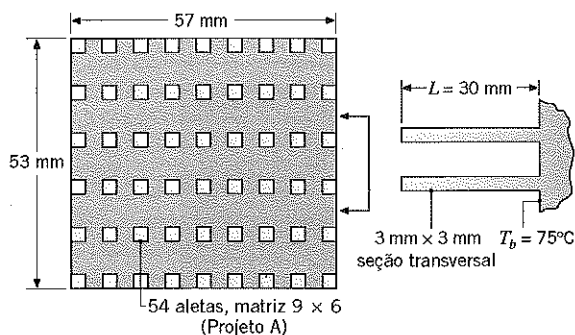
cado em cobre (k = 400 W/(m K)) e suas dimensões características são w = 0,25 mm; S = 0,50 mm; L_a = 6 mm e L_b = 3 mm. Os valores especificados para w e S representam mínimos impostos por limitações de fabricação, bem como pela necessidade de manutenção de escoamento adequado nas passagens entre as aletas.

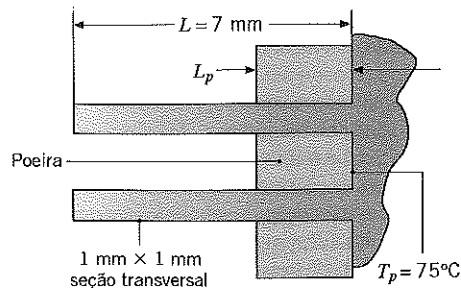
(a) Se uma junta metalúrgica fornece uma resistência de contato de $R'_{t,c} = 5 \times 10^{-6}$ m²·K/W e a temperatura máxima permissível do chip é de 85°C, qual é a potência máxima q_c que o *chip* pode dissipar? Suponha que todo o calor seja transferido através do dissipador de calor.

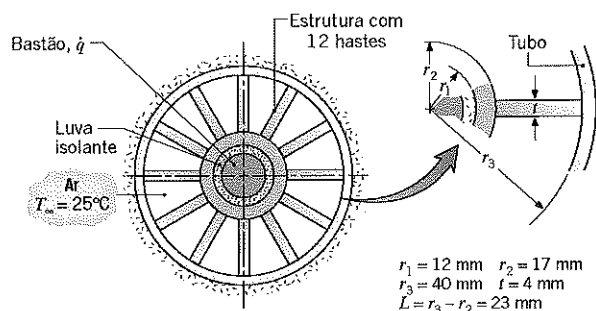
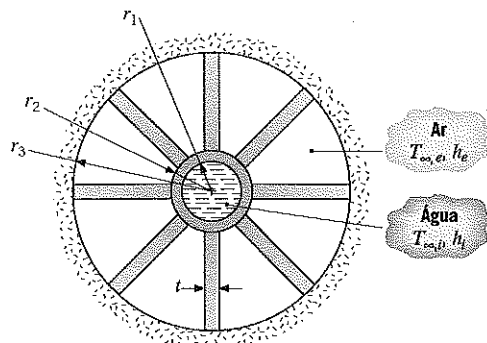
(b) Pode ser possível aumentar a dissipação de calor pelo aumento de w, sujeito à limitação de que $(S - w) \geq 0{,}25$ mm, e/ou pelo aumento de L_a (sujeito à limitação de fabricação de que $L_a \leq 10$ mm). Avalie o efeito de tais mudanças.

3.137 Devido ao grande número de componentes nos *chips* dos PCs atuais, dissipadores de calor aletados são usados com freqüência para manter o *chip* a uma temperatura de operação aceitável. Dois projetos de dissipadores aletados devem ser avaliados, ambos com a área da base (sem aletas) de dimensões 53 mm × 57 mm. As aletas possuem seção reta quadrada e são fabricadas em uma liga de alumínio extrudada com uma condutividade térmica de 175 W/(m·K). Ar de resfriamento pode ser suprido a 25°C e a temperatura máxima permissível do *chip* é 75°C. Outras características do projeto e condições operacionais são apresentadas na tabela a seguir.

Dimensões da Aleta

Projeto	Seção Transversal $w \times w$ (mm)	Comprimento L (mm)	Numero de Aletas no Conjunto	Coeficiente Convectivo (W/(m²·K))
A	3 × 3	30	6 × 9	125
B	1 × 1	7	14 × 17	375

Determine o melhor arranjo de aletas. Na sua análise, calcule a taxa de transferência de calor, a eficiência e a efetividade de uma única aleta, bem como a taxa total de transferência de calor e a eficiência global do conjunto de aletas. Uma vez que o espaço disponível no interior de um computador é importante, compare a taxa total de transferência de calor por unidade de volume para os dois projetos.

3.138 Seja o projeto B do Problema 3.137. Com o tempo, pode haver a deposição de poeira nas pequenas fendas que separam as aletas. Considere a formação de uma camada de poeira de espessura L_p, como mostrado no desenho. Calcule e represente graficamente a taxa de transferência de calor total para o projeto B para camadas de poeira na faixa de $0 \leq L_p \leq 5$ mm. A condutividade térmica da poeira pode ser tomada como k_p = 0,032 W/(m·K). Inclua os efeitos da convecção próximo as extremidades.

3.139 Em um bastão longo, com 20 mm de diâmetro e condutividade térmica de 1,5 W/(m·K), há geração volumétrica de energia térmica uniforme de 10⁶ W/m³. O bastão é coberto com uma luva de isolante elétrico que possui 2 mm de espessura e condutividade térmica de 0,5 W/(m·K). Uma estrutura com 12 hastes retangulares, com as dimensões indicadas na figura, e condutividade térmica de 175 W/(m·K), é usada para sustentar o bastão e mantê-lo no centro de um tubo com 80 mm de diâmetro. Ar a T_∞ = 25°C escoa sobre as superfícies das hastes com um coeficiente de transferência de calor igual a 20 W/(m²·K). A superfície externa do tubo é isolada termicamente.

Desejamos aumentar o aquecimento volumétrico no interior do bastão, mas sem permitir que a temperatura no seu eixo central seja superior a 100°C. Determine o impacto das seguintes mudanças, que podem ser efetuadas independentemente ou em conjunto: (i) aumento da velocidade do ar e assim do coeficiente convectivo; (ii) mudança no número e/ou na espessura das hastes; e (iii) uso de uma luva não-condutora elétrica com maior condutividade térmica (por exemplo, carbono amorfo ou quartzo). Recomende uma configuração realística que forneça um aumento significativo em $\dot{q}$.

3.140 Um aquecedor de ar é constituído por um tubo de aço (k = 20 W/(m·K)), com raios interno e externo r_1 = 13 mm e r_2 = 16 mm, respectivamente, e oito aletas longitudinais usinadas no tubo, cada uma com espessura t = 3 mm. As aletas se estendem até um tubo concêntrico, que possui raio r_3 = 40 mm e está isolado na sua superfície externa. Água, a uma temperatura $T_{\infty,i}$ = 90°C, escoa através do tubo interno, enquanto ar, a $T_{\infty,e}$ = 25°C, escoa através da região anular.

(a) Esboce o circuito térmico equivalente do aquecedor e relacione cada resistência térmica aos parâmetros apropriados do sistema.
(b) Se $h_i = 5000$ W/(m²·K) e $h_e = 200$ W/(m²·K), qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento?
(c) Avalie o efeito na taxa de transferência de calor causado pelo aumento no número de aletas N e/ou na espessura das aletas t, sujeitos à restrição $Nt < 50$ mm.

3.141 Determine o aumento percentual na transferência de calor associado à fixação de aletas de alumínio de perfil retangular a uma parede plana. As aletas têm 50 mm de comprimento; 0,5 mm de espessura e são igualmente espaçadas a uma distância de 4 mm (250 aletas/m). O coeficiente convectivo associado à parede sem aletas é de 40 W/(m²·K), enquanto o resultante após a colocação das aletas é de 30 W/(m²·K).

3.142 Calor é uniformemente gerado a uma taxa de 2×10^5 w/m³ em uma parede de condutividade térmica 25 W/(m·K) e espessura de 60 mm. A parede está exposta à convecção nos dois lados, com diferentes coeficientes de transferência de calor e temperaturas, como mostrado. Há aletas planas retangulares no lado direito da parede, com as dimensões mostradas e condutividade térmica de 250 W/(m·K). Qual é a temperatura máxima que poderá ocorrer na parede?

3.143 Aletas de alumínio com perfil triangular são fixadas a uma parede plana cuja temperatura na superfície é de 250°C. A espessura da base das aletas é de 2 mm e o seu comprimento é de 6 mm. O sistema encontra-se em um ambiente a uma temperatura de 20°C, com um coeficiente de transferência de calor na superfície de 40 W/(m²·K).
(a) Quais são a eficiência e a efetividade das aletas?
(b) Qual é o calor dissipado por unidade de largura em uma única aleta?

3.144 Uma aleta anular de alumínio com perfil retangular está fixada a um tubo circular que possui um diâmetro externo de 25 mm e uma temperatura superficial de 250°C. A aleta possui 1 mm de espessura e 10 mm de comprimento, e a temperatura e o coeficiente de transferência de calor associados ao fluido adjacente são 25°C e 25 W/(m²·K), respectivamente.
(a) Qual é a perda de calor por aleta?
(b) Se 200 dessas aletas são posicionadas espaçadas em 5 mm ao longo do tubo, qual é a perda de calor por metro de comprimento do tubo?

3.145 Aletas anulares de alumínio com perfil retangular estão fixadas a um tubo circular que possui diâmetro externo de 50 mm e uma temperatura na superfície externa igual a 200°C. As aletas possuem 4 mm de espessura e 15 mm de comprimento. O sistema se encontra no ar ambiente a 20°C, com um coeficiente convectivo na superfície de 40 W/(m²·K).
(a) Quais são a eficiência e a efetividade das aletas?
(b) Se existirem 125 dessas aletas por metro de comprimento do tubo, qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo?

3.146 É proposto resfriar com ar os cilindros de uma câmara de combustão através da fixação de um revestimento de alumínio com aletas anulares (k = 240 W/(m K)) à parede do cilindro (k = 50 W/(m·K)).

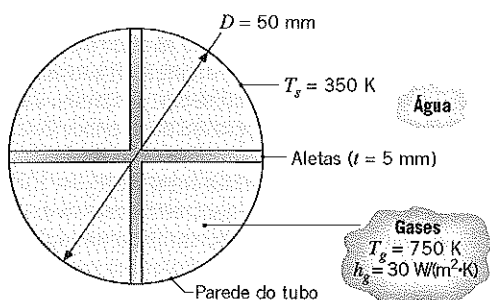
O ar está a 320 K e o coeficiente de transferência de calor correspondente será de 100 W/(m²·K). Embora o aquecimento na superfície interna seja periódico, é razoável supor condições de regime estacionário com um fluxo térmico médio no tempo de $q_i'' = 10^5$ W/m². Considerando desprezível a resistência de contato entre a parede e o revestimento, determine a temperatura interna da parede T_i, a temperatura na interface T_1 e a temperatura na base das aletas T_b. Determine essas temperaturas se a resistência de contato na interface fosse de $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m² K/W.

3.147 Seja o cilindro de combustão com resfriamento a ar do Problema 3.146, porém ao invés de impor um fluxo térmico uniforme na superfície interna, considere condições nas quais a temperatura média temporal dos gases de combustão seja de T_g = 1100 K com o coeficiente convectivo correspondente igual a h_g = 150 W/(m²·K). Todas as demais condições, incluindo a resistência de contato entre o cilindro e o revestimento, permanecem as mesmas. Determine a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do cilindro (W/m), bem como a temperatura da parede interna do cilindro T_i, as temperaturas na interface $T_{1,i}$ e $T_{1,e}$, e a temperatura da base das aletas T_b. Sujeito à restrição de que o espaçamento entre aletas é fixo em δ = 2 mm, avalie o efeito do aumento na espessura das aletas à custa de uma redução no seu número.

3.148 A transferência de calor em um transistor pode ser aumentada com a sua inserção em uma luva de alumínio (k = 200 W/(m·K)) que possui 12 aletas longitudinais usinadas sobre a sua superfície externa. O raio e a altura do transistor são r_1 = 2,5 mm e H = 4 mm, respectivamente, enquanto as aletas possuem comprimento $L = r_3 - r_2$ = 8 mm e espessura uniforme t = 0,8 mm. A espessura da luva é de $r_2 - r_1$ = 1 mm e a resistência de contato na interface luva-transistor é igual a $R''_{t,c} = 0{,}6 \times 10^{-3}$ m²·K/W. Ar, a T_∞ = 20°C, escoa sobre a superfície das aletas, fornecendo um coeficiente de transferência de calor por convecção, aproximadamente uniforme, de h = 30 W/(m²·K).

(a) Quando a superfície externa do transistor está a 80°C, qual é a taxa de transferência de calor através da luva?

(b) Identifique todas as medidas que poderiam ser tomadas para melhorar o projeto e/ou as condições operacionais, tais como se a dissipação de calor pode ser aumentada mantendo-se a temperatura externa do transistor em 80°C. Com palavras, avalie o mérito relativo de cada medida. Escolha, na sua opinião, as três medidas mais promissoras e numericamente avalie o efeito no desempenho térmico das mudanças correspondentes no projeto e/ou nas condições operacionais.

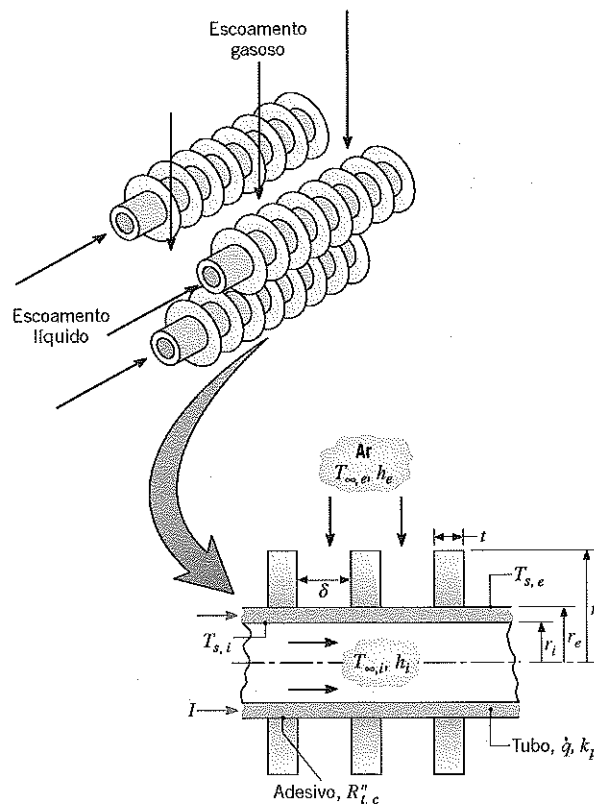
3.149 Água é aquecida em um tanque com tubos submersos de cobre, com paredes delgadas e diâmetro de 50 mm, nos quais escoam gases de combustão (T_g = 750 K). Para melhorar a transferência de calor para a água, quatro aletas planas de seção transversal uniforme, em forma de cruz, são inseridas no interior de cada tubo. As aletas têm 5 mm de espessura e também são construídas em cobre (k = 400 W/(m·K)).

Sendo a temperatura na superfície do tubo igual a T_s = 350 K e o coeficiente de transferência de calor por convecção no lado do gás h_g = 30 W/(m²·K), qual é a taxa de transferência de calor para a água por metro de comprimento do tubo?

3.150 Sejam as condições do Problema 3.149, porém agora com uma espessura da parede do tubo de 5 mm (diâmetros interno e externo de 50 e 60 mm, respectivamente), uma resistência térmica de contato entre as aletas e o tubo de 10^{-4} m²·K/W e o fato de que é a temperatura da água T_a = 350 K e não a temperatura na superfície do tubo que é conhecida. O coeficiente de transferência de calor por convecção no lado da água é h_a = 2000 W/(m²·K). Determine a taxa de transferência de calor para a água por unidade de comprimento do tubo (W/m). Qual seria o efeito, em separado, de cada uma das seguintes mudanças de projeto sobre a taxa de transferência de calor: (i) eliminação da resistência de contato; (ii) aumento do número de aletas de quatro para oito; (iii) mudança do material da parede do tubo e das aletas de cobre para aço inoxidável AISI 304 (k = 20 W/(m·K))?

3.151 Um esquema para aquecer simultaneamente correntes separadas de água e de ar envolve a sua passagem através e sobre um conjunto de tubos, respectivamente, enquanto as paredes dos tubos são aquecidas eletricamente. Para aumentar a transferência de calor no lado do gás, aletas anulares de perfil retangular são fixadas à superfície externa dos tubos. A fixação é facilitada pelo uso de um adesivo dielétrico que isola eletricamente as aletas da parede do tubo, por onde passa a corrente elétrica.

(a) Supondo geração volumétrica de calor uniforme no interior da parede do tubo, obtenha expressões para as taxas de transferência de calor, por unidade de comprimento do tubo (W/m), nas suas superfícies interna (r_i) e externa (r_e). Expresse os seus resultados em termos das temperaturas nas superfícies interna e externa do tubo, $T_{s,i}$ e $T_{s,e}$, e de outros parâmetros pertinentes.

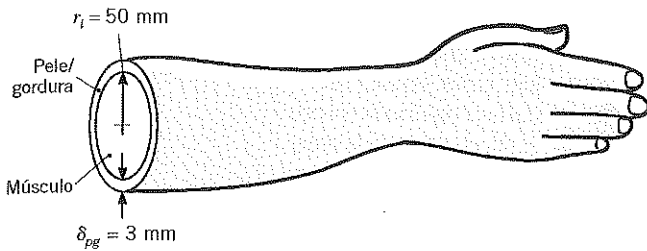
(b) Obtenha expressões que possam ser usadas para determinar $T_{s,i}$ e $T_{s,e}$ em termos dos parâmetros associados às condições nos lados da água e do ar.

(c) Considere condições nas quais a água e o ar estão a $T_{\infty,i} = T_{\infty,e}$ = 300 K, com coeficientes de transferência de calor correspondentes de h_i = 2000 W/(m²·K) e h_e = 100 W/(m²·K). O calor é uniformemente dissipado no tubo de aço inoxidável (k_p = 15 W/(m·K)), com raios interno e externo r_i = 25 mm e r_e = 30 mm, e aletas de alumínio ($t = \delta$ = 2 mm, r_t = 55 mm) fixadas na sua superfície externa com $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m²·K/W. Determine as taxas de transferência de calor e as temperaturas nas superfícies interna e externa do tubo em função da taxa volumétrica de aquecimento $\dot{q}$. O limite superior para $\dot{q}$ será determinado pelas restrições de que $T_{s,i}$ não pode exceder o ponto de ebulição da água (100°C) e $T_{s,e}$ não deve exceder a temperatura de decomposição do adesivo (250°C).

Equação do Biocalor

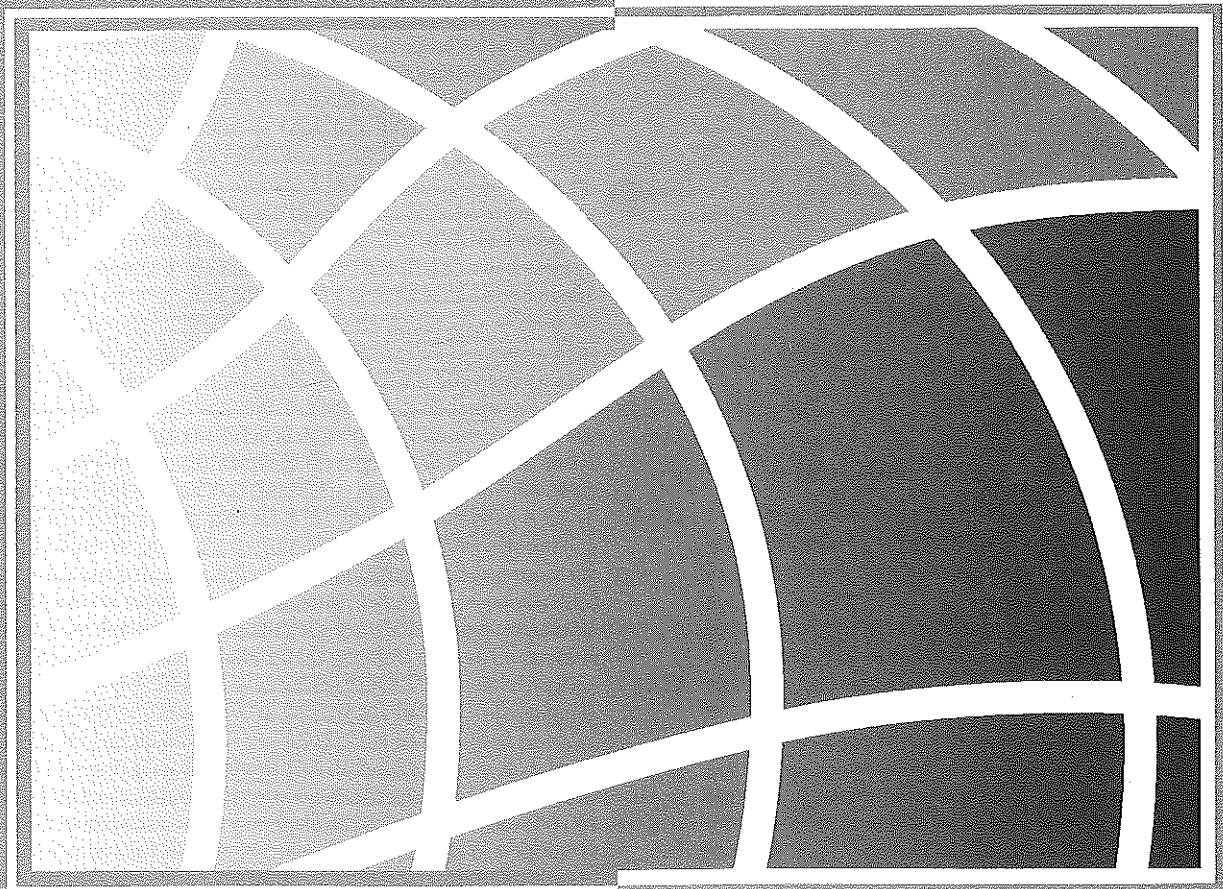
3.152 Considere as condições do Exemplo 3.12, exceto que agora a pessoa está fazendo exercício (ar como ambiente), o que multiplica por oito a taxa de geração de calor metabólica, passando então para 5600 W/m³. Para que a pessoa mantenha a mesma temperatura da pele do exemplo, qual deveria ser a sua taxa de transpiração (em litros/s)?

3.153 Considere as condições do Exemplo 3.12 com o ar como ambiente, exceto agora o fato de o ar e a vizinhança estarem a 15°C. Seres humanos respondem ao frio tremendo, o que aumenta a taxa de geração de calor metabólica. Qual deveria ser a taxa de geração de calor metabólica (por unidade de volume) para manter uma temperatura da pele confortável de 33°C sob estas condições?

3.154 Considere a transferência de calor em um antebraço, que pode ser aproximado por um cilindro de músculo de raio 50 mm (desprezando a presença dos ossos), com uma camada externa de pele e gordura com espessura de 3 mm. Há geração de calor metabólica e perfusão no interior do músculo. A taxa de geração de calor metabólica, a taxa de perfusão, a temperatura arte-

rial, e as propriedades do sangue, do músculo e da camada de pele/gordura são as mesmas do Exemplo 3.12. O ambiente e a vizinhança são os mesmos do ar no Exemplo 3.12.

(a) Escreva a equação do biocalor em coordenadas radiais. Escreva as condições de contorno que expressam simetria no eixo central do antebraço e a temperatura especificada na superfície externa do músculo. Resolva a equação diferencial e aplique as condições de contorno para encontrar uma expressão para a distribuição de temperaturas. Note que as derivadas das funções de Bessel modificadas são dadas na Seção 3.6.4.
(b) Iguale o fluxo térmico na superfície externa do músculo ao fluxo térmico através da camada pele/gordura e para o ambiente, para determinar a temperatura na superfície externa do músculo.
(c) Encontre a temperatura máxima no antebraço.

CAPÍTULO 4

Condução Bidimensional em Regime Estacionário

Até este ponto restringimos nossa atenção em problemas da condução, nos quais o gradiente de temperatura é significativo em apenas uma direção coordenada. Entretanto, em muitos casos, problemas são simplificados de forma grosseira se o tratamento unidimensional for utilizado, sendo necessário levar em conta os efeitos multidimensionais. Neste capítulo, analisamos diversas técnicas para o tratamento de sistemas bidimensionais em condições de regime estacionário.

Iniciamos nossa análise da condução bidimensional, em regime estacionário, revendo resumidamente abordagens alternativas para determinar temperaturas e fluxos térmicos (Seção 4.1). As abordagens abrangem desde *soluções exatas*, que podem ser obtidas para condições idealizadas, até *métodos aproximados* de complexidade e precisão variadas. Na Seção 4.2 analisamos alguns dos temas matemáticos associados à obtenção de soluções exatas. Na Seção 4.3 apresentamos compilações de soluções exatas existentes para uma variedade de geometrias simples. Nosso objetivo nas Seções 4.4 e 4.5 é mostrar como, com o auxílio de um computador, *métodos numéricos* (*diferenças finitas* e *elementos finitos*) podem ser usados para prever com precisão temperaturas e taxas de transferência de calor no interior do meio e nos seus contornos.

4.1 *Abordagens Alternativas*

Seja um sólido prismático longo, no qual há condução de calor bidimensional (Figura 4.1). Com duas superfícies isoladas e as outras mantidas a diferentes temperaturas, $T_1 > T_2$, há transferência de calor por condução da superfície 1 para a superfície 2. De acordo com a lei de Fourier, Equação 2.3 ou 2.4, o fluxo térmico local no sólido é um vetor perpendicular, em qualquer ponto, às linhas de temperatura constante (*isotermas*). As direções do vetor fluxo térmico são representadas pelas *linhas de fluxo de calor* (fluxo térmico) da Figura 4.1 e o vetor é a resultante dos componentes do fluxo térmico nas direções x e y. Esses componentes são determinados pela Equação 2.6. Como as linhas de fluxo de calor são, por definição, na direção do escoamento do calor, *nenhum calor pode ser transferido por condução cruzando uma linha de fluxo de calor* e elas são, conseqüentemente, às vezes chamadas *adiábatas*. Reciprocamente, superfícies adiabáticas (ou linhas de simetria) são linhas de fluxo de calor.

Lembre-se de que, em qualquer análise da condução, há dois objetivos principais. O primeiro objetivo é determinar a distribuição de temperaturas no meio, o que, para o problema presente, significa a determinação de $T(x,y)$. Este objetivo é atingido através da resolução da forma apropriada da equação do calor. Para condições bidimensionais, em regime estacionário, sem geração e com condutividade térmica constante, essa forma é, a partir da Equação 2.20,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{4.1}$$

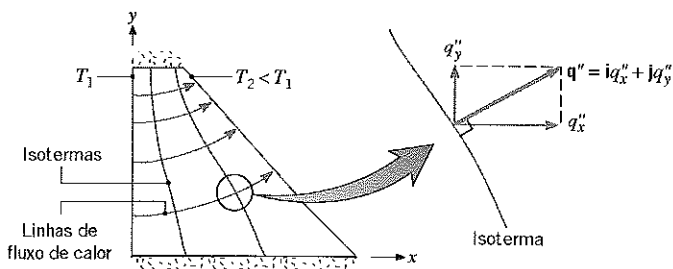



FIGURA 4.1 Condução bidimensional.

Se a Equação 4.1 puder ser resolvida para $T(x,y)$, é então uma tarefa simples satisfazer o segundo objetivo principal, que é determinar os componentes do fluxo térmico q''_x e q''_y através das equações das taxas (2.6). Os métodos para resolver a Equação 4.1 incluem o uso de abordagens *analíticas*, *gráficas* e *numéricas* (*diferenças finitas*, *elementos finitos* ou *elementos de contorno*).

O método analítico envolve a elaboração de uma solução matemática exata para a Equação 4.1. O problema é mais difícil do que aqueles considerados no Capítulo 3, pois agora envolve uma equação diferencial parcial, ao invés de uma equação diferencial ordinária. Embora várias técnicas estejam disponíveis para a solução de tais equações, as soluções tipicamente envolvem séries e funções matemáticas complicadas e podem ser obtidas para somente um conjunto restrito de geometrias e condições de contorno simples [1-5]. Todavia, as soluções têm valor, uma vez que a variável dependente T é determinada como uma função contínua das variáveis independentes (x,y). Desta forma, a solução pode ser usada no cálculo da temperatura em *qualquer* ponto de interesse no meio. Para ilustrar a natureza e a importância das técnicas analíticas, uma solução exata para a Equação 4.1 é obtida na Seção 4.2, usando o método da *separação de variáveis*. Fatores de forma da condução e taxas de condução de calor adimensionais (Seção 4.3) são compilações de soluções existentes para geometrias comumente encontradas na prática da engenharia.

A Seção 4S.1 descreve o método gráfico e demonstra sua utlização.

Em contraste com os métodos analíticos, que fornecem resultados *exatos* para *qualquer* ponto, os métodos gráficos e numéricos podem fornecer somente resultados *aproximados* para pontos *discretos*. Embora substituído por soluções computacionais baseadas em procedimentos numéricos, o método gráfico, ou de plotagem do fluxo, pode ser usado para obter uma rápida estimativa da distribuição de temperaturas. O seu uso está restrito a problemas bidimensionais envolvendo contornos adiabáticos e isotérmicos. O método está baseado no fato de que isotermas têm

que ser perpendiculares às linhas de fluxo de calor, como observado na Figura 4.1. Diferentemente das abordagens analítica ou gráfica, os métodos numéricos (Seções 4.4 e 4.5) podem ser usados para obter resultados precisos em geometrias bi ou tridimensionais complexas envolvendo uma ampla variedade de condições de contorno.

4.2 *O Método da Separação de Variáveis*

Para termos uma noção de como o método da separação de variáveis pode ser usado para resolver problemas de condução bidimensionais, consideramos o sistema da Figura 4.2. Três lados de uma placa retangular delgada ou de um longo bastão retangular são mantidos a uma temperatura constante T_1, enquanto o quarto lado é mantido a uma temperatura constante $T_2 \neq T_1$. Supondo desprezível a transferência de calor nas superfícies da placa ou nas extremidades do bastão, gradientes de temperatura normais ao plano x-y podem ser desprezados ($\partial^2T/\partial z^2 \approx 0$) e a transferência de calor por condução são basicamente nas direções x e y.

Estamos interessados na distribuição de temperaturas $T(x,y)$, mas para simplificar a solução introduzimos a transformação

$$\theta \equiv \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \tag{4.2}$$

Substituindo a Equação 4.2 na Equação 4.1, a equação diferencial transformada é, então,

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} = 0 \tag{4.3}$$

Como a equação é de segunda ordem em x e em y, duas condições de contorno são necessárias para cada uma das coordenadas. São elas

$$\theta(0, y) = 0 \quad \text{e} \quad \theta(x, 0) = 0$$
$$\theta(L, y) = 0 \quad \text{e} \quad \theta(x, W) = 1$$

Note que, através da transformação da Equação 4.2, três das quatro condições de contorno são agora homogêneas e o valor de θ ficou restrito ao intervalo de 0 a 1.

Agora aplicamos a técnica da separação de variáveis ao considerar que a solução pretendida pode ser escrita como o produto de duas funções, uma delas dependente somente de x e a outra somente de y. Isto é, consideramos a existência de uma solução que tem a forma

$$\theta(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \tag{4.4}$$

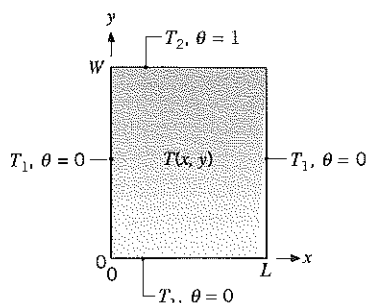



FIGURA 4.2 Condução bidimensional em uma placa retangular delgada ou em um longo bastão retangular.

Substituindo na Equação 4.3 e dividindo por XY, obtemos

$$-\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} \tag{4.5}$$

ficando evidente que a equação diferencial é, de fato, separável. Isto é, o lado esquerdo da equação depende somente de x e o lado direito depende exclusivamente de y. Desta forma, a igualdade se aplica em geral (para quaisquer x ou y) somente se ambos os lados forem iguais a uma mesma constante. Identificando esta *constante de separação*, até agora desconhecida, por λ^2, temos, então,

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} - \lambda^2 Y = 0 \tag{4.7}$$

e a equação diferencial parcial foi reduzida a duas equações diferenciais ordinárias. Note que a designação de λ^2 como uma constante positiva não foi arbitrária. Se um valor negativo fosse selecionado ou um valor de $\lambda^2 = 0$ fosse escolhido, ver-se-ia facilmente (Problema 4.1) que seria impossível obter uma solução que satisfizesse às condições de contorno especificadas.

As soluções gerais para as Equações 4.6 e 4.7 são, respectivamente,

$$X = C_1 \cos \lambda x + C_2 \operatorname{sen} \lambda x$$
$$Y = C_3 e^{-\lambda y} + C_4 e^{+\lambda y}$$

e, neste caso, a forma geral da solução bidimensional é

$$\theta = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \operatorname{sen} \lambda x)(C_3 e^{-\lambda y} + C_4 e^{\lambda y}) \tag{4.8}$$

Aplicando a condição $\theta(0, y) = 0$, fica evidente que $C_1 = 0$. Além disso, em função da exigência de que $\theta(x, 0) = 0$, obtemos

$$C_2 \operatorname{sen} \lambda x (C_3 + C_4) = 0$$

que somente pode ser satisfeita se $C_3 = -C_4$. Embora esta exigência também pudesse ser satisfeita tendo-se $C_2 = 0$, isso resultaria em $\theta(x,y) = 0$, o que não satisfaz a condição de contorno $\theta(x, W) = 1$. Se agora usamos a exigência de que $\theta(L, y) = 0$, obtemos

$$C_2 C_4 \operatorname{sen} \lambda L (e^{\lambda y} - e^{-\lambda y}) = 0$$

A única forma na qual essa condição pode ser satisfeita (e ainda possuir solução não nula) é exigir que λ assuma valores discretos para os quais $\operatorname{sen}(\lambda L) = 0$. Esses valores devem, então, ter a forma

$$\lambda = \frac{n\pi}{L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4.9}$$

onde o inteiro $n = 0$ é descartado, pois ele implica em $\theta(x,y) = 0$. A solução desejada pode, agora, ser expressa como

$$\theta = C_2C_4 \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}(e^{n\pi y/L} - e^{-n\pi y/L}) \tag{4.10}$$

Combinando as constantes e admitindo que a nova constante pode depender de n, obtemos

$$\theta(x, y) = C_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}\operatorname{senh}\frac{n\pi y}{L}$$

onde também usamos o fato de que $(e^{n\pi y/L} - e^{-n\pi y/L}) = 2\operatorname{senh}(n\pi y/L)$. Na forma anterior, obtivemos realmente um número infinito de soluções que satisfazem à equação diferencial e às condições de contorno. Contudo, como o problema é linear, uma solução mais geral pode ser obtida por uma superposição na forma

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}\operatorname{senh}\frac{n\pi y}{L} \tag{4.11}$$

Para determinar C_n, utilizamos agora a condição de contorno restante, que possui a forma

$$\theta(x, W) = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}\operatorname{senh}\frac{n\pi W}{L} \tag{4.12}$$

Embora a Equação 4.12 possa parecer uma relação extremamente complicada para a determinação de C_n, um método padrão encontra-se disponível. Ele envolve escrever uma expansão em série infinita em termos de *funções ortogonais*. Um conjunto infinito de funções $g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x), \ldots$ é dito ser ortogonal no domínio $a \leq x \leq b$ se

$$\int_a^b g_m(x)g_n(x)\,dx = 0 \qquad m \neq n \tag{4.13}$$

Muitas funções exibem ortogonalidade, incluindo as funções trigonométricas $\operatorname{sen}(n\pi x/L)$ e $\cos(n\pi x/L)$ para $0 \leq x \leq L$. Sua utilidade no presente problema reside no fato de que qualquer função $f(x)$ pode ser representada em termos de uma série infinita de funções ortogonais

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x) \tag{4.14}$$

A forma dos coeficientes A_n nesta série pode ser determinada pela multiplicação de cada lado da equação por $g_m(x)$, seguida pela integração entre os limites a e b.

$$\int_a^b f(x)g_m(x)\,dx = \int_a^b g_m(x)\sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x)\,dx \tag{4.15}$$

Entretanto, pela Equação 4.13 fica evidente que todos os termos, exceto um, no lado direito da Equação 4.15 devem ser nulos, deixando-nos com

$$\int_a^b f(x)g_m(x)\,dx = A_m \int_a^b g_m^2(x)\,dx$$

Logo, explicitando A_m e reconhecendo que o resultado vale para qualquer A_n ao mudar-se m por n:

$$A_n = \frac{\int_a^b f(x)g_n(x)\,dx}{\int_a^b g_n^2(x)\,dx} \tag{4.16}$$

As propriedades das funções ortogonais podem ser usadas para resolver a Equação 4.12 para C_n, através da formulação de uma série infinita da forma apropriada para $f(x)$. Na Equação 4.14 fica evidente que devemos escolher $f(x) = 1$ e a função ortogonal $g_n(x) = \operatorname{sen}(n\pi x/L)$. Substituindo na Equação 4.16, obtemos

$$A_n = \frac{\int_0^L \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}\,dx}{\int_0^L \operatorname{sen}^2\frac{n\pi x}{L}\,dx} = \frac{2}{\pi}\frac{(-1)^{n+1} + 1}{n}$$

Portanto, a partir da Equação 4.14 temos que

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi}\frac{(-1)^{n+1} + 1}{n}\operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L} \tag{4.17}$$

que é simplesmente a expansão da unidade em uma série de Fourier. Comparando as Equações 4.12 e 4.17, obtemos

$$C_n = \frac{2[(-1)^{n+1} + 1]}{n\pi\operatorname{senh}(n\pi W/L)} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4.18}$$

Substituindo a Equação 4.18 na Equação 4.11, obtemos para a solução final

$$\theta(x, y) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n}\operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L}\frac{\operatorname{senh}(n\pi y/L)}{\operatorname{senh}(n\pi W/L)} \tag{4.19}$$

A Equação 4.19 é uma série convergente, na qual o valor de θ pode ser determinado para qualquer x e y. Resultados representativos são mostrados na forma de isotermas para um esboço da placa retangular (Figura 4.3). A temperatura T correspondente a um valor de θ pode ser obtida na Equação 4.2 e os componentes do fluxo térmico podem ser determinados usando-se a Equação 4.19 com a Equação 2.6. Os componentes do fluxo térmico determinam as linhas de fluxo de calor, que são mostradas na figura. Observamos que a distribuição de temperaturas é simétrica em relação a $x = L/2$, com $\partial T/\partial x = 0$ neste lugar. Portanto, da Equação 2.6, sabemos que o plano de simetria em $x = L/2$ é adiabático e, conseqüentemente, é uma linha de fluxo de calor. Contudo, note que as descontinuidades previstas nos vértices superiores da placa são fisicamente insustentáveis. Na realidade, grandes gradientes de temperatura poderiam ser mantidos na proximidade dos vértices, mas descontinuidades não poderiam existir.

Soluções exatas foram obtidas para muitas outras geometrias e condições de contorno, incluindo sistemas cilíndricos e esféricos. Tais soluções são apresentadas em livros especializados na transferência de calor por condução [1-5].

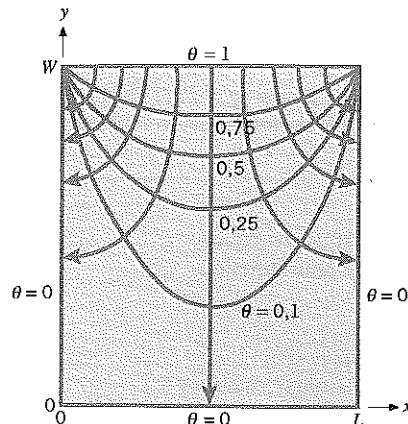



FIGURA 4.3 Isotermas e linhas de fluxo de calor para a condução bidimensional em uma placa retangular.

4.3 O Fator de Forma da Condução e a Taxa de Condução de Calor Adimensional

Em muitos casos, problemas de condução bidimensional e tridimensional podem ser resolvidos rapidamente usando-se soluções existentes da equação da difusão do calor. Estas soluções são apresentadas em termos de um *fator de forma*, S, ou de uma *taxa de condução de calor adimensional*, q^*_{re}, em regime estacionário. Isto é, a taxa de transferência de calor pode ser representada por

$$q = Sk\Delta T_{1-2} \tag{4.20}$$

onde $\Delta T_{1\text{-}2}$ é a diferença de temperaturas entre os contornos, como mostrado na Figura 4.2, por exemplo. Tem-se também que a resistência condutiva bidimensional pode ser expressa na forma

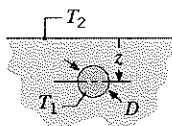
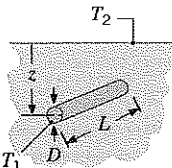
$$R_{t,\text{cond(2D)}} = \frac{1}{Sk} \tag{4.21}$$

Fatores de forma foram obtidos analiticamente para numerosos sistemas bi e tridimensionais e, para algumas configurações comuns, os resultados são resumidos na Tabela 4.1. Resultados também estão disponíveis para muitas outras configurações [6-9]. Nos casos de 1 a 8 e no caso 11, supõe-se que a condução bidimensional ocorra entre os contornos que são mantidos a temperaturas uniformes, com $\Delta T_{1\text{-}2} = T_1 - T_2$. No caso 9, há condução tridimensional na região do vértice, enquanto no caso 10 a condução ocorre entre um disco isotérmico (T_1) e um meio semi-infinito de temperatura uniforme (T_2) em locais bem afastados do disco. Fatores de forma também podem ser definidos para geometrias unidimensionais e, a partir dos resultados da Tabela 3.3, para paredes plana, cilíndrica e esférica os fatores de forma são, respectivamente, A/L, $2\pi L/\ln(r_2/r_1)$ e $4\pi r_1 r_2/(r_2 - r_1)$.

Fatores de forma para geometrias bidimensionais também podem ser estimados com o método gráfico descrito na Seção 4S.1.

Os casos 12 a 15 estão associados à condução a partir dos objetos mantidos a uma temperatura isotérmica (T_1) que estão inseridos em um meio infinito de temperatura uniforme (T_2) em locais bem afastados do objeto. Para os casos que envolvem meio infinito, resultados úteis podem ser obtidos com a definição de um *comprimento característico*

$$L_c \equiv (A_s/4\pi)^{1/2} \tag{4.22}$$

onde A_s é a área superficial do objeto. Taxas de transferência de calor por condução do objeto para o meio infinito podem, então, ser representadas em termos de uma *taxa de condução de calor adimensional* [10]

$$q^*_{re} \equiv qL_c/kA_s(T_1 - T_2) \tag{4.23}$$

Na Tabela 4.1*b*, fica evidente que os valores de q_{re}, obtidos analítica e numericamente, são similares para uma ampla gama de configurações geométricas. Como uma conseqüência desta similaridade, valores de q_{re} podem ser *estimados* para configurações que são *similares* àquelas para as quais q^*_{re} é conhecida. Por exemplo, taxas de condução de calor adimensionais para formas cubóides (caso 15) na faixa de $0{,}1 \leq d/D \leq 10$ podem ser bem aproximadas pela interpolação de valores de q^*_{re} apresentados na Tabela 4.1. Procedimentos adicionais que podem ser explorados para estimar valores de q^*_{re} para outras geometrias são explicados em [10]. Note que resultados para q^*_{re} na Tabela 4.1*b* podem ser convertidos em expressões para S listadas na Tabela 4.1*a*. Por exemplo, o fator de forma do caso 10 pode ser deduzido a partir da taxa de condução de calor adimensional do caso 13 (reconhecendo que o meio infinito pode ser visto como dois meios semi-infinitos adjacentes).

Os fatores de forma e as taxas de condução de calor adimensionais reportados na Tabela 4.1*b* estão associados a objetos que estão mantidos a temperaturas uniformes. Para condições de fluxo

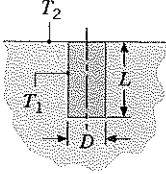
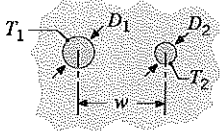
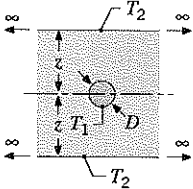
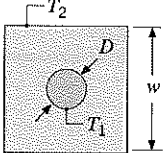
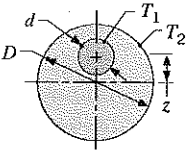
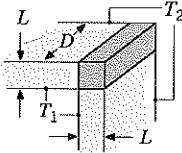
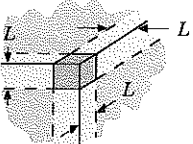
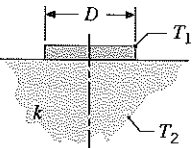
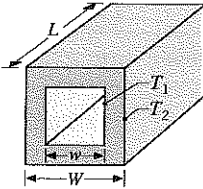



TABELA 4.1 Fatores de forma da condução e taxas de condução de calor adimensionais para sistemas selecionados

(*a*) Fatores de forma [$q = Sk(T_1 - T_2)$]

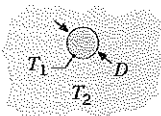
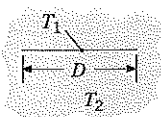
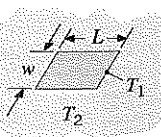
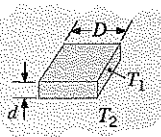
Sistema	Esquema	Restrições	Fator de forma
Caso 1 Esfera isotérmica enterrada em um meio semi-infinito	T_2, z, T_1, D	$z > D/2$	$\frac{2\pi D}{1 - D/4z}$
Caso 2 Cilindro horizontal isotérmico de comprimento L enterrado em um meio semi-infinito	T_2, z, L, T_1, D	$L \gg D$	$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(2z/D)}$
		$L \gg D$ $z > 3D/2$	$\frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$

(continua)

TABELA 4.1 ***Continuação***

Sistema	Esquema	Restrições	Fator de forma
Caso 3 Cilindro vertical em um meio semi-infinito		$L \gg D$	$\dfrac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$
Caso 4 Condução entre dois cilindros de comprimento L em um meio infinito		$L \gg D_1, D_2$ $L \gg w$	$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4w^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$
Caso 5 Cilindro circular horizontal de comprimento L no meio do caminho entre dois planos paralelos de igual comprimento e largura infinita		$z \gg D/2$ $L \gg z$	$\dfrac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$
Caso 6 Cilindro circular de comprimento L centrado em um sólido quadrado de igual comprimento		$w > D$ $L \gg w$	$\dfrac{2\pi L}{\ln(1{,}08\, w/D)}$
Caso 7 Cilindro circular excêntrico de comprimento L em um cilindro de igual comprimento		$D > d$ $L \gg D$	$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{D^2 + d^2 - 4z^2}{2Dd}\right)}$
Caso 8 Condução na aresta de paredes adjacente		$D > 5L$	$0{,}54D$
Caso 9 Condução no vértice de três paredes com uma diferença de temperaturas ΔT_{1-2} através das paredes		$L \ll$ comprimento e largura da parede	$0{,}15L$
Caso 10 Disco de diâmetro D e temperatura T_1 sobre um meio semi-infinito de condutividade térmica k e temperatura T_2		Não há	$2D$
Caso 11 Canal quadrado de comprimento L		$\dfrac{W}{w} < 1{,}4$	$\dfrac{2\pi L}{0{,}785 \ln(W/w)}$
		$\dfrac{W}{w} > 1{,}4$	$\dfrac{2\pi L}{0{,}930 \ln(W/w) - 0{,}050}$
		$L \gg W$	

(continua)

TABELA 4.1 *Continuação*

(*b*) **Taxas de condução de calor adimensional** $[q = q^*_{re}\, kA_s(T_1 - T_2)/L_c;\ L_c \equiv (A_s/4\pi)^{1/2}]$

Sistema	Esquema	Área Ativa, A_s	q^*_{re}
Caso 12 Esfera isotérmica de diâmetro D e temperatura T_1 em um meio infinito de temperatura T_2		πD^2	1
Caso 13 Disco isotérmico de diâmetro D e temperatura T_1, infinitivamente fino, em um meio infinito à temperatura T_2		$\frac{\pi D^2}{2}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}900$
Caso 14 Retângulo de comprimento L e largura w, à temperatura T_1, infinitamente fino, em um meio infinito à temperatura T_2		$2wL$	0,932
Caso 15 Forma cubóide de altura d e base quadrada de lado D, à temperatura T_1, em um meio infinito à temperatura T_2		$2D^2 + 4Dd$	d/D — q^*_{re}: 0,1 — 0,943 1,0 — 0,956 2,0 — 0,961 10 — 1,111

térmico uniforme, a temperatura do objeto não é mais uniforme e, assim, varia espacialmente, com as temperaturas mais baixas localizadas perto da periferia do objeto aquecido. Portanto, a diferença de temperaturas que é usada para definir S e q^*_{re} é substituída por uma diferença de temperaturas que envolve a temperatura superficial *média espacial* do objeto $(\overline{T}_1 - T_2)$ ou a diferença entre a temperatura superficial *máxima* do objeto aquecido e a temperatura do campo do meio adjacente em região afastada, $(T_{1,max} - T_2)$. Para a geometria do caso 10 (um disco de diâmetro D em contato com um meio semi-infinito de condutividade térmica k e temperatura T_2) *uniformemente aquecida*, os valores de S são $3\pi^2D/16$ e $\pi D/2$ para diferenças de temperaturas baseados nas temperaturas do disco média e máxima, respectivamente.

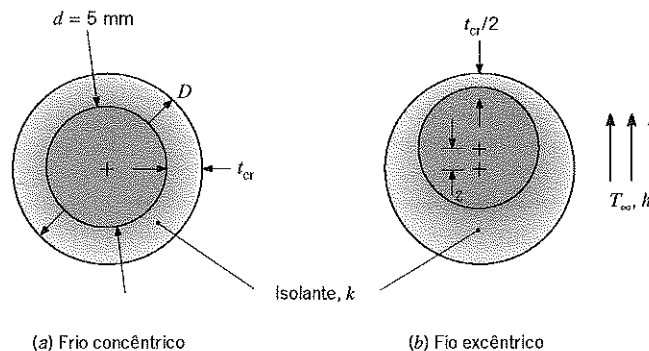
EXEMPLO 4.1

Um fio elétrico metálico, de diâmetro d = 5 mm, deve ser coberto com um isolante de condutividade térmica k = 0,35 W/(m·K). Espera-se que, em uma instalação típica, o fio coberto seja exposto a condições nas quais o coeficiente total associado à convecção e à radiação seja h = 15 W/(m²·K). Para minimizar o aumento de temperatura em função do aquecimento resistivo, a espessura do isolante é especificada de tal forma que seja obtido o *raio crítico do isolante* (veja o Exemplo 3.5). Entretanto, durante o processo de cobertura do fio a espessura do isolante às vezes varia ao redor de sua periferia, resultando em excentricidade do fio em relação à cobertura. Determine a variação na resistência térmica do isolante devida a uma excentricidade que é de 50% da espessura crítica do isolante.

SOLUÇÃO

Dados: Diâmetro do fio, condições convectivas e condutividade térmica do isolante.

Achar: Resistência térmica da cobertura do fio associada a variações periféricas da espessura da cobertura.

Esquema:

(*a*) Frio concêntrico (*b*) Fio excêntrico

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução bidimensional.
3. Propriedades constantes.
4. As superfícies externa e interna da cobertura com temperaturas uniformes.

Análise: Do Exemplo 3.5, o raio crítico do isolante é

$$r_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0{,}35\ \text{W/(m·K)}}{15\ \text{W/(m}^2\text{·K)}} = 0{,}023\ \text{m} = 23\ \text{mm}$$

Conseqüentemente, a espessura crítica do isolante é

$$t_{cr} = r_{cr} - d/2 = 0{,}023\ \text{m} - \frac{0{,}005\ \text{m}}{2} = 0{,}021\ \text{m} = 21\ \text{mm}$$

A resistência térmica da cobertura associada ao fio concêntrico pode ser determinada usando-se a Equação 3.28 e é

$$R'_{t,\text{cond}} = \frac{\ln[r_{cr}/(d/2)]}{2\pi k} = \frac{\ln[0{,}023\ \text{m}/(0{,}005\ \text{m}/2)]}{2\pi(0{,}35\ \text{W/(m·K)})} = 1{,}0\ \text{m·K/W}$$

Para o fio excêntrico, a resistência térmica do isolante pode ser determinada usando-se o caso 7 da Tabela 4.1, onde a excentricidade é $z = 0{,}5 \times t_{cr} = 0{,}5 \times 0{,}021\ \text{m} = 0{,}010\ \text{m}$

$$R'_{t,\text{cond(2D)}} = \frac{1}{Sk} = \frac{\cosh^{-1}\left(\dfrac{D^2 + d^2 - 4z^2}{2Dd}\right)}{2\pi k}$$

$$= \frac{\cosh^{-1}\left(\dfrac{(2\times 0{,}023\ \text{m})^2 + (0{,}005\ \text{m})^2 - 4(0{,}010\ \text{m})^2}{2\times(2\times 0{,}023\ \text{m})\times 0{,}005\ \text{m}}\right)}{2\pi \times 0{,}35\ \text{W/(m·K)}}$$

$$= 0{,}91\ \text{m·K/W}$$

Conseqüentemente, a redução na resistência térmica do isolante é de 0,10 m·K/W, ou 10%.

Comentários:

1. A redução na espessura local do isolante leva a uma resistência térmica local do isolante menor. Por outro lado, locais associados a coberturas mais espessas têm suas resistência térmicas locais aumentadas. Estes efeitos se contrabalançam, mas não exatamente; a resistência máxima está associada ao caso do fio concêntrico. Para a aplicação em tela, excentricidade do fio em relação à cobertura fornece um *melhor* desempenho térmico em relação ao caso do fio concêntrico.
2. A superfície interna da cobertura estará a uma temperatura aproximadamente uniforme se a condutividade térmica do fio for grande em relação àquela do isolante. Este é o caso para fios metálicos. Entretanto, a temperatura da superfície externa da cobertura não será perfeitamente uniforme devido à variação da espessura local do isolante.

4.4 *Equações de Diferenças Finitas*

Como discutido nas Seções 4.1 e 4.2, em certos casos os métodos analíticos podem ser usados na obtenção de soluções matemáticas exatas para problemas de condução bidimensional, em regime estacionário. Estas soluções foram obtidas para um conjunto de geometrias e condições de contorno simples, e estão bem documentadas na literatura [1-5]. Contudo, são muito freqüentes os problemas bidimensionais que envolvem geometrias e/ou condições de contorno que impedem tais soluções. Nesses casos, a melhor alternativa é normalmente a utilização de uma técnica *numérica* como a de *diferenças finitas*, a dos *elementos finitos* ou o método dos *elementos de contorno*. Outro ponto forte dos métodos numéricos é que eles podem ser facilmente estendidos para problemas tridimensionais. Devido à sua facilidade de aplicação, o método de diferenças finitas é bem apropriado para um tratamento introdutório das técnicas numéricas.

4.4.1 A Rede Nodal

Ao contrário de uma solução analítica, que permite a determinação da temperatura em *qualquer* ponto de interesse em um meio, uma solução numérica permite a determinação da temperatura em somente pontos *discretos*. Conseqüentemente, a primeira etapa em qualquer análise numérica deve ser a seleção destes pontos. Conforme mostrado na Figura 4.4, isto pode ser feito com a subdivisão do meio de interesse em um número de pequenas regiões e especificando para cada uma um ponto de referência localizado no seu centro. O ponto de referência é freqüentemente chamado de *ponto nodal* (ou simplesmente um *nó*) e o agregado de pontos é chamado de *rede* (ou *grade* ou *malha*) *nodal*. Os pontos nodais são identificados por um esquema de numeração que, para um sistema bidimensional, pode assumir a forma mostrada na Figura 4.4*a*. As posições x e y são identificadas pelos índices m e n, respectivamente.

Cada nó representa uma certa região e a sua temperatura é uma medida da temperatura *média* da região. Por exemplo, a temperatura do nó m, n na Figura 4.4*a* pode ser vista como a temperatura média da área sombreada adjacente. Raramente a seleção dos pontos nodais é arbitrária, dependendo com freqüência de aspectos tais como conveniência geométrica e precisão desejada. A precisão numérica dos cálculos depende fortemente do número de pontos nodais utilizados. Se este número for grande (uma *malha fina*), soluções precisas podem ser obtidas.

4.4.2 Forma em Diferenças Finitas da Equação do Calor

A determinação numérica da distribuição de temperaturas exige que uma equação de conservação apropriada seja escrita para *cada* um dos pontos nodais de temperatura desconhecida. O conjunto resultante de equações deve, então, ser resolvido simultaneamente para as temperaturas em cada nó. Para *qualquer* nó *interior* em um sistema bidimensional sem geração e com condutividade térmica uniforme, a forma *exata* da exigência de conservação de energia é dada pela equação do calor, Equação 4.1. Entretanto, se o sistema for caracterizado em termos de uma rede nodal, torna-se necessário trabalhar com uma forma *aproximada*, ou *de diferenças finitas*, desta equação.

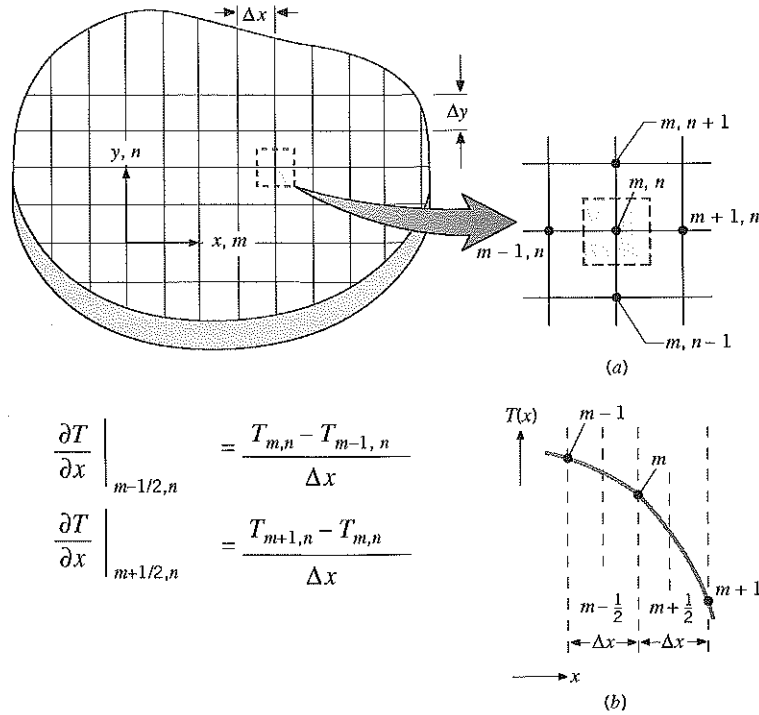



FIGURA 4.4 Condução bidimensional. (*a*) Rede nodal. (*b*) Aproximação por diferenças finitas.

Uma equação de diferenças finitas que é adequada para os pontos nodais interiores de um sistema bidimensional pode ser deduzida diretamente da Equação 4.1. Considere a segunda derivada, $\partial^2T/\partial x^2$. Com base na Figura 4.4*b*, o valor dessa derivada no ponto nodal *m*, *n* pode ser aproximado por

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,n} \approx \frac{\partial T/\partial x|_{m+1/2,n} - \partial T/\partial x|_{m-1/2,n}}{\Delta x} \tag{4.24}$$

Os gradientes de temperatura podem, por sua vez, ser expressos como uma função das temperaturas nodais. Isto é,

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+1/2,n} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \tag{4.25}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m-1/2,n} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x} \tag{4.26}$$

Substituindo as Equações 4.25 e 4.26 na 4.24, obtemos

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,n} \approx \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2} \tag{4.27}$$

Procedendo de forma análoga, mostra-se rapidamente que

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{m,n} \approx \frac{\partial T/\partial y|_{m,n+1/2} - \partial T/\partial y|_{m,n-1/2}}{\Delta y}$$

$$\approx \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 2T_{m,n}}{(\Delta y)^2} \tag{4.28}$$

Usando uma rede na qual $\Delta x = \Delta y$ e substituindo as Equações 4.27 e 4.28 na Equação 4.1, obtemos

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0 \tag{4.29}$$

Assim, para o ponto nodal *m*, *n* a equação do calor, que é uma *equação diferencial exata*, é reduzida a uma *equação algébrica aproximada*. Essa aproximação, a *forma em diferenças finitas da equação do calor*, pode ser aplicada em qualquer ponto nodal interior que esteja eqüidistante de seus quatro pontos nodais vizinhos. Ela simplesmente exige que a temperatura de um ponto nodal interior seja igual à média das temperaturas dos quatro pontos nodais vizinhos.

4.4.3 O Método do Balanço de Energia

Em muitos casos, é desejável desenvolver as equações de diferenças finitas através de um método alternativo chamado de *método do balanço de energia*. Como ficará evidente, essa abordagem permite a análise de muitos diferentes fenômenos tais como problemas envolvendo múltiplos materiais, presença de fontes de calor ou superfícies expostas que não estejam na direção de um eixo do sistema coordenado. No método do balanço de energia, a equação de diferenças finitas para um ponto nodal é obtida pela aplicação da conservação de energia em um volume de controle no entorno da região nodal. Uma vez que a direção real do fluxo térmico (entrando ou saindo do nó) é freqüentemente desconhecida, é conveniente formular o balanço de energia *supondo* que *todos* os fluxos térmicos estão dirigidos *para dentro do ponto nodal*. Tal condição é, obviamente, impossível, mas se as equações de taxa forem representadas de uma forma consistente com essa suposição, a forma correta da equação de diferenças finitas é obtida. Para condições de regime estacionário com geração, a forma apropriada da Equação 1.11*c* é, então,

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g = 0 \tag{4.30}$$

Seja a aplicação da Equação 4.30 em um volume de controle ao redor do ponto nodal interior *m*, *n*, mostrado na Figura 4.5.

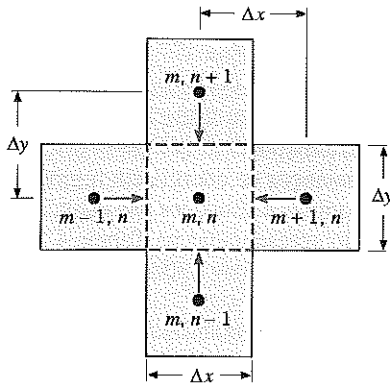



FIGURA 4.5 Condução para um ponto nodal interior a partir de seus pontos nodais vizinhos.

Para condições bidimensionais, a troca de energia é influenciada pela condução entre m, n e os seus quatro nós adjacentes, bem como pela geração. Assim, a Equação 4.30 se reduz a

$$\sum_{i=1}^{4} q_{(i) \to (m,n)} + \dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1) = 0$$

onde i se refere aos nós vizinhos, $q_{(i)\to(m,n)}$ é a taxa de condução entre os nós e está admitida profundidade unitária. Para determinar os termos das taxas de condução, *consideramos* que a transferência por condução ocorra exclusivamente ao longo das *faixas* que estão orientadas nas direções x ou y. Formas simplificadas da lei de Fourier podem, então, ser utilizadas. Por exemplo, a taxa na qual energia é transferida por condução do nó $m-1,n$ para o m, n pode ser expressa como

$$q_{(m-1,n) \to (m,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (4.31)$$

A grandeza $(\Delta y \cdot 1)$ é a área de transferência de calor e o termo $(T_{m\text{-}1,n} - T_{m,n})/\Delta x$ é a aproximação em diferenças finitas do gradiente de temperatura na fronteira entre os dois pontos nodais. As taxas de condução restantes podem ser escritas nas formas

$$q_{(m+1,n) \to (m,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (4.32)$$

$$q_{(m,n+1) \to (m,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (4.33)$$

$$q_{(m,n-1) \to (m,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (4.34)$$

Note que, ao determinarmos cada taxa de condução, subtraímos a temperatura do nó m, n da temperatura do seu nó vizinho. Esta convenção é necessária em função da suposição de fluxo térmico para o interior do nó m, n e é consistente com os sentidos das setas mostradas na Figura 4.5. Substituindo as Equações 4.31 a 4.34 no balanço de energia e lembrando que $\Delta x = \Delta y$, segue-se que a equação de diferenças finitas para um nó interior com geração é

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k} - 4T_{m,n} = 0 \quad (4.35)$$

Se não houver uma fonte de energia internamente distribuída ($\dot{q} = 0$), essa expressão se reduz à Equação 4.29.

É importante observar que uma equação de diferenças finitas é necessária para cada ponto nodal com temperatura desconhecida. No entanto, não é sempre possível classificar todos esses pontos como interiores e, dessa forma, utilizar as Equações 4.29 ou 4.35. Por exemplo, a temperatura pode ser desconhecida em uma superfície isolada ou em uma superfície exposta a condições de convecção. Para pontos localizados em tais superfícies, a equação de diferenças finitas deve ser obtida usando-se o método do balanço de energia.

Para ilustrar mais esse método, considere o nó correspondente ao vértice interior mostrado na Figura 4.6. Esse nó representa os três quartos de seção sombreados e troca energia por convecção com um fluido adjacente a T. Condução para a região nodal m, ocorre através de quatro diferentes faixas a partir de nós vizinhos no sólido. As taxas condutivas de calor q_{cond} podem ser expressas como

$$q_{(m-1,n) \to (m,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (4.36)$$

$$q_{(m,n+1) \to (m,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (4.37)$$

$$q_{(m+1,n) \to (m,n)} = k\left(\frac{\Delta y}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (4.38)$$

$$q_{(m,n-1) \to (m,n)} = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (4.39)$$

Note que as áreas para a condução proveniente das regiões nodais $(m-1, n)$ e $(m, n+1)$ são proporcionais a Δx e Δy, respectivamente, entretanto a condução vinda dos nós $(m+1, n)$ e $(m, n-1)$ ocorre ao longo de faixas que possuem largura $\Delta y/2$ e $\Delta x/2$, respectivamente.

As condições na região nodal m, n são também influenciadas pela troca de calor por convecção com o fluido, e essa troca pode ser visualizada correndo ao longo de meias faixas nas direções x e y. A taxa total de convecção q_{conv} pode ser representada por

$$q_{(\infty)\to(m,n)} = h\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)(T_\infty - T_{m,n}) + h\left(\frac{\Delta y}{2} \cdot 1\right)(T_\infty - T_{m,n}) \quad (4.40)$$

Está implícita nessa expressão a hipótese de que as superfícies expostas dos vértices estejam a uma temperatura uniforme, que

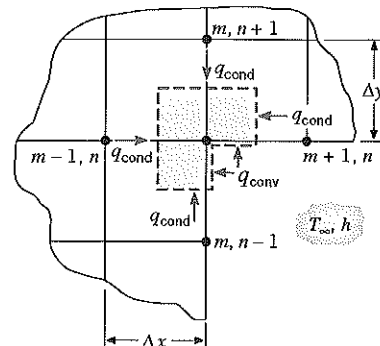
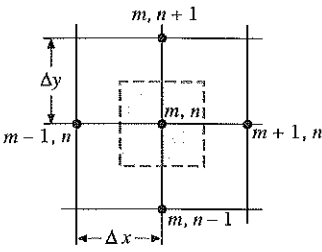
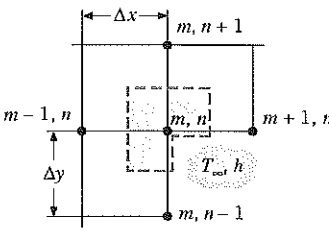
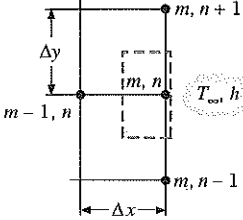
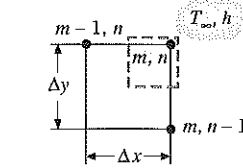
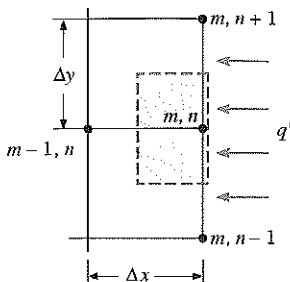



FIGURA 4.6 Formulação da equação de diferenças finitas para um vértice interno de um sólido com convecção na superfície.

corresponde à temperatura nodal $T_{m,n}$. Essa hipótese é consistente com a premissa de que toda a região nodal é caracterizada por uma única temperatura, que representa uma média da distribuição real de temperaturas na região. Na ausência de efeitos transientes, tridimensionais e de geração de calor, a conservação de energia, a Equação 4.30 exige que a soma das Equações 4.36 a 4.40 seja igual a zero. Somando estas equações e organizando os termos, obtemos

$$T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + \frac{1}{2}(T_{n+1,n} + T_{m,n-1}) + \frac{h\Delta x}{k}T_\infty - \left(3 + \frac{h\Delta x}{k}\right)T_{m,n} = 0 \quad (4.41)$$

onde, novamente, a malha é tal que $\Delta x = \Delta y$.

Equações de balanços de energia em regiões nodais para várias geometrias comuns e situações nas quais não há geração de energia interna são apresentadas na Tabela 4.2.

TABELA 4.2 Resumo de equações de diferenças finitas para pontos nodais

Configuração — **Equação de Diferenças Finitas $\Delta x = \Delta y$**

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0 \quad (4.29)$$

Caso 1. Ponto nodal interior

$$2(T_{m-1,n} + T_{m,n+1}) + (T_{m+1,n} + T_{m,n-1}) + 2\frac{h\,\Delta x}{k}T_\infty - 2\left(3 + \frac{h\,\Delta x}{k}\right)T_{m,n} = 0 \quad (4.41)$$

Caso 2. Ponto nodal em um vértice interno com convecção

$$(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{2h\,\Delta x}{k}T_\infty - 2\left(\frac{h\,\Delta x}{k} + 2\right)T_{m,n} = 0 \quad (4.42)^a$$

Caso 3. Ponto nodal em uma superfície plana com convecção

$$(T_{m,n-1} + T_{m-1,n}) + 2\frac{h\,\Delta x}{k}T_\infty - 2\left(\frac{h\,\Delta x}{k} + 1\right)T_{m,n} = 0 \quad (4.43)$$

Caso 4. Ponto nodal em um vértice externo com convecção

$$(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{2q''\,\Delta x}{k} - 4T_{m,n} = 0 \quad (4.44)^b$$

Caso 5. Ponto nodal em uma superfície plana com fluxo térmico uniforme

[a,b] Para obter a equação de diferenças finitas para uma superfície adiabática (ou superfície de simetria), simplesmente colque h ou q'' igual a zero.

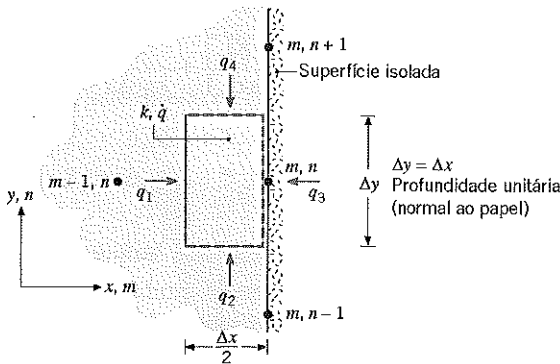
EXEMPLO 4.2

Usando o método do balanço de energia, deduza a equação de diferenças finitas para o ponto nodal m, n localizado em uma superfície plana e isolada de um meio onde há geração uniforme de calor.

SOLUÇÃO

Dados: Rede de pontos nodais vizinhos a uma superfície isolada.

Achar: Equação de diferenças finitas para o ponto nodal na superfície.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução bidimensional.
3. Propriedades constantes.
4. Geração de calor interna constante.

Análise: Aplicando a exigência da conservação de energia, Equação 4.30, na superfície de controle ao redor da região ($\Delta x/2 . \Delta y.1$) associada ao nó m, n, tem-se que, com geração volumétrica de calor a uma taxa $\dot{q}$,

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dot{q}\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot \Delta y \cdot 1\right) = 0$$

onde

$$q_1 = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_2 = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_3 = 0$$

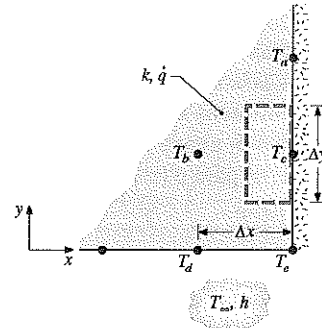
$$q_4 = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

Substituindo no balanço de energia e dividindo por $k/2$, tem-se que

$$2T_{m-1,n} + T_{m,n-1} + T_{m,n+1} - 4T_{m,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y)}{k} = 0 \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. O mesmo resultado poderia ser obtido usando-se a condição de simetria, $T_{m+1,n} = T_{m-1,n}$, com a equação de diferenças finitas (Equação 4.35) para um ponto nodal interior. Se $\dot{q} = 0$, o resultado desejado poderia também ser obtido fazendo-se $h = 0$ na Equação 4.42 (Tabela 4.2).

2. Como uma aplicação da equação de diferenças finitas anterior, considere o sistema bidimensional a seguir, no qual energia térmica é uniformemente gerada a uma taxa desconhecida $\dot{q}$. A condutividade térmica do sólido é conhecida, assim como as condições convectivas em uma das superfícies. Além disso, foram medidas temperaturas em locais correspondentes aos pontos nodais de uma malha de diferenças finitas.

$T_a = 235{,}9°C$ $\quad T_b = 227{,}6°C$

$T_c = 230{,}9°C$ $\quad T_d = 220{,}1°C$

$T_e = 222{,}4°C$ $\quad T_\infty = 200{,}0°C$

$h = 50\ W/(m^2 \cdot K)$ $\quad k = 1\ W/(m \cdot K)$

$\Delta x = 10\ mm$ $\quad \Delta y = 10\ mm$

A taxa de geração pode ser determinada pela aplicação da equação de diferenças finitas no ponto nodal c.

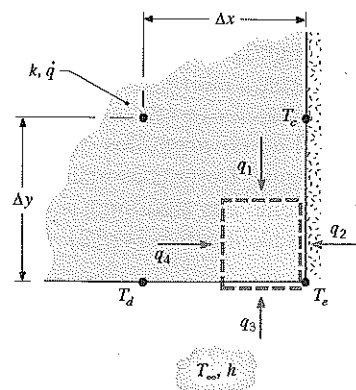
$$2T_b + T_e + T_a - 4T_c + \frac{\dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y)}{k} = 0$$

$$(2 \times 227{,}6 + 222{,}4 + 235{,}9 - 4 \times 230{,}9)°C + \frac{\dot{q}(0{,}01 m)^2}{1\ W/(m \cdot K)} = 0$$

$$\dot{q} = 1{,}01 \times 10^5\ W/m^3$$

A partir das condições térmicas especificadas e do conhecimento de $\dot{q}$, nós podemos também determinar se a exigência de conservação da energia é satisfeita para o ponto nodal e. Fazendo um balanço de energia em um volume de controle ao redor desse nó, tem-se que

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dot{q}(\Delta x/2 \cdot \Delta y/2 \cdot 1) = 0$$

$$k(\Delta x/2 \cdot 1)\frac{T_c - T_e}{\Delta y} + 0 + h(\Delta x/2 \cdot 1)(T_\infty - T_e) + k(\Delta y/2 \cdot 1)\frac{T_d - T_e}{\Delta x} + \dot{q}(\Delta x/2 \cdot \Delta y/2 \cdot 1) = 0$$

Se o balanço de energia for satisfeito, o lado esquerdo dessa equação será identicamente igual a zero. Substituindo valores, obtemos

$$1\,\text{W/(m·K)}(0{,}005\,\text{m}^2)\frac{(230{,}9-222{,}4)°\text{C}}{0{,}010\,\text{m}}$$

$$+\,0+50\,\text{W/m}^2\,\text{K}(0{,}005\,\text{m}^2)\,(200-222{,}4)°\text{C}$$

$$1\,\text{W/(m·K)}(0{,}005\,\text{m}^2)\frac{(220{,}1-222{,}4)°\text{C}}{0{,}010\,\text{m}}$$

$$+\,1{,}01\times10^5\,\text{W/m}^3(0{,}005)^2\,\text{m}^3=0(?)$$

$$4{,}250\,\text{W}+0-5{,}600\,\text{W}-1{,}150\,\text{W}+2{,}525\,\text{W}=0(?)$$

$$0{,}025\,\text{W}\approx 0$$

A incapacidade de satisfazer precisamente o balanço de energia pode ser atribuída a erros de medida das temperaturas, às aproximações empregadas no desenvolvimento das equações de diferenças finitas e ao uso de uma malha relativamente grossa.

É útil observar que as taxas de transferência de calor entre pontos nodais vizinhos podem, também, ser formuladas em termos das resistências térmicas correspondentes. Olhando, por exemplo, para a Figura 4.6, a taxa de transferência de calor por condução do nó $(m-1, n)$ para o (m, n) pode ser expressa como

$$q_{(m-1,n)\to(m,n)}=\frac{T_{m-1,n}-T_{m,n}}{R_{t,\text{cond}}}=\frac{T_{m-1,n}-T_{m,n}}{\Delta x/k\,(\Delta y\cdot 1)}$$

produzindo um resultado que é equivalente ao obtido na Equação 4.36. Analogamente, a taxa de transferência de calor por convecção para (m, n) pode ser representada por

$$q_{(\infty)\to(m,n)}=\frac{T_\infty-T_{m,n}}{R_{t,\text{conv}}}=\frac{T_\infty-T_{m,n}}{\{h[(\Delta x/2)\cdot 1+(\Delta y/2)\cdot 1]\}^{-1}}$$

que é equivalente à Equação 4.40.

Como um exemplo da utilidade dos conceitos de resistência, considere uma interface que separa dois materiais diferentes e é caracterizada por uma resistência térmica de contato $R''_{t,c}$ (Figura 4.7). A taxa de transferência de calor do nó (m, n) para o $(m, n-1)$ pode ser expressa como

$$q_{(m,n)\to(m,n-1)}=\frac{T_{m,n}-T_{m,n-1}}{R_{\text{tot}}}\tag{4.45}$$

onde, para uma profundidade unitária,

$$R_{\text{tot}}=\frac{\Delta y/2}{k_A(\Delta x\cdot 1)}+\frac{R''_{t,c}}{\Delta x\cdot 1}+\frac{\Delta y/2}{k_B(\Delta x\cdot 1)}\tag{4.46}$$

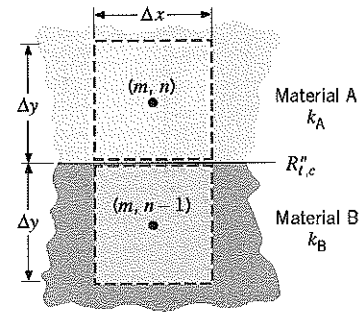



FIGURA 4.7 Condução entre dois materiais diferentes vizinhos com uma resistência de contato na interface.

4.5 *Resolvendo as Equações de Diferenças Finitas*

Uma vez estabelecida a rede nodal e escrita uma equação de diferenças finitas apropriada para cada ponto nodal, a distribuição de temperaturas pode ser determinada. O problema se reduz ao da solução de um sistema de equações algébricas lineares. Numerosos métodos estão disponíveis para este propósito e podem ser classificados em função de serem *diretos* ou *iterativos*. Os métodos diretos envolvem um número fixo e predeterminado de operações aritméticas e são adequados para uso quando o número de equações (número de temperaturas nodais desconhecidas) é pequeno. Entretanto, esses métodos estão associados a grande memória no computador e longo tempo de processamento. Desse modo, algumas vezes é mais eficiente a utilização de uma técnica iterativa.

Nesta seção apresentaremos a inversão de matrizes e a iteração de Gauss-Seidel como exemplos de métodos direto e iterativo, respectivamente. Descrições mais detalhadas de tais procedimentos, bem como dos algoritmos a eles relacionados, podem ser encontradas na literatura [11,12].

4.5.1 O Método da Inversão da Matriz

Seja um sistema composto por N equações de diferenças finitas correspondente a N temperaturas desconhecidas. Identificando os nós por um único número inteiro subscrito, ao invés de um índice duplo (m, n), o procedimento para efetuar uma inversão de matriz inicia-se pela apresentação das equações como

$$\begin{array}{ccccccccc}a_{11}T_1 &+& a_{12}T_2 &+& a_{13}T_3 &+\cdots+& a_{1N}T_N &=& C_1\\ a_{21}T_1 &+& a_{22}T_2 &+& a_{23}T_3 &+\cdots+& a_{2N}T_N &=& C_2\\ \vdots && \vdots && \vdots && \vdots && \vdots\\ a_{N1}T_1 &+& a_{N2}T_2 &+& a_{N3}T_3 &+\cdots+& a_{NN}T_N &=& C_N\end{array}\tag{4.47}$$

onde as grandezas $a_{11}, a_{12},\ldots, C_1,\ldots$ são coeficientes e constantes conhecidos, que envolvem grandezas tais como Δx, k, h e T_∞. Usando notação matricial, essas equações podem ser representadas por

$$[A][T]=[C]\tag{4.48}$$

onde

$$A\equiv\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN}\end{bmatrix},\quad T\equiv\begin{bmatrix}T_1\\ T_2\\ \vdots\\ T_N\end{bmatrix},\quad C\equiv\begin{bmatrix}C_1\\ C_2\\ \vdots\\ C_N\end{bmatrix}$$

A *matriz dos coeficientes* $[A]$ é quadrada ($N \times N$) e os seus *elementos* são identificados por uma notação com subscrito de índice duplo, no qual o primeiro e o segundo subscritos se referem às linhas e às colunas, respectivamente. As matrizes $[T]$ e $[C]$ possuem uma única coluna e são conhecidas por *vetores coluna*. Tipicamente, elas são chamadas de *vetor solução* e *vetor do lado direito*, respectivamente. Se a multiplicação de matrizes representada no lado esquerdo da Equação 4.48 for efetuada, as Equações 4.47 serão obtidas.

O vetor solução pode agora ser expresso como

$$[T] = [A]^{-1}[C] \tag{4.49}$$

onde $[A]^{-1}$ é a matriz inversa de $[A]$ e é definida como

$$[A]^{-1} \equiv \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix}$$

Efetuando o lado direito da Equação 4.49, segue-se que

$$\begin{aligned} T_1 &= b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + \cdots + b_{1N}C_N \\ T_2 &= b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + \cdots + b_{2N}C_N \\ &\vdots \\ T_N &= b_{N1}C_1 + b_{N2}C_2 + \cdots + b_{NN}C_N \end{aligned} \tag{4.50}$$

e o problema se reduz à determinação de $[A]^{-1}$. Isto é, se $[A]$ for invertida, os seus elementos $b_{11}, b_{12},\ldots$ podem ser determinados e as temperaturas desconhecidas podem ser calculadas pelas expressões anteriores.

A inversão de matrizes pode ser prontamente executada em uma calculadora programável ou em um computador pessoal, dependendo do tamanho da matriz. Portanto, o método fornece um meio conveniente para a solução de problemas de condução bidimensionais.

4.5.2 Iteração de Gauss-Seidel

A aplicação do método de Gauss-Seidel ao sistema de equações representado pelas Equações 4.47 é facilitada pelo seguinte procedimento.

1. Na medida do possível, as equações devem ser reordenadas de modo a fornecer elementos na diagonal principal cujos módulos sejam maiores do que os dos outros elementos na mesma linha. Isto é, é desejável ordenar as equações de tal forma que $|a_{11}| > |a_{12}|, |a_{13}|,\ldots, |a_{1N}|$; $|a_{22}| > |a_{21}|, |a_{23}|,\ldots, |a_{2N}|$; e assim por diante.
2. Após a reordenação, cada uma das N equações deve ser escrita na forma explícita para a temperatura associada ao seu elemento na diagonal. Cada temperatura no vetor solução teria, então, a forma

$$T_i^{(k)} = \frac{C_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} T_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{N} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} T_j^{(k-1)} \tag{4.51}$$

onde $i = 1,2,\ldots,N$. O índice sobrescrito k se refere à etapa do processo iterativo.

3. Um valor inicial ($k = 0$) é suposto para cada temperatura T_i. Cálculos posteriores podem ser reduzidos pela seleção de valores baseados em estimativas coerentes com a solução real.
4. Fazendo $k = 1$ na Equação 4.51, valores de $T_i^{(1)}$ são então calculados pela substituição no lado direito de valores de T_j supostos (segundo somatório, $k - 1 = 0$) ou novos (primeiro somatório, $k = 1$). Essa etapa é a primeira iteração ($k = 1$).
5. Usando a Equação 4.51, o procedimento iterativo é continuado pelo cálculo de novos valores de $T_i^{(k)}$ a partir dos valores de $T_j^{(k)}$ da iteração atual, na qual $1 \le j \le i-1$, e os valores de $T_j^{(k-1)}$ da iteração anterior, na qual $i+1 \le j \le N$.
6. A iteração é terminada quando um *critério de convergência* predeterminado é satisfeito. O critério pode ser escrito como

$$|T_i^{(k)} - T_i^{(k-1)}| \le \varepsilon \tag{4.52}$$

onde ε representa um erro na temperatura, que pode ser considerado aceitável.

Se a etapa 1 puder ser cumprida para cada equação, o sistema resultante é dito *diagonalmente dominante*, e a taxa de convergência é maximizada (o número de iterações necessárias é minimizado). Contudo, a convergência pode também ser obtida em muitas situações nas quais a dominância diagonal não pode ser obtida, embora a taxa de convergência seja mais lenta. A forma na qual os novos valores de T_i são calculados (etapas 4 e 5) também deve ser observada. Como as T_i para uma certa iteração são determinadas seqüencialmente, cada valor pode ser calculado usando-se as *estimativas mais recentes* das outras T_i. Essa propriedade está implícita na Equação 4.51, na qual o valor de cada incógnita é atualizado o mais rapidamente possível, isto é, para $1 \le j \le i-1$.

EXEMPLO 4.3

Um grande forno industrial é suportado por uma longa coluna de tijolos refratários, com 1 m por 1 m de lado. Durante a operação em regime estacionário, as condições são tais que três superfícies da coluna são mantidas a 500 K, enquanto a superfície restante é exposta a uma corrente de ar com $T_\infty = 300$ K e $h = 10$ W/(m²·K). Usando uma malha com $\Delta x = \Delta y = 0{,}25$ m, determine a distribuição de temperaturas bidimensional na coluna e a taxa de transferência de calor para a corrente de ar, por unidade de comprimento da coluna.

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões e condições nas superfícies de uma coluna de sustentação.

Achar: Distribuição de temperaturas e taxa de transferência de calor por unidade de comprimento.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Condução bidimensional.
3. Propriedades constantes.
4. Ausência de geração interna.

Propriedades: Tabela A.3, tijolo refratário ($T \approx 478$ K): $k = 1$ W/(m·K).

Análise: A malha especificada possui 12 pontos nodais nos quais as temperaturas são desconhecidas. Contudo, devido à simetria do sistema, o número de incógnitas é reduzido para 8, pois as temperaturas dos pontos nodais localizados à esquerda da linha de simetria devem ser iguais às temperaturas dos pontos equivalentes localizados à direita.

Os nós 1, 3 e 5 são pontos interiores cujas equações de diferenças finitas podem ser deduzidas da Equação 4.29. Assim,

$$\text{Nó 1:}\quad T_2 + T_3 + 1000 - 4T_1 = 0$$

$$\text{Nó 3:}\quad T_1 + T_4 + T_5 + 500 - 4T_3 = 0$$

$$\text{Nó 5:}\quad T_3 + T_6 + T_7 + 500 - 4T_5 = 0$$

As equações para os pontos 2, 4 e 6 podem ser obtidas de maneira semelhante ou, como eles se encontram sobre a adiábata de simetria, pelo uso da Equação 4.42 com $h = 0$. Assim,

$$\text{Nó 2:}\quad 2T_1 + T_4 + 500 - 4T_2 = 0$$

$$\text{Nó 4:}\quad T_2 + 2T_3 + T_6 - 4T_4 = 0$$

$$\text{Nó 6:}\quad T_4 + 2T_5 + T_8 - 4T_6 = 0$$

A partir da Equação 4.42 e do fato de que $h\Delta x/k = 2{,}5$, tem-se também que

$$\text{Nó 7:}\quad 2T_5 + T_8 + 2000 - 9T_7 = 0$$

$$\text{Nó 8:}\quad 2T_6 + 2T_7 + 1500 - 9T_8 = 0$$

De posse das equações de diferenças finitas necessárias, uma solução por inversão de matrizes pode ser obtida ordenando-as do nó 1 ao nó 8, como segue:

$$\begin{array}{lllllllll}
-4T_1 + & T_2 + & T_3 + & 0 + & 0 + & 0 & + 0 & + 0 & = -1000 \\
2T_1 + & -4T_2 + & 0 + & T_4 + & 0 + & 0 & + 0 & + 0 & = -500 \\
T_1 + & 0 + & -4T_3 + & T_4 + & T_5 + & 0 & + 0 & + 0 & = -500 \\
0 + & T_2 + & 2T_3 + & -4T_4 + & 0 + & T_6 & + 0 & + 0 & = 0 \\
0 + & 0 + & T_3 + & 0 + & -4T_5 + & T_6 & + T_7 & + 0 & = -500 \\
0 + & 0 + & 0 + & T_4 + & 2T_5 + & -4T_6 & + 0 & + T_8 & = 0 \\
0 + & 0 + & 0 + & 0 + & 2T_5 + & 0 & + -9T_7 & + T_8 & = -2000 \\
0 + & 0 + & 0 + & 0 + & 0 + & 2T_6 & + 2T_7 & - 9T_8 & = -1500
\end{array}$$

Em notação matricial, de acordo com a Equação 4.48, essas equações têm a forma $[A][T] = [C]$, onde

$$[A] = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -9 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} -1000 \\ -500 \\ -500 \\ 0 \\ -500 \\ 0 \\ -2000 \\ -1500 \end{bmatrix}$$

Utilizando um algoritmo padrão para inversão de matrizes, é uma questão simples a determinação da inversa de $[A]$, $[A]^{-1}$, fornecendo

$$[T] = [A]^{-1}[C]$$

onde

$$[T] = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 489{,}30 \\ 485{,}15 \\ 472{,}07 \\ 462{,}01 \\ 436{,}95 \\ 418{,}74 \\ 356{,}99 \\ 339{,}05 \end{bmatrix} \text{K} \qquad \triangleleft$$

A taxa de transferência de calor da coluna para a corrente de ar pode ser calculada pela expressão

$$\left(\frac{q}{L}\right) = 2h\left[\left(\frac{\Delta x}{2}\right)(T_s - T_\infty) + \Delta x\,(T_7 - T_\infty) + \left(\frac{\Delta x}{2}\right)(T_8 - T_\infty)\right]$$

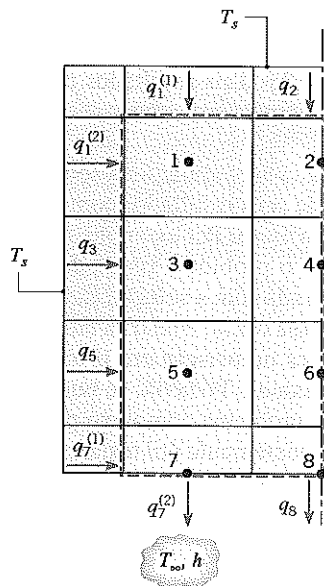
na qual o fator 2 do lado de fora dos colchetes tem origem na condição de simetria. Assim,

$$\left(\frac{q}{L}\right) = 2 \times 10\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}[(0{,}125\ \text{m}\ (200\ \text{K})$$

$$+ 0{,}25\ \text{m}\ (56{,}99\ \text{K}) + 0{,}125\ \text{m}\ (39{,}05\ \text{K})] = 883\ \text{W/m}$$

◁

Comentários:

1. Para garantir a inexistência de erros na formulação das equações de diferenças finitas ou na execução de suas soluções, uma verificação deve ser efetuada no que se refere ao fato de os resultados satisfazerem a conservação de energia na rede nodal. Para condições de regime estacionário, a exigência dita que a taxa de entrada de energia deve ser igual à taxa de sua saída *para uma superfície de controle que circunda as regiões nodais cujas temperaturas foram determinadas.*

Para a meia-seção simétrica mostrada no esquema, tem-se que a condução para o interior das regiões nodais deve ser equilibrada pela convecção a partir destas regiões. Assim,

$$q_1^{(1)} + q_1^{(2)} + q_2 + q_3 + q_5 + q_7^{(1)} = q_7^{(2)} + q_8$$

A soma das taxas condutivas é, então,

$$\frac{q_{\text{cond}}}{L} = k\left[\Delta x\frac{(T_s - T_1)}{\Delta y} + \Delta y\frac{(T_s - T_1)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2}\frac{(T_s - T_2)}{\Delta y}\right.$$

$$\left. + \Delta y\frac{(T_s - T_3)}{\Delta x} + \Delta y\frac{(T_s - T_5)}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{2}\frac{(T_s - T_7)}{\Delta x}\right]$$

$$= 191{,}31\ \text{W/m}$$

e a taxa convectiva é

$$\frac{q_{\text{conv}}}{L} = h\left[\Delta x(T_7 - T_\infty) + \frac{\Delta x}{2}(T_8 - T_\infty)\right] = 191{,}29\ \text{W/m}$$

A concordância entre as taxas condutiva e convectiva é excelente (dentro do erro de arredondamento), confirmando que não foram cometidos erros na formulação e na resolução das equações de diferenças finitas. Note que a transferência de calor por convecção em toda a superfície inferior (883 W/m) é obtida pela adição da taxa de transferência no nó da extremidade a 500 K (250 W/m) com a taxa nos nós interiores (191,3 W/m) e a sua multiplicação por 2 em função da simetria.

2. Embora as temperaturas calculadas satisfaçam às equações de diferenças finitas, elas não nos fornecem o campo de temperaturas exato. Lembre-se de que as equações são aproximações cuja precisão pode ser melhorada pela redução do tamanho da malha (aumentando-se o número de pontos nodais).
3. A distribuição de temperaturas também pode ser determinada pelo método iterativo de Gauss-Seidel. Com referência à organização das equações de diferenças finitas, fica evidente que a ordem já está caracterizada por uma dominância diagonal. Esse comportamento é típico das soluções por diferenças finitas de problemas de condução. Conseqüentemente, começamos pela etapa 2 e representamos as equações na forma explícita

$$T_1^{(k)} = 0{,}25T_2^{(k-1)} + 0{,}25T_3^{(k-1)} + 250$$

$$T_2^{(k)} = 0{,}50T_1^{(k)} + 0{,}25T_4^{(k-1)} + 125$$

$$T_3^{(k)} = 0{,}25T_1^{(k)} + 0{,}25T_4^{(k-1)} + 0{,}25T_5^{(k-1)} + 125$$

$$T_4^{(k)} = 0{,}25T_2^{(k)} + 0{,}50T_3^{(k)} + 0{,}25T_6^{(k-1)}$$

$$T_5^{(k)} = 0{,}25T_3^{(k)} + 0{,}25T_6^{(k-1)} + 0{,}25T_7^{(k-1)} + 125$$

$$T_6^{(k)} = 0{,}25T_4^{(k)} + 0{,}50T_5^{(k)} + 0{,}25T_8^{(k-1)}$$

$$T_7^{(k)} = 0{,}2222T_5^{(k)} + 0{,}1111T_8^{(k-1)} + 222{,}22$$

$$T_8^{(k)} = 0{,}2222T_6^{(k)} + 0{,}2222T_7^{(k)} + 166{,}67$$

Tendo as equações de diferenças finitas na forma requerida, o procedimento de iteração pode ser implementado com o auxílio de uma tabela que tem uma coluna para o número da iteração (etapa) e uma coluna para cada um dos nós identificada por T_i. Os cálculos são efetuados como segue:

1. Para cada nó, a estimativa para a temperatura inicial é inserida na linha para $k = 0$. Os valores são escolhidos de maneira racional, a fim de reduzir o número necessário de iterações.
2. Usando as N equações de diferenças finitas e os valores de T_i na primeira e segunda linhas, os novos valores de T_i são calculados para a primeira iteração ($k = 1$). Esses novos valores são inseridos na segunda linha.
3. Esse procedimento é repetido para calcular $T_i^{(k)}$ a partir dos valores anteriores de $T_i^{(k-1)}$ e dos valores atuais de $T_i^{(k)}$, até que a diferença de temperaturas entre duas iterações consecutivas satisfaça o critério estabelecido, $\varepsilon \leq 0{,}2$ K, em cada ponto nodal.

k	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	480	470	440	430	400	390	370	350
1	477,5	471,3	451,9	441,3	428,0	411,8	356,2	337,3
2	480,8	475,7	462,5	453,1	432,6	413,9	355,8	337,7
3	484,6	480,6	467,6	457,4	434,3	415,9	356,2	338,3
4	487,0	482,9	469,7	459,6	435,5	417,2	356,6	338,6
5	488,1	484,0	470,8	460,7	436,1	417,9	356,7	338,8
6	488,7	484,5	471,4	461,3	436,5	418,3	356,9	338,9
7	489,0	484,8	471,7	461,6	436,7	418,5	356,9	339,0
8	489,1	485,0	471,9	461,8	436,8	418,6	356,9	339,0

Os resultados fornecidos na linha 8 apresentam uma concordância excelente com aqueles obtidos pela inversão de matrizes, embora concordâncias ainda melhores pudessem ser obtidas através da redução no valor de ε. Entretanto, em função da natureza aproximada das equações de diferenças finitas, os resultados ainda representam aproximações das temperaturas reais. A precisão da aproximação pode ser melhorada pelo uso de uma malha mais fina (aumentando o número de nós).

4. Note que o sistema anterior de oito equações de diferenças finitas para as temperaturas nodais pode ser resolvido em sistemas computacionais nos quais haja rotinas para a solução de sistemas de equações lineares. Como um exercício para aprendizagem da tarefa, coloque as equações em um sistema para resolvê-las. Compare os seus resultados com aqueles na tabela anterior.

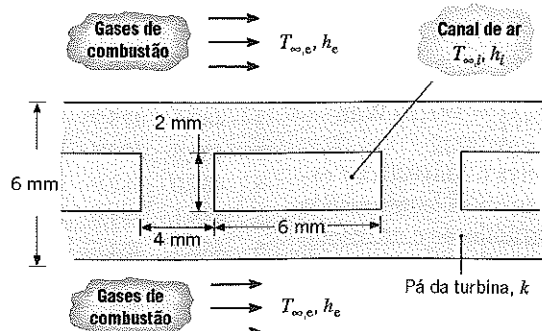
4.5.3 Algumas Precauções

Conforme observado anteriormente, é sempre aconselhável verificar se uma solução numérica foi corretamente formulada pela execução de um balanço de energia em uma superfície de controle envolvendo as regiões nodais cujas temperaturas foram determinadas. As temperaturas devem ser substituídas na equação do balanço de energia, e, se o balanço não for satisfeito dentro de um elevado grau de precisão, as equações de diferenças finitas devem ser checadas à procura de erros.

Mesmo quando as equações de diferenças finitas forem apropriadamente formuladas e resolvidas, os resultados podem ainda representar apenas uma aproximação grosseira do campo de temperaturas real. Esse comportamento é uma conseqüência do espaçamento finito (Δx, Δy) entre nós e das aproximações em diferenças finitas, como $k(\Delta y \cdot 1)(T_{m-1,n} - T_{m,n})/\Delta x$ para representar a lei de Fourier da condução $-k(dy \cdot 1)dT/dx$. Anteriormente, indicamos que as aproximações em diferenças finitas se tornam mais precisas à medida que a rede nodal é refinada (Δx e Δy são reduzidos). Portanto, se resultados precisos são desejados, testes de malha devem ser executados, nos quais resultados obtidos com uma malha fina são comparados aos obtidos com uma malha mais grossa. Por exemplo, uma redução pela metade dos valores de Δx e Δy quadruplica o número de nós e de equações de diferenças finitas. Se a concordância for insatisfatória, novos refinamentos poderão ser feitos até que as temperaturas calculadas não mais dependam significativamente da escolha de Δx e Δy. Tais resultados *independentes das dimensões da malha* forneceriam uma solução precisa para o problema físico.

Uma outra opção para validar uma solução numérica envolve a comparação de seus resultados com aqueles obtidos através de uma solução exata. Por exemplo, uma solução por diferenças finitas para o problema físico descrito na Figura 4.2 poderia ser comparada com a solução exata dada pela Equação 4.19. Entretanto, essa opção é restrita em função de raramente buscarmos soluções numéricas em problemas para os quais existem soluções exatas. Todavia, se buscarmos uma solução numérica para um problema complexo para o qual não há solução exata, é freqüentemente útil testar nossos procedimentos por diferenças finitas usando-os em versões mais simples do problema.

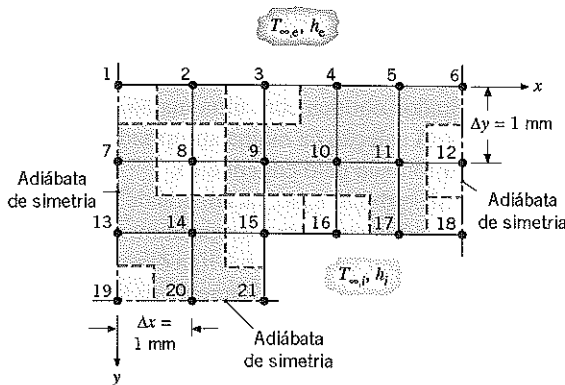
Exemplo 4.4

Um objetivo importante no avanço das tecnologias para motores de turbina a gás é aumentar o limite de temperatura associado à operação das pás da turbina a gás. Esse limite determina a temperatura máxima permissível para a admissão do gás na turbina, que, por sua vez, influencia fortemente o desempenho global do sistema. Além de fabricar as pás com superligas especiais, resistentes a altas temperaturas e a grandes esforços mecânicos, é comum usar resfriamento interno através da usinagem de canais de escoamento no interior das pás e da passagem de ar através desses canais. Desejamos avaliar o efeito de tal configuração aproximando a pá por um sólido retangular no qual são usinados canais retangulares. A pá, com condutividade térmica $k = 25$ W/(m·K), tem espessura de 6 mm. Cada canal possui uma seção transversal retangular de 2 mm × 6 mm e há um espaçamento de 4 mm entre canais adjacentes.

Sob condições de operação, nas quais h_e = 1000 W/(m²·K), $T_{\infty,e}$ = 1700 K, h_i = 200 W/(m²·K) e $T_{\infty,i}$ = 400 K, determine o campo de temperaturas na pá da turbina e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento para o canal. Em qual posição a temperatura é um máximo?

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões e condições de operação para uma pá de turbina a gás com canais internos.

Achar: Campo de temperaturas na pá, incluindo um local de temperatura máxima. Taxa de transferência de calor por unidade de comprimento para o canal.

Esquema:

Considerações:

1. Condução bidimensional em regime estacionário.
2. Propriedades constantes.

Análise: Adotando um espaçamento na malha de $\Delta x = \Delta y$ = 1 mm e identificando as três linhas de simetria, a rede nodal mostrada no esquema é construída. As equações de diferenças finitas correspondentes podem ser obtidas pela aplicação do método do balanço de energia nos nós 1, 6, 18, 19 e 21, e pelo uso dos resultados da Tabela 4.2 para os demais pontos nodais.

A transferência de calor para o nó 1 ocorre por condução proveniente dos nós 2 e 7, bem como por convecção a partir do fluido externo. Como não há transferência de calor originada na região localizada além da adiabática de simetria, a aplicação de um balanço de energia ao quarto de seção associado ao nó 1 fornece uma equação de diferenças finitas com a forma

$$\text{Nó 1:}\quad T_2 + T_7 - \left(2 + \frac{h_e \Delta x}{k}\right)T_1 = -\frac{h_e \Delta x}{k}T_{\infty,e}$$

Um resultado similar pode ser obtido para a região nodal 6, que é caracterizada por condições equivalentes nas superfícies (2 conduções, 1 convecção e 1 adiabática). Os nós 2 a 5 correspondem ao caso 3 da Tabela 4.2 e, escolhendo o nó 3 como um exemplo, segue-se que

$$\text{Nó 3:}\quad T_2 + T_4 + 2T_9 - 2\left(\frac{h_e \Delta x}{k} + 2\right)T_3 = -\frac{2h_e \Delta x}{k}T_{\infty,e}$$

Os nós 7, 12, 13 e 20 correspondem ao caso 5 da Tabela 4.2, com $q'' = 0$, e, escolhendo o nó 12 como um exemplo, tem-se que

$$\text{Nó 12:}\quad T_6 + 2T_{11} + T_{18} - 4T_{12} = 0$$

Os nós 8 a 11 e 14 são nós interiores (caso 1). Para o nó 8, a equação de diferenças finitas é

$$\text{Nó 8:}\quad T_2 + T_7 + T_9 + T_{14} - 4T_8 = 0$$

O nó 15 é um vértice interno (caso 2), para o qual

$$\text{Nó 15:}\quad 2T_9 + 2T_{14} + T_{16} + T_{21} - 2\left(3 + \frac{h_i \Delta x}{k}\right)T_{15} = -2\frac{h_i \Delta x}{k}T_{\infty,i}$$

enquanto os nós 16 e 17 estão situados sobre uma superfície plana com convecção (caso 3):

$$\text{Nó 16:}\quad 2T_{10} + T_{15} + T_{17} - 2\left(\frac{h_i \Delta x}{k} + 2\right)T_{16} = -\frac{2h_i \Delta x}{k}T_{\infty,i}$$

Em cada uma, a transferência de calor para as regiões nodais 18 e 21 é caracterizada pela condução proveniente de dois nós vizinhos e pela convecção a partir do escoamento interno, com a ausência de transferência de calor através da adiábata vizinha. Efetuando um balanço de energia na região nodal 18, segue-se que

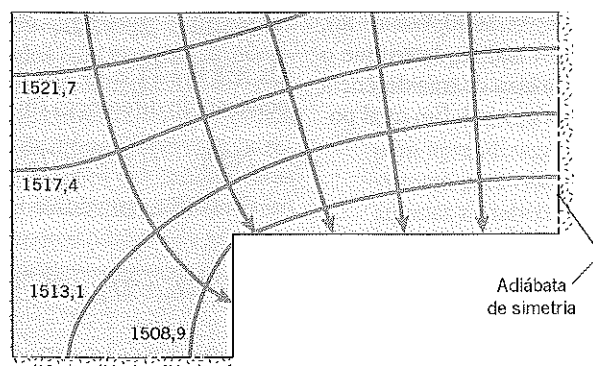
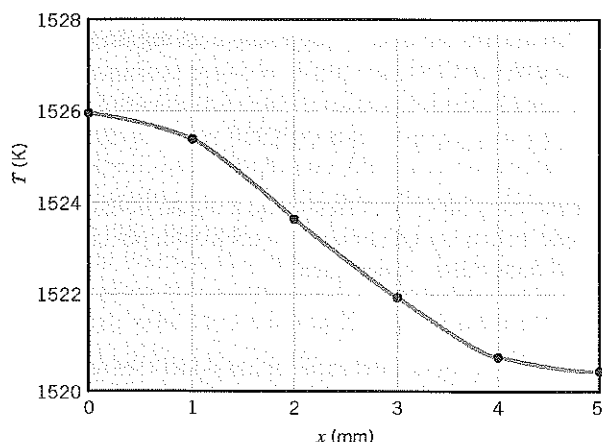
$$\text{Nó 18:}\quad T_{12} + T_{17} - \left(2 + \frac{h_i \Delta x}{k}\right)T_{18} = -\frac{h_i \Delta x}{k}T_{\infty,i}$$

O último caso especial corresponde à região nodal 19, que possui duas superfícies adiabáticas e recebe calor por condução através das duas outras superfícies.

$$\text{Nó 19:}\quad T_{13} + T_{20} - 2T_{19} = 0$$

As 21 equações de diferenças finitas podem ser resolvidas para determinar as temperaturas desconhecidas e para as condições especificadas, obtendo-se os seguintes resultados:

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
1526,0K	1525,3K	1523,6K	1521,9K	1520,8K	1520,5K
T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}
1519,7K	1518,8K	1516,5K	1514,5K	1513,3K	1512,9K
T_{13}	T_{14}	T_{15}	T_{16}	T_{17}	T_{18}
1515,1K	1513,7K	1509,2K	1506,4K	1505,0K	1504,5K
T_{19}	T_{20}	T_{21}			
1513,4K	1511,7K	1506,0K			

O campo de temperaturas pode, também, ser representado na forma de isotermas, e quatro dessas curvas de temperatura constante são mostradas no primeiro esquema da página seguinte. Também são mostradas linhas de fluxo de calor que foram cuidadosamente desenhadas de tal forma que são, em qualquer lugar, perpendiculares às isotermas e coincidem com as adiábatas de simetria. As superfícies que estão expostas aos gases de combustão e ao ar não são isotérmicas e, conseqüentemente, as linhas de fluxo de calor não são perpendiculares a estes contornos.

Como esperado, a temperatura máxima está localizada no ponto mais distante do refrigerante, que corresponde ao nó 1. As temperaturas ao longo da superfície da pá da turbina exposta aos gases de combustão merecem atenção especial. Usando-se uma rotina de interpolação nas previsões das equações de diferenças finitas, a distribuição a seguir é obtida:

A taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do canal pode ser representada como

$$q' = 4h_i[(\Delta y/2)(T_{21} - T_{\infty,i}) + (\Delta y/2 + \Delta x/2)(T_{15} - T_{\infty,i}) + (\Delta x)(T_{16} - T_{\infty,i}) + \Delta x(T_{17} - T_{\infty,i}) + (\Delta x/2)(T_{18} - T_{\infty,i})]$$

ou, alternativamente, como

$$q' = 4h_e[(\Delta x/2)(T_{\infty,e} - T_1) + (\Delta x)(T_{\infty,e} - T_2) + (\Delta x)(T_{\infty,e} - T_3) + (\Delta x)(T_{\infty,e} - T_4) + (\Delta x)(T_{\infty,e} - T_5) + (\Delta x/2)(T_{\infty,e} - T_6)]$$

onde o fator de 4 tem sua origem nas condições de simetria. Em ambos os casos, obtemos

$$q' = 3540{,}6 \text{ W/m} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. A precisão da solução por diferenças finitas pode ser melhorada pelo refinamento da malha. Se, por exemplo, reduzirmos pela metade o espaçamento da malha ($\Delta x = \Delta y = 0{,}5$ mm) e dessa forma aumentarmos o número de temperaturas nodais desconhecidas para 65, obtemos os seguintes resultados para temperaturas selecionadas e para a taxa de transferência de calor:

$$T_1 = 1525{,}9 \text{ K}, \quad T_6 = 1520{,}5 \text{ K}, \quad T_{15} = 1509{,}2 \text{ K},$$
$$T_{18} = 1504{,}5 \text{ K}, \quad T_{19} = 1513{,}5 \text{ K}, \quad T_{21} = 1505{,}7 \text{ K},$$
$$q' = 3539{,}9 \text{ W/m}$$

A concordância entre os dois conjuntos de resultados é excelente. Obviamente, o uso da malha mais fina aumenta a implementação e o tempo computacional, e em muitos casos os resultados obtidos com uma malha mais grossa são satisfatórios. A seleção da malha apropriada é uma decisão que deve ser tomada pelo engenheiro.

2. Na indústria de turbinas a gás, há um grande interesse na adoção de medidas que reduzam a temperatura nas pás. Tais medidas podem incluir o uso de uma liga diferente, com maior condutividade térmica, e/ou o aumento da vazão do refrigerante através dos canais, dessa forma aumentando o h_i. Usando a solução por diferenças finitas com $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, os seguintes resultados são obtidos para variações paramétricas de k e h_i.

k (W/(m·K))	h_i (W/(m²·K))	T_1 (K)	q' (W/m)
25	200	1526,0	3540,6
50	200	1523,4	3563,3
25	1000	1154,5	11.095,5
50	1000	1138,9	11.320,7

Por que os aumentos em k e h_i reduzem a temperatura na pá? Por que o efeito da variação de h_i é mais significativo do que o de mudanças no k?

3. Note que, como a superfície exterior da pá se encontra a uma temperatura extremamente elevada, as perdas por radiação para a vizinhança podem ser significativas. Na análise por diferenças finitas, tais efeitos poderiam ser considerados através da linearização da equação da taxa da radiação (ver Equações 1.8 e 1.9) e pelo seu tratamento da mesma forma que a convecção. Contudo, uma vez que o coeficiente radiante h_r depende da temperatura superficial, uma solução iterativa para as equações de diferenças finitas seria necessária para garantir que as temperaturas superficiais resultantes correspondam às temperaturas utilizadas na determinação do h_r em cada ponto nodal.

4. Um software especialista pode ser utilizado para resolver o sistema de 19 equações de diferenças finitas para as temperaturas nodais. As equações podem ser formuladas a partir dos dados da Tabela 4.2.

4.6 Resumo

O primeiro objetivo deste capítulo foi desenvolver uma visão da natureza de um problema de condução em duas dimensões e dos métodos que estão disponíveis para a sua solução. Ao se deparar com um problema bidimensional, você deve primeiramente verificar se uma solução exata é conhecida. Isto pode ser feito examinando-se algumas das excelentes referências nas quais soluções exatas para a equação do calor são obtidas [1-5]. Você pode, também, querer verificar se o fator de forma ou a taxa de condução de calor adimensional é conhecida para o sistema de interesse [6-10]. Contudo, freqüentemente, as condições são tais que o uso de um fator de forma, da taxa de condução de calor adimensional ou de uma solução exata não é possível, e é necessária a utilização de uma solução por diferenças finitas ou elementos finitos. Você deve valorizar a natureza inerente do *processo de discretização* e saber como formular e resolver as equações de diferenças finitas para os pontos discretos de uma rede nodal. Você deve testar o seu entendimento de conceitos relacionados com esses assuntos ao responder às questões a seguir.

- O que é uma *isoterma*? O que é uma *linha de fluxo de calor*? Como estão relacionadas geometricamente essas duas linhas?
- O que é uma *adiábata*? Como ela está relacionada a uma linha de simetria? Como ela é interceptada por uma isoterma?
- Que parâmetros caracterizam o efeito da geometria na relação entre a taxa de transferência de calor e a diferença de temperaturas global na condução em regime estacionário em um sistema bidimensional? Como esses parâmetros estão relacionados com a resistência condutiva?
- O que é representado pela temperatura de um *ponto nodal* e como a precisão de uma temperatura nodal depende da proposta da *rede nodal*?

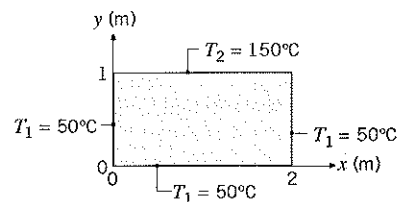
Referências

1. Schneider, P. J., *Conduction Heat Transfer,* Addison-Wesley, Reading, MA, 1955.
2. Carslaw, H. S., and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, London, 1959.
3. Özisik, M. N., *Heat Conduction*, Wiley Interscience, New York, 1980.
4. Kakac, S., and Y. Yener, *Heat Conduction,* Hemisphere Publishing, New York, 1985.
5. Poulikakos, D., *Conduction Heat Transfer,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
6. Sunderland, J. E., and K. R. Johnson, *Trans. ASHRAE,* **10**, 237–241, 1964.
7. Kutateladze, S. S., *Fundamentals of Heat Transfer,* Academic Press, New York, 1963.
8. General Electric Co. (Corporate Research and Development), *Heat Transfer Data Book,* Section 502, General Electric Company, Schenectady, NY, 1973.
9. Hahne, E., and U. Grigull, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **18**, 751–767, 1975.
10. Yovanovich, M. M., in W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and Y. I. Cho, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1998, pp. 3.1–3.73.
11. Gerald, C. F., and P. O. Wheatley, *Applied Numerical Analysis*, Pearson Education, Upper Saddle River, NJ, 1998.
12. Hoffman, J. D., *Numerical Methods for Engineers and Scientists,* McGraw-Hill, New York, 1992.

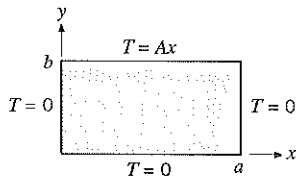
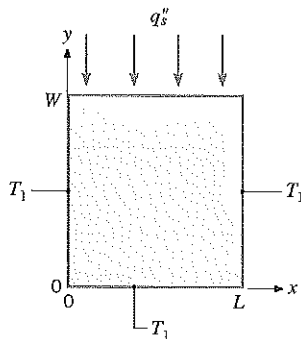
Problemas

Soluções Exatas

4.1 No método de separação de variáveis (Seção 4.2) para a condução bidimensional em regime estacionário, a constante de separação λ^2 nas Equações 4.6 e 4.7 deve ser uma constante positiva. Mostre que valores negativos e zero para λ^2 resultarão em soluções que não podem satisfazer às condições de contorno especificadas.

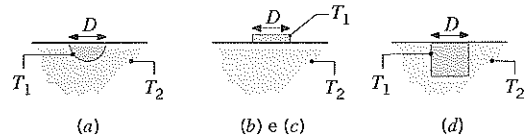
4.2 Uma placa retangular bidimensional está sujeita às condições de contorno especificadas. Usando os resultados da solução exata para a equação do calor apresentados na Seção 4.2, calcule a temperatura no ponto central (1;0,5), utilizando os cinco primeiros termos não-nulos da série infinita que deve ser determinada. Avalie o erro decorrente do uso somente dos três primeiros termos da série infinita. Represente graficamente as distribuições de temperaturas $T(x;0,5)$ e $T(1,0;y)$.

4.3 Considere que a placa retangular bidimensional do Problema 4.2 possua uma condutividade térmica de 50 W/(m·K). Partindo da solução exata para a distribuição de temperaturas, deduza uma expressão para a taxa de transferência de calor, por unidade de espessura, saindo pela superfície inferior ($0 \leq x \leq 2, y = 0$) da placa. Calcule a taxa de transferência de calor considerando os cinco primeiros termos não-nulos da série infinita.

4.4 Uma placa retangular bidimensional está sujeita às condições de contorno mostradas na figura. Deduza uma expressão para

a distribuição de temperaturas em regime estacionário $T(x,y)$.

4.5 Uma placa retangular bidimensional é submetida a condições de contorno de temperatura especificada em três lados e a condição de fluxo térmico uniforme *para dentro* da placa em sua superfície superior. Usando a abordagem geral da Seção 4.2, deduza uma expressão para a distribuição de temperaturas na placa.

Fatores de Forma e Taxas de Condução de Calor Adimensionais

4.6 Usando as relações das resistências térmicas desenvolvidas no Capítulo 3, determine expressões para o fator de forma para as seguintes geometrias:
(a) Parede plana, casca cilíndrica e casca esférica.
(b) Esfera isotérmica de diâmetro D enterrada em um meio infinito.

4.7 Seja o Problema 4.5, agora com a placa tendo seção transversal quadrada, $W = L$.
(a) Deduza uma expressão para o fator de forma, S_{max}, associado à temperatura *máxima* na superfície superior, tal que $q = S_{max}k(T_{2,max} - T_1)$, onde $T_{2,max}$ é a temperatura máxima ao longo de $y = W$.
(b) Deduza uma expressão para o fator de forma, S_{med}, associado à temperatura *média* na superfície superior, $q = S_{med}k(\bar{T}_2 - T_1)$, onde $\bar{T}_2$ é a temperatura média ao longo de $y = W$.
(c) Determine os fatores de forma que podem ser usados para determinar as temperaturas máxima e média ao longo de $y = W$. Determine as temperaturas máxima e média para $T_1 = 0$°C, $L = W = 10$ mm, $k = 20$ W/(m·K) e $q_s'' = 1000$ W/m^2.

4.8 Com base nas taxas de transferência de calor por condução adimensionais para os casos 12-15 na Tabela 4.1*b*, encontre fatores de forma para os seguintes objetos com temperatura T_1, localizados na superfície de um meio semi-infinito que está à temperatura T_2. A superfície do meio semi-infinito é adiabática.
(a) Uma semi-esfera enterrada, com o plano no mesmo nível da superfície.
(b) Um disco sobre a superfície. Compare o seu resultado com o da Tabela 4.1*a*, caso 10.
(c) Um quadrado sobre a superfície.
(d) Um cubo enterrado, com um lado no mesmo nível da superfície.

4.9 Rejeitos radioativos são temporariamente armazenados em um recipiente esférico, cujo centro encontra-se enterrado a uma distância de 10 m abaixo da superfície da terra. O diâmetro externo do recipiente possui 2 m e 500 W de calor são liberados como resultado do processo de decaimento radioativo. Se a temperatura da superfície do solo é de 20°C, qual é a temperatura da superfície externa do recipiente em condições de regime estacionário? Em um esboço do sistema solo-recipiente desenhado em escala, mostre isotermas e linhas de fluxo térmico representativas no interior do solo.

4.10 Um oleoduto utilizado para o transporte de óleo cru está enterrado no solo de tal modo que o seu eixo central se encontra a uma distância de 1,5 m abaixo da superfície. O duto possui um diâmetro externo de 0,5 m e está isolado com uma camada de 100 mm de vidro celular. Qual é a perda de calor, por unidade de comprimento do duto, em condições nas quais óleo aquecido a uma temperatura de 120°C escoa através da tubulação e a superfície do solo se encontra a uma temperatura de 0°C?

4.11 Um longo cabo de transmissão de potência está enterrado a uma profundidade (distância do nível do solo ao eixo central do cabo) de 2 m. O cabo encontra-se no interior de um tubo de parede delgada com diâmetro igual a 0,1 m. Para fazer com que o cabo opere com *propriedades de um supercondutor* (essencialmente dissipação térmica nula), o espaço entre o cabo e o tubo é preenchido com nitrogênio líquido a 77 K. Estando o tubo coberto com um superisolante ($k_i = 0{,}005$ W/(m·K)) com 0,05 m de espessura e a superfície do solo ($k_s = 1{,}2$ W/(m·K)) a 300 K, qual é a carga de resfriamento, em W/m, que deve ser mantida pelo refrigerante criogênico por unidade de comprimento do tubo?

4.12 Um aquecedor elétrico com 100 mm de comprimento e 5 mm de diâmetro é inserido no interior de um orifício perfurado perpendicularmente à superfície de um grande bloco de um material cuja condutividade térmica é de 5 W/(m·K). Estime a temperatura atingida pelo aquecedor quando ele dissipa 50 W, com a temperatura na superfície do bloco igual a 25°C.

4.13 Duas dutovias paralelas, separadas por uma distância de 0,5 m, estão enterradas em um solo cuja condutividade térmica é de 0,5 W/(m·K). Os dutos possuem diâmetros externos de 100 e 75 mm, com temperaturas superficiais de 175°C e 5°C, respectivamente. Estime a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento, entre as duas dutovias.

4.14 Um tubo com 50 mm de diâmetro possui uma temperatura superficial de 85°C e está inserido no plano central de uma placa de concreto com 0,1 m de espessura, cujas superfícies superior e inferior estão a 20°C. Usando a expressão apropriada nas tabelas para essa configuração, ache o fator de forma. Determine a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo.

4.15 Vapor d'água pressurizado a 450 K escoa através de um tubo comprido de parede delgada com 0,5 m de diâmetro. O tubo encontra-se no interior de um invólucro de concreto com seção transversal quadrada de 1,5 m de lado. O eixo do tubo está centrado no invólucro e as superfícies externas do invólucro são mantidas a 300 K. Qual é a perda de calor por unidade de comprimento do tubo?

4.16 Água quente a 85°C escoa através de um tubo de cobre com parede delgada e diâmetro de 30 mm. O tubo encontra-se no interior de uma casca cilíndrica excêntrica, mantida a 35°C e com

diâmetro de 120 mm. A excentricidade, definida como a distância entre os centros do tubo e da casca, é de 20 mm. O espaço entre o tubo e a casca é preenchido com um material isolante que possui uma condutividade térmica de 0,05 W/(m·K). Calcule a perda de calor por unidade de comprimento do tubo e compare o resultado com a perda de calor para um arranjo concêntrico.

4.17 Uma fornalha de formato cúbico, com dimensões externas de 0,35 m, é construída com tijolos refratários. Sendo a espessura da parede igual a 50 mm, a superfície interna mantida a uma temperatura de 600°C e a superfície externa a 75°C, calcule a perda de calor na fornalha.

4.18 A distribuição de temperaturas em materiais irradiados por *laser* é determinada pela potência, tamanho e forma do feixe de *laser*, juntamente com as propriedades do material que está sendo irradiado. A forma do feixe é tipicamente gaussiana e o fluxo de irradiação local do feixe (freqüentemente chamado de *fluência* do *laser*) é

$$q''(x, y) = q''(x = y = 0)\exp(-x/r_f)^2 \exp(-y/r_f)^2$$

As coordenadas x e y determinam o local de interesse na superfície do material irradiado. Seja o caso no qual o centro do feixe é localizado em $x = y = r = 0$. O feixe é caracterizado por um raio, r_f, definido como a localização radial onde a fluência local é $q''(r_f) = q''(r = 0)/e \approx 0{,}368q''(r = 0)$.

Um fator de forma para aquecimento gaussiano é $S = 2\pi^{1/2}r_f$, onde S é definido em termos de $T_{1,max} - T_2$ [Nissin, Y.I., A. Lietoila, R. G. Gold e J. F. Gibbons, *J. Appl. Phys.*, **51**, 274, 1980]. Calcule a temperatura superficial máxima, no regime estacionário, associada à irradiação, por um feixe gaussiano com $r_f = 0{,}1$ mm e potência $P = 1$ W, de um material com condutividade térmica $k = 27$ W/(m·K) e absortividade $\alpha = 0{,}45$. Compare o seu resultado com a temperatura máxima que ocorreria se a irradiação fosse com um feixe circular com mesmos diâmetro e potência, mas caracterizado por uma fluência uniforme (um feixe *plano*). Calcule, também, a temperatura média da superfície irradiada pelo feixe com fluência uniforme. A temperatura muito afastada do ponto irradiado é de $T_2 = 25$°C.

4.19 Feixes de *laser* são usados para processar termicamente materiais em uma ampla gama de aplicações. Freqüentemente, o feixe é deslocado ao longo da superfície do material segundo um padrão desejado. Seja o processo de aquecimento a *laser* do Problema 4.18, exceto agora pelo fato de que o feixe de *laser* se desloca pela superfície do material a uma velocidade U. Uma temperatura superficial adimensional máxima pode ser bem correlacionada por uma expressão na forma [Nissin, Y. I., A. Lietoila, R. G. Gold e J. F. Gibbons, *J. Appl. Phys.*, **51**, 274, 1980]

$$\frac{T_{1,max,U=0} - T_2}{T_{1,max,U\neq0} - T_2} = 1 + 0{,}301Pe - 0{,}0108Pe^2$$

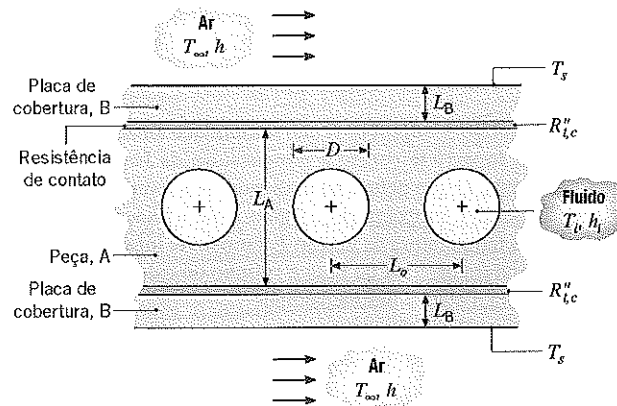
na faixa $0 < Pe < 10$, onde Pe é a velocidade adimensional conhecida como o número de Peclet. Para esse problema, $Pe = Ur_f/(\sqrt{2}\alpha)$, onde α é a difusividade térmica do material. A temperatura máxima no material não ocorre diretamente abaixo do feixe de *laser*, mas em uma distância de retardo, δ, atrás do centro do feixe em deslocamento. A distância de retardo adimensional pode ser correlacionada com Pe por [Sheng, I. C. e Y.Chen, *J. Thermal Stresses*, **14**,129,1991]

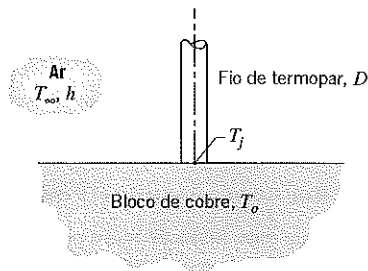
$$\frac{\delta U}{\alpha} = 0{,}944Pe^{1{,}55}$$

(a) Para o tamanho e forma do feixe de *laser* e para o material do Problema 4.18, determine a potência do *laser* requerida para obter-se $T_{1,max} = 200$°C para $U = 2$ m/s. A densidade e o calor específico do material são $\rho = 2000$ kg/m³ e $c = 800$ J/(kg·K), respectivamente.
(b) Determine a distância de retardo, δ, associada a $U = 2$ m/s.
(c) Represente graficamente a potência do *laser* necessária para atingir $T_{1,max} = 200$°C para $0 \leq U \leq 2$ m/s.

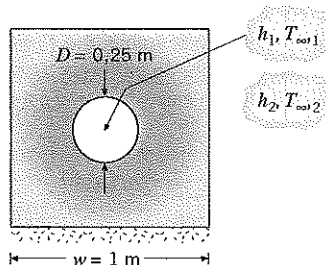
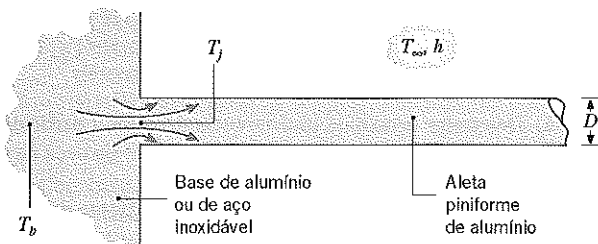
Fatores de Forma com Circuitos Térmicos

4.20 Um forno cúbico para fusão de vidro possui dimensões externas de $W = 5$ m de lado e é construído com tijolos refratários, com espessura $L = 0{,}35$ m e condutividade térmica $k = 1{,}4$ W/(m·K). As laterais e o topo do forno estão expostos ao ar ambiente a 25°C, com a convecção natural caracterizada por um coeficiente médio $h = 5$ W/(m²·K). A base do forno encontra-se sobre uma plataforma, que permite a exposição de uma grande parte da sua superfície ao ar ambiente, e, em uma primeira aproximação, um coeficiente convectivo de $h = 5$ W/(m²·K) pode ser também admitido. Sob condições de operação nas quais gases da combustão mantêm as superfícies internas do forno a 1100°C, qual é a perda de calor no forno?

4.21 Um fluido quente escoa através de canais circulares em uma peça de ferro fundido (A) com espessura $L_A = 30$ mm, que apresenta um contato deficiente com as placas de cobertura (B), que têm espessura $L_B = 7{,}5$ mm. Os canais possuem diâmetro $D = 15$ mm e o espaçamento entre as linhas de centro de canais adjacentes é $L_o = 60$ mm. As condutividades térmicas dos materiais são $k_A = 20$ W/(m·K) e $k_B = 75$ W/(m·K), enquanto a resistência de contato entre os dois materiais é de $R''_{t,c} = 2{,}0 \times 10^{-4}$ m² K/W. O fluido quente está a $T_i = 150$°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção é de 1000 W/(m²·K). A placa de cobertura está exposta ao ar ambiente a $T_\infty = 25$°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 200 W/(m²·K). O fator de forma entre um canal e a superfície superior, e a inferior, da peça é 4,25.

(a) Determine a taxa de transferência de calor a partir de um único canal, por unidade de comprimento da peça na direção normal à página, q'_i.
(b) Determine a temperatura da superfície externa da placa de cobertura, T_s.
(c) Comente a respeito dos efeitos de mudanças no espaçamento entre os canais nos valores de q'_i e T_s. Como o isolamento da superfície inferior afetaria q'_i e T_s?

4.22 Um fio comprido de constantã, com 1 mm de diâmetro, tem uma de suas extremidades soldada à superfície de um grande bloco de cobre, formando uma junta de termopar. O fio se comporta como uma aleta, permitindo a saída de calor pela sua superfície e, assim, diminuindo a temperatura medida na junta T_j em relação à temperatura do bloco, T_o.

(a) Se o fio encontra-se no ar a 25°C, com um coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K), estime o erro de medida $(T_j - T_0)$ do termopar quando o bloco estiver a 125°C.

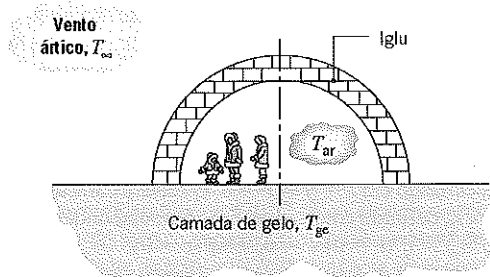
[(b)] Para coeficientes de transferência de calor por convecção de 5, 10 e 25 W/(m²·K), represente graficamente o erro de medida em função da condutividade térmica do material do bloco na faixa de 15 a 400 W/(m·K). Sob quais circunstâncias é vantajoso utilizar um fio com menor diâmetro?

4.23 Um furo de diâmetro $D = 0,25$ m é perfurado através do centro de um bloco sólido de seção transversal quadrada com $w = 1$ m de lado. O furo atravessa o comprimento do bloco, que é de $l = 2$ m. O bloco tem condutividade térmica $k = 150$ W/(m·K). As superfícies externas estão expostas ao ar ambiente, com $T_{\infty,2} = 25$°C e $h_2 = 4$ W/(m²·K), enquanto óleo quente escoa através do furo podendo ser caracterizado por $T_{\infty,1} = 300$°C e $h_1 = 50$ W/(m²·K). Determine a taxa de transferência de calor e as temperaturas superficiais correspondentes.

4.24 No Capítulo 3, supusemos que sempre que aletas eram fixadas a uma superfície (base) a temperatura da base permanecia inalterada. O que ocorre na realidade, se a temperatura da base for superior à temperatura no fluido, é que a fixação de uma aleta reduz a temperatura na junção T_j a um nível inferior ao valor da temperatura original da base e o fluxo de calor do material da base para a aleta é bidimensional.

Considere condições nas quais um longo pino de alumínio, com diâmetro de $D = 5$ mm, é fixado a um material base cuja temperatura em um ponto distante da junção é mantida a $T_b = 100$°C. As condições de convecção no pino correspondem a $h = 50$ W/(m²·K) e $T_\infty = 25$°C.

(a) Quais são a taxa de transferência de calor no pino e a temperatura na junção, quando o material da base é (i) alumínio ($k = 240$ W/(m·K)) e (ii) aço inoxidável ($k = 15$ W/(m·K))?

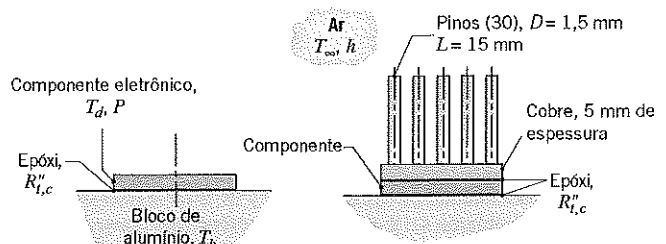
(b) Repita os cálculos anteriores para uma resistência térmica de contato de $R''_{t,j} = 3 \times 10^{-5}$ m²·K/W associada ao método utilizado para a fixação do pino ao material base.

[(c)] Considerando a resistência térmica de contato, para cada um dos dois materiais, represente graficamente a taxa de transferência de calor no pino em função do coeficiente convectivo, na faixa de $10 \leq h \leq 100$ W/(m²·K).

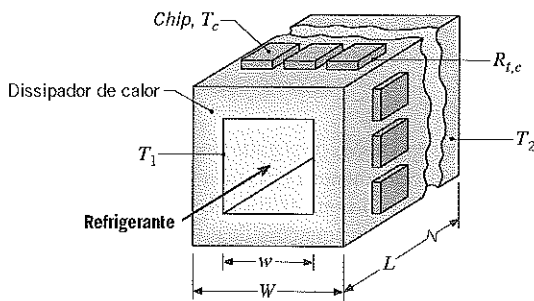
4.25 Um iglu é construído na forma de um hemisfério, com raio interno de 1,8 m e paredes de neve compactada com uma espessura de 0,5 m. No interior do iglu, o coeficiente de transferência de calor nas superfícies é de 6 W/(m²·K); no lado de fora, sob condições de ventos normais, ele é de 15 W/(m²·K). A condutividade térmica da neve compactada é de 0,15 W/(m·K). A temperatura da camada de gelo sobre a qual o iglu se encontra é de −20°C e a sua condutividade térmica é a mesma da neve compactada.

(a) Considerando que os corpos dos ocupantes do iglu forneçam uma fonte contínua de calor de 320 W no interior do iglu, calcule a temperatura do ar no seu interior quando a temperatura do ar externo é de $T_\infty = -40$°C. Certifique-se de levar em consideração as perdas de calor pelo chão do iglu.

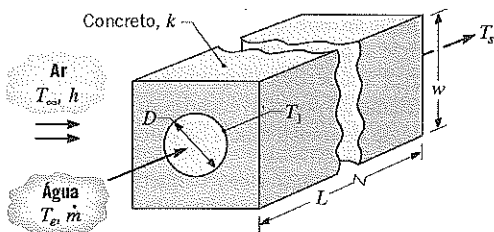
[(b)] Usando o circuito térmico da parte (a), execute uma análise de sensibilidade paramétrica para determinar quais variáveis possuem um efeito significativo na temperatura do ar no interior do iglu. Por exemplo, sob condições de ventos muito fortes, o coeficiente convectivo externo pode dobrar ou até mesmo triplicar. Faz algum sentido construir o iglu com paredes que possuam a metade ou então o dobro da espessura original?

4.26 Seja o circuito integrado (*chip*) delgado do Problema 3.136. Ao invés de fixar o dissipador de calor à superfície do *chip*, um engenheiro sugere que um resfriamento suficiente poderia ser alcançado pela fixação da superfície superior do *chip* sobre uma grande superfície de cobre ($k = 400$ W/(m·K)) localizada próximo à posição do *chip*. A junta metalúrgica entre o *chip* e o substrato fornece uma resistência de contato de $R''_{t,c} = 5 \times 10^{-6}$ m²·K/W e a temperatura máxima permissível do *chip* é 85°C. Sendo a temperatura do grande substrato igual a $T_2 = 25$°C nos locais afastados do chip, qual é a máxima dissipação de potência permitida no *chip* q_c?

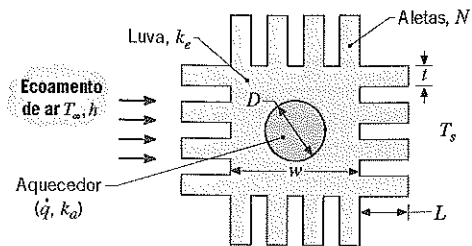
4.27 Um componente eletrônico na forma de um disco com 20 mm de diâmetro dissipa 100 W quando montado sobre um grande bloco de uma liga de alumínio (2024), cuja temperatura é mantida a 27°C. A configuração de montagem é tal que há uma resistência de contato de $R''_{t,c} = 5 \times 10^{-5}$ m²·K/W na interface entre o componente eletrônico e o bloco.

(a) Calcule a temperatura que o componente atingirá, supondo que toda a potência gerada pelo componente deva ser transferida por condução para o bloco.

(b) Com o objetivo de operar o componente com um nível mais elevado de potência, um projetista de circuito propõe fixar um dissipador de calor aletado no topo do componente. As aletas, em forma de pino, e o material de sua base são fabricados em cobre ($k = 400$ W/(m·K)) e estão expostos a uma corrente de ar a 27°C, com um coeficiente por convecção de 1000 W/(m²·K). Para a temperatura do componente calculada na parte (a), qual é a nova potência de operação permissível?

4.28 Um dissipador de calor de alumínio ($k = 240$ W/(m·K)), usado para resfriar uma série de *chips* eletrônicos, é constituído por um canal quadrado de dimensão interna $w = 25$ mm, no qual pode-se supor que um escoamento de um líquido mantenha uma temperatura superficial uniforme $T_1 = 20$°C. A largura externa e o comprimento são $W = 40$ mm e $L = 160$ mm, respectivamente.

Se $N = 120$ *chips* fixados à superfície externa do dissipador de calor mantêm uma temperatura superficial aproximadamente uniforme de $T_2 = 50$°C e supõe-se que todo calor dissipado nos *chips* seja transferido para o refrigerante, qual é a dissipação de calor em cada *chip*? Sendo a resistência de contato entre cada *chip* e o dissipador de calor igual a $R_{t,c} = 0{,}2$ K/W, qual é a temperatura do *chip*?

4.29 Água quente é transportada de uma estação de cogeração de potência para usuários comerciais e industriais através de tubos de aço com diâmetro $D = 150$ mm. Cada tubo encontra-se no centro de um bloco de concreto ($k = 1{,}4$ W/(m·K)) de seção transversal quadrada ($w = 300$ mm). As superfícies externas do concreto estão expostas ao ar ambiente, no qual $T_\infty = 0$°C e $h = 25$ W/(m²·K).

(a) Sendo a temperatura de entrada da água escoando através do tubo igual a $T_e = 90$°C, qual é a perda de calor por unidade de comprimento do tubo na proximidade da entrada? A temperatura do tubo T_1 pode ser considerada para ser igual à da entrada da água.

(b) Se a diferença entre as temperaturas de entrada e de saída da água escoando através de um tubo com 100 m de comprimento não puder exceder os 5°C, estime a vazão mássica mínima permitida $\dot{m}$. Um valor de $c = 4207$ J/(kg·K) pode ser usado para o calor específico da água.

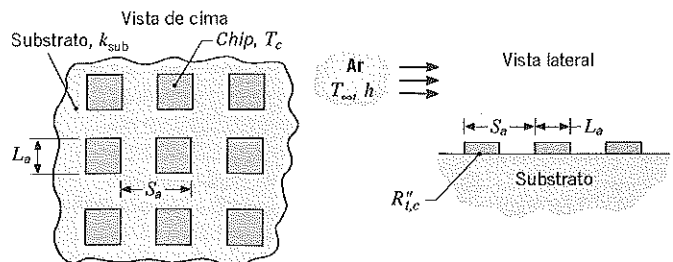
4.30 A unidade elementar de um aquecedor de ar é constituída por um longo bastão circular de diâmetro D, que é encapsulado por uma luva aletada. No bastão, energia térmica é gerada por aquecimento resistivo. As N aletas de espessura t e comprimento L são integralmente esculpidas na luva quadrada de largura w. Sob condições de operação em regime estacionário, a taxa de geração de energia térmica corresponde à taxa de transferência de calor para o escoamento de ar sobre a luva.

(a) Sob condições nas quais uma temperatura superficial uniforme T_s é mantida ao redor da circunferência do aquecedor e a temperatura T_∞ e o coeficiente convectivo h do escoamento do ar são conhecidos, obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento, para o ar. Determine a taxa de transferência de calor para $T_s = 300$°C, $D = 20$ mm, uma luva de alumínio ($k_l = 240$ W/(m·K)), $w = 40$ mm, $N = 16$, $t = 4$ mm, $L = 20$ mm, $T_\infty = 50$°C e $h = 500$ W/(m²·K).

(b) Para a taxa de transferência de calor anterior e um aquecedor de cobre com condutividade térmica $k_a = 400$ W/(m·K), quais são a taxa volumétrica de geração de calor requerida no interior do aquecedor e a sua temperatura no eixo central correspondente?

(c) Com todas as outras grandezas inalteradas, explore o efeito de variações nos parâmetros das aletas (N, L, t) na taxa de transferência de calor, sujeito a restrição de que a espessura da aleta e o espaço entre aletas não podem ser inferiores a 2 mm.

4.31 Para uma pequena fonte de calor fixada a um grande substrato, a resistência de *espalhamento* associada à condução multidimensional no substrato pode ser aproximada pela expressão (Yovanovich, M.M. e V.W. Antonetti, *Adv. Thermal Modeling Elec. Comp. and Systems*, Vol. 1, A. Bar-Cohen e A. D. Kraus, Eds., Hemisphere, NY, 79-128, 1988)

$$R_{t(\text{esp})} = \frac{1 - 1{,}410A_r + 0{,}344A_r^3 + 0{,}043A_r^5 + 0{,}034A_r^7}{4k_{\text{sub}}A_{s,a}^{1/2}}$$

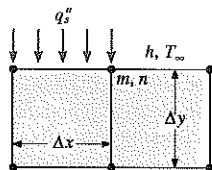
na qual $A_r = A_{s,a}/A_{s,\text{sub}}$ é a razão entre a área da fonte de calor e a área do substrato. Considere a aplicação da expressão para uma série em linha de *chips* quadrados com lado $L_a = 5$ mm e passo $S_a = 10$ mm. A interface entre os *chips* e o grande substrato, com condutividade térmica $k_{\text{sub}} = 80$ W/(m·K), é caracterizada por uma resistência térmica de contato $R''_{t,c} = 0{,}5 \times 10^{-4}$ m²·K/W.

Se um coeficiente de transferência de calor por convecção $h = 100$ W/(m²·K) está associado ao escoamento do ar ($T_\infty = 15$°C) sobre os *chips* e o substrato, qual é a dissipação de potência máxima no *chip* permitida se a temperatura do *chip* não pode exceder $T_c = 85$°C?

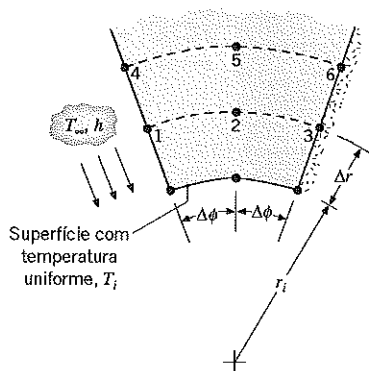
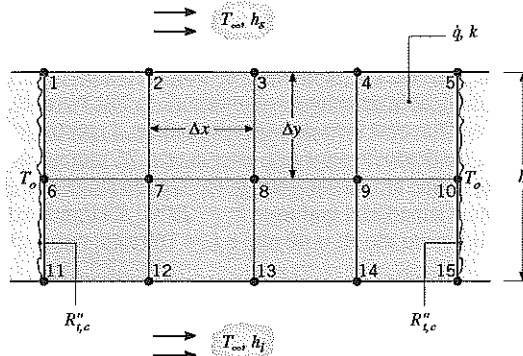
Equações de Diferenças Finitas: Deduções

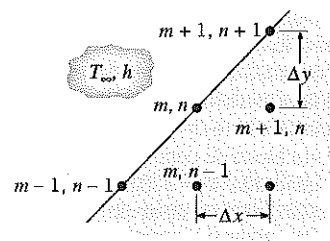
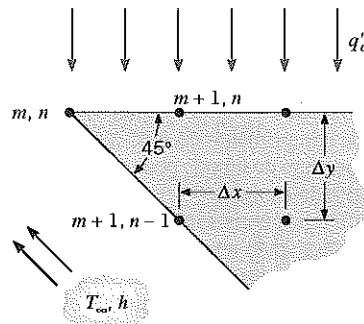
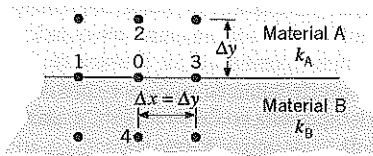
4.32 Seja a configuração nodal 2 da Tabela 4.2. Deduza as equações de diferenças finitas, para condições de regime estacionário, nas seguintes situações.
(a) O contorno horizontal do vértice interno está perfeitamente isolado e o contorno vertical sujeito a um processo de convecção (T_∞, h).
(b) Os contornos do vértice interno estão perfeitamente isolados. Como esse resultado se compara com a Equação 4.41?

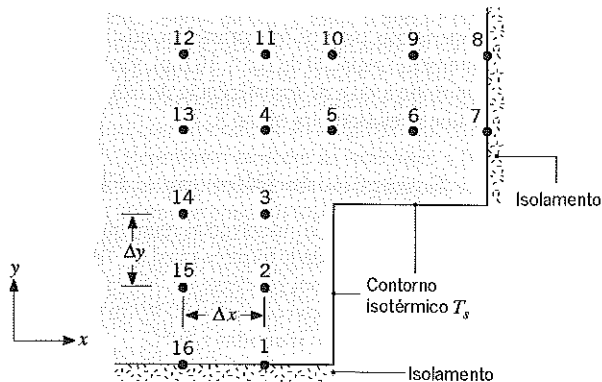
4.33 Seja a configuração nodal 3 da Tabela 4.2. Deduza as equações de diferenças finitas, para condições de regime estacionário, nas seguintes situações.
(a) O contorno está isolado. Explique como a Equação 4.42 pode ser modificada para concordar com o seu resultado.
(b) O contorno está sujeito a um fluxo de calor constante.

4.34 Seja a configuração nodal 4 da Tabela 4.2. Deduza as equações de diferenças finitas, para condições de regime estacionário, nas seguintes situações.
(a) O contorno superior do vértice externo está perfeitamente isolado e o contorno lateral sujeito a um processo de convecção (T_∞, h).
(b) Os contornos do vértice externo estão perfeitamente isolados. Como esse resultado se compara com a Equação 4.43?

4.35 Um dos pontos fortes dos métodos numéricos é a sua capacidade de lidar com condições de contorno complexas. No esboço, a condição de contorno muda de fluxo térmico especificado, q_s (no domínio), para convecção, na posição do nó m, n. Escreva a equação em diferenças finitas bidimensional, em regime estacionário, neste nó.

4.36 Seja a transferência de calor unidimensional (radial) em um sistema de coordenadas cilíndricas em regime estacionário com geração volumétrica de calor.
(a) Deduza a equação de diferenças finitas para qualquer nó interior m.
(b) Deduza a equação de diferenças finitas para o nó n localizado no contorno externo sujeito a um processo de convecção (T_∞, h).

4.37 Em uma configuração cilíndrica bidimensional, os espaçamentos radiais (Δr) e angulares ($\Delta\phi$) entre os pontos nodais são uniformes. O contorno em $r = r_i$ está a uma temperatura uniforme T_i. Na direção angular um contorno é adiabático (isolado), enquanto o outro está exposto à troca de calor por convecção (T_∞, h), conforme ilustrado na figura. Deduza as equações de diferenças finitas para: (a) o ponto nodal 2, (b) o ponto nodal 3, e (c) o ponto nodal 1.

4.38 As superfícies superior e inferior de uma barra de condução são resfriadas por convecção com ar a T_∞, com $h_s \neq h_i$. As laterais são resfriadas pela manutenção de contato com sumidouro de calor a T_0, através de uma resistência térmica de contato $R''_{t,c}$. A barra possui uma condutividade térmica k e a sua largura é igual a duas vezes a sua espessura L.

Considere condições de regime estacionário nas quais o calor é gerado uniformemente a uma taxa volumétrica $\dot{q}$ devido à passagem de uma corrente elétrica. Usando o método do balanço de energia, deduza equações de diferenças finitas para os pontos nodais 1 e 13.

4.39 Deduza as equações de diferenças finitas para as seguintes configurações.
(a) Nó m, n sobre o contorno diagonal sujeito à convecção com um fluido a uma temperatura T_∞, com um coeficiente de transferência de calor h. Suponha $\Delta x = \Delta y$.

(b) Nó m, n na extremidade de uma ferramenta de corte cuja superfície superior está exposta a um fluxo térmico constante q''_0, e a superfície diagonal está exposta a um processo de resfriamento por convecção com um fluido a T_∞ com um coeficiente de transferência de calor h. Suponha $\Delta x = \Delta y$.

4.40 Seja o ponto nodal 0 localizado na fronteira entre materiais com condutividades térmicas k_A e k_B.

Deduza a equação de diferenças finitas, considerando a ausência de geração interna.

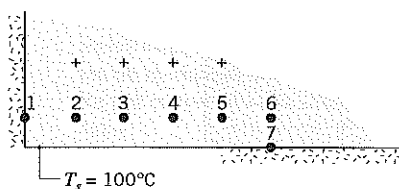
4.41 Seja a malha bidimensional ($\Delta x = \Delta y$) representando condições de regime estacionário, sem geração volumétrica interna de calor, em um sistema com condutividade térmica k. Um dos contornos é mantido a uma temperatura constante T_s, enquanto os demais são adiabáticos.

Desenvolva uma expressão para a taxa de transferência de calor cruzando o contorno isotérmico (T_s), por unidade de comprimento normal à página.

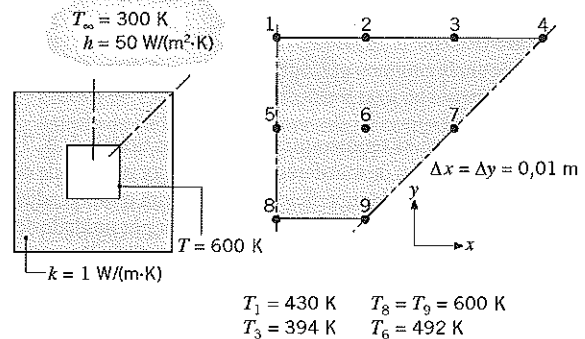
4.42 Seja uma aleta unidimensional, com área de seção transversal uniforme, isolada na sua extremidade, $x = L$. (Ver Tabela 3.4, caso B.) A temperatura na base da aleta T_b e a do fluido vizinho T_∞, bem como o coeficiente de transferência de calor h e a condutividade térmica k, são conhecidos.

(a) Desenvolva a equação de diferenças finitas para qualquer nó interior m.

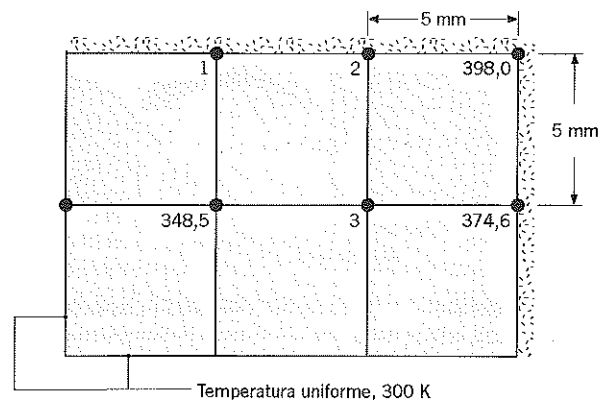
(b) Desenvolva a equação de diferenças finitas para um nó n localizado na extremidade isolada.

Equações de Diferenças Finitas: Análises

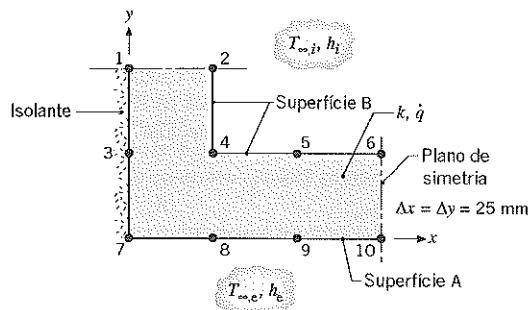
4.43 Considere a rede para um sistema bidimensional, sem geração volumétrica interna de calor, que possui as temperaturas nodais mostradas a seguir. Sendo o espaçamento da malha de 125 mm e a condutividade térmica do material de 50 W/(m·K), calcule a taxa de transferência de calor na superfície isotérmica (T_s), por unidade de comprimento normal à página.

Nó	T_i (°C)
1	120,55
2	120,64
3	121,29
4	123,89
5	134,57
6	150,49
7	147,14

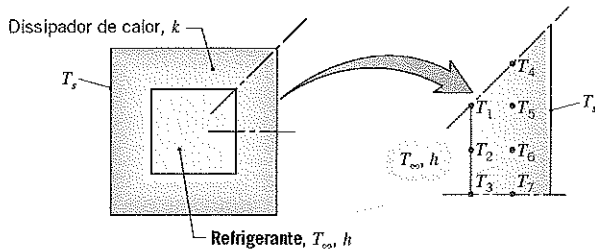
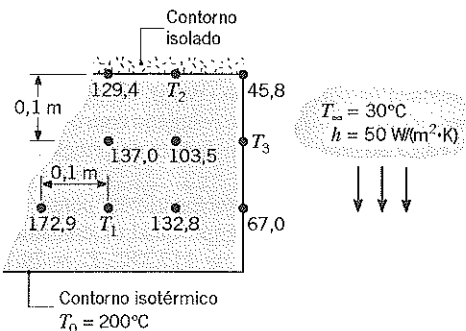
4.44 Seja o canal quadrado mostrado na figura, operando sob condições de regime estacionário. A superfície interna do canal está a uma temperatura uniforme de 600 K, enquanto a superfície externa está exposta à troca de calor por convecção com um fluido a 300 K e um coeficiente convectivo de 50 W/(m²·K). Com base em um elemento simétrico do canal, foi construída uma malha bidimensional e identificados os seus nós. As temperaturas nos nós 1, 3, 6, 8 e 9 são fornecidas.

(a) Partindo de volumes de controle apropriadamente definidos, deduza as equações de diferenças finitas para os nós 2, 4 e 7, e determine as temperaturas T_2, T_4 e T_7 (K).

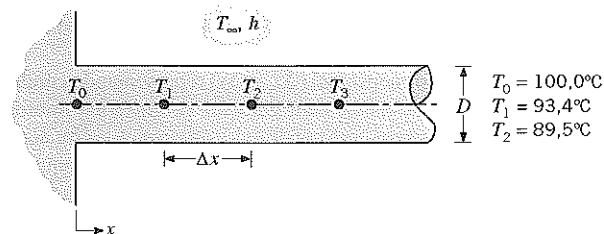
(b) Calcule a perda de calor por unidade de comprimento do canal.

4.45 As temperaturas (K), em regime estacionário em três pontos nodais de uma longa barra retangular, são fornecidas na figura. A barra experimenta uma taxa de geração volumétrica de calor uniforme igual a 5×10^7 W/m³ e possui uma condutividade térmica de 20 W/(m·K). Dois de seus lados são mantidos a uma temperatura constante de 300 K, enquanto os demais se encontram isolados.

(a) Determine as temperaturas nos nós 1, 2 e 3.

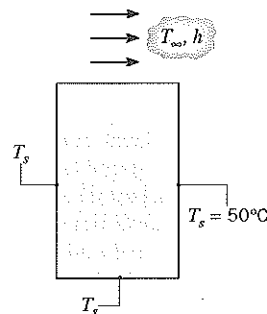
(b) Calcule a taxa de transferência de calor saindo da barra, por unidade de comprimento (W/m), utilizando as temperaturas nodais. Compare esse resultado com o da taxa calculada a partir do conhecimento da taxa de geração volumétrica e das dimensões da barra.

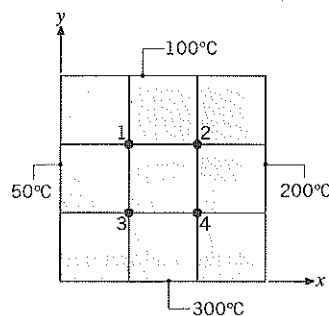
4.46 Temperaturas em regime estacionário em pontos nodais escolhidos da seção simétrica de um canal de escoamento são conhecidas: T_2 = 95,47°C, T_3 = 117,3°C, T_5 = 79,79°C, T_6 = 77,29°C, T_8 = 87,28°C e T_{10} = 77,65°C. Há na parede geração de calor volumétrica e uniforme de $\dot{q} = 10^6$ W/m³ e a sua condutividade térmica é igual a k = 10 W/(m·K). Há convecção nas superfícies interna e externa do canal com fluidos com temperaturas $T_{\infty,i}$ = 50°C e $T_{\infty,e}$ = 25°C, com coeficientes convectivos de h_i = 500 W/(m²(K) e h_e = 250 W/(m²·K).

(a) Determine as temperaturas nos pontos nodais 1, 4, 7 e 9.
(b) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento (W/m) da superfície externa A para o fluido adjacente.
(c) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do fluido interno para a superfície B.
(d) Verifique se os seus resultados estão consistentes com o balanço de energia global na seção do canal.

4.47 Seja um dissipador de calor de alumínio (k = 240 W/(m·K)), como o mostrado esquematicamente no Problema 4.28. As larguras interna e externa do canal quadrado são w = 20 mm e W = 40 mm, respectivamente, e uma temperatura na superfície externa de T_s = 50°C é mantida pela série de *chips* eletrônicos. Nesse caso, não se conhece a temperatura da superfície interna, mas sim as condições (T_∞, h) associadas ao escoamento do refrigerante através do canal. Desejamos determinar a taxa de transferência de calor para o refrigerante por unidade de comprimento do canal. Para esse propósito, considere uma seção simétrica do canal e uma malha bidimensional com $\Delta x = \Delta y$ = 5 mm.
(a) Para T_∞ = 20°C e h = 5000 W/(m²·K), determine as temperaturas desconhecidas, $T_1 ... T_7$, e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do canal, q'.
(b) Avalie o efeito de variações no h nas temperaturas desconhecidas e na taxa de transferência de calor.

4.48 As temperaturas (°C), em regime estacionário, associadas a pontos nodais selecionados em um sistema bidimensional com uma condutividade térmica de 1,5 W/(m·K), são mostradas na malha mostrada na figura.

(a) Determine as temperaturas nos pontos nodais 1, 2 e 3.
(b) Calcule a taxa de transferência de calor do sistema para o fluido, por unidade de comprimento normal à página.

4.49 Uma análise por diferenças finitas, em condições de regime estacionário, foi efetuada em uma aleta cilíndrica com um diâmetro de 12 mm e condutividade térmica de 15 W/(m·K). O processo de transferência de calor por convecção é caracterizado por uma temperatura no fluido de 25°C e um coeficiente de transferência de calor de 25 W/(m²·K).

(a) As temperaturas para os três primeiros nós, separados por um incremento espacial de Δx = 10 mm, são dadas na figura. Determine a taxa de transferência de calor na aleta.
(b) Determine a temperatura no nó 3, T_3.

Resolvendo as Equações de Diferenças Finitas

4.50 Uma longa barra com seção transversal retangular, de 60 mm por 90 mm, tem condutividade térmica igual a 1 W/(m·K). Uma superfície está exposta a um processo de convecção com ar a 100°C e um coeficiente convectivo de 100 W/(m²·K), enquanto as superfícies restantes são mantidas a 50°C.

(a) Usando uma malha com espaçamento de 30 mm e o método iterativo de Gauss-Seidel, determine as temperaturas nodais e a taxa de transferência de calor do ar para a barra, por unidade de comprimento normal à página.
(b) Determine o efeito do espaçamento da malha no campo de temperaturas e na taxa de transferência de calor. Especificamente, considere uma malha com espaçamento de 15 mm. Para essa malha, explore o efeito de variações no h no campo de temperaturas e nas isotermas.

4.51 Seja a condução bidimensional, em regime estacionário, em uma seção transversal quadrada com temperaturas superficiais conhecidas.

(a) Determine as temperaturas nos nós 1, 2, 3 e 4. Estime a temperatura no ponto central.

(b) Reduzindo à metade o tamanho da malha, determine as temperaturas nodais correspondentes. Compare os seus resultados com os obtidos com a malha mais grossa.

(c) Com os resultados para a malha mais fina, represente as isotermas a 75, 150 e 250°C.

4.52 Considere uma longa barra com seção transversal quadrada (0,8 m de lado) e condutividade térmica de 2 W/(m·K). Três laterais da barra são mantidas a uma temperatura uniforme de 300°C. A quarta superfície está exposta a um fluido a 100°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção igual a 10 W/(m²·K).

(a) Usando uma técnica numérica apropriada com um espaçamento na malha de 0,2 m, determine a temperatura no ponto central e a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento da barra, entre a barra e o fluido.

(b) Reduzindo à metade o espaçamento na malha, determine a temperatura no ponto central e a taxa de transferência de calor. Represente graficamente a distribuição de temperaturas correspondente ao longo da superfície exposta ao fluido. Represente também as isotermas a 200 e 250°C.

4.53 Uma longa barra condutora com seção transversal retangular (20 mm × 30 mm) e condutividade térmica k = 20 W/(m·K), experimenta geração térmica uniforme a uma taxa de $\dot{q} = 5 \times 10^7$ W/m³, enquanto suas superfícies são mantidas a 300 K.

(a) Usando o método de diferenças finitas com um espaçamento na malha de 5 mm, determine a distribuição de temperaturas na barra.

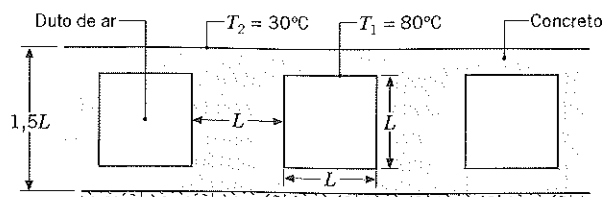
(b) Mantidas as mesmas condições de contorno, qual taxa de geração de calor irá promover uma temperatura de 600 K no ponto central da barra?

4.54 Um canal por onde passam gases quentes de exaustão possui uma seção transversal quadrada de 300 mm de lado. As paredes são construídas com tijolos refratários com 150 mm de espessura e uma condutividade térmica de 0,85 W/(m·K). Calcule a perda de calor dos gases, por unidade de comprimento, quando as superfícies interior e exterior do canal são mantidas a 350 e 25°C, respectivamente. Use uma malha com espaçamento de 75 mm.

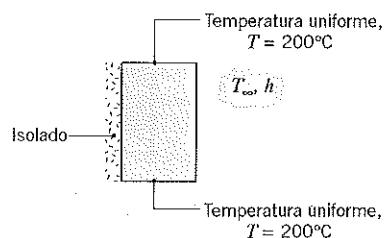
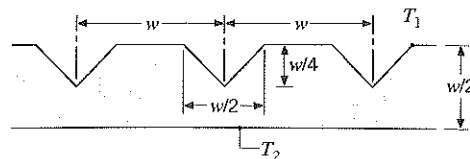
4.55 Seja o sistema do Problema 4.54. A superfície interna está exposta a gases quentes a 350°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 100 W/(m²·K), enquanto há convecção na superfície externa com ar a 25°C e um coeficiente de transferência de calor por convecção de 5 W/(m²·K).

(a) Usando uma malha com espaçamento de 75 mm, calcule o campo de temperaturas no interior do sistema e determine a perda de calor por convecção para o ar, na sua superfície externa do canal, por unidade de comprimento. Compare esse resultado com o calor ganho por convecção a partir dos gases quentes na superfície interna.

(b) Determine o efeito do espaçamento da malha no campo de temperaturas e na perda de calor para o ar, por unidade de comprimento. Especificamente, considere um espaçamento na malha de 25 mm e represente isotermas apropriadamente espaçadas em um esboço do sistema. Avalie os efeitos de mudanças nos coeficientes de transferência de calor por convecção no campo de temperaturas e na perda de calor.

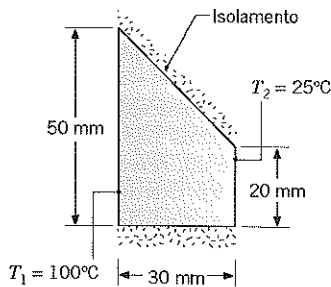
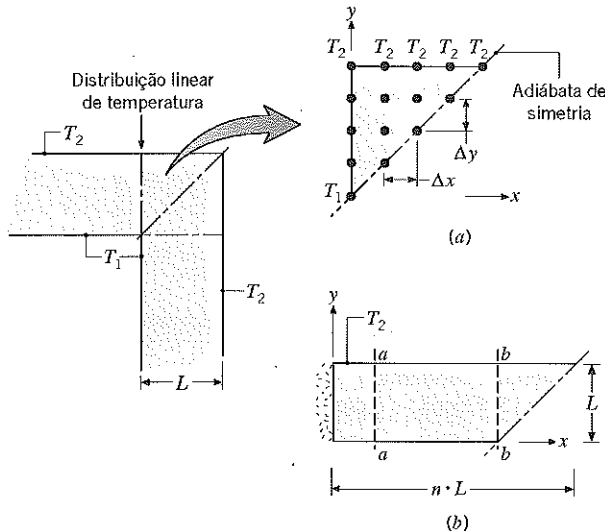
4.56 Um sistema comum para o aquecimento de uma grande área superficial consiste em passar ar quente através de dutos retangulares localizados abaixo da superfície. Os dutos são quadrados e posicionados na metade do caminho entre as superfícies superior e inferior, que estão exposta ao ar ambiente e isolada, respectivamnte.

Para a condição na qual as temperaturas do chão e dos dutos são de 30 e 80°C, respectivamente, e a condutividade térmica do concreto é de 1,4 W/(m·K), calcule a taxa de transferência de calor saindo de cada duto, por unidade de comprimento do duto. Use uma malha com espaçamento de $\Delta x = 2\Delta y$, onde $\Delta y = 0{,}125L$ e L = 150 mm.

4.57 Seja o sistema para resfriamento de turbina a gás mostrado no Exemplo 4.4. No Problema 3.23, são descritas vantagens associadas à aplicação de um *revestimento de barreira térmica* (RBT) sobre a superfície exterior da pá da turbina. Se um revestimento de zircônio com 0,5 mm de espessura (k = 1,3 W/(m·K), $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m² K/W) for aplicado sobre a superfície externa da pá resfriada com ar, determine o campo de temperaturas na pá para as condições operacionais do Exemplo 4.4.

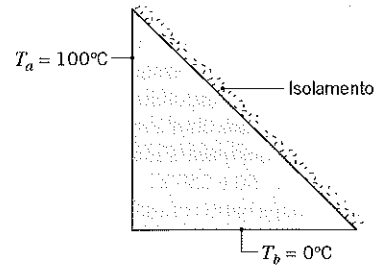
4.58 Uma longa barra, com seção transversal retangular, 0,4 m × 0,6 m, e condutividade térmica igual a 1,5 W/(m·K), está sujeita às condições de contorno mostradas na figura. Duas laterais são mantidas a uma temperatura uniforme de 200°C. Uma lateral é adiabática e o lado restante está sujeito a um processo convectivo com T_∞ = 30°C e h = 50 W/(m²·K). Usando uma técnica numérica apropriada com uma malha com espaçamento de 0,1 m, determine a distribuição de temperaturas na barra e a taxa de transferência de calor entre a barra e o fluido, por unidade de comprimento da barra.

4.59 A superfície superior de uma placa, incluindo os seus sulcos, é mantida a uma temperatura uniforme T_1 = 200°C. A superfície inferior se encontra a T_2 = 20°C. A condutividade térmica da placa é de 15 W/(m·K) e o espaçamento entre os sulcos é de 0,16 m.

(a) Usando um método de diferenças finitas com um tamanho de malha de $\Delta x = \Delta y$ = 40 mm, calcule as temperaturas nodais desconhecidas e a taxa de transferência de calor para o tamanho do espaçamento dos sulcos (w), por unidade de comprimento normal à página.

(b) Com um tamanho de malha de $\Delta x = \Delta y$ = 10 mm, repita os cálculos anteriores, determinando o campo de temperaturas e a taxa de transferência de calor. Analise, também, condições nas quais a superfície inferior não se encontra a uma temperatura uniforme T_2, mas está exposta a um fluido com T_∞ = 20°C. Com $\Delta x = \Delta y$ = 10 mm, determine o campo de temperaturas e a taxa de transferência de calor para valores de h = 5, 200 e 1000 W/(m²·K), bem como para $h \to \infty$.

4.60 Lembre-se da placa retangular bidimensional do Problema 4.2. Usando um método numérico apropriado com $\Delta x = \Delta y = 0{,}25$ m, determine a temperatura no seu ponto central (1, 0,5).

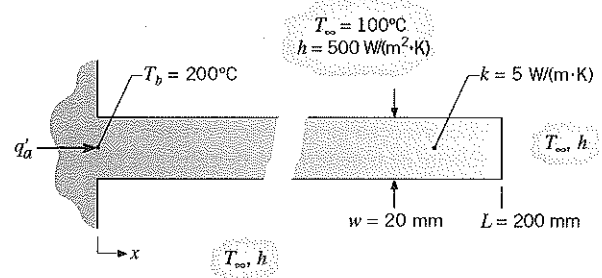
4.61 Uma longa barra trapezoidal possui temperaturas uniformes em duas das suas superfícies, enquanto as demais são isoladas. Sendo a condutividade térmica do material igual a 20 W/(m·K), estime a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento da barra, usando um método de diferenças finitas. Use o método de Gauss-Seidel com um incremento espacial de 10 mm.

4.62 O fator de forma para a condução através do canto formado por duas paredes adjacentes, com $D > L/5$, onde D e L são a profundidade e a espessura da parede, respectivamente, é mostrado na Tabela 4.1. O elemento simétrico bidimensional do canto, que está representado no detalhe (a), é delimitado pela diagonal de simetria adiabática e por uma seção da espessura da parede, na qual a distribuição de temperaturas é considerada ser linear entre T_1 e T_2.

(a) Usando a rede nodal do detalhe (a), com $L = 40$ mm, determine a distribuição de temperaturas no elemento para $T_1 = 100$°C e $T_2 = 0$°C. Calcule a taxa de transferência de calor, para uma profundidade unitária ($D = 1$ m), se $k = 1$ W/(m·K). Determine o fator de forma correspondente para o canto e compare o seu resultado com aquele da Tabela 4.1.

(b) Escolhendo um valor de $n = 1$ ou $n = 1{,}5$, estabeleça uma rede nodal para o trapézio mostrado no detalhe (b) e determine o campo de temperaturas correspondente. Avalie a validade da suposição da existência de distribuições de temperaturas lineares ao longo das seções $a-a$ e $b-b$.

4.63 A diagonal de uma longa barra triangular se encontra isolada, enquanto as superfícies laterais, de comprimentos equivalentes, são mantidas a temperaturas uniformes de T_a e T_b.

(a) Estabeleça uma rede nodal com cinco pontos nodais ao longo de cada um dos lados. Para um dos nós sobre a superfície diagonal, defina um volume de controle apropriado e deduza a equação de diferenças finitas correspondente. Usando essa expressão para os nós diagonais e equações apropriadas para os nós interiores, determine a distribuição de temperaturas na barra. Em um diagrama desenhado em escala, mostre as isotermas a 25, 50 e 75°C.

(b) Um procedimento alternativo e mais simples para obter as equações de diferenças finitas para os nós diagonais parte do reconhecimento de que essa superfície diagonal isolada é um plano de simetria. Considere uma rede nodal quadrada 5 × 5 e represente a sua diagonal como uma linha de simetria. Admita que os nós em cada um dos lados da diagonal possuam temperaturas idênticas. Mostre que você pode tratar os nós diagonais como nós "interiores" e escreva as equações de diferenças finitas por inspeção.

Soluções Usando Elementos Finitos

4.64 Uma aleta plana de seção transversal uniforme é feita com um material com condutividade térmica $k = 5$ W/(m·K), e possui espessura $t = 20$ mm e comprimento $L = 200$ mm. A aleta é muito grande na direção normal à página. A base da aleta é mantida a $T_b = 200$°C e a condição na extremidade permite convecção (caso A da Tabela 3.4), com $h = 500$ W/(m²·K) e $T_\infty = 25$°C.

(a) Considerando transferência de calor unidimensional na aleta, calcule a taxa de transferência de calor na aleta, q'_a(W/m), e a temperatura na sua extremidade T_L. Calcule o número de Biot para a aleta e determine se a hipótese de transferência unidimensional é válida.

(b) Usando um software específico de elementos finitos, realize uma análise bidimensional na aleta para determinar a taxa de transferência de calor na aleta e a temperatura na extremidade. Compare os seus resultados com aqueles da solução analítica unidimensional da parte (a). Represente graficamente as isotermas e então discuta as principais características do campo de temperaturas correspondente e o padrão dos fluxos térmicos. *Sugestão*: Ao desenhar a malha para a aleta, use a sua simetria. Use uma malha fina próxima à base e uma malha mais aberta próxima à extremidade. Por quê?

(c) Valide a sua rotina usada na parte (b), comparando suas previsões com as de uma solução analítica para uma aleta com condutividades térmicas $k = 50$ W/(m·K) e $k = 500$ W/(m·K). A hipótese de transferência de calor unidimensional é válida nessas condições?

4.65 Seja a barra retangular longa do Problema 4.50 com as condições de contorno especificadas.

(a) Usando um software específico de elementos finitos, determine a distribuição de temperaturas. Represente graficamente as isotermas e identifique características significativas da distribuição.

(b) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de largura (W/m) da barra para a corrente de ar.

(c) Verifique o efeito na taxa de transferência de calor do aumento do coeficiente convectivo por fatores de dois e três. Explique por que a mudança na taxa de transferência de calor não é proporcional à mudança no coeficiente convectivo.

4.66 Seja o bastão retangular longo do Problema 4.53, onde há geração de calor uniforme enquanto suas superfícies são mantidas a uma temperatura fixa.

(a) Usando um software específico de elementos finitos, determine a distribuição de temperaturas. Represente graficamente as isotermas e identifique características significativas da distribuição.

(b) Com as condições de contorno inalteradas, qual taxa de geração de calor irá fazer com que a temperatura no eixo central chegue a 600 K?

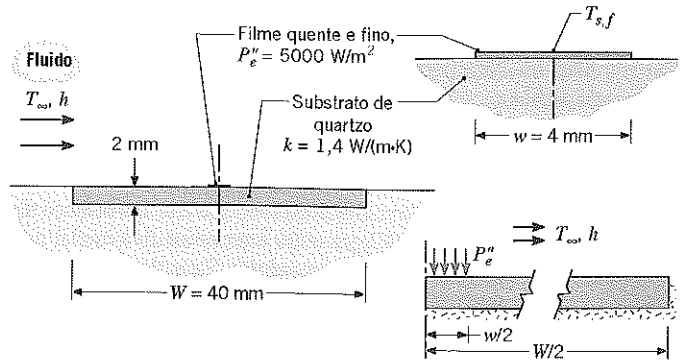
4.67 Seja a seção simétrica do canal de escoamento do Problema 4.46, com os valores especificados de $\dot{q}$, k, $T_{\infty,i}$, $T_{\infty,e}$, h_i e h_e. Use um software específico de elementos finitos para obter os seguintes resultados.

(a) Determine a distribuição de temperaturas na seção simétrica e represente graficamente as isotermas. Identifique características significativas da distribuição de temperaturas, incluindo as regiões mais quentes e mais frias, e a região com os maiores gradientes. Descreva o campo de fluxos térmicos.

(b) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento (W/m) da superfície externa A para o fluido adjacente.

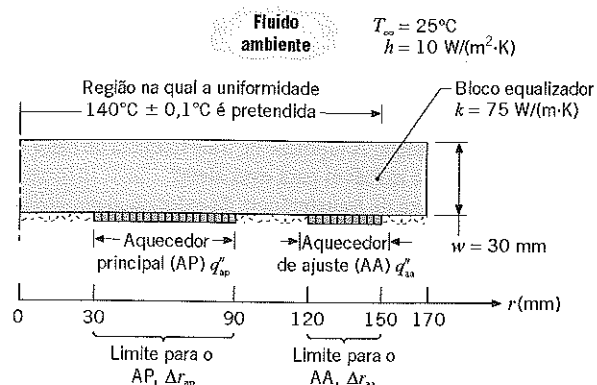
(c) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do fluido interno para a superfície B.

(d) Verifique se os seus resultados estão consistentes com o balanço de energia global na seção do canal.

4.68 O sensor de fluxo térmico de filme quente mostrado esquematicamente pode ser usado para determinar o coeficiente convectivo em uma corrente fluida adjacente através das medidas da dissipação de potência elétrica por unidade de área, P''_e(W/m²), e da temperatura superficial média, $T_{s,f}$, do filme. A potência dissipada no filme é transferida diretamente para o fluido por convecção, assim como por condução para o substrato. Se a condução no substrato for desprezível, as medições do sensor podem ser usadas para determinar o coeficiente convectivo sem a utilização de um fator de correção. A sua tarefa é realizar uma análise da condução bidimensional, em regime estacionário, para estimar a fração da potência dissipada que entra por condução em um substrato de quartzo, com 2 mm de espessura e largura $W = 40$ mm, com condutividade térmica $k = 1{,}4$ W/(m·K). O fino sensor de filme quente tem uma largura $w = 4$ mm e opera a uma dissipação de potência uniforme de 5000 W/m². Sejam casos nos quais a temperatura do fluido é de 25°C e os coeficientes convectivos de 500, 1000 e 2000 W/(m²·K).

Use um software específico de elementos finitos para analisar uma semi-seção simétrica do sensor e do substrato de quartzo. Suponha que as superfícies inferior e laterais do substrato estejam isoladas termicamente, enquanto a superfície superior troca calor por convecção com o fluido.

(a) Determine a distribuição de temperaturas e a taxa de transferência de calor por condução para dentro da região abaixo do filme quente para os três valores de h. Calcule as frações da dissipação de potência elétrica representadas por estas três taxas.

(b) Represente graficamente os padrões das isotermas e dos fluxos térmicos. Descreva as trajetórias dos fluxos térmicos e comente sobre características de projeto do sensor que influenciam as trajetórias. Que limitações na aplicabilidade do sensor se revelaram em sua análise?

4.69 O planejamento de uma indústria de semicondutores para o desenvolvimento de um processo de microlitografia requer que uma pastilha de silício de 300 mm de diâmetro seja mantida a uma temperatura, em regime estacionário, de 140°C dentro de uma uniformidade de 0,1°C. O projeto de uma ferramenta de placa quente, que se espera alcance esse requisito, é mostrado esquematicamente. Um *bloco equalizador* (BE), sobre o qual a pastilha será colocada, é fabricado com uma liga de alumínio de condutividade térmica $k = 75$ W/(m·K) e é aquecido por dois aquecedores elétricos em forma de anel. O dispositivo de aquecimento em duas zonas permite o controle independente de um aquecedor principal (AP) e de um aquecedor de ajuste (AA), que é usado para melhorar a uniformidade da temperatura superficial do BE. Sua tarefa é dimensionar os aquecedores, AP e AA, através da especificação de seus fluxos térmicos, q''_{ap} e q''_{aa}(W/m²), e de suas extensões radiais, Δr_{ap} e Δr_{aa}. As restrições nas posições radiais dos aquecedores são impostas por considerações de construção e são mostradas no esquema.

Usando um software específico de elementos finitos, efetue uma análise da condução em um BE axissimétrico com 340 mm de diâmetro. As superfícies superior e lateral estão expostas ao fluido ambiente, a $T_\infty = 25°C$ e com um coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K). A superfície inferior do BE é adiabática, exceto nos setores em forma de anéis nos quais os aquecedores fornecem os fluxos térmicos uniformes, q''_{ap} e q''_{aa}.

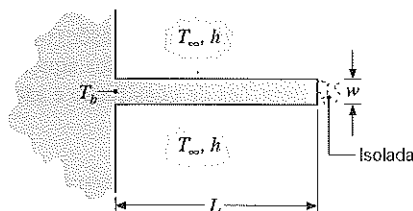
(a) Para uma superfície superior a 140°C, efetue um balanço térmico global no BE para obter uma estimativa inicial para os fluxos térmicos nos aquecedores. Suponha que $q''_{ap} = q''_{aa}$ e que cada aquecedor ocupe totalmente os limites radiais indicados no esquema. Use essa estimativa como uma condição de contorno; determine a distribuição de temperaturas e examine, visualizando-as, as isotermas e a distribuição de temperaturas ao longo da superfície superior do BE. Você conseguiu a uniformidade desejada?

(b) Use novamente o seu modelo de elementos finitos com diferentes valores dos fluxos nos aquecedores, até que você obtenha a melhor uniformidade possível dentro das restrições impostas.

(c) De que forma uma distribuição não-uniforme do coeficiente convectivo ao longo da superfície superior do BE afetaria a uniformidade da temperatura? Para o escoamento para baixo da corrente de gás usada no processo de microlitografia, uma distribuição representativa do coeficiente convectivo na superfície superior do BE é $h(r) = h_0[1 + a(r/r_0)^n]$, onde $h_0 = 5{,}4$ W/(m²·K) e $a = n = 1{,}5$. Para essa distribuição e a manutenção do valor de $h = 10$ W/(m²·K) na superfície lateral do BE, você pode sintonizar o fluxo do aquecedor de ajuste para obter uma melhor uniformidade da temperatura superficial?

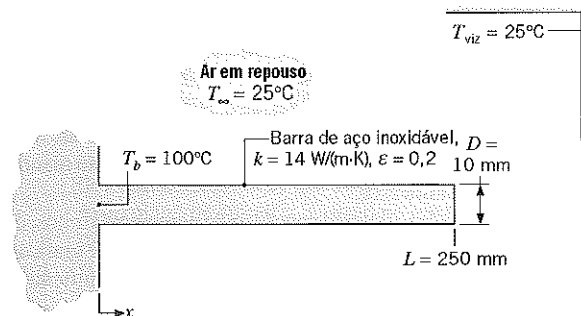
(d) Que mudanças no projeto você proporia para melhorar a uniformidade da temperatura superficial?

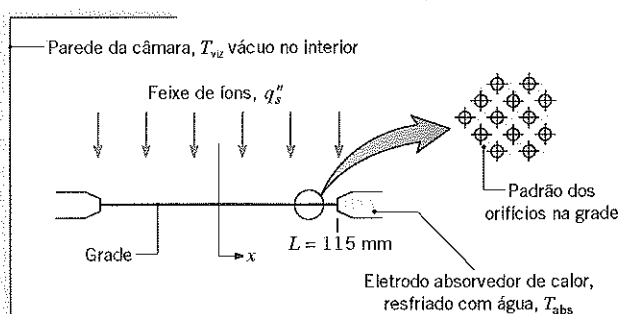
Aplicações Especiais

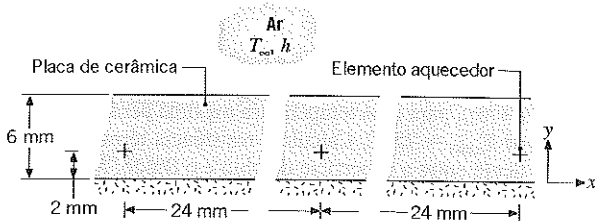
4.70 Uma aleta plana com seção transversal uniforme é feita com um material de condutividade térmica de 50 W/(m·K), com espessura de $w = 6$ mm e comprimento de $L = 48$ mm, e é muito grande na direção normal à página. O coeficiente de transferência de calor por convecção é de 500 W/(m²·K) com uma temperatura do ar ambiente $T_\infty = 30°C$. A base da aleta é mantida a $T_b = 100°C$, enquanto a sua extremidade encontra-se isolada.

(a) Usando um método de diferenças finitas com um incremento espacial de 4 mm, estime a distribuição de temperaturas no interior da aleta. A hipótese de transferência de calor unidimensional é razoável para essa aleta?

(b) Estime a taxa de transferência de calor na aleta, por unidade de comprimento normal à página. Compare o seu resultado com o obtido utilizando a solução analítica para sistemas unidimensionais, Equação 3.76.

(c) Usando a malha de diferenças finitas da parte (a), calcule e represente graficamente a distribuição de temperaturas na aleta para valores de h = 10, 100, 500 e 1000 W/(m²·K). Determine e represente graficamente a taxa de transferência de calor na aleta em função de h.

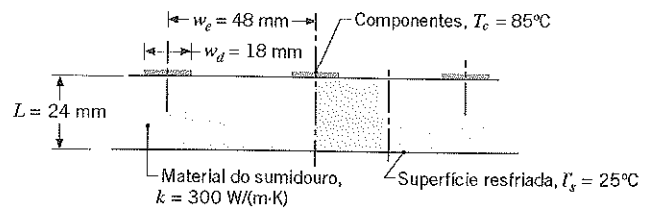
4.71 Uma barra com 10 mm de diâmetro e 250 mm de comprimento possui uma de suas extremidades mantida a 100°C. A superfície da barra experimenta transferência de calor por convecção natural com o ar ambiente a 25°C e um coeficiente convectivo que depende da diferença entre as temperaturas da superfície e do ar ambiente. Especificamente, o coeficiente é estabelecido por uma correlação que tem a forma $h_{cn} = 2{,}89[0{,}6 + 0{,}624\,(T - T_\infty)^{1/6}]^2$, onde as unidades são h_{cn} (W/(m²·K)) e T (K). A superfície da barra possui uma emissividade de $\varepsilon = 0{,}2$ e troca de calor por radiação com a vizinhança a $T_{viz} = 25°C$. Na extremidade da aleta também há convecção natural e troca de calor por radiação.

Supondo condução unidimensional e usando um método de diferenças finitas representando a aleta por cinco nós, estime a distribuição de temperaturas na aleta. Determine também a taxa de transferência de calor na aleta e as contribuições relativas da convecção natural e da radiação. *Sugestão*: Para cada nó que necessite de um balanço de energia, use a forma linearizada da equação para a taxa radiante, Equação 1.8, com o coeficiente de transferência de calor por radiação h_r, Equação 1.9, calculado para cada nó. Da mesma forma, na equação para a taxa de transferência de calor por convecção natural, o coeficiente convectivo h_{cn} deve ser calculado em cada nó.

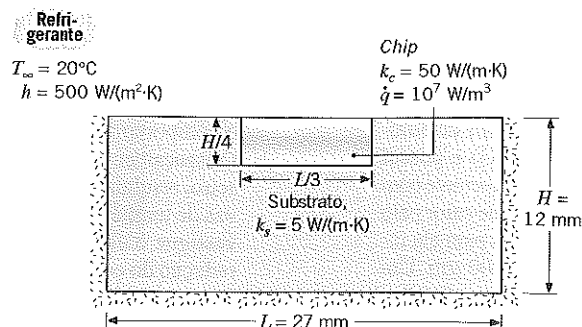
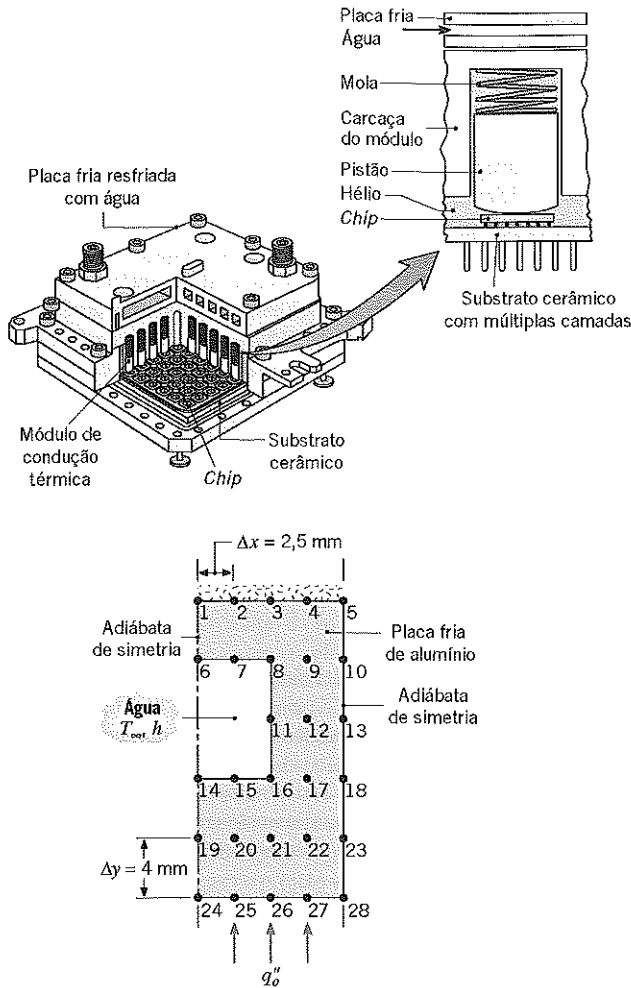
4.72 Uma folha metálica delgada com espessura 0,25 mm, com um padrão de orifícios extremamente pequenos, serve como uma malha de aceleração para controlar o potencial elétrico de um feixe de íons. Tal grade é utilizada em um processo de deposição de vapores químicos (CVD – *chemical vapor deposition*) para a fabricação de semicondutores. A superfície superior da grade está exposta a um fluxo de calor uniforme, causado pela absorção do feixe de íons, $q''_s = 600$ W/m². As arestas da folha estão termicamente acopladas a sumidouros de calor que são resfriados com água e mantidos a 300 K. Nas superfícies superior e inferior da folha há troca de calor por radiação com as paredes da câmara na qual se encontra a folha. Há vácuo no interior desta câmara, cujas paredes são mantidas a 300 K. A condutividade térmica efetiva do material da folha é de 40 W/(m·K) e a sua emissividade é igual a 0,45.

Supondo condução unidimensional e usando um método de diferenças finitas representando a malha por dez nós na direção x, estime a distribuição de temperaturas na grade. *Sugestão*: Para cada nó necessitando de um balanço de energia, use a forma linearizada da equação para a taxa radiante, Equação 1.8, com o coeficiente de transferência de calor por radiação h_r, Equação 1.9, calculado para cada nó.

4.73 Elementos aquecedores elétricos, com pequeno diâmetro, dissipam 50 W/m (comprimento normal ao esboço) e são usados para aquecer uma placa cerâmica de condutividade térmica 2 W/(m·K). A superfície superior da placa está exposta ao ar ambiente a 30°C, com um coeficiente convectivo igual a 100 W/(m²·K), enquanto a superfície inferior é isolada.

(a) Usando o método de Gauss-Seidel, com um espaçamento na malha de $\Delta x = 6$ mm e $\Delta y = 2$ mm, obtenha a distribuição de temperaturas no interior da placa.
(b) Usando as temperaturas nodais calculadas, esboce quatro isotermas para ilustrar a distribuição de temperaturas na placa.
(c) Calcule a perda de calor da placa para o fluido por convecção. Compare esse valor ao da taxa de dissipação nos elementos.
(d) Qual é a vantagem, se existe alguma, em não utilizar $\Delta x = \Delta y$ nesta situação?
(e) Com $\Delta x = \Delta y = 2$ mm, calcule o campo de temperaturas no interior da placa e a taxa de transferência de calor da placa para o ar. Sob nenhuma circunstância a temperatura em qualquer ponto da placa pode exceder 400°C. Esse limite seria excedido caso o escoamento de ar sobre a placa fosse interrompido e a transferência de calor da placa para o ar passasse a ocorrer por convecção natural, com um coeficiente de transferência de calor $h = 10$ W/(m²·K)?

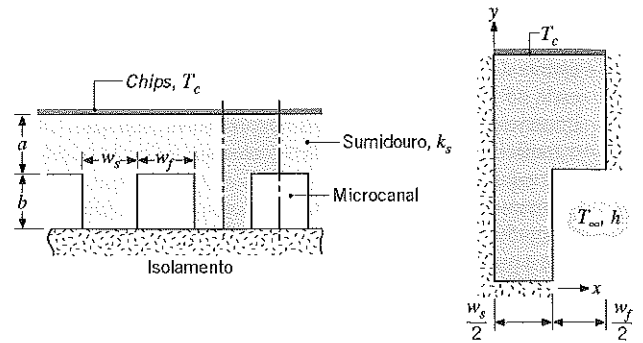
4.74 Uma representação simplificada para o resfriamento empregado em microeletrônica quando se utiliza integração em grande escala (VLSI – *very large-scale integration*) é mostrada na figura. Um *chip* de silício é instalado em um substrato dielétrico e uma superfície do sistema é resfriada por convecção, enquanto as restantes se encontram isoladas da vizinhança. O problema é transformado em bidimensional com a hipótese de que o sistema é muito longo na direção perpendicular ao papel. Sob condições de operação em regime estacionário, a dissipação de potência elétrica no *chip* fornece um aquecimento volumétrico uniforme a uma taxa de $\dot{q}$. Contudo, a taxa de aquecimento é limitada por restrições na temperatura operacional máxima permitida para o *chip*.

Para as condições mostradas na figura, a temperatura máxima no *chip* irá exceder 85°C, a temperatura de operação máxima permissível segundo padrões estabelecidos pela indústria? Recomenda-se a adoção de uma malha com espaçamento de 3 mm.

4.75 Componentes eletrônicos que dissipam potência elétrica podem ser resfriados por condução para um sumidouro de calor. A superfície inferior do sumidouro é resfriada e o espaçamento entre os componentes w_e, a largura dos componentes w_c, e a espessura L e a condutividade térmica k do material do sumidouro afetam a resistência térmica entre os componentes e a superfície resfriada. A função do sumidouro de calor é *espalhar* o calor dissipado no componente em seu material.

(a) Iniciando pelo elemento simétrico sombreado, use uma malha nodal grossa (5 × 5) para estimar a resistência térmica, por unidade de profundidade, entre o componente e a superfície inferior do sumidouro, $R'_{t,c\text{-}s}$ (m·K/W). Como esse valor se compara ao das resistências térmicas baseadas na hipótese de condução unidimensional em domínios retangulares de (i) largura w_c e comprimento L e (ii) largura w_s e comprimento L?
(b) Usando redes nodais com espaçamentos na malha três e cinco vezes inferiores àquele utilizado na parte (a), determine a influência do tamanho da malha na precisão do cálculo da resistência térmica.
(c) Usando a rede nodal mais fina desenvolvida para a parte (b), determine a influência da largura do componente na resistência térmica. Especificamente, mantendo w_s e L fixos, ache a resistência térmica para valores de w_c/w_s = 0,175, 0,275, 0,375 e 0,475.

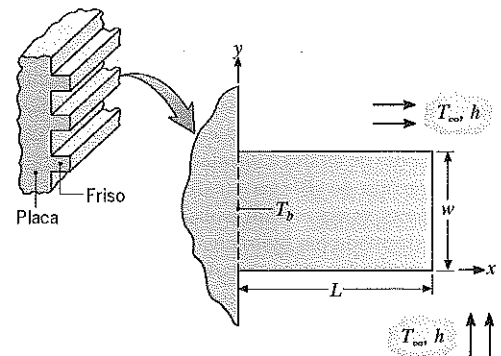
4.76 Um grande problema na montagem de circuitos integrados em grande escala (VLSI – *very large-scale integrated*) é o resfriamento de seus elementos. O problema resulta do aumento no nível de dissipação de potência do interior do *chip*, bem como da montagem mais compacta dos *chips* em um módulo. Uma nova técnica para o resfriamento de módulos contendo vários *chips* foi desenvolvida pela IBM. Denominada módulo de condução térmica (TCM – *thermal conduction module*), os *chips* são soldados a um substrato cerâmico de múltiplas camadas e o calor dissipado em cada *chip* é conduzido através de um pistão de alumínio, pressionado sobre o *chip* por uma mola, para uma *placa fria* que é resfriada com água.

(a) Seja uma placa fria feita de alumínio (k = 190 W/(m·K)) com canais retangulares, regularmente espaçados, através dos quais escoa água. Sob condições normais de operação, a dissipação de potência no interior dos *chips* resulta em um fluxo térmico uniforme de $q''_0 = 10^5$ W/m² na base da placa fria, enquanto a água disponibiliza uma temperatura T_∞ = 15°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção h = 5000 W/(m²·K) no interior dos canais. Estamos interessados em obter a distribuição de temperaturas, em regime estacionário, no interior da placa fria e, por questões de simetria, podemos concentrar nossa atenção na rede nodal mostrada na figura. Supondo que a superfície superior da placa fria esteja isolada, determine as temperaturas nodais.

(b) Embora exista o interesse de operar em níveis de potência mais elevados, considerações a respeito da confiabilidade do sistema exigem que a temperatura máxima na placa fria não seja superior a 40°C. Usando a geometria da placa fria e a rede nodal especificadas na figura, avalie o efeito de mudanças nas condições de operação ou de projeto com o objetivo de aumentar o fluxo térmico operacional q''_0. Estime o limite superior para o fluxo térmico.

4.77 Um sumidouro de calor para o resfriamento de *chips* de computador é fabricado em cobre (k_s = 400 W/(m·K)) e possui microcanais usinados, por onde escoa um fluido refrigerante com T_∞ = 25°C e h = 30000 W/(m²·K). Não há retirada de calor pelo lado inferior do sumidouro e um projeto preliminar para ele indica as seguintes dimensões: $a = b = w_s = w_f$ = 200 μm. Um elemento simétrico da trajetória do calor do *chip* até o fluido é mostrado no detalhe.

(a) Usando o elemento simétrico com uma rede nodal quadrada com $\Delta x = \Delta y$ = 100 μm, determine o campo de temperaturas correspondente e a taxa de transferência de calor q' para o refrigerante, por unidade de comprimento do canal (W/m), para uma temperatura máxima permissível no *chip* de $T_{c,max}$ = 75°C. Calcule a resistência térmica correspondente entre a superfície do chip e o fluido, $R'_{t,c\text{-}f}$ (m·K/W). Qual é a dissipação máxima permissível para um *chip* de 10 mm × 10 mm de lado?

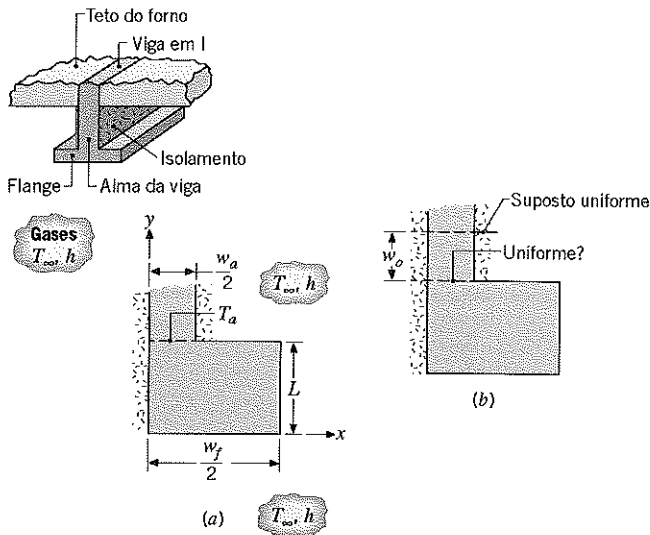
(b) O espaçamento de malha utilizado na solução anterior por diferenças finitas é grosseiro, resultando em uma pequena precisão para a distribuição de temperaturas e para a taxa de remoção de calor. Investigue a influência do espaçamento na malha considerando incrementos espaciais de 50 e 25 μm.

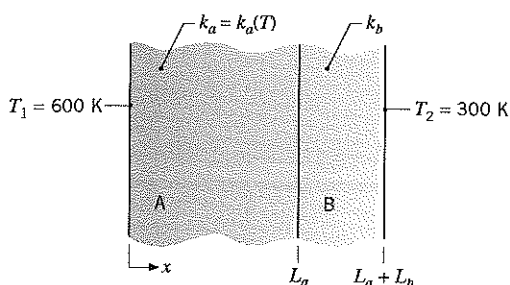
(c) Mantendo consistência com a exigência de que $a + b$ = 400 μm, podem as dimensões do sumidouro de calor serem alteradas de uma forma que reduza a resistência térmica global?

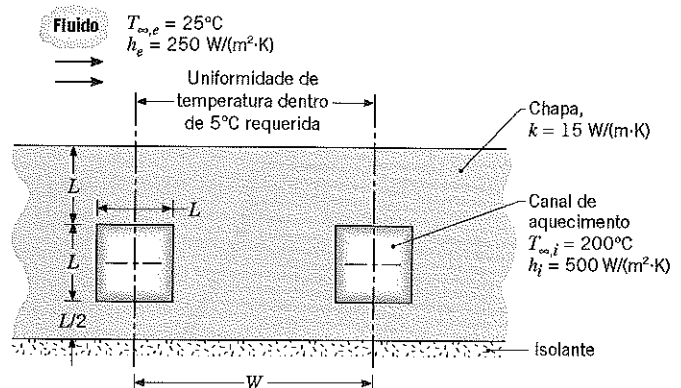
4.78 Uma placa (k = 10 W/(m·K)) é enrijecida por uma série de frisos longitudinais, com seção transversal retangular com comprimento L = 8 mm e espessura w = 4 mm. A base da placa é mantida a uma temperatura uniforme T_b = 45°C, enquanto as superfícies dos frisos são expostas ao ar, a uma temperatura T_∞ = 25°C e com um coeficiente de transferência de calor por convecção h = 600 W/(m²·K).

(a) Usando um método de diferenças finitas com $\Delta x = \Delta y$ = 2 mm e um total de 5 × 3 pontos e regiões nodais, estime a distribuição de temperaturas no friso e a taxa de transferência de calor em sua base. Compare esses resultados com aqueles obtidos com a hipótese de que a transferência de calor no friso é unidimensional, desse modo aproximando o comportamento de uma aleta.

(b) O espaçamento na malha utilizado na solução anterior é grosseiro, resultando em uma pequena precisão para as estimativas de temperaturas e da taxa de transferência de calor. Investigue o efeito de um refinamento da malha através da redução do espaçamento entre pontos nodais para $\Delta x = \Delta y$ = 1 mm (uma malha 9 × 3), considerando simetria na linha central.

(c) Investigue a natureza da condução bidimensional no friso e determine um critério que indique quando a aproximação unidimensional é razoável. Faça isso através de uma extensão de sua análise de diferenças finitas para determinar a taxa de transferência de calor através da base em função do comprimento do friso, na faixa $1{,}5 \leq L/w \leq 10$, mantendo o comprimento L constante. Compare os seus resultados com aqueles obtidos aproximando o friso por uma aleta.

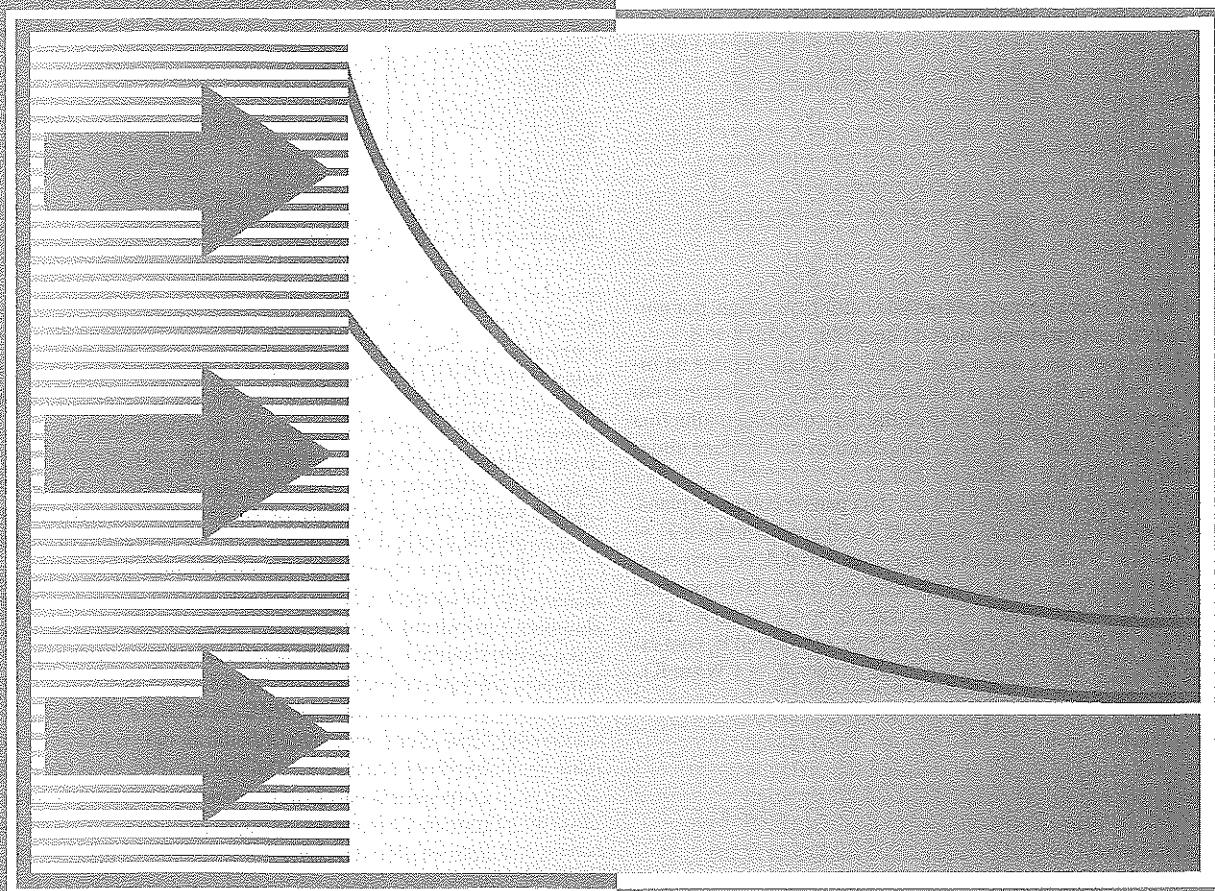
4.79 A metade inferior de uma viga em "I" de sustentação do teto de um forno se estende para o interior da zona de aquecimento. A alma da viga (trecho vertical) está isolada, enquanto nas superfícies do flange há transferência de calor por convecção com gases quentes a $T_\infty = 400°C$, com um coeficiente convectivo $h = 150\ W/(m^2{\cdot}K)$. Seja o elemento simétrico da região da flange (detalhe a), supondo que a distribuição de temperaturas através da alma seja uniforme em $T_a = 100°C$. A condutividade térmica da viga é de 10 W/(m·K) e suas dimensões são: $w_f = 80$ mm, $w_a = 30$ mm e $L = 30$ mm.

(a) Calcule a taxa de transferência de calor para a viga, por unidade de comprimento, usando uma rede nodal 5×4.
(b) É razoável supor que a distribuição de temperaturas na interface alma-flange seja uniforme? Considere o domínio em forma de "L" mostrado no detalhe (b) e use uma malha fina para obter a distribuição de temperaturas na interface alma-flange. Faça a distância $w_o \geq w_a/2$.

4.80 Seja a condução unidimensional em uma parede composta plana. As superfícies expostas dos materiais A e B são mantidas a $T_1 = 600$ K e $T_2 = 300$ K, respectivamente. O material A, com espessura $L_a = 20$ mm, tem condutividade térmica função da temperatura na forma $k_a = k_o[1 + \alpha(T - T_o)]$, onde $k_o = 4{,}4$ W/(m·K), $\alpha = 0{,}008\ K^{-1}$, $T_o = 300$ K e T está em kelvins. O material B, com espessura $L_b = 5$ mm, tem condutividade térmica $k_b = 1$ W/(m·K).

(a) Calcule o fluxo térmico através da parede composta supondo que o material A tenha uma condutividade térmica uniforme, calculada na temperatura média da seção.
(b) Usando um incremento no espaço de 1 mm, obtenha as equações em diferenças finitas para os pontos nodais internos e calcule o fluxo térmico considerando a dependência com a temperatura da condutividade térmica do material A. Compare o seu resultado com aquele obtido na parte (a).
(c) Como uma alternativa ao método de diferenças finitas da parte (b), use um software específico de elementos finitos para calcular o fluxo térmico e compare o resultado com aquele da parte (a).

4.81 Uma chapa com condutividade térmica $k = 15$ W/(m·K) é aquecida pelo escoamento de um fluido quente através de canais de lado $L = 20$ mm em seu interior, com $T_{\infty,i} = 200°C$ e $h_i = 500\ W/(m^2{\cdot}K)$. A superfície superior da chapa é usada para aquecer um fluido de processo a $T_{\infty,e} = 25°C$, com um coeficiente convectivo $h_e = 250\ W/(m^2{\cdot}K)$. A superfície inferior da chapa é isolada. Para aquecer o fluido de processo uniformemente, a temperatura da superfície superior da chapa deve ser uniforme dentro da tolerância de 5°C. Use um método de diferenças finitas ou um método de elementos finitos para obter os resultados a seguir.

(a) Determine o espaçamento máximo permitido, W, entre os eixos centrais dos canais que irá satisfazer à exigência de uniformidade de temperatura especificada.
(b) Qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento correspondente em um canal de escoamento?

4.82 Considere o dispositivo de resfriamento do *chip* integrado em grande escala do Problema 4.76. Use um método de elementos finitos para obter os resultados a seguir.
(a) Determine a distribuição de temperaturas no sistema *chip*-substrato. A temperatura máxima é superior a 85°C?
(b) Usando o modelo desenvolvido para a parte (a), determine a taxa volumétrica de aquecimento que fornece uma temperatura máxima de 85°C.
(c) Qual efeito teria na temperatura operacional máxima a redução na espessura do substrato? Para uma taxa volumétrica de geração de $\dot{q} = 10^7\ W/m^3$, reduza a espessura do substrato de 12 mm para 6 mm, mantendo todas as outras dimensões inalteradas. Que é a temperatura máxima do sistema para estas condições? Qual fração da geração de potência no *chip* é removida diretamente por convecção na sua superfície?

CAPÍTULO 5

Condução Transiente

No nosso estudo da condução, analisamos gradativamente condições mais complicadas. Iniciamos com o caso simples da condução unidimensional, em regime estacionário e sem geração interna, e a seguir consideramos situações mais realísticas envolvendo efeitos multidimensionais e de geração. No entanto, até o presente momento, ainda não examinamos situações nas quais as condições mudam com o tempo.

Agora reconhecemos que muitos problemas de transferência de calor são dependentes do tempo. Tipicamente, tais problemas *não-estacionários* ou *transientes* surgem quando as condições de contorno de um sistema são mudadas. Por exemplo, se a temperatura superficial de um sistema for alterada, a temperatura em cada ponto desse sistema também começará a mudar. As mudanças continuarão a ocorrer até que uma distribuição de temperaturas *estacionária* seja alcançada. Seja um lingote de metal quente, removido de um forno e exposto a uma corrente de ar frio. Energia é transferida por convecção e por radiação de sua superfície para a vizinhança. Transferência de energia por condução também ocorre do interior do metal para a superfície e a temperatura em cada ponto no lingote decresce até que uma condição de regime estacionário seja alcançada. As propriedades finais do metal dependerão significativamente do histórico no tempo da temperatura que resulta da transferência de calor. O controle da transferência de calor é uma chave na produção de novos materiais com propriedades melhoradas.

Nosso objetivo neste capítulo é desenvolver procedimentos para determinar a dependência da distribuição de temperaturas no interior de um sólido em relação ao tempo durante um processo transiente, assim como para determinar a transferência de calor entre o sólido e a vizinhança. A natureza do procedimento depende das hipóteses que podem ser feitas para o processo. Se, por exemplo, gradientes de temperatura no interior do sólido podem ser desprezados, uma abordagem comparativamente mais simples, conhecida por *método da capacitância global*, pode ser usada para determinar a variação da temperatura com o tempo. O método é desenvolvido nas Seções 5.1 a 5.3.

Sob condições nas quais os gradientes de temperatura não são desprezíveis, mas a transferência de calor no interior do sólido é unidimensional, soluções exatas da equação do calor podem ser usadas para calcular a dependência da temperatura com a posição e o tempo. Tais soluções são analisadas para *sólidos finitos* (paredes planas, cilindros longos e esferas) nas Seções 5.4 a 5.6 e para *sólidos semi-infinitos* na Seção 5.7. A Seção 5.8 apresenta a resposta térmica transiente de uma variedade de objetos submetidos a uma mudança degrau na temperatura superficial ou no fluxo térmico na superfície. Na Seção 5.9, a resposta de um sólido semi-infinito a condições de aquecimento periódico na sua superfície é explorada. Para condições mais complexas, métodos de diferenças finitas e elementos finitos devem ser usados para prever a dependência com o tempo de temperaturas no interior de sólidos, assim como das taxas de transferência de calor em seus contornos (Seção 5.10).

5.1
O Método da Capacitância Global

Um problema simples e comum de condução transiente envolve um sólido que passa por uma súbita mudança no seu ambiente térmico. Seja a moldagem de um metal quente que está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i e que é temperado pela sua imersão em um líquido a uma temperatura mais baixa $T_\infty < T_i$ (Figura 5.1). Se o processo de têmpera inicia-se no tempo $t = 0$, a temperatura do sólido irá diminuir para tempos $t > 0$, até que acabe por atingir T_∞. Essa redução é devida à transferência de calor por convecção na interface sólido-líquido. A essência do método da capacitância global é a hipótese de que a temperatura do sólido é *uniforme no espaço*, em qualquer instante durante o processo transiente. Essa hipótese implica que os gradientes de temperatura no interior do sólido sejam desprezíveis.

FIGURA 5.1 Resfriamento de um metal quente.

Pela lei de Fourier, a condução térmica na ausência de um gradiente de temperatura implica a existência de uma condutividade térmica infinita. Tal condição é obviamente impossível. Entretanto, a condição é aproximada se a resistência à condução no interior do sólido for pequena em comparação à resistência à transferência de calor entre o sólido e a sua vizinhança. No momento, supomos que esse é na realidade o caso.

Ao desprezar os gradientes de temperatura no interior do sólido, não mais podemos analisar o problema do ponto de vista da equação do calor. Alternativamente, a resposta transiente da temperatura é determina pela formulação de um balanço global de energia no sólido. Esse balanço deve relacionar a taxa de perda de calor na superfície com a taxa de variação de sua energia

interna. Aplicando a Equação 1.11c ao volume de controle da Figura 5.1, essa exigência toma a forma

$$-\dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu} \tag{5.1}$$

ou

$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho Vc\frac{dT}{dt} \tag{5.2}$$

Introduzindo a diferença de temperaturas

$$\theta \equiv T - T_\infty \tag{5.3}$$

e reconhecendo que $(d\theta/dt) = (dT/dt)$, se T_∞ for uma constante, segue-se que

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

Separando as variáveis e integrando a partir da condição inicial, para a qual $t = 0$ e $T(0) = T_i$, obtemos, então,

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\int_{\theta_i}^{\theta}\frac{d\theta}{\theta} = -\int_0^t dt$$

onde

$$\theta_i \equiv T_i - T_\infty \tag{5.4}$$

Efetuando as integrações, segue-se que

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\ln\frac{\theta_i}{\theta} = t \tag{5.5}$$

ou

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left[-\left(\frac{hA_s}{\rho Vc}\right)t\right] \tag{5.6}$$

A Equação 5.5 pode ser usada para determinar o tempo necessário para o sólido alcançar uma dada temperatura T, ou, por outro lado, a Equação 5.6 pode ser utilizada no cálculo da temperatura alcançada no sólido em algum tempo t.

Os resultados anteriores indicam que a diferença entre as temperaturas do sólido e do fluido deve diminuir exponencialmente para zero à medida que o t se aproxima de infinito. Esse comportamento é mostrado na Figura 5.2. Na Equação 5.6 também fica evidente que a grandeza $(\rho Vc/hA_s)$ pode ser interpretada como uma *constante de tempo térmica* representada por

$$\tau_t = \left(\frac{1}{hA_s}\right)(\rho Vc) = R_t C_t \tag{5.7}$$

FIGURA 5.2 Resposta transiente da temperatura de sólidos com capacitâncias globais para diferentes constantes de tempo térmicas τ_t.

onde R_t é a resistência à transferência de calor por convecção e C_t é a *capacitância térmica global* do sólido. Qualquer aumento em R_t ou C_t causará uma resposta mais lenta do sólido a mudanças no seu ambiente térmico. Esse comportamento é análogo ao decaimento da voltagem que ocorre quando um capacitor é descarregado através de um resistor em um circuito elétrico RC.

Para determinar o total da energia transferida Q até algum instante de tempo t, simplesmente escrevemos

$$Q = \int_0^t q\,dt = hA_s\int_0^t \theta\,dt$$

Substituindo a expressão para θ, Equação 5.6, e integrando, obtemos

$$Q = (\rho Vc)\theta_i\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_t}\right)\right] \tag{5.8a}$$

A grandeza Q está, obviamente, relacionada à mudança na energia interna do sólido, e da Eq. 1.11b

$$-Q = \Delta E_{st} \tag{5.8b}$$

No processo de têmpera Q é positivo e o sólido experimenta um decréscimo na energia. As Equações 5.5, 5.6 e 5.8a também se aplicam a situações nas quais o sólido é aquecido ($\theta < 0$), quando Q é negativo e a energia interna do sólido aumenta.

5.2 *Validade do Método da Capacitância Global*

Nos resultados anteriores é fácil entender por que há uma forte preferência pelo uso do método da capacitância global. Ele é certamente o método mais simples e conveniente que pode ser utilizado na solução de problemas transientes de aquecimento e de resfriamento. Desta forma, é importante determinar sob quais condições ele pode ser empregado com precisão satisfatória.

Para desenvolver um critério apropriado, considere a condução em regime estacionário através da parede plana com área A (Figura 5.3). Embora estejamos supondo condições de regime

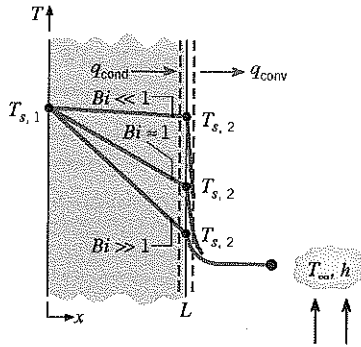



Figura 5.3 Influência do número de Biot na distribuição de temperaturas em estado estacionário em uma parede plana com convecção na superfície.

estacionário, esse critério pode ser imediatamente estendido a processos transientes. Uma superfície é mantida a uma temperatura $T_{s,1}$ e a outra é exposta a um fluido com temperatura $T_\infty < T_{s,1}$. A temperatura desta última superfície terá um valor intermediário, $T_{s,2}$, para o qual $T_\infty < T_{s,2} < T_{s,1}$. Assim, para condições de regime estacionário, o balanço de energia na superfície, Equação 1.12, se reduz a

$$\frac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) = hA(T_{s,2} - T_\infty)$$

onde k é a condutividade térmica do sólido. Rearranjando, obtemos então,

$$\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{T_{s,2} - T_\infty} = \frac{(L/kA)}{(1/hA)} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{k} \equiv Bi \qquad (5.9)$$

A grandeza (hL/k) que aparece na Equação 5.9 é um *parâmetro adimensional*. Ele é chamado de *número de Biot* e desempenha um papel fundamental nos problemas de condução que envolvem efeitos convectivos nas superfícies. De acordo com a Equação 5.9 e como ilustrado na Figura 5.3, o número de Biot fornece uma medida da queda de temperatura no sólido em relação à diferença de temperaturas entre a superfície e o fluido. Observe especialmente as condições correspondentes a $Bi \ll 1$. Os resultados sugerem que, para essas condições, é razoável *supor* uma distribuição de temperaturas uniforme no interior do sólido em qualquer instante durante o processo transiente. Esse resultado também pode ser associado à interpretação do número de Biot como uma razão entre resistências térmicas, Equação 5.9. Se $Bi \ll 1$, *a resistência à condução no interior do sólido é muito menor do que a resistência à convecção através da camada-limite no fluido*. Dessa forma, a hipótese de distribuição de temperaturas uniforme é razoável.

Introduzimos o número de Biot devido à sua importância nos problemas de condução transiente. Seja a parede plana da Figura 5.4, que está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i e experimenta resfriamento por convecção quando é imersa em um fluido a $T_\infty < T_i$. O problema pode ser tratado como unidimensional na direção x e estamos interessados na variação da temperatura em função da posição e do tempo, $T(x,t)$. Essa variação é uma forte função do número de Biot e três possibilidades são apresentadas na Figura 5.4. Para $Bi \ll 1$, o gradiente de temperatura no sólido é pequeno e $T(x,t) \approx T(t)$. Virtualmente, toda a diferença de temperaturas está entre o sólido e o fluido, e a temperatura do sólido permanece praticamente uniforme à medida que diminui para T_∞. Entretanto, para valores do número de Biot de moderados para elevados, os gradientes de temperatura no interior do sólido são significativos. Dessa forma, $T = T(x,t)$. Note que para $Bi \gg 1$, a diferença de temperaturas ao longo do sólido se torna muito maior do que a diferença entre a superfície e o fluido.

Terminamos esta seção enfatizando a importância do método da capacitância global. Sua simplicidade inerente o transforma no método preferido para a resolução de problemas transientes de aquecimento e resfriamento. Desta forma, ao se confrontar com tal tipo de problema, *a primeira providência a ser tomada é calcular o número de Biot*. Se a seguinte condição for satisfeita

$$Bi = \frac{hL_c}{k} < 0{,}1 \qquad (5.10)$$

o erro associado à utilização do método da capacitância global é pequeno. Por conveniência, é comum definir o *comprimento característico* da Equação 5.10 como a razão entre o volume do

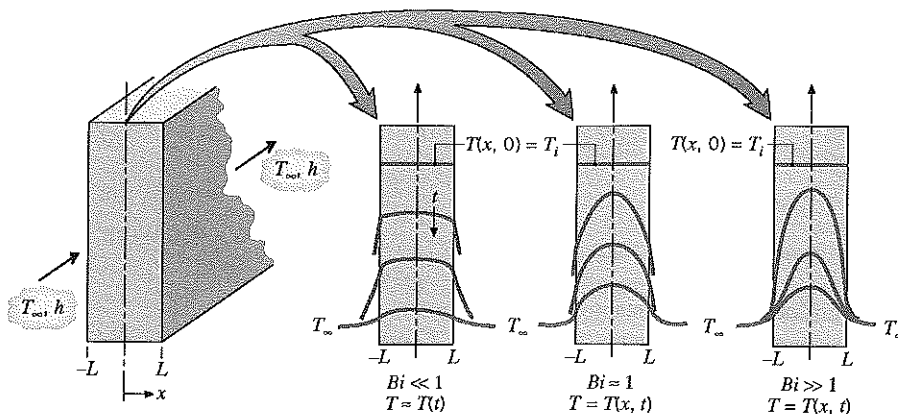



Figura 5.4 Distribuições de temperaturas transientes para diferentes números de Biot em uma parede plana resfriada simetricamente por convecção.

sólido e a sua área superficial, $L_c \equiv V/A_s$. Tal definição facilita o cálculo de L_c para sólidos com formas complexas e reduz à metade da espessura L o valor de L_c para a parede plana com espessura $2L$ (Figura 5.4), a $r_0/2$ o valor para o cilindro longo e a $r_0/3$ o valor para a esfera. Contudo, se houver o desejo de implementar o critério de forma conservativa, L_c deve ser associado à escala do comprimento correspondente à máxima diferença espacial de temperaturas. Conseqüentemente, para uma parede plana simetricamente aquecida (ou resfriada) com espessura $2L$, L_c continuaria igual à metade da espessura L. Entretanto, no caso do cilindro longo ou da esfera, L_c passaria a ser igual ao raio real r_0, em vez de $r_0/2$ ou $r_0/3$, respectivamente.

Por fim, observamos que, com $L_c \equiv V/A_s$, o expoente da Equação 5.6 pode ser representado por

$$\frac{hA_st}{\rho Vc} = \frac{ht}{\rho c L_c} = \frac{hL_c}{k}\frac{k}{\rho c}\frac{t}{L_c^2} = \frac{hL_c}{k}\frac{\alpha t}{L_c^2}$$

ou

$$\frac{hA_st}{\rho Vc} = Bi \cdot Fo \tag{5.11}$$

onde

$$Fo \equiv \frac{\alpha t}{L_c^2} \tag{5.12}$$

e é conhecido por número de Fourier. Ele é um *tempo adimensional* que, com o número de Biot, caracteriza problemas de condução transiente. Substituindo a Equação 5.11 na Equação 5.6, obtemos

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp(-Bi \cdot Fo) \tag{5.13}$$

EXEMPLO 5.1

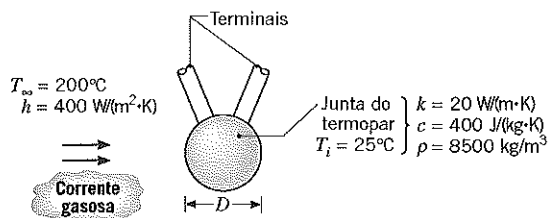
Uma junta de termopar, que pode ser aproximada por uma esfera, é usada para medir a temperatura de uma corrente gasosa. O coeficiente convectivo entre a superfície da junta e o gás é igual a $h = 400$ W/(m²·K) e as propriedades termofísicas da junta são $k = 20$ W/(m·K), $c = 400$ J/(kg·K) e $\rho = 8500$ kg/m³. Determine o diâmetro que a junta deve possuir para que o termopar tenha uma constante de tempo 1 s. Se a junta está a 25°C e encontra-se posicionada em uma corrente de gás a 200°C, quanto tempo demorará para a junta alcançar 199°C?

SOLUÇÃO

Dados: Propriedades termofísicas de uma junta de termopar usado para medir a temperatura de uma corrente gasosa.

Achar:

1. Diâmetro da junta necessário para uma constante de tempo de 1 s.
2. Tempo necessário para alcançar 199°C em uma corrente de gás a 200°C.

Esquema:

Considerações:

1. Temperatura da junta é uniforme a todo instante.
2. Troca de calor por radiação com a vizinhança é desprezível.
3. Perdas por condução através dos terminais são desprezíveis.
4. Propriedades constantes.

Análise:

1. Como o diâmetro da junta é desconhecido, não é possível começar a solução pela determinação se o critério para a utilização do método da capacitância global, Equação 5.10, for satisfeito. Contudo, uma abordagem razoável é usar o método para achar o diâmetro e, então, verificar se o critério é satisfeito. Da Equação 5.7 e pelo fato de $A_s = \pi D^2$ e $V = \pi D^3/6$ para uma esfera, tem-se que

$$\tau_t = \frac{1}{h\pi D^2} \times \frac{\rho \pi D^3}{6} c$$

Rearranjando e substituindo os valores numéricos,

$$D = \frac{6h\tau_t}{\rho c} = \frac{6 \times 400\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 1\ \text{s}}{8500\ \text{kg/m}^3 \times 400\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}} = 7{,}06 \times 10^{-4}\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Com $L_c = r_0/3$, tem-se então da Equação 5.10 que

$$Bi = \frac{h(r_o/3)}{k} = \frac{400\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 3{,}53 \times 10^{-4}\ \text{m}}{3 \times 20\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 2{,}35 \times 10^{-3}$$

Conseqüentemente, a Equação 5.10 é satisfeita (para $L_c = r_0$, bem como para $L_c = r_0/3$) e o método da capacitância global pode ser usado com uma excelente aproximação.

2. Pela Equação 5.5, o tempo necessário para a junta alcançar $T = 199$°C é

$$t = \frac{\rho(\pi D^3/6)c}{h(\pi D^2)} \ln\frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty} = \frac{\rho D c}{6h} \ln\frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

$$t = \frac{8500\ \text{kg/m}^3 \times 7{,}06 \times 10^{-4}\ \text{m} \times 400\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}{6 \times 400\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} \ln\frac{25 - 200}{199 - 200}$$

$$t = 5{,}2\ \text{s} \approx 5\tau_t \quad \triangleleft$$

Comentários: As transferências de calor por radiação entre a junta e a vizinhança e por condução através dos terminais afetariam o tempo de resposta da junta e forneceriam, na realidade, uma temperatura de equilíbrio diferente de T_∞.

5.3
Análise Geral Via Capacitância Global

Embora a condução transiente em um sólido seja normalmente iniciada pela transferência de calor por convecção para ou de um fluido adjacente, outros processos podem induzir condições térmicas transientes no interior do sólido. Por exemplo, um sólido pode estar separado de uma grande vizinhança por um gás ou pelo vácuo. Se as temperaturas do sólido e da vizinhança forem diferentes, a troca de calor por radiação poderia causar uma variação na energia interna térmica do sólido e, assim, na sua temperatura. Mudanças na temperatura do sólido também poderiam ser induzidas pela aplicação de um fluxo térmico sobre a sua superfície ou parte dela, e/ou pelo início de um processo de geração de energia térmica no seu interior. O aquecimento da superfície poderia, por exemplo, ser efetuado através da fixação de um aquecedor elétrico delgado sobre ela, enquanto a energia térmica poderia ser gerada pela passagem de uma corrente elétrica através do sólido.

A Figura 5.5 mostra uma situação na qual as condições térmicas no interior de um sólido podem ser influenciadas simultaneamente pela convecção, pela radiação, pela aplicação de um fluxo em sua superfície e pela geração interna de energia. Considera-se que, no instante inicial ($t = 0$), a temperatura do sólido (T_i) é diferente daquelas do fluido, T_∞, e da vizinhança, T_{viz}, e que tanto o aquecimento superficial quanto o aquecimento volumétrico (q''_s e $\dot{q}$) são acionados. O fluxo térmico imposto q''_s e as transferências de calor por convecção/radiação ocorrem em regiões da superfície exclusivas, $A_{s(a)}$ e $A_{s(c,r)}$, respectivamente, e as transferências de calor por convecção e por radiação são presumidas *saindo* da superfície. Além disso, embora as transferências de calor por convecção e por radiação tenham sido especificadas na mesma superfície, as superfícies podem, na realidade, ser diferentes ($A_{s,c} \neq A_{s,r}$). Aplicando a conservação de energia em qualquer instante t, vem da Equação 1.11c que

$$q''_s A_{s,a} + \dot{E}_g - (q''_{conv} + q''_{rad})A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt} \quad (5.14)$$

ou, das Equações 1.3a e 1.7,

$$q''_s A_{s,a} + \dot{E}_g - [h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{viz})]A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt} \quad (5.15)$$

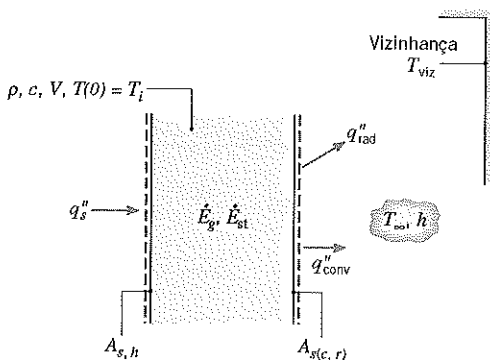



FIGURA 5.5 Superfície de controle para a análise geral via capacitância global.

A Equação 5.15 é uma equação diferencial ordinária não-linear de primeira ordem, não-homogênea, que não pode ser integrada para obter-se uma solução exata.[1] Contudo, soluções exatas podem ser obtidas para versões simplificadas dessa equação. Por exemplo, se não houver imposição de fluxo térmico ou de geração, e a convecção também não estiver presente (um vácuo) ou for desprezível em relação à radiação, a Equação 5.15 se reduz a

$$\rho V c \frac{dT}{dt} = -\varepsilon A_{s,r}\sigma(T^4 - T^4_{viz}) \quad (5.16)$$

Separando variáveis e integrando da condição inicial até algum tempo t, tem-se que

$$\frac{\varepsilon A_{s,r}\sigma}{\rho V c}\int_0^t dt = \int_{T_i}^{T} \frac{dT}{T^4_{viz} - T^4} \quad (5.17)$$

Efetuando as integrais e rearranjando o resultado, o tempo necessário para alcançar a temperatura T se torna

$$t = \frac{\rho V c}{4\varepsilon A_{s,r}\sigma T^3_{viz}}\left\{\ln\left|\frac{T_{viz} + T}{T_{viz} - T}\right| - \ln\left|\frac{T_{viz} + T_i}{T_{viz} - T_i}\right| + 2\left[\tan^{-1}\left(\frac{T}{T_{viz}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{T_i}{T_{viz}}\right)\right]\right\} \quad (5.18)$$

Essa expressão não pode ser usada para determinar T de forma explícita em função de t, T_i e T_{viz}, nem tampouco ser facilmente simplificada para o resultado limite quando $T_{viz} = 0$ (radiação para o espaço infinito). Contudo, retornando à Equação 5.17, sua solução para $T_{viz} = 0$ fornece

$$t = \frac{\rho V c}{3\varepsilon A_{s,r}\sigma}\left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3}\right) \quad (5.19)$$

Uma solução exata para a Equação 5.15 também pode ser obtida se a radiação puder ser desprezada e h for independente do tempo. Introduzindo uma diferença de temperaturas $\theta \equiv T - T_\infty$, onde $d\theta/dt = dT/dt$, a Equação 5.15 se reduz a uma equação diferencial linear de primeira ordem, não-homogênea, com a forma

$$\frac{d\theta}{dt} + a\theta - b = 0 \quad (5.20)$$

onde $a \equiv (hA_{s,c}/\rho V c)$ e $b \equiv [(q''_s A_{s,a} + \dot{E}_g)/\rho V c]$. Embora a Equação 5.20 possa ser resolvida pela soma das suas soluções homogênea e particular, uma abordagem alternativa é eliminar a não-homogeneidade pela introdução da transformação

$$\theta' \equiv \theta - \frac{b}{a} \quad (5.21)$$

Reconhecendo que $d\theta'/dt = d\theta/dt$, a Equação 5.21 pode ser substituída na Equação 5.20 para fornecer

$$\frac{d\theta'}{dt} + a\theta' = 0 \quad (5.22)$$

[1]Uma solução de diferenças finitas, aproximada, pode ser obtida pela *discretização* da derivada no tempo (Seção 5.10) e *avanço* da solução no tempo por fora.

Separando variáveis e integrando de 0 até t (θ_i' até θ'), segue-se que

$$\frac{\theta'}{\theta_i'} = \exp(-at) \qquad (5.23)$$

ou substituindo as definições de θ' e θ,

$$\frac{T - T_\infty - (b/a)}{T_i - T_\infty - (b/a)} = \exp(-at) \qquad (5.24)$$

Donde

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp(-at) + \frac{b/a}{T_i - T_\infty}[1 - \exp(-at)] \qquad (5.25)$$

Como deve ser, a Equação 5.25 se reduz à Equação 5.6 quando $b = 0$ e fornece $T = T_i$ em $t = 0$. No limite $t \to \infty$, a Equação 5.25 se transforma em $(T - T_\infty) = (b/a)$, resultado que poderia também ser obtido pela execução de um balanço de energia, em condições de regime estacionário, na superfície de controle da Figura 5.5.

Exemplo 5.2

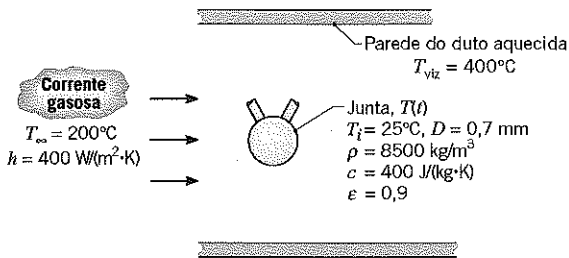
Sejam o termopar e as condições de convecção do Exemplo 5.1, mas agora considere a troca de calor por radiação com as paredes do duto que confina a corrente gasosa. Com as paredes do duto a 400°C e a emissividade da junta do termopar de 0,9, calcule a temperatura da junta no regime estacionário. Também determine o tempo para a temperatura da junta aumentar de sua condição inicial a 25°C até uma temperatura que está a 1°C do valor no regime estacionário.

Solução

Dados: Propriedades termofísicas e diâmetro da junta do termopar usado para medir a temperatura de uma corrente gasosa escoando através de um duto com paredes quentes.

Achar:

1. Temperatura da junta no regime estacionário.
2. Tempo necessário para o termopar alcançar uma temperatura que difere em 1°C do seu valor no regime estacionário.

Esquema:

Considerações: As mesmas do Exemplo 5.1, exceto que a transferência radiante não é mais tratada como desprezível e é aproximada pela troca entre uma pequena superfície e uma grande vizinhança.

Análise:

1. Para condições de regime estacionário, o balanço de energia na junta do termopar tem a forma

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0$$

Reconhecendo que a radiação líquida para a junta deve ser equilibrada pela convecção a partir da junta para o gás, o balanço de energia pode ser representado por

$$[\varepsilon\sigma(T_{viz}^4 - T^4) - h(T - T_\infty)]A_s = 0$$

Substituindo os valores numéricos, obtemos

$$T = 218{,}7°C \qquad \triangleleft$$

2. O histórico da temperatura no tempo, $T(t)$, para a junta, inicialmente a $T(0) = 25°C$, vem do balanço de energia para condições transientes,

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu}$$

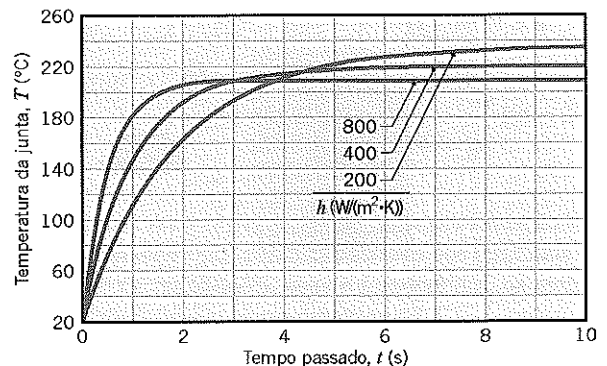
Da Equação 5.15, o balanço de energia pode ser representado por

$$-[h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{viz}^4)]A_s = \rho Vc\frac{dT}{dt}$$

A solução desta equação diferencial de primeira ordem pode ser obtida por integração numérica, fornecendo o resultado, $T(4{,}9\text{ s}) = 217{,}7°C$. Desta forma, o tempo necessário para alcançar uma temperatura que difere em 1°C do valor do regime estacionário é

$$t = 4{,}9\text{ s}. \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. O efeito da troca de calor radiante com as paredes quentes do duto é o aumento da temperatura da junta, de tal forma que o termopar indica uma temperatura da corrente gasosa errada, que excede a temperatura real em 18,7°C. O tempo necessário para alcançar uma temperatura que difere em 1°C do valor do regime estacionário é ligeiramente menor do que o resultado do Exemplo 5.1, que somente considera a transferência de calor por convecção. Por que isso é assim?
2. A resposta do termopar e a temperatura da corrente gasosa indicada dependem da velocidade da corrente gasosa, que, por sua vez, afeta o valor do coeficiente convectivo. Históricos da temperatura com o tempo para a junta do termopar são mostrados na figura a seguir para valores de h = 200, 400 e 800 W/(m²·K).

O efeito de aumentar o coeficiente convectivo é fazer que a junta indique uma temperatura mais próxima daquela da corrente gasosa. Ainda mais, o efeito é reduzir o tempo necessário para a junta alcançar a proximidade da condição do regime estacionário. Qual explicação física você pode dar para esses resultados?

EXEMPLO 5.3

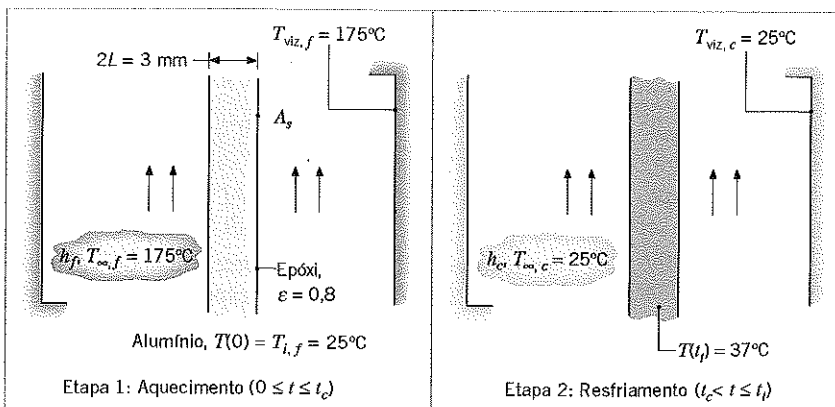
Um painel em liga de alumínio com 3 mm de espessura (k = 177 W/(m·K), c = 875 J/(kg·K) e ρ = 2770 kg/m³) é revestido em ambos os lados com uma camada epóxi, que deve ser curada a uma temperatura igual ou superior a T_c = 150°C por, pelo menos, 5 min. A linha de produção para a operação de cura envolve duas etapas: (1) aquecimento em um grande forno com ar a $T_{\infty,f}$ = 175°C e um coeficiente convectivo de h_f = 40 W/(m²·K), e (2) resfriamento em uma grande câmara com ar a $T_{\infty,c}$ = 25°C e um coeficiente convectivo de h_c = 10 W/(m²·K). A etapa de aquecimento do processo é conduzida em um intervalo de tempo t_a, que excede o tempo t_c, necessário para atingir 150°C em 5 min ($t_a = t_c$ + 300 s). O revestimento possui uma emissividade de ε = 0,8 e as temperaturas das paredes do forno e da câmara são de 175°C e 25°C, respectivamente. Se o painel for colocado no interior do forno a uma temperatura inicial de 25°C e removido da câmara a uma temperatura *segura para o toque* de 37°C, qual é o tempo total gasto nas duas etapas da operação de cura?

SOLUÇÃO

Dados: Condições de operação para um processo de aquecimento/resfriamento em duas etapas, no qual um painel de alumínio revestido é mantido a uma temperatura igual ou superior a 150°C por pelo menos 5 min.

Achar: Tempo total t_t necessário para o processo em duas etapas.

Esquema:

Etapa 1: Aquecimento ($0 \le t \le t_c$) Etapa 2: Resfriamento ($t_c < t \le t_t$)

Considerações:

1. Temperatura do painel é uniforme a qualquer instante.
2. Resistência térmica do revestimento de epóxi é desprezível.
3. Propriedades constantes.

Análise: Para avaliar a validade da aproximação da capacitância global, iniciamos calculando os números de Biot para os processos de aquecimento e resfriamento.

$$Bi_a = \frac{h_f L}{k} = \frac{(40\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)})(0{,}0015\ \text{m})}{177\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 3{,}4 \times 10^{-4}$$

$$Bi_c = \frac{h_c L}{k} = \frac{(10\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)})(0{,}0015\ \text{m})}{177\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 8{,}5 \times 10^{-5}$$

Dessa forma, a aproximação da capacitância global é excelente.

Para determinar se a troca radiante entre o painel e a sua vizinhança deve ser levada em consideração, o coeficiente de transferência de calor por radiação é determinado usando-se a Equação 1.9. O valor representativo de h_r para o processo de aquecimento está associado à condição de cura, sendo

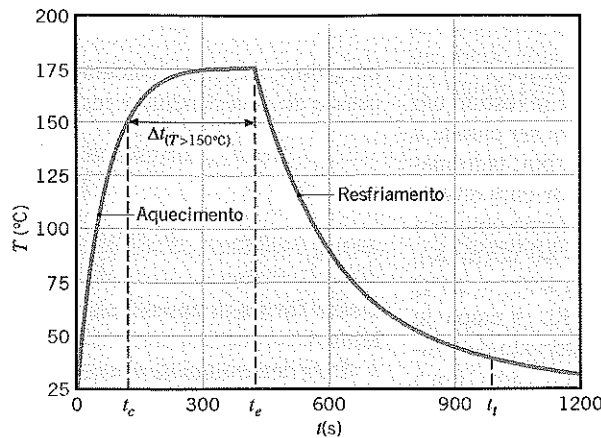
$$h_{r,f} = \varepsilon\sigma(T_c + T_{\text{viz},o})(T_c^2 + T_{\text{viz},o}^2)$$
$$= 0{,}8 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4\text{)}(423 + 448)\text{K}(423^2 + 448^2)\text{K}^2$$
$$= 15\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Usando T_c = 150°C com T_{viz} = 25°C para o processo de resfriamento, também obtemos $h_{r,c}$ = 8,8 W/(m²·K). Como os valores de $h_{r,f}$ e $h_{r,c}$ são comparáveis aos de h_f e h_c, respectivamente, os efeitos radiantes devem ser levados em consideração.

Com $V = 2LA_s$ e $A_{s,c} = A_{s,r} = 2A_s$, a Equação 5.15 pode ser representada como

$$\int_{T_i}^{T} dT = T(t) - T_i = -\frac{1}{\rho c L}\int_0^t [h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{\text{viz}}^4)]dt$$

Selecionando um incremento de tempo Δt apropriado, o lado direito dessa equação pode ser calculado numericamente para obter a temperatura do painel em $t = \Delta t$, $2\Delta t$, $3\Delta t$ e assim por diante. A cada nova etapa do cálculo, o valor de T calculado no intervalo de tempo anterior é usado no integrando. Selecionando Δt = 10 s, os cálculos para o processo de aquecimento são estendidos até $t_a = t_c$ + 300 s, que representa 5 min além do tempo

necessário para o painel alcançar $T_c = 150°C$. Em t_a o processo de resfriamento é iniciado e continua até que a temperatura no painel atinja 37°C em $t = t_t$. A integração foi efetuada usando-se um algoritmo do tipo Runge-Kutta da quarta ordem e os seus resultados estão representados a seguir:

O tempo total para o processo em duas etapas é

$$t_t = 989 \text{ s} \qquad \triangleleft$$

com tempos intermediários de $t_c = 124$ s e $t_a = 424$ s.

Comentários:

1. Geralmente, a precisão de uma integração numérica melhora com a redução do Δt, porém à custa de um acréscimo no tempo de computação. Nesse caso, entretanto, os resultados obtidos para $\Delta t = 1$ s são virtualmente idênticos aos obtidos com $\Delta t = 10$ s, indicando que o intervalo de tempo maior é suficiente para representar de forma precisa o histórico (comportamento dinâmico) da temperatura.
2. A duração total do processo em duas etapas pode ser reduzida pelo aumento dos coeficientes convectivos e/ou pela redução do prolongamento do período de aquecimento. A segunda opção se torna possível pelo fato de, durante uma parte do período de resfriamento, a temperatura no painel permanecer acima de 150°C. Assim, para satisfazer a exigência da cura, não é necessário estender o aquecimento por um período de 5 min após $t = t_c$. Se os coeficientes convectivos forem aumentados para $h_f = h_c = 100$ W/(m²·K) e um período de aquecimento prolongado for mantido em 300 s, a integração numérica fornece $t_c = 58$ s e $t_t = 445$ s. O intervalo de tempo no qual a temperatura do painel é superior a 150°C é de $\Delta t_{(T>150°C)} = 306$ s ($58 \text{ s} \leq t \leq 364$ s). Se o período de prolongamento do aquecimento for reduzido para 294 s, a integração numérica fornece $t_c = 58$ s, $t_t = 439$ s e $\Delta t_{(T>150°C)} = 300$ s. Assim, o tempo total do processo é reduzido, enquanto a exigência para a cura permanece satisfeita.
3. Uma rotina computacional pode ser criada para representar a dependência com o tempo da temperatura ambiente no processo de aquecimento e resfriamento, permitindo desse modo o uso de uma única forma da relação do balanço de energia para o processo completo. Esta rotina pode ser usada para verificar os resultados do Comentário 2 ou para explorar independentemente modificações no processo de cura.

5.4 *Efeitos Espaciais*

Com freqüência surgem situações nas quais o método da capacitância global é inadequado e abordagens alternativas devem ser utilizadas. Independentemente do método a ser considerado, agora devemos reconhecer que os gradientes de temperatura no interior do meio não mais são desprezíveis.

Nas suas formas mais gerais, os problemas de condução transiente são descritos pela equação do calor, Equação 2.17 para coordenadas retangulares ou Equações 2.24 e 2.27, respectivamente, para coordenadas cilíndricas e esféricas. As soluções dessas equações diferenciais parciais fornecem a variação da temperatura com o tempo e com as coordenadas espaciais. Entretanto, em muitos problemas, como o da parede plana da Figura 5.4, somente uma coordenada espacial é necessária para descrever a distribuição interna de temperaturas. Sem geração interna e com a hipótese de condutividade térmica constante, a Equação 2.17 se reduz a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{5.26}$$

Para resolver a Equação 5.26, determinando a distribuição de temperaturas $T(x,t)$, é necessário especificar uma condição *inicial* e duas *condições de contorno*. Para o problema típico de condução transiente mostrado na Figura 5.4, a condição inicial é

$$T(x, 0) = T_i \tag{5.27}$$

e as condições de contorno são

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{5.28}$$

e

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] \tag{5.29}$$

A Equação 5.27 presume uma distribuição de temperaturas uniforme no tempo $t = 0$; a Equação 5.28 reflete a *exigência de simetria* no plano central da parede; e a Equação 5.29 descreve a condição na superfície para $t > 0$. Das Equações 5.26 a 5.29 fica evidente que, além de serem função de x e de t, as temperaturas na parede também dependem de uma série de parâmetros físicos. Em particular,

$$T = T(x, t, T_i, T_\infty, L, k, \alpha, h) \quad (5.30)$$

O problema anterior pode ser resolvido analiticamente ou numericamente. Esses métodos serão analisados em seções seguintes, mas, em primeiro lugar, é importante observar as vantagens que podem ser obtidas pela *adimensionalização* das equações que descrevem o processo. Isso pode ser feito pelo agrupamento das variáveis relevantes em grupos apropriados. Considere a variável dependente T. Se a diferença de temperaturas $\theta \equiv T - T_\infty$ for dividida pela *máxima diferença de temperaturas possível*, $\theta_i \equiv T_i - T_\infty$, uma forma adimensional da variável dependente pode ser definida como

$$\theta^* \equiv \frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \quad (5.31)$$

Conseqüentemente, θ^* deve estar no intervalo $0 \leq \theta^* \leq 1$. Uma coordenada espacial adimensional pode ser definida como

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \quad (5.32)$$

onde L é a metade da espessura da parede plana. Um tempo adimensional pode ser definido como

$$t^* \equiv \frac{\alpha t}{L^2} \equiv Fo \quad (5.33)$$

onde t^* é equivalente ao adimensional *número de Fourier*, Equação 5.12.

Substituindo as definições representadas pelas Equações 5.31 a 5.33 nas Equações 5.26 a 5.29, a equação do calor se torna

$$\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial \theta^*}{\partial Fo} \quad (5.34)$$

e as condições iniciais e de contorno se tornam

$$\theta^*(x^*, 0) = 1 \quad (5.35)$$

$$\left.\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0 \quad (5.36)$$

e

$$\left.\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=1} = -Bi\,\theta^*(1, t^*) \quad (5.37)$$

onde o *número de Biot* é $Bi \equiv hL/k$. Na forma adimensional, a dependência funcional pode agora ser representada como

$$\theta^* = f(x^*, Fo, Bi) \quad (5.38)$$

Lembre-se de que uma dependência funcional semelhante, sem a variação com x^*, foi obtida para o método da capacitância global, conforme mostrado na Equação 5.13.

Embora o número de Fourier possa ser visto como um tempo adimensional, ele tem uma interpretação física importante quando usado em problemas nos quais a transferência de calor por condução através de sólidos é concorrente com o armazenamento de energia térmica pelo sólido. Com um comprimento característico L, o gradiente de temperatura através do sólido e a área da seção transversal perpendicular à transferência de calor condutiva podem ser aproximados por $\Delta T/L$ e L^2, respectivamente. Assim, como uma primeira aproximação, a taxa de transferência de calor pode ser representada por $q \sim kL^2\Delta T/L$. Analogamente, com o volume do sólido representado por $V \sim L^3$, a taxa de variação da energia térmica armazenada pelo sólido pode ser aproximada por $\dot{E}_{acu} \sim \rho L^3 c \Delta T/t$. Tem-se, então, que $(q/\dot{E}_{acu}) \sim kt/\rho c L^2 = \alpha t/L^2 = Fo$. Desta forma, o número de Fourier fornece uma medida da efetividade relativa com a qual um sólido conduz e armazena energia térmica.

Comparando as Equações 5.30 e 5.38, a vantagem considerável de representar o problema na forma adimensional fica aparente. A Equação 5.38 implica que, *para uma dada geometria, a distribuição transiente de temperaturas é uma função universal de* x^*, Fo *e* Bi. Isto é, a *solução adimensional* tem uma forma especificada que não depende dos valores particulares de T_i, T_∞, L, k, α ou h. Como essa generalização simplifica muito a apresentação e a utilização das soluções transientes, as variáveis adimensionais serão muito usadas nas seções seguintes.

5.5 A Parede Plana com Convecção

Soluções analíticas exatas para problemas de condução transiente foram obtidas para muitas geometrias e condições de contorno simples, estando bem documentadas [1-4]. Diversas técnicas matemáticas, incluindo o método da separação de variáveis (Seção 4.2), podem ser usadas para esse propósito e, tipicamente, a solução da distribuição de temperaturas adimensional, Equação 5.38, tem a forma de uma série infinita. Contudo, exceto para valores muito pequenos do número de Fourier, essa série pode ser aproximada por um único termo.

5.5.1 Solução Exata

Seja a *parede plana* com espessura $2L$ (Figura 5.6*a*). Se a espessura for pequena quando comparada à largura e à altura da parede, é razoável supor que a condução ocorra exclusivamente na direção x. Se a parede se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme, $T(x,0) = T_i$, e é subitamente imersa em um fluido com $T_\infty \neq T_i$, as temperaturas resultantes podem ser obtidas através da solução da Equação 5.34 sujeita às condições das Equações 5.35

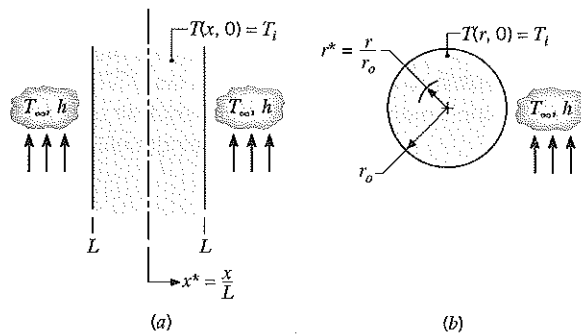



FIGURA 5.6 Sistema unidimensional com uma temperatura inicial uniforme submetido subitamente a condições convectivas. (*a*) Parede plana. (*b*) Cilindro infinito ou esfera.

a 5.37. Como as condições convectivas nas superfícies em $x^* = \pm 1$ são as mesmas, a distribuição de temperaturas em qualquer instante tem que ser simétrica em relação ao plano central ($x^* = 0$). Uma solução exata para esse problema tem a forma [2]

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \cos(\zeta_n x^*) \tag{5.39a}$$

onde $Fo = \alpha t/L^2$, o coeficiente C_n é

$$C_n = \frac{4 \operatorname{sen} \zeta_n}{2\zeta_n + \operatorname{sen}(2\zeta_n)} \tag{5.39b}$$

e os valores discretos (*autovalores*) de ζ_n são raízes positivas da equação transcendental

$$\zeta_n \tan \zeta_n = Bi \tag{5.39c}$$

As quatro primeiras raízes dessa equação são fornecidas no Apêndice B.3.

5.5.2 Solução Aproximada

Pode-se demonstrar (Problema 5.34) que, para valores de $Fo > 0{,}2$, a solução em série infinita, Equação 5.39a, pode ser aproximada pelo primeiro termo da série. Utilizando essa aproximação, a forma adimensional da distribuição de temperaturas se transforma em

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \cos(\zeta_1 x^*) \tag{5.40a}$$

ou

$$\theta^* = \theta_o^* \cos(\zeta_1 x^*) \tag{5.40b}$$

onde $\theta^*_0 \equiv (T_0 - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$ representa a temperatura adimensional no plano central ($x^* = 0$)

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.41}$$

Representações gráficas das aproximações pelo primeiro termo são apresentadas na Seção 5S.1.

Uma conseqüência importante da Equação 5.40b é que a *dependência temporal da temperatura em qualquer posição no interior da parede é igual à dependência da temperatura no plano central*. Os coeficientes C_1 e ζ_1 são calculados pelas Equações 5.39b e 5.39c, respectivamente, e são fornecidos na Tabela 5.1 para uma faixa de números de Biot.

TABELA 5.1 Coeficientes usados na aproximação pelo primeiro termo das soluções em séries da condução unidimensional transiente

	Parede Plana		Cilindro Infinito		Esfera	
Bi^a	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1
0,01	0,0998	1,0017	0,1412	1,0025	0,1730	1,0030
0,02	0,1410	1,0033	0,1995	1,0050	0,2445	1,0060
0,03	0,1723	1,0049	0,2440	1,0075	0,2991	1,0090
0,04	0,1987	1,0066	0,2814	1,0099	0,3450	1,0120
0,05	0,2218	1,0082	0,3143	1,0124	0,3854	1,0149
0,06	0,2425	1,0098	0,3438	1,0148	0,4217	1,0179
0,07	0,2615	1,0114	0,3709	1,0173	0,4551	1,0209
0,08	0,2791	1,0130	0,3960	1,0197	0,4860	1,0239
0,09	0,2956	1,0145	0,4195	1,0222	0,5150	1,0268
0,10	0,3111	1,0161	0,4417	1,0246	0,5423	1,0298
0,15	0,3779	1,0237	0,5376	1,0365	0,6609	1,0445
0,20	0,4328	1,0311	0,6170	1,0483	0,7593	1,0592
0,25	0,4801	1,0382	0,6856	1,0598	0,8447	1,0737
0,30	0,5218	1,0450	0,7465	1,0712	0,9208	1,0880
0,4	0,5932	1,0580	0,8516	1,0932	1,0528	1,1164
0,5	0,6533	1,0701	0,9408	1,1143	1,1656	1,1441
0,6	0,7051	1,0814	1,0184	1,1345	1,2644	1,1713
0,7	0,7506	1,0919	1,0873	1,1539	1,3525	1,1978
0,8	0,7910	1,1016	1,1490	1,1724	1,4320	1,2236
0,9	0,8274	1,1107	1,2048	1,1902	1,5044	1,2488

(continua)

TABELA 5.1 *Continuação*

1,0	0,8603	1,1191	1,2558	1,2071	1,5708	1,2732
2,0	1,0769	1,1785	1,5994	1,3384	2,0288	1,4793
3,0	1,1925	1,2102	1,7887	1,4191	2,2889	1,6227
4,0	1,2646	1,2287	1,9081	1,4698	2,4556	1,7202
5,0	1,3138	1,2402	1,9898	1,5029	2,5704	1,7870
6,0	1,3496	1,2479	2,0490	1,5253	2,6537	1,8338
7,0	1,3766	1,2532	2,0937	1,5411	2,7165	1,8673
8,0	1,3978	1,2570	2,1286	1,5526	1,7654	1,8920
9,0	1,4149	1,2598	2,1566	1,5611	2,8044	1,9106
10,0	1,4289	1,2620	2,1795	1,5677	2,8363	1,9249
20,0	1,4961	1,2699	2,2881	1,5919	2,9857	1,9781
30,0	1,5202	1,2717	2,3261	1,5973	3,0372	1,9898
40,0	1,5325	1,2723	2,3455	1,5993	3,0632	1,9942
50,0	1,5400	1,2727	2,3572	1,6002	3,0788	1,9962
100,0	1,5552	1,2731	2,3809	1,6015	3,1102	1,9990
∞	1,5708	1,2733	2,4050	1,6018	3,1415	2,0000

[a]$Bi = hL/k$ para a parede plana e hr_o/k para o cilindro infinito e a esfera. Veja Figura 5.6.

5.5.3 Transferência Total de Energia

Em muitas situações, é útil saber a energia total que deixou (ou entrou) a parede até um dado tempo t em um processo transiente. A exigência de conservação da energia, Equação 1.11b, pode ser aplicada no intervalo de tempo delimitado pela condição inicial ($t = 0$) e por qualquer tempo $t > 0$

$$E_{ent} - E_{sai} = \Delta E_{acu} \tag{5.42}$$

Igualando a quantidade de energia transferida a partir da parede Q a E_{sai} e estabelecendo $E_{ent} = 0$ e $\Delta E_{acu} = E(t) - E(0)$, segue-se que

$$Q = -[E(t) - E(0)] \tag{5.43a}$$

ou

$$Q = -\int \rho c[T(x, t) - T_i]dV \tag{5.43b}$$

onde a integração é efetuada no volume da parede. É conveniente adimensionalizar esse resultado com a introdução da grandeza

$$Q_o = \rho c V(T_i - T_\infty) \tag{5.44}$$

que pode ser interpretada como a energia interna inicial da parede em relação à temperatura do fluido. Ela também é a quantidade *máxima* de transferência de energia que poderia ocorrer se o processo se estendesse até $t = \infty$. Dessa forma, supondo propriedades constantes, a razão entre a quantidade total de energia transferida a partir da parede ao longo do intervalo de tempo t e a transferência máxima possível é

$$\frac{Q}{Q_o} = \int \frac{-[T(x, t) - T_i]}{T_i - T_\infty} \frac{dV}{V} = \frac{1}{V}\int (1 - \theta^*)dV \tag{5.45}$$

Utilizando a forma aproximada da distribuição de temperaturas para a parede plana, Equação 5.40b, a integração especificada na Equação 5.45 pode ser efetuada, obtendo-se

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\operatorname{sen} \zeta_1}{\zeta_1} \theta_o^* \tag{5.46}$$

onde θ_o^* pode ser determinada pela Equação 5.41, usando a Tabela 5.1 na obtenção dos valores dos coeficientes C_1 e ζ_1.

5.5.4 Considerações Adicionais

Em função de o problema matemático ser precisamente o mesmo, os resultados anteriores também podem ser utilizados em uma parede plana, com espessura L, que é isolada em um de seus lados ($x^* = 0$) e haja transporte convectivo no outro ($x^* = +1$). Essa equivalência é uma conseqüência do fato de que, indiferentemente de haver uma exigência de simetria ou de condição adiabática estabelecida em $x^* = 0$, a condição de contorno tem a forma $\partial\theta^*/\partial x^* = 0$.

Cabe, ainda, observar que os resultados anteriores podem ser utilizados na determinação da resposta transiente de uma parede plana a uma súbita mudança na sua temperatura *superficial*. O processo é equivalente à presença de um coeficiente convectivo infinito, no qual o número de Biot é infinito ($Bi = \infty$) e a temperatura no fluido T_∞ é substituída pela temperatura superficial T_s especificada.

5.6 *Sistemas Radiais com Convecção*

Para um cilindro infinito ou uma esfera com raio r_0 (Figura 5.6*b*), que está inicialmente a uma temperatura uniforme e passa por uma mudança nas condições convectivas, resultados semelhantes aos obtidos na Seção 5.5 podem ser desenvolvidos. Isto é, uma solução exata na forma de uma série pode ser obtida para a dependência temporal da distribuição radial de temperaturas, e a

aproximação pelo primeiro termo dessa série pode ser usada na maioria das condições. O cilindro infinito é uma idealização que permite a adoção da hipótese de condução unidimensional na direção radial. Ela é uma aproximação razoável para cilindros com $L/r_0 \geq 10$.

5.6.1 Soluções Exatas

Para uma temperatura inicial uniforme e condições de contorno convectivas, as soluções exatas [2] são apresentadas a seguir.

Cilindro Infinito Na forma adimensional, a temperatura é

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) J_0(\zeta_n r^*) \tag{5.47a}$$

onde $Fo = \alpha t / r_0^2$,

$$C_n = \frac{2}{\zeta_n} \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0^2(\zeta_n) + J_1^2(\zeta_n)} \tag{5.47b}$$

e os valores discretos de ζ_n são raízes positivas da equação transcendental

$$\zeta_n \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0(\zeta_n)} = Bi \tag{5.47c}$$

onde $Bi = hr_0/k$. As grandezas J_1 e J_0 são funções de Bessel de primeira espécie e seus valores estão tabelados no Apêndice B.4. Raízes da equação transcendental (5.47c) estão tabeladas em Schneider[2].

Esfera Analogamente, para a esfera

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \frac{1}{\zeta_n r^*} \operatorname{sen}(\zeta_n r^*) \tag{5.48a}$$

onde $Fo = \alpha t / r_0^2$,

$$C_n = \frac{4[\operatorname{sen}(\zeta_n) - \zeta_n \cos(\zeta_n)]}{2\zeta_n - \operatorname{sen}(2\zeta_n)} \tag{5.48b}$$

e os valores discretos de ζ_n são raízes positivas da equação transcendental

$$1 - \zeta_n \cot \zeta_n = Bi \tag{5.48c}$$

onde $Bi = hr_0/k$. As raízes da equação transcendental estão tabeladas em Schneider[2].

5.6.2 Soluções Aproximadas

Para o cilindro infinito e a esfera, as soluções anteriores em séries podem, mais uma vez, ser aproximadas por um único termo, para $Fo > 0{,}2$. Assim, como no caso da parede plana, a dependência da temperatura em relação ao tempo em qualquer ponto no interior do sistema radial é a mesma que na linha de centro ou no ponto central.

Cilindro Infinito A aproximação pelo primeiro termo da Equação 5.47a é

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) J_0(\zeta_1 r^*) \tag{5.49a}$$

ou

$$\theta^* = \theta_o^* J_0(\zeta_1 r^*) \tag{5.49b}$$

onde θ_0^* representa a temperatura na linha de centro e tem a forma

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.49c}$$

Representações gráficas das aproximações pelo primeiro termo são apresentadas na Seção 5S.1.

Valores dos coeficientes C_1 e ζ_1 foram determinados e estão listados na Tabela 5.1 para uma faixa de números de Biot.

Esfera Na Equação 5.48a, a aproximação pelo primeiro termo é

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \frac{1}{\zeta_1 r^*} \operatorname{sen}(\zeta_1 r^*) \tag{5.50a}$$

ou

$$\theta^* = \theta_o^* \frac{1}{\zeta_1 r^*} \operatorname{sen}(\zeta_1 r^*) \tag{5.50b}$$

onde θ^*_0 representa a temperatura no centro da esfera e tem a forma

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.50c}$$

Representações gráficas das aproximações pelo primeiro termo são apresentadas na Seção 5S.1.

Valores dos coeficientes C_1 e ζ_1 foram determinados e estão listados na Tabela 5.1 para uma faixa de números de Biot.

5.6.3 Transferência Total de Energia

Da mesma forma que na Seção 5.5.3, um balanço de energia pode ser efetuado para determinar o total de energia transferida a partir do cilindro infinito ou da esfera durante o intervalo de tempo $\Delta t = t$. Utilizando as soluções aproximadas, Equações 5.49b e 5.50b, e introduzindo Q_0 a partir da Equação 5.44, os resultados são os a seguir.

Cilindro Infinito

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{2\theta_o^*}{\zeta_1} J_1(\zeta_1) \tag{5.51}$$

Esfera

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{3\theta_o^*}{\zeta_1^3} [\operatorname{sen}(\zeta_1) - \zeta_1 \cos(\zeta_1)] \tag{5.52}$$

Os valores para as temperaturas centrais, θ^*_0, são determinados nas Equações 5.49c ou 5.50c, usando os coeficientes da Tabela 5.1 para o sistema apropriado.

5.6.4 Considerações Adicionais

Da mesma forma que para a parede plana, os resultados anteriores podem ser usados para predizer a resposta transiente de cilindros longos e de esferas submetidos a uma súbita mudança na temperatura *superficial*. Para tal, um número de Biot infinito é estabelecido, e a temperatura no fluido T_∞ é substituída pela temperatura superficial constante T_s.

EXEMPLO 5.4

Considere um oleoduto de aço (AISI 1010) que possui 1 m de diâmetro e uma espessura de parede de 40 mm. O oleoduto é muito bem isolado pelo seu lado externo, e, antes do início do escoamento do fluido, suas paredes se encontram a uma temperatura uniforme de $-20°C$. Com o início do escoamento, o óleo quente a 60°C é bombeado através do oleoduto, gerando na superfície interna do duto condições convectivas correspondentes a um $h = 500$ W/(m²·K).

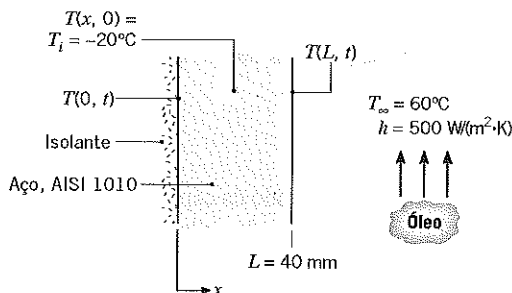
1. Quais são os números de Biot e Fourier apropriados 8 min após o início do escoamento?
2. Em $t = 8$ min, qual é a temperatura na superfície externa do duto coberta pelo isolamento?
3. Qual é o fluxo térmico q''(W/m²) do óleo para o duto em $t =$ 8 min?
4. Qual a quantidade total de energia, por metro linear do oleoduto, que foi transferida do óleo para o duto em $t = 8$ min?

SOLUÇÃO

Dados: Parede submetida a uma súbita mudança nas condições convectivas em sua superfície.

Achar:

1. Números de Biot e Fourier após 8 min.
2. Temperatura na superfície externa do duto após 8 min.
3. Fluxo térmico para a parede a 8 min.
4. Energia total transferida para o duto, por unidade de comprimento, após 8 min.

Esquema:

Considerações:

1. Parede do duto pode ser aproximada por uma parede plana, uma vez que sua espessura é muito menor do que o seu diâmetro.
2. Propriedades constantes.
3. Superfície externa do duto adiabática.

Propriedades: Tabela A.1, aço tipo AISI 1010 [$T = (-20 + 60)°C/2 \approx 300$ K]: $\rho = 7832$ kg/m³, $c = 434$ J/(kg·K), $k = 63{,}9$ W/(m·K), $\alpha = 18{,}8 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análise:

1. Em $t = 8$ min, os números de Biot e Fourier são calculados pelas Equações 5.10 e 5.12, respectivamente, com $L_c = L$. Assim,

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{500\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}04\ \text{m}}{63{,}9\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 0{,}313 \quad \triangleleft$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{18{,}8 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s} \times 8\ \text{min} \times 60\ \text{s/min}}{(0{,}04\ \text{m})^2} = 5{,}64 \quad \triangleleft$$

2. Com $Bi = 0{,}313$, o uso do método da capacitância global é inapropriado. Contudo, como $Fo > 0{,}2$ e as condições transientes na parede isolada do duto de espessura L correspondem às existentes em uma parede plana com espessura $2L$ submetida à mesma condição superficial, os resultados desejados podem ser obtidos com a aproximação pelo primeiro termo para a parede plana. A temperatura no plano central pode ser determinada pela Equação 5.41

$$\theta_o^* = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

onde, com $Bi = 0{,}313$, na Tabela 5.1 tem-se que $C_1 = 1{,}047$ e $\zeta_1 = 0{,}531$ rad. Com $Fo = 5{,}64$,

$$\theta_o^* = 1{,}047 \exp[-(0{,}531\ \text{rad})^2 \times 5{,}64] = 0{,}214$$

Assim, após 8 min, a temperatura na superfície externa do duto, que corresponde à temperatura no plano central da parede plana, é

$$T(0, 8\ \text{min}) = T_\infty + \theta_o^*(T_i - T_\infty) =$$

$$= 60°\text{C} + 0{,}214(-20 - 60)°\text{C} = 42{,}9°\text{C} \quad \triangleleft$$

3. A transferência de calor para a superfície interna em $x = L$ ocorre por convecção, e a qualquer tempo t o fluxo térmico pode ser obtido a partir da lei do resfriamento de Newton. Assim, em $t = 480$ s,

$$q''_x(L, 480\ \text{s}) \equiv q''_L = h[T(L, 480\ \text{s}) - T_\infty]$$

Usando a aproximação de primeiro termo para a temperatura na superfície, a Equação 5.40b com $x^* = 1$ possui a forma

$$\theta^* = \theta_o^* \cos(\zeta_1)$$

$$T(L, t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)\theta_o^* \cos(\zeta_1)$$

$$T(L, 8\text{min}) = 60°\text{C} + (-20 - 60)°\text{C} \times 0{,}214 \times \cos(0{,}531\ \text{rad})$$

$$T(L, 8\text{min}) = 45{,}2°\text{C}$$

O fluxo térmico em $t = 8$ min é, então,

$$q''_L = 500\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}(45{,}2 - 60)°\text{C} = -7400\ \text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

4. A transferência de energia para a parede do duto ao longo do intervalo de 8 min pode ser obtida pelas Equações 5.44 e 5.46. Com

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\text{sen}(\zeta_1)}{\zeta_1}\theta_o^*$$

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\text{sen}(0{,}531\ \text{rad})}{0{,}531\ \text{rad}} \times 0{,}214 = 0{,}80$$

segue-se que

$$Q = 0{,}80\,\rho c V(T_i - T_\infty)$$

ou, com um volume por unidade de comprimento do duto de $V' = \pi DL$,

$$Q' = 0{,}80\,\rho c \pi DL(T_i - T_\infty)$$

$$Q' = 0{,}80 \times 7832\ \text{kg/m}^3 \times 434\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$\times\ \pi \times 1\ \text{m} \times 0{,}04\ \text{m}\,(-20 - 60)°\text{C}$$

$$Q' = -2{,}73 \times 10^7\ \text{J/m} \quad \triangleleft$$

Comentário:

Os valores negativos de q'' e Q' indicam simplesmente que a direção da transferência de calor ocorre do óleo para o duto (para dentro da parede do duto).

Exemplo 5.5

Um novo processo para o tratamento de um material especial deve ser avaliado. O material, uma esfera com raio r_0 = 5 mm, encontra-se inicialmente em equilíbrio a 400°C no interior de um forno. O material é repentinamente removido do forno e submetido a um processo de resfriamento em duas etapas.

Etapa 1 Resfriamento no ar a 20°C por um período de tempo t_a até que a temperatura do centro atinja um valor crítico, $T_a(0, t_a)$ = 335°C. Para essa situação, o coeficiente de transferência de calor por convecção é h_a = 10 W/(m²·K).

Após a esfera ter atingido essa temperatura crítica, a segunda etapa é iniciada.

Etapa 2 Resfriamento em um banho agitado de água a 20°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de h_b = 6000 W/(m²·K).

As propriedades termofísicas do material são ρ = 3000 kg/m³, k = 20 W/(m·K), c = 1000 J/(kg·K) e $\alpha = 6{,}66 \times 10^{-6}$ m²/s.

1. Calcule o tempo t_a requerido para a etapa 1 do processo de resfriamento se completar.
2. Calcule o tempo t_b requerido na etapa 2 do processo, para o centro da esfera se resfriar de 335°C (a condição ao final da etapa 1) para 50°C.

Solução

Dados: Temperaturas requisitadas para o resfriamento de uma esfera.

Achar:

1. Tempo t_a requerido para completar o resfriamento desejado no ar.
2. Tempo t_b requerido para completar o resfriamento no banho de água.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional na direção r.
2. Propriedades constantes.

Análise:

1. Para determinar se o método da capacitância global pode ser usado, o número de Biot é calculado. Pela Equação 5.10, com $L_c = r_o/3$,

$$Bi = \frac{h_a r_o}{3k} = \frac{10\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}005\ \text{m}}{3 \times 20\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 8{,}33 \times 10^{-4}$$

Conseqüentemente, o método da capacitância global pode ser utilizado e a temperatura no interior da esfera é praticamente uniforme. Pela Equação 5.5, tem-se que

$$t_a = \frac{\rho V c}{h_a A_s} \ln\frac{\theta_i}{\theta_a} = \frac{\rho r_o c}{3h_a} \ln\frac{T_i - T_\infty}{T_a - T_\infty}$$

onde $V = (4/3)\pi r_0^3$ e $A_s = 4\pi r_0^2$. Assim,

$$t_a = \frac{3000\ \text{kg/m}^3 \times 0{,}005\ \text{m} \times 1000\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}}{3 \times 10\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} \ln\frac{400-20}{335-20} = 94\ \text{s} \quad \triangleleft$$

2. Para determinar se o método da capacitância global pode também ser usado na segunda etapa do processo de resfriamento, o número de Biot é novamente calculado. Nesse caso,

$$Bi = \frac{h_b r_o}{3k} = \frac{6000\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times 0{,}005\ \text{m}}{3 \times 20\ \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 0{,}50$$

e o método da capacitância global não é apropriado. Entretanto, com uma excelente aproximação, a temperatura da esfera é uniforme em $t = t_a$ e a aproximação pelo primeiro termo pode ser utilizada para os cálculos. O tempo t_b, no qual a temperatura no centro atinge os 50°C, isto é, $T(0, t_b) = 50°\text{C}$, pode ser obtido através de um rearranjo da Equação 5.50c,

$$Fo = -\frac{1}{\zeta_1^2} \ln\left[\frac{\theta_o^*}{C_1}\right] = -\frac{1}{\zeta_1^2} \ln\left[\frac{1}{C_1} \times \frac{T(0, t_b) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right]$$

onde $t_b = Fo\, r_0^2/\alpha$. Com o número de Biot agora definido como

$$Bi = \frac{h_b r_o}{k} = \frac{6000\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times 0{,}005\ \text{m}}{20\ \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 1{,}50$$

A Tabela 5.1 fornece $C_1 = 1{,}376$ e $\zeta_1 = 1{,}800$ rad. Tem-se, então, que

$$Fo = -\frac{1}{(1{,}800\ \text{rad})^2} \ln\left[\frac{1}{1{,}376} \times \frac{(50 - 20)°\text{C}}{(335 - 20)°\text{C}}\right] = 0{,}82$$

e

$$t_b = Fo\frac{r_o^2}{\alpha} = 0{,}82 \frac{(0{,}005\ \text{m})^2}{6{,}66 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 3{,}1\ \text{s} \qquad \triangleleft$$

Note que, com $Fo = 0{,}82$, o uso da aproximação pelo primeiro termo está justificado.

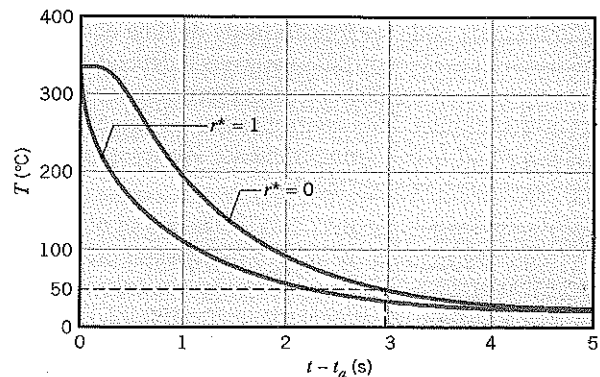
Comentários:

1. Se a distribuição de temperaturas no interior da esfera na conclusão da etapa 1 não fosse uniforme, a aproximação de primeiro termo não poderia ter sido utilizada nos cálculos da etapa 2.
2. A temperatura na superfície da esfera no término da etapa 2 pode ser obtida pela Equação 5.50b. Com $\theta_0^* = 0{,}095$ e $r^* = 1$,

$$\theta^*(r_o) = \frac{T(r_o) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{0{,}095}{1{,}800\ \text{rad}} \text{sen}\,(1{,}800\ \text{rad}) = 0{,}0514$$

e

$$T(r_o) = 20°\text{C} + 0{,}0514(335 - 20)°\text{C} = 36°\text{C}$$

A série infinita, Equação 5.48a, e a sua aproximação de primeiro termo, Equação 5.50b, podem ser usadas para calcular a temperatura em qualquer local na esfera em qualquer tempo $t > t_a$. Para $(t - t_a) < 0{,}2(0{,}005\ \text{m})^2/6{,}66 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} = 0{,}75$ s; um número suficiente de termos deve ser mantido com o objetivo de assegurar a convergência da série. Para $(t - t_a) > 0{,}75$ s, uma convergência satisfatória é obtida com a aproximação de primeiro termo. Calculando e representando graficamente os históricos das temperaturas em $r = 0$ e $r = r_o$, obtemos os seguintes resultados para $0 \leq (t - t_a) \leq 5$ s:

5.7 O Sólido Semi-Infinito

Outra geometria simples, para a qual soluções analíticas podem ser obtidas, é o *sólido semi-infinito*. Como, em princípio, tal sólido se estende até o infinito em todas as direções exceto uma, ele é caracterizado por uma única superfície identificável (Figura 5.7). Se uma súbita mudança de condições for imposta nessa superfície, condução unidimensional transiente ocorrerá no interior do sólido. O sólido semi-infinito fornece uma *idealização útil* para muitos problemas práticos. Ele pode ser usado para determinar a transferência de calor transiente próxima à superfície da terra ou para aproximar a resposta transiente de um sólido finito, como uma placa espessa. Nessa segunda situação, a aproximação seria razoável para a porção inicial do transiente, durante a qual as temperaturas no interior da placa (em pontos distantes da sua superfície) estão essencialmente não influenciadas pela mudança nas condições superficiais.

A equação do calor para a condução transiente em um sólido semi-infinito é dada pela Equação 5.26. A condição inicial é descrita pela Equação 5.27 e a condição de contorno no interior do sólido possui a forma

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i \qquad (5.53)$$

Soluções em forma fechada foram obtidas para três importantes condições na superfície, impostas instantaneamente em $t = 0$ [1,2]. Essas condições são mostradas na Figura 5.7. Elas incluem a imposição de uma temperatura superficial constante $T_s \neq T_i$, a aplicação de um fluxo térmico constante na superfície q_0'' e

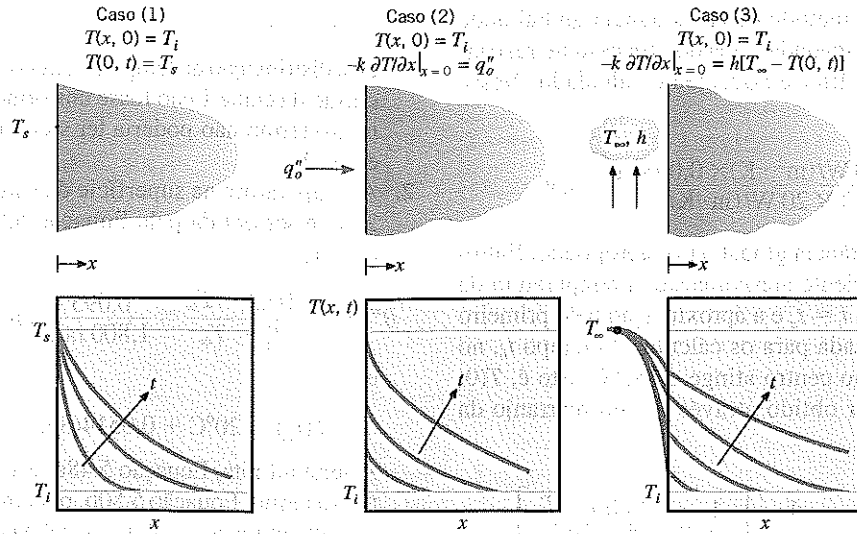



FIGURA 5.7 Distribuições transientes de temperaturas em um sólido semi-infinito para três condições na superfície: temperatura na superfície constante, fluxo térmico na superfície constante e convecção na superfície.

a exposição da superfície a um fluido caracterizado por $T_\infty \neq T_i$ e um coeficiente convectivo h.

A solução para o caso 1 pode ser obtida através do reconhecimento da existência de uma *variável similar* η, com a qual a equação do calor pode ser transformada de uma equação diferencial parcial, envolvendo duas variáveis independentes (x e t), em uma equação diferencial ordinária escrita em termos de uma única variável similar. Para confirmar que tal exigência é satisfeita por $\eta \equiv x/(4\alpha t)^{1/2}$, primeiramente são transformados os operadores diferenciais pertinentes,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{(4\alpha t)^{1/2}}\frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta}\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t}\frac{d^2T}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{x}{2t(4\alpha t)^{1/2}}\frac{dT}{d\eta}$$

Substituindo na Equação 5.26, a equação do calor se torna

$$\frac{d^2T}{d\eta^2} = -2\eta\frac{dT}{d\eta} \tag{5.54}$$

Com $x = 0$ correspondendo a $\eta = 0$, a condição na superfície pode ser representada por

$$T(\eta = 0) = T_s \tag{5.55}$$

e com $x \to \infty$, bem como $t = 0$, correspondendo a $\eta \to \infty$, ou seja, a condição inicial e a condição de contorno interior correspondem a uma única exigência de que

$$T(\eta \to \infty) = T_i \tag{5.56}$$

Como a equação do calor transformada e as condições de contorno/inicial são independentes de x e t, $\eta \equiv x/(4\alpha t)^{1/2}$ é, de fato, uma variável similar. Sua existência implica que, independentemente dos valores de x e t, a temperatura pode ser representada como uma única função de η.

A forma específica da dependência da temperatura, $T(\eta)$, pode ser obtida pela separação de variáveis na Equação 5.54, tal que

$$\frac{d(dT/d\eta)}{(dT/d\eta)} = -2\eta\, d\eta$$

Integrando, tem-se que

$$\ln(dT/d\eta) = -\eta^2 + C_1'$$

ou

$$\frac{dT}{d\eta} = C_1 \exp(-\eta^2)$$

Integrando uma segunda vez, obtemos

$$T = C_1\int_0^\eta \exp(-u^2)\, du + C_2$$

onde u é uma variável muda (variável de integração). Utilizando a condição de contorno em $\eta = 0$, Equação 5.55, segue-se que $C_2 = T_s$ e

$$T = C_1\int_0^\eta \exp(-u^2)\, du + T_s$$

Com a segunda condição de contorno, Equação 5.56, obtemos

$$T_i = C_1\int_0^\infty \exp(-u^2)\, du + T_s$$

ou, efetuando a integral definida,

$$C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\pi^{1/2}}$$

Portanto, a distribuição de temperaturas pode ser representada por

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = (2/\pi^{1/2})\int_0^\eta \exp(-u^2)\, du \equiv \text{erf}\,\eta \tag{5.57}$$

onde a *função erro de Gauss*, erf(η), é uma função matemática clássica que se encontra tabelada no Apêndice B. Observe que erf(η) se aproxima assintoticamente da unidade quando η se torna infinito. Assim, em qualquer tempo não-nulo, é previsto que temperaturas em qualquer lugar tenham mudado de T_i (se tornem

mais próximas de T_s). A velocidade infinita na qual a informação da condição de contorno se propaga para dentro do sólido semi-infinito é fisicamente irreal, mas essa limitação da lei de Fourier não é importante exceto em escalas de tempo extremamente pequenas, como discutido na Seção 2.3. O fluxo térmico na superfície pode ser obtido pela aplicação da lei de Fourier em $x = 0$, de forma que

$$q''_s = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -k(T_i - T_s)\frac{d(\text{erf}\,\eta)}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}\bigg|_{\eta=0}$$

$$q''_s = k(T_s - T_i)(2/\pi^{1/2})\exp(-\eta^2)(4\alpha t)^{-1/2}|_{\eta=0}$$

$$q''_s = \frac{k(T_s - T_i)}{(\pi\alpha t)^{1/2}} \tag{5.58}$$

Soluções analíticas também podem ser obtidas para os casos 2 e 3 de condições superficiais, e os resultados para todos os três casos são resumidos a seguir.

Caso 1 Temperatura na Superfície Constante: $T(0,t) = T_s$

$$\frac{T(x,t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{5.57}$$

$$q''_s(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \tag{5.58}$$

Caso 2 Fluxo Térmico na Superfície Constante: $q''_s = q''_o$

$$T(x,t) - T_i = \frac{2q''_o(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k}\exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q''_o x}{k}\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{5.59}$$

Caso 3 Convecção na Superfície: $-k\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = h[T_\infty - T(0,t)]$

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[\exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\right]\left[\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right] \tag{5.60}$$

A função erro complementar, erfc(w), é definida como erfc(w) $\equiv 1 -$ erf(w).

Históricos de temperaturas para os três casos são mostrados na Figura 5.7 e as características que os distinguem podem ser observadas. Com uma mudança em forma de degrau na temperatura da superfície, caso 1, temperaturas no interior do meio se aproximam monotonicamente de T_s com o aumento de t, enquanto a magnitude do gradiente de temperatura na superfície, e portanto do fluxo térmico, diminui proporcionalmente a $t^{-1/2}$. Em contraste, para um fluxo térmico constante na superfície (caso 2), a Equação 5.59 revela que $T(0,t) = T_s(t)$ aumenta monotonicamente com $t^{1/2}$. Para convecção na superfície (caso 3), a temperatura na superfície e as temperaturas no interior do meio tendem ao valor da temperatura do fluido T_∞ com o passar do tempo. À medida que T_s se aproxima de T_∞, existe, obviamente, uma redução do fluxo térmico na superfície, $q''_s(t) = h[T_\infty - T_s(t)]$. Históricos específicos de temperaturas, calculados pela Equação 5.60, estão

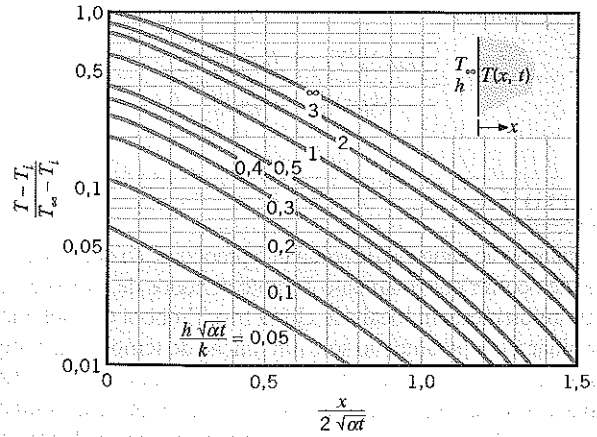



FIGURA 5.8 Históricos de temperaturas em um sólido semi-infinito com convecção na superfície [2]. Adaptado com permissão.

representados na Figura 5.8. O resultado correspondendo a $h = \infty$ é equivalente ao associado a uma súbita mudança na temperatura superficial, caso 1. Isto é, para $h = \infty$, a superfície atinge instantaneamente a temperatura do fluido ($T_s = T_\infty$) e, com o segundo termo no lado direito da Equação 5.60 se reduzindo a zero, o resultado é equivalente à Equação 5.57.

Uma permutação interessante do caso 1 ocorre quando dois sólidos semi-infinitos, inicialmente a temperaturas uniformes diferentes $T_{A,i}$ e $T_{B,i}$, têm as suas superfícies livres colocadas em contato (Figura 5.9). Se a resistência de contato for desprezível, a exigência de equilíbrio térmico dita que, no instante do contato ($t = 0$), as duas superfícies devem assumir a mesma temperatura T_s, para a qual $T_{B,i} < T_s < T_{A,i}$. Como T_s não varia com o aumento do tempo, tem-se que a resposta térmica transiente e o fluxo térmico na superfície para cada um dos sólidos são determinados pelas Equações 5.57 e 5.58, respectivamente.

A temperatura superficial de equilíbrio na Figura 5.9 pode ser determinada por um balanço de energia na superfície, que exige

$$q''_{s,A} = q''_{s,B} \tag{5.61}$$

Utilizando a Equação 5.58 para representar $q''_{s,A}$ e $q''_{s,B}$, e reconhecendo que a coordenada do eixo x na Figura 5.9 exige uma mudança de sinal em $q''_{s,A}$, tem-se que

$$\frac{-k_A(T_s - T_{A,i})}{(\pi\alpha_A t)^{1/2}} = \frac{k_B(T_s - T_{B,i})}{(\pi\alpha_B t)^{1/2}} \tag{5.62}$$

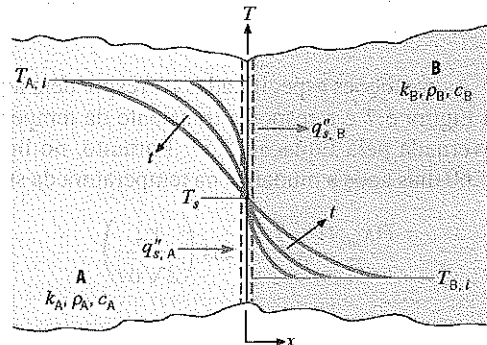



FIGURA 5.9 Contato interfacial entre dois sólidos semi-infinitos a temperaturas iniciais diferentes.

ou, explicitando T_s,

$$T_s = \frac{(k\rho c)_A^{1/2} T_{A,i} + (k\rho c)_B^{1/2} T_{B,i}}{(k\rho c)_A^{1/2} + (k\rho c)_B^{1/2}} \tag{5.63}$$

Assim, a grandeza $m \equiv (k\rho c)^{1/2}$ é um fator de ponderação que determina se T_s se aproximará mais de $T_{A,i}(m_A > m_B)$ ou de $T_{B,i}(m_B > m_A)$.

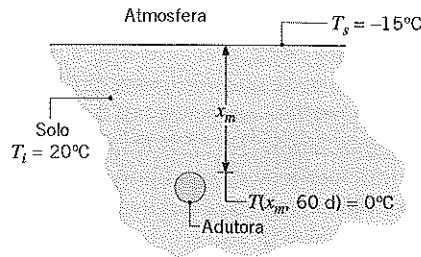
Exemplo 5.6

Na instalação de adutoras deve haver a preocupação com a possibilidade de ocorrer congelamento durante períodos de baixas temperaturas ambientes, em locais de clima frio. Embora o problema de determinar a temperatura no solo em função do tempo seja complicado devido às constantes mudanças nas condições da superfície, estimativas razoáveis podem ser baseadas na hipótese de temperatura na superfície constante ao longo de um período prolongado de tempo frio. Dessa forma, qual é a profundidade mínima x_m que você recomendaria para evitar o congelamento em condições nas quais o solo, inicialmente a uma temperatura uniforme de 20°C, é submetido a uma temperatura na superfície constante de −15°C por 60 dias?

Solução

Dados: Temperatura imposta na superfície do solo, que se encontra inicialmente a 20°C.

Achar: A profundidade x_m até a qual o solo congela após 60 dias.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional em x.
2. Solo é um meio semi-infinito.
3. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.3, solo (300 K): $\rho = 2050$ kg/m³, $k = 0{,}52$ W/(m·K), $c = 1840$ J/(kg·K), $\alpha = k/(\rho c) = 0{,}138 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análise: As condições especificadas correspondem àquelas do caso 1 da Figura 5.7 e a resposta transiente da temperatura no solo é governada pela Equação 5.57. Portanto, no instante de tempo $t = 60$ dias após a mudança na temperatura da superfície,

$$\frac{T(x_m, t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

ou

$$\frac{0 - (-15)}{20 - (-15)} = 0{,}429 = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

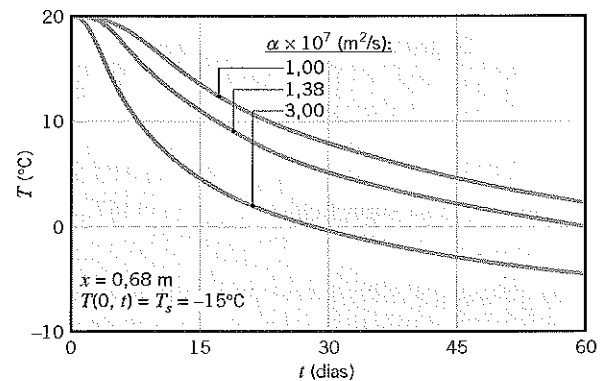
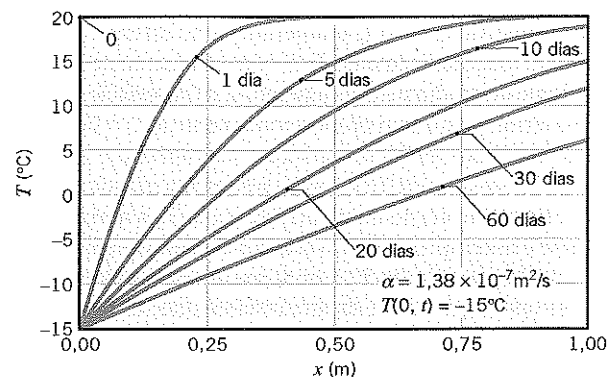
Assim, com as informações do Apêndice B.2,

$$\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} = 0{,}40$$

e

$$x_m = 0{,}80(\alpha t)^{1/2} = 0{,}80(0{,}138 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 60\ \text{dias} \times 24\ \text{h/dia} \times 3600\ \text{s/h})^{1/2} = 0{,}68\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Comentário:

As propriedades do solo podem apresentar grandes variações, dependendo da sua natureza e do teor de umidade, e uma faixa representativa para a difusividade térmica é $1 \times 10^{-7} < \alpha < 3 \times 10^{-7}$ m²/s. Para avaliar o efeito das propriedades do solo nas condições de congelamento, usamos a Equação 5.57 para calcular históricos de temperatura em $x_m = 0{,}68$ m para $\alpha \times 10^7 = 1{,}0$; 1,38 e 3,0 m²/s.

Se $\alpha > 1{,}38 \times 10^{-7}$ m²/s, o critério de projeto não é satisfeito em $x_m = 0{,}68$ m e ocorreria o congelamento. Também é instrutivo examinar as distribuições de temperaturas no solo em instantes representativos durante o período de resfriamento. Usando a Equação 5.57 com $\alpha = 1{,}38 \times 10^{-7}$ m²/s, os seguintes resultados são obtidos:

Na medida em que a penetração térmica aumenta com o passar do tempo, o gradiente de temperatura na superfície $\delta T/\delta x|_{x=0}$ e, portanto, a taxa de retirada de calor do solo diminui.

5.8 Objetos com Temperaturas ou Fluxos Térmicos Constantes na Superfície

Nas Seções 5.5 e 5.6, as respostas térmicas transientes de paredes planas, cilindros e esferas em função da aplicação de condição de contorno convectiva foram analisadas em detalhes. Foi chamada a atenção para o fato de que as soluções naquelas seções podem ser usadas para casos envolvendo uma variação degrau na temperatura da superfície, para tal deve-se permitir que o número de Biot seja infinito. Na Seção 5.7, a resposta de um sólido semi-infinito a uma variação degrau na temperatura da superfície ou na aplicação de um fluxo térmico constante foi determinada. Esta seção explora mais a fundo a resposta térmica transiente de uma variedade de objetos à condição de contorno de temperatura superficial constante ou de fluxo térmico na superfície constante.

5.8.1 Condições de Contorno de Temperatura Constante

Na discussão a seguir, a resposta térmica transiente de objetos a uma variação degrau na temperatura da superfície é analisada.

Sólido Semi-Infinito Uma melhor visão da resposta térmica de objetos à aplicação de uma condição de contorno de temperatura constante pode ser obtida ao se escrever o fluxo térmico na Equação 5.58 na forma adimensional

$$q^* \equiv \frac{q''_s L_c}{k(T_s - T_i)} \tag{5.64}$$

onde L_c é um *comprimento característico* e q^* é a *taxa de transferência de calor condutiva adimensional* que foi introduzida na Seção 4.3.3. A substituição da Equação 5.64 na Equação 5.58 fornece

$$q^* = \frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} \tag{5.65}$$

onde o número de Fourier é definido como $Fo \equiv \alpha t/L_c^2$. Note que o valor de q''_s é independente da escolha do comprimento característico, como tem que ser para um sólido semi-infinito. A Equação 5.65 é representada graficamente na Figura 5.10*a* e, como $q^* \propto Fo^{-1/2}$, a inclinação da linha é $-1/2$ em um gráfico log-log.

Transferência de Calor no Interior: Parede Plana, Cilindro e Esfera Resultados para a transferência de calor no *interior* de uma parede plana, cilindro e esfera são também mostrados na Figura 5.10*a*. Esses resultados são gerados usando a lei de Fourier em conjunto com as Equações 5.39, 5.47 e 5.48 para $Bi \rightarrow \infty$. Como nas Seções 5.5 e 5.6, o comprimento característico é $L_c = L$ ou r_o para a parede plana de espessura 2L ou para um cilindro (ou esfera) de raio r_o, respectivamente. Para cada geometria, q^* inicialmente segue a solução do sólido semi-infinito, porém em algum ponto decresce rapidamente na medida em que o objeto se aproxima de sua temperatura de equilíbrio e $q''_s(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$. Espera-se que o valor de q^* diminua mais rapidamente para geometrias que possuam altas razões entre a área e o volume, e essa tendência está evidente na Figura 5.10*a*.

Transferência de Calor no Exterior: Várias Geometrias Resultados adicionais são mostrados na Figura 5.10*a* para um ob-

(*a*)

(*b*)

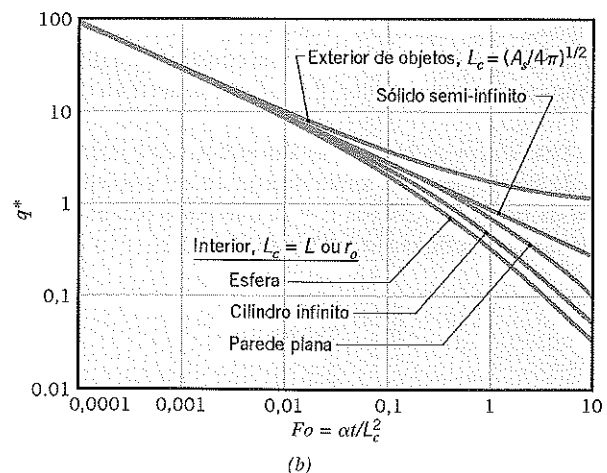
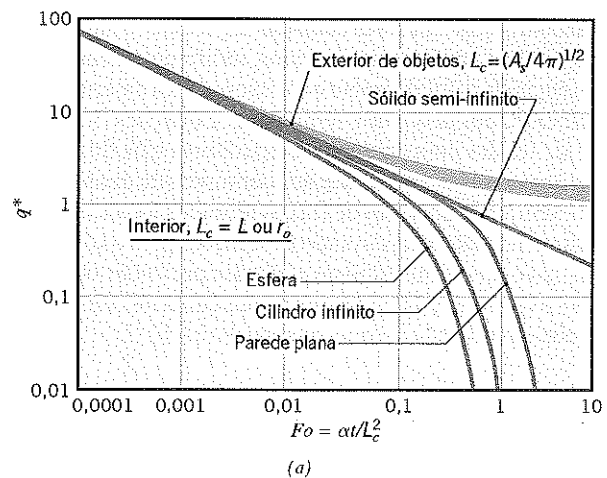



FIGURA 5.10 Taxas de transferência de calor condutivas adimensionais transientes para uma variedade de geometrias. (*a*) Temperatura na superfície constante. Resultados para as geometrias da Tabela 4.1 estão na região sombreada e vêm de [5]. (*b*) Fluxo térmico na superfície constante.

jeto que esteja imerso em um meio exterior (vizinhança) de extensão infinita. O meio infinito está inicialmente a T_i e a temperatura da superfície do objeto é subitamente mudada para T_s. Para os casos exteriores, L_c é o comprimento característico usado na Seção 4.3.3, ou seja, $L_c = (A_s/4\pi)^{1/2}$. Para a esfera em um meio circundante infinito, a solução exata para $q^*(Fo)$ é [5]

$$q^* = \frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} + 1 \qquad (5.66)$$

Como visto na figura, para todos os *casos exteriores* q^* segue de perto o comportamento da esfera quando a escala de comprimento apropriada é usada em sua definição, não importando a forma do objeto. De uma forma consistente com os casos interiores, q^* inicialmente segue a solução do sólido semi-infinito. De forma distinta aos casos interiores, q^* tende a um valor em regime estacionário não-nulo q^*_{re} que está listado na Tabela 4.1. Observe que q''_s na Equação 5.64 é o fluxo térmico *médio* na superfície para geometrias que não têm fluxo térmico uniforme na superfície.

Como visto na Figura 5.10*a*, todas as respostas térmicas se juntam à do sólido semi-infinito em tempos próximos ao inicial, isto é, para Fo menores do que aproximadamente 10^{-3}. Essa consistência marcante reflete o fato de que variações de temperatura estão confinadas em finas camadas adjacentes à superfície de qualquer objeto em tempos pequenos, indiferentemente de ser a transferência de calor de interesse a interna ou a externa. Conseqüentemente, em pequenos tempos, as Equações 5.57 e 5.58 podem ser usadas para prever as temperaturas e os fluxos térmicos nas finas regiões adjacentes aos contornos de qualquer objeto. Por exemplo, a previsão de fluxos térmicos locais e temperaturas adimensionais locais usando as soluções para o sólido semi-infinito estão aproximadamente a 5% das previsões obtidas das soluções exatas para os casos de transferência de calor internos e externos envolvendo esferas quando $Fo \leq 10^{-3}$.

5.8.2 Condições de Contorno de Fluxo Térmico Constante

Quando um fluxo térmico constante na superfície é aplicado em um objeto, há freqüentemente interesse no histórico resultante da temperatura na superfície. Nesse caso, o fluxo térmico no numerador da Equação 5.64 é agora uma constante e a diferença de temperaturas no denominador, $T_s - T_i$, aumenta com o tempo.

Sólido Semi-Infinito No caso de um sólido semi-infinito, o histórico da temperatura da superfície pode ser encontrado pelo cálculo da Equação 5.59 em $x = 0$, que pode ser rearranjada e combinada com a Equação 5.64 para fornecer

$$q^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} \qquad (5.67)$$

Como no caso de temperatura constante, $q^* \propto Fo^{-1/2}$, mas com um coeficiente diferente. Resultados da Equação 5.67 são apresentados na Figura 5.10*b*.

Transferência de Calor no Interior: Parede Plana, Cilindro e Esfera Um segundo conjunto de resultados é mostrado na Figura 5.10*b* para os casos no *interior* da parede plana, do cilindro e da esfera. Como nos resultados para temperatura na superfície constante da Figura 5.10*a*, q^* inicialmente segue a solução do sólido semi-infinito e depois decresce mais rapidamente, com a caída ocorrendo primeiro para a esfera, depois para o cilindro e finalmente para a parede plana. Comparada com o caso de temperatura na superfície constante, a taxa na qual q^* decresce não é tão drástica, mesmo que as condições de regime estacionário nunca sejam alcançadas; a temperatura na superfície tem que continuar a aumentar com o tempo. Em tempos *grandes* (altos Fo), a temperatura da superfície aumenta linearmente com o tempo, fornecendo $q^* \propto Fo^{-1}$, com uma inclinação de -1 no gráfico log-log.

Transferência de Calor no Exterior: Várias Geometrias Resultados para a transferência de calor entre uma esfera e um meio exterior infinito são também apresentados na Figura 5.10*b*. A solução exata para a esfera imersa é

$$q^* = [1 - \exp(Fo)\,\mathrm{erfc}(Fo^{1/2})]^{-1} \qquad (5.68)$$

Como no caso de temperatura na superfície constante da Figura 5.10*a*, essa solução tende a um valor estacionário, com $q^*_{re} = 1$. Para objetos de outras formas que se encontram imersos em um meio infinito, q^* seguiria a solução do sólido semi-infinito em pequenos Fo. Para maiores Fo, q^* tem que assintoticamente tender para os valores de q^*_{re} dados na Tabela 4.1, nos quais T_s na Equação 5.64 é a temperatura superficial *média* para geometrias que têm temperaturas não-uniformes na superfície.

5.8.3 Soluções Aproximadas

Expressões simples foram desenvolvidas para $q^*(Fo)$. Essas expressões podem ser usadas para aproximar todos os resultados incluídos na Figura 5.10 *em toda a faixa de Fo*. Essas expressões estão listadas na Tabela 5.2, juntamente com as soluções exatas correspondentes. A Tabela 5.2*a* é para o caso da temperatura na superfície constante, enquanto a Tabela 5.2*b* é para a situação de fluxo térmico na superfície constante. Para cada geometria listada na coluna à esquerda, as tabelas fornecem a escala de comprimento a ser usada nas definições de Fo e q^*, a solução exata para $q^*(Fo)$, a solução aproximada para tempos pequenos ($Fo < 0{,}2$) e para tempos grandes ($Fo \geq 0{,}2$), e o erro percentual máximo associado ao uso das aproximações (que ocorre em $Fo \approx 0{,}2$ para todos os resultados, exceto a esfera externa com fluxo térmico constante).

EXEMPLO 5.7

Um tratamento de câncer proposto utiliza *nanocápsulas* de material compósito, cujos tamanho e composição são cuidadosamente determinados de tal forma que as partículas absorvam eficientemente irradiação *laser* com comprimentos de onda específicos [6]. Antes do tratamento, anticorpos são aderidos às nanopartículas. As partículas dopadas são, então, injetadas na corrente sangüínea do paciente e são distribuídas em todo o corpo. Os anticorpos são atraídos para os locais malignos e, conseqüentemente, carregam e aderem as nanocápsulas somente nos tecidos cancerosos. Após as partículas estacionarem no interior

TABELA 5.2a **Resumo de resultados da transferência de calor transiente para casos de temperatura constante na superfície**[a]

Geometria	Escala de comprimento, L_c	$q^*(Fo)$ Soluções Exatas	Soluções Aproximadas $Fo < 0,2$	Soluções Aproximadas $Fo \geq 0,2$	Erro Máximo (%)
Semi-infinita	L (arbitrário)	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}$	Use solução exata.		nenhum
Casos no Interior					
Parede plana com espessura $2L$	L	$2\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\zeta_n^2 Fo) \quad \zeta_n = (n - \frac{1}{2})\pi$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}$	$2\exp(-\zeta_1^2 Fo) \quad \zeta_1 = \pi/2$	1,7
Cilindro infinito	r_o	$2\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\zeta_n^2 Fo) \quad J_0(\zeta_n) = 0$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} - 0,50 - 0,65\, Fo$	$2\exp(-\zeta_1^2 Fo) \quad \zeta_1 = 2,4050$	0,8
Esfera	r_o	$2\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\zeta_n^2 Fo) \quad \zeta_n = n\pi$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} - 1$	$2\exp(-\zeta_1^2 Fo) \quad \zeta_1 = \pi$	6,3
Caso no Exterior					
Esfera	r_o	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} + 1$	Use solução exata.		nenhum
Várias formas (Tabela 4.1, casos 12-15)	$(A_s/4\pi)^{1/2}$	nenhuma	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} + q_s^*, \quad q_s^*$ da Tabela 4.1		7,1

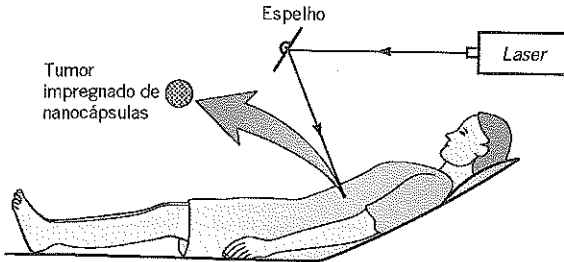
[a] $q^* \equiv q_s'' L_c/(k(T_s - T_i))$ e $Fo \equiv \alpha t/L_c^2$, onde L_c é a escala de comprimento dada na tabela, T_s é a temperatura na superfície do objeto e T_i é (a) a temperatura inical do objeto para os casos no interior e (b) a temperatura do meio infinito para os casos no exterior.

TABELA 5.2b **Resumo de resultados da transferência de calor transiente para casos de fluxo térmico constante na superfície**[a]

Geometria	Escala de comprimento, L_C	$q^*(Fo)$ Soluções Exatas		Soluções Aproximadas $Fo < 0{,}2$	Soluções Aproximadas $Fo \geq 0{,}2$	Erro máximo (%)
Semi-infinita	L (arbitrário)	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}}$		Use solução exata.		nenhum
Casos no Interior						
Parede plana com espessura $2L$	L	$\left[Fo + \frac{1}{3} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2}\right]^{-1}$	$\zeta_n = n\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}}$	$\left[Fo + \frac{1}{3}\right]^{-1}$	5,3
Cilindro infinito	r_o	$\left[2Fo + \frac{1}{4} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2}\right]^{-1}$	$J_1(\zeta_n) = 0$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} - \frac{\pi}{8}$	$\left[2Fo + \frac{1}{4}\right]^{-1}$	2,1
Esfera	r_o	$\left[3Fo + \frac{1}{5} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2}\right]^{-1}$	$\tan(\zeta_n) = \zeta_n$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} - \frac{\pi}{4}$	$\left[3Fo + \frac{1}{5}\right]^{-1}$	4,5
Casos no Exterior						
Esfera	r_o	$[1 - \exp(Fo)\text{erfc}(Fo^{1/2})]^{-1}$		$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} + \frac{\pi}{4}$	$\frac{0{,}77}{\sqrt{Fo}} + 1$	3,2
Várias formas (Tabela 4.1, casos 12-15)	$(A_s/4\pi)^{1/2}$	nenhuma		$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} + \frac{\pi}{4}$	$\frac{0{,}77}{\sqrt{Fo}} + q_{ss}^*$	desconhecido

[a] $q^* \equiv q_s'' L_c/(k(T_s - T_i))$ e $Fo \equiv \alpha t/L_c^2$, onde L_c é a escala de comprimento dada na tabela, T_s é a temperatura na superfície do objeto e T_i é (a) a temperatura inical do objeto para os casos no interior e (b) a temperatura do meio infinito para os casos no exterior.

do tumor, um feixe de *laser* penetra através do tecido entre a pele e o câncer e é absorvido pelas nanocápsulas, que por sua vez aquecem e destroem os tecidos cancerosos.

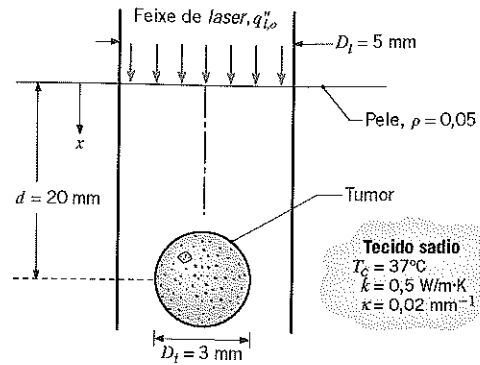
Seja um tumor aproximadamente esférico com diâmetro D_t = 3 mm que está uniformemente infiltrado com nanocápsulas que têm alto poder de absorção da radiação *laser* vinda de uma fonte externa ao corpo do paciente.

1. Estime a taxa de transferência de calor do tumor para o tecido sadio vizinho para uma temperatura de tratamento em regime estacionário de $T_{t,re}$ = 55°C na superfície do tumor. A condutividade térmica do tecido sadio é aproximadamente k = 0,5 W/(m·K) e a temperatura do corpo é T_c = 37°C.
2. Ache a potência do *laser* necessária para sustentar a temperatura da superfície do tumor em $T_{t,re}$ = 55°C, se o tumor estiver localizado d = 20 mm abaixo da superfície da pele e o fluxo térmico do *laser* decair exponencialmente, $q''_l = q''_{l,0}(1-\rho)e^{-\kappa x}$, entre a superfície do corpo e o tumor. Na expressão anterior, $q''_{l,0}$ é o fluxo térmico do *laser* fora do corpo, ρ = 0,05 é a refletividade da superfície da pele e κ = 0,02 mm^{-1} é o *coeficiente de extinção* do tecido entre o tumor e a superfície da pele. O feixe de *laser* tem um diâmetro de D_l = 5 mm.
3. Desprezando a transferência de calor para o tecido vizinho, estime o tempo necessário para a temperatura do tumor estar a 3°C de $T_{t,re}$ = 55°C para a potência encontrada na parte 2. Suponha que a densidade e o calor específico do tecido sejam iguais aos da água.
4. Desprezando a capacitância térmica do tumor, mas levando em conta a transferência de calor para o tecido vizinho, estime o tempo necessário para a temperatura da superfície do tumor atingir T_t = 52°C.

Solução

Dados: Tamanho de uma pequena esfera; condutividade térmica, refletividade e coeficiente de extinção do tecido; profundidade da esfera abaixo da superfície da pele.

Achar:

1. Calor transferido do tumor para manter sua temperatura superficial a $T_{t,re}$ = 55°C.
2. Potência do *laser* necessária para sustentar a temperatura superficial do tumor a $T_{t,re}$ = 55°C.
3. Tempo para o tumor alcançar T_t = 52°C quando a transferência de calor para o tecido vizinho é desprezada.
4. Tempo para o tumor alcançar T_t = 52°C quando a transferência de calor para o tecido vizinho é considerada e a capacitância térmica do tumor é desprezada.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional na direção r.
2. Propriedades constantes.
3. Tecido sadio pode ser tratado como um meio infinito.
4. Tumor em tratamento absorve toda a irradiação incidente vinda do *laser*.
5. Comportamento de capacitância global para o tumor.
6. Efeitos potenciais da transferência de calor em nanoescala desprezados.
7. Efeitos da perfusão desprezados.

Propriedades: Tabela A.6, água (320 K, suposta): $\rho = V_f^{-1}$ = 989,1 kg/m³, c_p = 4180 J/(kg·K).

Análise:

1. A perda de calor em regime estacionário no tumor esférico pode ser determinada pelo cálculo da taxa de transferência de calor adimensional com a expressão para o caso 12 da Tabela 4.1:

$$q = 2\pi k D_t(T_{t,re} - T_b) = 2 \times \pi \times 0{,}5\,\text{W/(m·K)} \times 3 \times 10^{-3}\,\text{m} \times \times (55-37)°\text{C} = 0{,}170\,\text{W} \quad \triangleleft$$

2. A irradiação do *laser* será absorvida com base na área projetada do tumor, $\pi D_t^2/4$. Para determinar a potência do *laser* correspondente a q = 0,170 W, em primeiro lugar escrevemos um balanço de energia para a esfera. Para uma superfície de controle ao redor da esfera, a energia absorvida da irradiação do *laser* é equilibrada pela condução do calor para o tecido sadio, $q = 0{,}170\text{ W} \approx q''_l(x=d)\,\pi D_t^2/4$, onde $q''_l(x=d) = q''_{l,0}(1-\rho)e^{-\kappa d}$ e a potência do *laser* é $P_l = q''_{l,0}\,\pi D_l^2/4$. Dessa forma,

$$P_l = qD_l^2 e^{\kappa d}/[(1-\rho)D_t^2]$$
$$= 0{,}170\,\text{W} \times (5\times10^{-3}\,\text{m})^2 \times e^{(0{,}02\,\text{mm}^{-1}\times 20\,\text{mm})}/[(1-0{,}05)\times \times (3\times10^{-3}\,\text{m})^2] = 0{,}74\,\text{W} \quad \triangleleft$$

3. O balanço de energia geral via capacitância global, Equação 5.14, pode ser escrito na forma

$$q''_l(x=d)\pi D_t^2/4 = q = \rho V c \frac{dT}{dt}$$

Separando variáveis e integrando entre limites apropriados,

$$\frac{q}{\rho V c}\int_{t=0}^{t} dt = \int_{T_b}^{T_t} dT$$

obtém-se

$$t = \frac{\rho V c}{q}(T_t - T_b)$$

$$= \frac{989{,}1\ \text{kg/m}^3 \times (\pi/6) \times (3 \times 10^{-3}\ \text{m})^3 \times 4180\ \text{J/(kg·K)}}{0{,}170\ \text{W}}$$

$$\times (52°\text{C} - 37°\text{C})$$

ou

$$t = 5{,}16\ \text{s} \quad \triangleleft$$

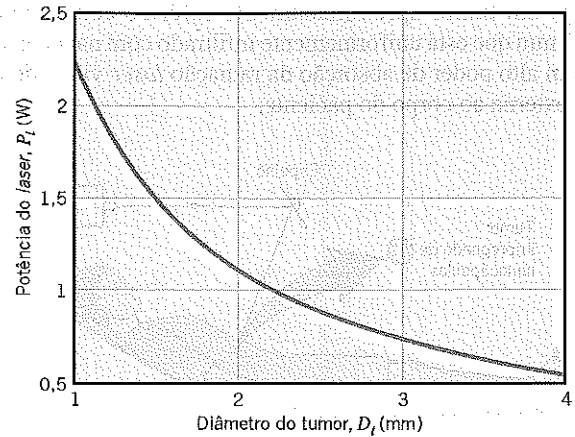
4. Usando a Equação 5.68,

$$q/2\pi k D_t(T_t - T_b) = q^* = [1 - \exp(Fo)\text{erfc}(Fo^{1/2})]^{-1}$$

que pode ser resolvida por tentativa e erro para fornecer $Fo = 10{,}3 = 4\alpha t/D_t^2$. Então, com $\alpha = k/(\rho c) = 0{,}50$ W/(m·K)/(989,1 kg/m³ × 4180 J/(kg·K)) = 1,21 × 10⁻⁷ m²/s, encontramos

$$t = FoD_t^2/4\alpha = 10{,}3 \times (3 \times 10^{-3}\ \text{m})^2/(4 \times 1{,}21 \times 10^{-7}\ \text{m}^2/\text{s}) = 192\ \text{s} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. A análise não leva em conta a perfusão do sangue. O escoamento do sangue levaria à advecção de fluido quente para fora do tumor (e sangue relativamente frio para a vizinhança do tumor), aumentando a potência necessária para atingir a temperatura de tratamento desejada.
2. A potência do *laser* requerida para tratar tumores de vários tamanhos, calculada como nas partes 1 e 2 da solução do problema, é mostrada a seguir. Note que, na medida em que os tumores se tornam menores, um *laser* com maior potência é necessário, o que pode parecer contrário à intuição. A potência necessária para aquecer o tumor, que é igual à perda de calor calculada na parte 1, aumenta na proporção direta do diâmetro, como deveria ser esperado. Entretanto, como o fluxo de potência do *laser* permanece constante, um tumor menor não pode absorver tanta energia (a energia absorvida depende de D_t^2). Uma menor parcela da potência total do *laser* é utilizada para aquecer o tumor e a potência requerida do *laser* aumenta para tumores menores.

3. Para determinar o tempo *real* necessário para a temperatura do tumor se aproximar das condições de regime estacionário, uma solução numérica da equação da difusão do calor aplicada no tecido vizinho, *acoplada* a uma solução para o histórico da temperatura no interior do tumor, seria necessária. Contudo, vemos que significativamente mais tempo é necessário para o tecido vizinho alcançar condições de regime estacionário do que para aumentar a temperatura do tumor esférico isolado. Isto é devido ao fato de que maiores temperaturas se propagam para dentro de um grande volume quando o aquecimento do tecido vizinho é considerado, enquanto, em contraste, a capacitância térmica do tumor é limitada pelo seu tamanho. Conseqüentemente, o tempo *real* para aquecer o tumor e o tecido vizinho será um pouco superior aos 192 s.
4. Como as temperaturas provavelmente aumentam a uma distância considerável do tumor, a hipótese de que a vizinhança tem tamanho infinito deveria ser verificada pela inspeção dos resultados da solução numérica proposta apresentada no Comentário 3.

5.9 Aquecimento Periódico

Aquecimento periódico é usado em várias aplicações, tais como o processamento térmico de materiais usando *lasers* pulsantes, e ocorre naturalmente em situações como aquelas envolvendo a coleta de energia solar.

Considere, por exemplo, o sólido semi-infinito da Figura 5.11*a*. Para um histórico da temperatura da superfície descrito por $T(0,t) = T_i + \text{sen}(\omega t)$, a solução da Equação 5.26 sujeita à condição de contorno interior dada pela Equação 5.53 é

$$\frac{T(x,t) - T_i}{\Delta T} = \exp[-x\sqrt{\omega/2\alpha}]\,\text{sen}[\omega t - x\sqrt{\omega/2\alpha}] \qquad (5.69)$$

Essa solução se aplica após ter passado um tempo suficiente para fornecer um estado *quase*-estacionário no qual todas as temperaturas flutuam periodicamente ao redor de um valor médio que não varia com o tempo. Em locais no sólido, as flutuações têm um atraso no tempo relativo à temperatura na superfície. Além disso, a amplitude das flutuações no interior do material decai exponencialmente com a distância da superfície. Para $x > \delta_p \equiv 4\sqrt{\alpha/\omega}$, a amplitude da flutuação da temperatura está reduzida em aproximadamente 90% em relação à superfície. O termo δ_p é a *espessura de penetração térmica*, que é uma indicação da extensão na qual efeitos de temperatura significativos se propagam no interior do meio. O fluxo térmico na superfície pode ser determinado pela aplicação da lei de Fourier em $x = 0$, fornecendo

$$q_s''(t) = k\Delta T\sqrt{\omega/\alpha}\,\text{sen}(\omega t + \pi/4) \qquad (5.70)$$

A Equação 5.70 revela que o fluxo térmico na superfície é periódico, com um valor médio no tempo igual a zero.

Aquecimento periódico pode também ocorrer em arranjos bi e tridimensionais, como mostrado na Figura 5.11*b*. Lembre-se

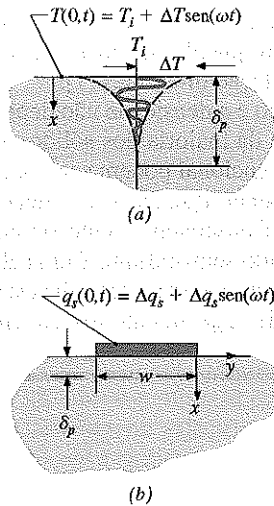



FIGURA 5.11 Esquema de (*a*) um sólido semi-infinito unidimensional, aquecido periodicamente, e (*b*) uma lâmina periodicamente aquecida, fixada em um sólido semi-infinito.

de que, para esta geometria, um estado estacionário pode ser alcançado com aquecimento constante de uma lâmina posicionada sobre um sólido semi-infinito (Tabela 4.1, caso 13). De uma maneira similar, um estado quase-estacionário pode ser obtido quando um aquecimento senoidal ($q_s = \Delta q_s + \Delta q_s$ sen(ωt)) é aplicado na lâmina. Novamente, um estado quase-estacionário é obtido no qual todas as temperaturas flutuam ao redor de um valor médio que não varia com o tempo.

A solução da equação da difusão do calor bidimensional transiente para a configuração bidimensional mostrada na Figura 5.11*b* foi obtida, e a relação entre a amplitude do aquecimento senoidal aplicada e a amplitude da resposta da temperatura da lâmina aquecida pode ser aproximada por [7]

$$\Delta T \approx \frac{\Delta q_s}{L\pi k}\left[-\frac{1}{2}\ln(\omega/2) - \ln(w^2/4\alpha) + C_1\right] = \frac{\Delta q_s}{L\pi k}\left[-\frac{1}{2}\ln(\omega/2) + C_2\right] \tag{5.71}$$

onde a constante C_1 depende da resistência térmica de contato na interface entre a lâmina aquecida e o material sob ela. Note que a amplitude da flutuação da temperatura, ΔT, corresponde à temperatura média no espaço da lâmina retangular de comprimento L e largura w. Supõe-se que o fluxo térmico da lâmina para o meio semi-infinito seja espacialmente uniforme. A aproximação é válida para $L \gg w$. Para o sistema da Figura 5.11*b*, a espessura de penetração térmica é menor do que aquela da Figura 5.11*a*, em função do espalhamento lateral da energia térmica e é igual a $\delta_p \approx \sqrt{\alpha/\omega}$.

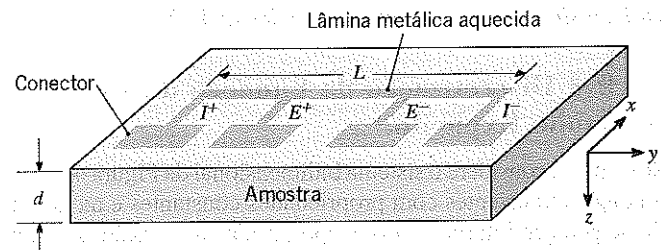
EXEMPLO 5.8

Um novo material dielétrico nanoestruturado foi fabricado e o método a seguir é usado para medir a sua condutividade térmica. Uma longa lâmina metálica, com 3000 angstroms de espessura, $w = 100$ μm de largura e $L = 3{,}5$ mm de comprimento, é depositada por uma técnica de fotolitografia na superfície superior de uma amostra do novo material com $d = 300$ μm de espessura. A lâmina é aquecida periodicamente por uma corrente elétrica fornecida por dois conectores. A taxa de aquecimento é $q_s(t) = \Delta q_s + \Delta q_s$ sen(ωt), onde Δq_s é igual a 3,5 mW. A temperatura média espacial instantânea da lâmina metálica é determinada experimentalmente pela medida da variação no tempo de sua resistência elétrica, $R(t) = E(t)/I(t)$, e pelo conhecimento de como a resistência elétrica do metal varia com a temperatura. A temperatura medida da lâmina metálica é periódica; ela tem uma amplitude de $\Delta T = 1{,}37$ K a uma freqüência de aquecimento relativamente baixa de $\omega = 2\pi$ rad/s e 0,71 K a uma freqüência de 200π rad/s. Determine a condutividade térmica do material dielétrico nanoestruturado. A densidade e o calor específico da versão convencional do material são 3100 kg/m³ e 820 J/(kg·K), respectivamente.

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões de uma lâmina fina, a freqüência e a amplitude da potência elétrica dissipada na lâmina, a amplitude da temperatura da lâmina oscilante induzida e a espessura do material nanoestruturado sob a lâmina.

Achar: A condutividade térmica do material nanoestruturado.

Esquema:

Considerações:

1. Condução bidimensional transiente nas direções x e z.
2. Propriedades constantes.
3. Perdas por radiação e convecção desprezíveis na lâmina metálica e na superfície superior da amostra.
4. A amostra do material nanoestruturado é um sólido semi-infinito.
5. Fluxo térmico uniforme na interface entre a lâmina aquecida e o material nanoestruturado.

Análise: A substituição de $\Delta T = 1{,}37$ K a $\omega = 2\pi$ rad/s e $\Delta T = 0{,}71$ K a $\omega = 200\pi$ rad/s na Equação 5.71 resulta em duas equações que podem ser resolvidas simultaneamente para fornecer

$$C_2 = 5{,}35 \qquad k = 1{,}11 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

A difusividade térmica é $\alpha = 4{,}37 \times 10^{-7}$ m²/s, enquanto as espessuras de penetração térmica são estimadas por $\delta_p \approx \sqrt{\alpha/\omega}$, resultando em $\delta_p = 260$ μm e $\delta_p = 26$ μm a $\omega = 2\pi$ rad/s e $\omega = 200\pi$ rad/s, respectivamente.

Comentários:

1. A técnica experimental anterior, que é amplamente usada para medir a condutividade térmica de dispositivos em microescala e materiais nanoestruturados, é chamada de *método 3 ω* [7].
2. Como esta técnica está baseada na medida de uma temperatura que flutua ao redor de um valor médio que é aproximadamente o mesmo da temperatura da vizinhança, o valor medido de k é relativamente não influenciado por perdas por transferência de calor radiante na parte superior da lâmina metálica. Da mesma forma, a técnica não é influenciada por resistências térmicas de contato que podem existir na interface entre a lâmina sensora e o material sob ela, pois esses efeitos se anulam quando medidas são feitas em duas freqüências de excitação diferentes [7].
3. O calor específico e a densidade não dependem fortemente da nanoestrutura da maioria dos sólidos e as propriedades do material convencional podem ser usadas.
4. A espessura de penetração térmica é menor do que a espessura da amostra. Conseqüentemente, o tratamento da amostra como um sólido semi-infinito é uma abordagem válida. Amostras mais finas poderiam ser utilizadas desde que maiores freqüências de aquecimento fossem empregadas.

5.10 Métodos de Diferenças Finitas

Soluções analíticas para problemas transientes estão restritas a geometrias e condições de contorno simples, tais como os casos unidimensionais analisados nas seções anteriores. Para algumas geometrias bi e tridimensionais simples, soluções analíticas ainda são possíveis. Contudo, em muitos casos, a geometria e/ou as condições de contorno descartam totalmente a possibilidade do uso de técnicas analíticas, tornando necessária a utilização de métodos de *diferenças finitas* (ou *elementos finitos*). Tais métodos, apresentados na Seção 4.4 para condições de regime estacionário, são facilmente estendidos para problemas transientes. Nesta seção, analisamos formas *explícitas* e *implícitas* de soluções por diferenças finitas para problemas de condução transiente.

Soluções analíticas para algumas geometrias simples bi e tridimensionais são encontradas na Seção 5S.2.

5.10.1 Discretização da Equação do Calor: O Método Explícito

Novamente considere o sistema bidimensional da Figura 4.4. Sob condições transientes com propriedades constantes e na ausência de geração interna, a forma apropriada da equação do calor, Equação 2.19, é

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{5.72}$$

Para obter a forma de diferenças finitas dessa equação, podemos usar as aproximações por *diferença central* para as derivadas espaciais representadas pelas Equações 4.27 e 4.28. Mais uma vez, os índices subscritos m e n podem ser usados para designar as posições dos *pontos nodais discretos* em relação aos eixos x e y. Entretanto, além de ser discretizado no espaço, o problema também deve ser discretizado no tempo. O inteiro p é introduzido com esse propósito, onde

$$t = p\,\Delta t \tag{5.73}$$

e a aproximação de diferença finita para a derivada em relação ao tempo na Equação 5.72 é representada por

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{m,n}\approx\frac{T^{p+1}_{m,n}-T^{p}_{m,n}}{\Delta t} \tag{5.74}$$

O índice sobrescrito p é usado para indicar a dependência temporal da temperatura T e a derivada em relação ao tempo é expressa em termos da diferença entre as temperaturas associadas aos instantes de tempo *novo* ($p + 1$) e *anterior* (p). Assim, os cálculos devem ser efetuados em instantes de tempo sucessivos separados por um intervalo de tempo Δt. Da mesma forma que a solução por diferenças finitas no espaço se limita à determinação da temperatura em pontos discretos, ela também restringe a determinação da temperatura a pontos discretos no tempo.

Se a Equação 5.74 for substituída na Equação 5.72, a natureza da solução por diferenças finitas dependerá do instante de tempo específico no qual as temperaturas estão sendo determinadas nas aproximações por diferenças finitas para as derivadas espaciais. Na solução pelo *método explícito*, essas temperaturas são avaliadas no instante de tempo *anterior* (p). Assim, a Equação 5.74 é considerada uma aproximação por *diferença adiantada* para a derivada em relação ao tempo. Determinando os termos do lado direito das Equações 4.27 e 4.28 em p e substituindo na Equação 5.72, a forma explícita da equação de diferenças finitas para o nó interior m,n é

$$\frac{1}{\alpha}\frac{T^{p+1}_{m,n}-T^{p}_{m,n}}{\Delta t}=\frac{T^{p}_{m+1,n}+T^{p}_{m-1,n}-2T^{p}_{m,n}}{(\Delta x)^2}+\frac{T^{p}_{m,n+1}+T^{p}_{m,n-1}-2T^{p}_{m,n}}{(\Delta y)^2} \tag{5.75}$$

Explicitando a temperatura nodal no novo instante de tempo ($p + 1$) e considerando que $\Delta x = \Delta y$, tem-se que

$$T^{p+1}_{m,n}=Fo(T^{p}_{m+1,n}+T^{p}_{m-1,n}+T^{p}_{m,n+1}+T^{p}_{m,n-1})+(1-4Fo)T^{p}_{m,n} \tag{5.76}$$

onde Fo é uma forma em diferenças finitas do número de Fourier

$$Fo=\frac{\alpha\,\Delta t}{(\Delta x)^2} \tag{5.77}$$

Essa abordagem pode ser facilmente estendida para sistemas uni ou tridimensionais. Se o sistema for unidimensional em x, a forma explícita da equação de diferenças finitas para um nó interior m se reduz a

$$T^{p+1}_{m}=Fo(T^{p}_{m+1}+T^{p}_{m-1})+(1-2Fo)T^{p}_{m} \tag{5.78}$$

As Equações 5.76 e 5.78 são *explícitas* porque as temperaturas nodais *desconhecidas* para o novo instante de tempo são determinadas exclusivamente por temperaturas nodais *conhecidas* no instante de tempo anterior. Dessa forma, o cálculo das temperaturas

desconhecidas é direto. Uma vez que a temperatura em cada um dos nós interiores é conhecida em $t = 0$ ($p = 0$) em função das condições iniciais estipuladas, os cálculos começam em $t = \Delta t$ ($p = 1$), onde as Equações 5.76 ou 5.78 são utilizadas em cada nó interior para determinar a sua temperatura. Com as temperaturas conhecidas em $t = \Delta t$, a equação de diferenças finitas apropriada é, então, utilizada em cada nó para determinar a sua temperatura em $t = 2\Delta t$ ($p = 2$). Dessa forma, a distribuição de temperaturas transiente é obtida *avançando no tempo* em intervalos de Δt.

A precisão da solução por diferenças finitas pode ser melhorada pela diminuição dos valores de Δx e Δt. Obviamente, o número de pontos nodais interiores a serem considerados aumenta à medida que Δx diminui e o número de intervalos de tempo necessários para desenvolver a solução até um dado instante de tempo final aumenta com a diminuição de Δt. Assim, o tempo de computação aumenta com a diminuição de Δx e Δt. A escolha de Δx é tipicamente baseada no compromisso entre a precisão e as exigências computacionais. Entretanto, uma vez feita essa seleção, o valor de Δt não pode ser escolhido independentemente. Ao contrário, o valor de Δt é determinado por exigências de *estabilidade*.

Uma característica indesejada do método explícito é que ele não é incondicionalmente *estável*. Em um problema transiente, a solução para as temperaturas nodais deve, com o avanço do tempo, se aproximar continuamente de valores finais (do regime estacionário). No entanto, com o método explícito, essa solução pode ser caracterizada por oscilações induzidas numericamente, que são fisicamente impossíveis. As oscilações podem se tornar *instáveis*, fazendo com que a solução divirja das condições reais do regime estacionário. Para evitar esses resultados errados, o valor especificado para Δt deve ser mantido abaixo de um certo limite, que depende de Δx e de outros parâmetros do sistema. Essa dependência é chamada de *critério de estabilidade*, que pode ser obtido matematicamente ou demonstrado a partir de um argumento termodinâmico (ver o Problema 5.92). Para os problemas de interesse neste texto, o *critério é determinado pela exigência de que o coeficiente associado ao nó de interesse no instante anterior seja maior ou igual a zero*. Em geral, isso é feito agrupando-se todos os termos que envolvem $T^p_{m,n}$ para obter a forma do coeficiente. Esse resultado é então usado na obtenção de uma relação limite envolvendo Fo, com o qual o valor máximo permissível pela Δt pode ser determinado. Por exemplo, com as Equações 5.76 e 5.78 já escritas na forma desejada, segue-se que o critério de estabilidade para um nó interior unidimensional é dado por $(1 - 2Fo) \geq 0$, ou

$$Fo \leq \frac{1}{2} \tag{5.79}$$

e para um nó bidimensional, ele é $(1 - 4Fo) \geq 0$, ou

$$Fo \leq \frac{1}{4} \tag{5.80}$$

Para valores estabelecidos de Δx e α, esses critérios podem ser usados para determinar limites superiores para o valor de Δt.

As Equações 5.76 e 5.78 podem, também, ser deduzidas pela aplicação do método do balanço de energia da Seção 4.4.3 em um volume de controle ao redor do nó interior. Levando em consideração mudanças na energia térmica acumulada, uma forma geral da equação do balanço de energia pode ser representada por

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g = \dot{E}_{acu} \tag{5.81}$$

Com o objetivo de adotar uma metodologia consistente, mais uma vez considera-se que todos os fluxos de calor *estejam direcionados para o interior* do nó.

Para ilustrar a utilização da Equação 5.81, considere o nó na superfície do sistema unidimensional mostrado na Figura 5.12. Para determinar com maior precisão as condições térmicas próximas à superfície, foi atribuída a esse nó uma espessura que equivale à metade da espessura dos nós interiores. Considerando transferência de calor por convecção de um fluido adjacente e geração nula, tem-se da Equação 5.81 que

$$hA(T_\infty - T_0^p) + \frac{kA}{\Delta x}(T_1^p - T_0^p) = \rho c A \frac{\Delta x}{2} \frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

ou, explicitando a temperatura na superfície em $t + \Delta t$,

$$T_0^{p+1} = \frac{2h\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}(T_\infty - T_0^p) + \frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}(T_1^p - T_0^p) + T_0^p$$

Reconhecendo que $(2h\Delta t/(\rho c\Delta x)) = 2(h\Delta x/k)(\alpha\Delta t/\Delta x^2) = 2\,Bi\,Fo$ e agrupando os termos envolvendo T_0^p, segue-se que

$$T_0^{p+1} = 2Fo(T_1^p + Bi\,T_\infty) + (1 - 2Fo - 2Bi\,Fo)T_0^p \tag{5.82}$$

A forma em diferenças finitas do número de Biot é

$$Bi = \frac{h\,\Delta x}{k} \tag{5.83}$$

Relembrando o procedimento para determinar o critério de estabilidade, exigimos que o coeficiente de T_0^p seja maior ou igual a zero. Desta forma,

$$1 - 2Fo - 2Bi\,Fo \geq 0$$

ou

$$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{2} \tag{5.84}$$

Como a solução completa por diferenças finitas requer o uso da Equação 5.78 para os nós interiores, bem como o da Equação 5.82 para o nó na superfície, a Equação 5.84 deve ser comparada à Equação 5.79 para determinar qual exigência é mais restritiva. Como $Bi \geq 0$, fica evidente que o valor limite para Fo estabelecido pela Equação 5.84 é menor do que o para a Equação 5.79. Portanto, para assegurar estabilidade em todos os nós, a Equação 5.84 deve ser usada para selecionar o valor máximo permissível para Fo, e, conseqüentemente, para Δt, a ser utilizado nos cálculos.

Formas da equação de diferenças finitas explícitas para várias geometrias usuais são apresentadas na Tabela 5.3(*a*). Cada equação pode ser deduzida pela aplicação do método do balan-

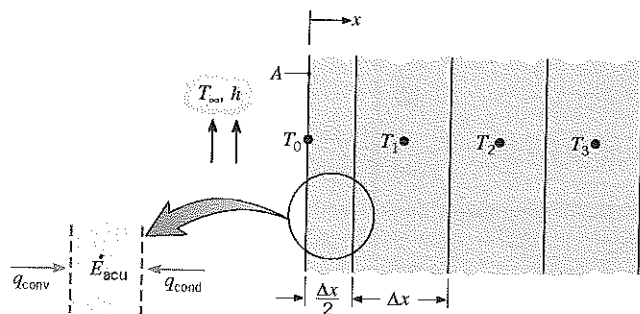
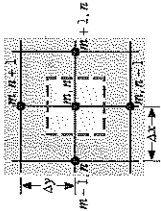
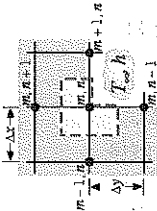
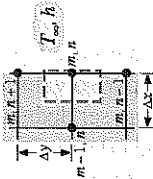
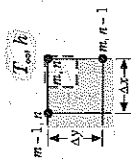



FIGURA 5.12 Nó na superfície com convecção e condução transiente unidimensional.

TABELA 5.3 **Equações de diferenças finitas bidimensionais transientes ($\Delta x = \Delta y$)**

Configuração	(a) Método Explícido: Equação de Diferenças Finitas	(a) Método Explícido: Critério de Estabilidade	(b) Método Implícito
1. Ponto nodal interior	$T_{m,n}^{p+1} = Fo(T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p}) + (1 - 4Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.76)	$Fo \leq \frac{1}{4}$ (5.80)	$(1 + 4Fo)T_{m,n}^{p+1} - Fo(T_{m+1,n}^{p+1} + T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p}$ (5.92)
2. Ponto nodal em um vértice interior com convecção	$T_{m,n}^{p+1} = \frac{2}{3}Fo(T_{m+1,n}^{p} + 2T_{m-1,n}^{p} + 2T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_\infty) + (1 - 4Fo - \frac{4}{3}Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.85)	$Fo(3 + Bi) \leq \frac{3}{4}$ (5.86)	$(1 + 4Fo(1 + \frac{1}{3}Bi))T_{m,n}^{p+1} - \frac{2}{3}Fo \cdot (T_{m+1,n}^{p+1} + 2T_{m-1,n}^{p+1} + 2T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + \frac{4}{3}Bi\,Fo\,T_\infty$ (5.95)
3. Ponto nodal em uma superfície plana com convecção[a]	$T_{m,n}^{p+1} = Fo(2T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_\infty) + (1 - 4Fo - 2Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.87)	$Fo(2 + Bi) \leq \frac{1}{2}$ (5.88)	$(1 + 2Fo(2 + Bi))T_{m,n}^{p+1} - Fo(2T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + 2Bi\,Fo\,T_\infty$ (5.96)
4. Ponto nodal em um vértice externo com convecção	$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo(T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_\infty) + (1 - 4Fo - 4Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.89)	$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{4}$ (5.90)	$(1 + 4Fo(1 + Bi))T_{m,n}^{p+1} - 2Fo(T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + 4Bi\,Fo\,T_\infty$ (5.97)

[a]Para obter a equação de diferenças finitas e/ou o critério de estabilidade para uma superfície adiabática (ou superfície de simetria), simplesmente faça Bi igual a zero.

ço de energia em um volume de controle ao redor do nó correspondente. Para desenvolver confiança na sua habilidade de aplicar esse método, você deve tentar verificar pelo menos uma dessas equações.

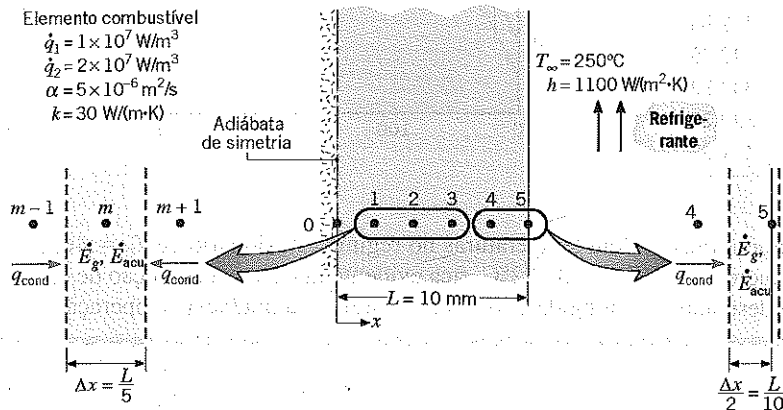
EXEMPLO 5.9

Um elemento combustível de um reator nuclear tem a forma de uma parede plana com espessura $2L = 20$ mm e é resfriado por convecção em ambas as superfícies, com $h = 1100$ W/(m²·K) e $T_\infty = 250°C$. Na potência normal de operação, calor é gerado uniformemente no interior do elemento a uma taxa volumétrica de $\dot{q}_1 = 10^7$ W/m³. Um desvio das condições estacionárias associadas à operação normal do sistema irá ocorrer se houver uma mudança na taxa de geração. Considere uma mudança súbita nesta taxa para $\dot{q}_2 = 2 \times 10^7$ W/m³ e use o método de diferenças finitas explícito para determinar a distribuição de temperaturas no elemento combustível após 1,5 s. As propriedades térmicas do elemento combustível são $k = 30$ W/(m·K) e $\alpha = 5 \times 10^{-6}$ m²/s.

SOLUÇÃO

Dados: Condições associadas à geração de calor em um elemento combustível retangular com resfriamento na superfície.

Achar: Distribuição de temperaturas 1,5 s após uma mudança na potência de operação.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional em x.
2. Geração uniforme.
3. Propriedades constantes.

Análise: Uma solução numérica será obtida usando-se um incremento no espaço de $\Delta x = 2$ mm. Como há simetria em relação ao plano central, a rede nodal fornece seis temperaturas nodais desconhecidas. Usando-se o método do balanço de energia, Equação 5.81, uma equação de diferenças finitas explícita pode ser deduzida para qualquer nó interior m.

$$kA\frac{T_{m-1}^p - T_m^p}{\Delta x} + kA\frac{T_{m+1}^p - T_m^p}{\Delta x} + \dot{q}A\,\Delta x = \rho A\,\Delta x\, c\frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta t}$$

Explicitando T_m^{p+1} e rearranjando,

$$T_m^{p+1} = Fo\left[T_{m-1}^p + T_{m+1}^p + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k}\right] + (1 - 2Fo)T_m^p \quad (1)$$

Essa equação pode ser usada para o nó 0, com $T_{m-1}^p = T_{m+1}^p$, bem como para os nós 1, 2, 3 e 4. Aplicando a conservação de energia para um volume de controle ao redor do nó 5,

$$hA(T_\infty - T_5^p) + kA\frac{T_4^p - T_5^p}{\Delta x} + \dot{q}A\frac{\Delta x}{2} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_5^{p+1} - T_5^p}{\Delta t}$$

ou

$$T_5^{p+1} = 2Fo\left[T_4^p + Bi\,T_\infty + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{2k}\right] + (1 - 2Fo - 2Bi\,Fo)T_5^p \quad (2)$$

Como o critério de estabilidade mais restritivo está associado à Equação 2, selecionamos Fo a partir da exigência de que

$$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{2}$$

Assim, com

$$Bi = \frac{h\,\Delta x}{k} = \frac{1100\text{ W/(m}^2\cdot\text{K) (0,002 m)}}{30\text{ W/(m}\cdot\text{K)}} = 0{,}0733$$

tem-se que

$$Fo \leq 0{,}466$$

ou

$$\Delta t = \frac{Fo(\Delta x)^2}{\alpha} \leq \frac{0{,}466(2\times10^{-3}\text{ m})^2}{5\times10^{-6}\text{ m}^2\text{/s}} \leq 0{,}373\text{ s}$$

Para estar bem dentro do limite de estabilidade, selecionamos $\Delta t = 0{,}3$ s, o que corresponde a

$$Fo = \frac{5\times10^{-6}\text{ m}^2\text{/s}(0{,}3\text{ s})}{(2\times10^{-3}\text{ m})^2} = 0{,}375$$

Substituindo os valores numéricos, incluindo $\dot{q} = \dot{q}_2 = 2\times10^7$ W/m³, as equações nodais se tornam

$$T_0^{p+1} = 0{,}375(2T_1^p + 2{,}67) + 0{,}250T_0^p$$

$$T_1^{p+1} = 0{,}375(T_0^p + T_2^p + 2{,}67) + 0{,}250T_1^p$$

$$T_2^{p+1} = 0{,}375(T_1^p + T_3^p + 2{,}67) + 0{,}250T_2^p$$

$$T_3^{p+1} = 0{,}375(T_2^p + T_4^p + 2{,}67) + 0{,}250T_3^p$$

$$T_4^{p+1} = 0{,}375(T_3^p + T_5^p + 2{,}67) + 0{,}250T_4^p$$

$$T_5^{p+1} = 0{,}750(T_4^p + 19{,}67) + 0{,}195T_5^p$$

Para iniciar a solução evolutiva no tempo, a distribuição inicial de temperaturas deve ser conhecida. Essa distribuição é dada pela Equação 3.42, com $\dot{q} = \dot{q}_2$. Obtendo-se $T_s = T_5$ na Equação 3.46,

$$T_5 = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} = 250°\text{C} + \frac{10^7\,\text{W/m}^3 \times 0{,}01\,\text{m}}{1100\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 340{,}91°\text{C}$$

tem-se, então, que

$$T(x) = 16{,}67\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + 340{,}91°\text{C}$$

As temperaturas calculadas para os pontos nodais de interesse são mostradas na primeira linha da tabela a seguir.

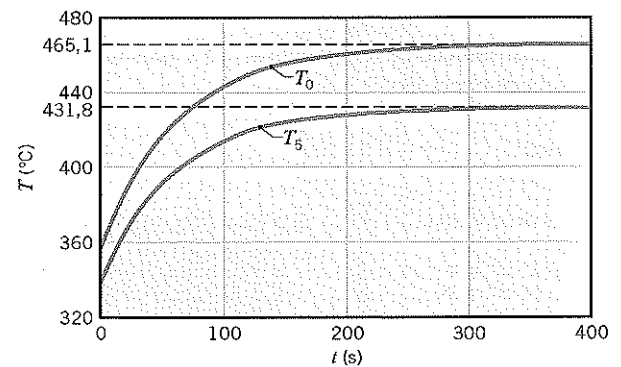
Temperaturas Nodais Registradas

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
0	0	357,58	356,91	354,91	351,58	346,91	340,91
1	0,3	358,08	357,41	355,41	352,08	347,41	341,41
2	0,6	358,58	357,91	355,91	352,58	347,91	341,88
3	0,9	359,08	358,41	356,41	353,08	348,41	342,35
4	1,2	359,58	358,91	356,91	353,58	348,89	342,82
5	1,5	360,08	359,41	357,41	354,07	349,37	343,27
∞	∞	465,15	463,82	459,82	453,15	443,82	431,82

Usando as equações de diferenças finitas, as temperaturas nodais podem ser calculadas seqüencialmente com um incremento de tempo de 0,3 s até que se atinja o instante final desejado. Os resultados são apresentados nas linhas 2 a 6 da tabela e podem ser comparados com a nova condição de regime estacionário (linha 7), que foi obtida utilizando-se as Equações 3.42 e 3.46 com $\dot{q} = \dot{q}_2$.

Comentário:

Fica evidente que, em $t = 1{,}5$ s, a parede se encontra no estágio inicial do processo transiente e que muitos cálculos adicionais teriam que ser efetuados até a solução atingir as condições de regime estacionário através do método de diferenças finitas. O tempo de computação poderia ser ligeiramente reduzido usando-se o incremento máximo de tempo permitido ($\Delta t = 0{,}373$ s), porém com alguma perda de precisão. Com o objetivo de maximizar a precisão, o intervalo de tempo deveria ser reduzido até que os resultados calculados se tornassem independentes de reduções adicionais em Δt.

Estendendo a solução de diferenças finitas, o tempo necessário para se atingir a nova condição de regime estacionário pode ser determinado. Históricos de temperaturas calculados nos nós no plano central (0) e na superfície (5) possuem as formas mostradas a seguir.

Com temperaturas no regime estacionário de $T_0 = 465{,}15$°C e $T_5 = 431{,}82$°C, fica evidente que a nova condição de equilíbrio é atingida 250 s após o degrau na potência de operação.

5.10.2 Discretização da Equação do Calor: O Método Implícito

No método de diferenças finitas *explícito*, a temperatura em qualquer nó em $t + \Delta t$ pode ser calculada a partir do conhecimento das temperaturas no próprio nó e nos nós vizinhos no *instante anterior t*. Assim, a determinação de uma temperatura nodal em algum tempo é *independente* das temperaturas nos outros nós *naquele mesmo instante*. Embora o método ofereça vantagens computacionais, ele apresenta limitações na seleção do Δt. Para um dado incremento no espaço, o incremento no tempo deve ser compatível com as exigências de estabilidade. Com freqüência, isso obriga à utilização de valores para Δt extremamente pequenos, e um número muito grande de intervalos de tempo pode ser necessário na obtenção de uma solução.

Uma redução no tempo computacional pode freqüentemente ser obtida com o emprego de um esquema de diferenças finitas *implícito*, no lugar do método explícito. A forma implícita da equação de diferenças finitas pode ser deduzida utilizando-se a Equação 5.74 para aproximar a derivada no tempo, enquanto todas as outras temperaturas são determinadas no *novo* instante ($p + 1$), em vez de no tempo anterior (p). A Equação 5.74 é, então, considerada uma aproximação por *diferenças finitas atrasada* da derivada em relação ao tempo. Em contraste com a Equa-

ção 5.74, a forma implícita da equação de diferenças finitas para um nó interior em um sistema bidimensional é, então,

$$\frac{1}{\alpha}\frac{T_{m,n}^{p+1}-T_{m,n}^{p}}{\Delta t}=\frac{T_{m+1,n}^{p+1}+T_{m-1,n}^{p+1}-2T_{m,n}^{p+1}}{(\Delta x)^2}+\frac{T_{m,n+1}^{p+1}+T_{m,n-1}^{p+1}-2T_{m,n}^{p+1}}{(\Delta y)^2} \quad (5.91)$$

Rearranjando e considerando $\Delta x = \Delta y$, tem-se que

$$(1+4Fo)T_{m,n}^{p+1}-Fo(T_{m+1,n}^{p+1}+T_{m-1,n}^{p+1}+T_{m,n+1}^{p+1}+T_{m,n-1}^{p+1})=T_{m,n}^{p} \quad (5.92)$$

Pela Equação 5.92 fica evidente que a *nova* temperatura no nó m, n depende das *novas* temperaturas nos seus nós adjacentes, que são, em geral, desconhecidas. Assim, para determinar as temperaturas nodais desconhecidas em $t + \Delta t$, as equações nodais correspondentes devem ser *resolvidas simultaneamente*. Tal solução pode ser efetuada usando-se a iteração de Gauss-Seidel ou inversão de matrizes, como discutido na Seção 4.5. A *solução evolutiva* envolveria, então, a resolução simultânea das equações nodais em cada tempo $t = \Delta t, 2\Delta t, \ldots$, até que o instante final desejado seja atingido.

Em relação ao método explícito, a formulação implícita tem a importante vantagem de ser *incondicionalmente estável*. Isto é, a solução permanece estável para todos os intervalos de espaço e de tempo, não havendo restrições em Δx e Δt. Como maiores valores de Δt podem ser empregados com um método implícito, os tempos de computação podem freqüentemente ser reduzidos, com pequena perda de precisão. Todavia, para maximizar a precisão, Δt deve ser suficientemente pequeno para assegurar que os resultados sejam independentes de mais reduções no seu valor.

A forma implícita da equação de diferenças finitas pode também ser deduzida através do método do balanço de energia. Para o nó na superfície da Figura 5.12, pode-se facilmente mostrar que

$$(1+2Fo+2Fo\,Bi)T_0^{p+1}-2Fo\,T_1^{p+1}=2Fo\,Bi\,T_\infty+T_0^p \quad (5.93)$$

Para qualquer nó interior na Figura 5.12, também pode ser mostrado que

$$(1+2Fo)T_m^{p+1}-Fo\,(T_{m-1}^{p+1}+T_{m+1}^{p+1})=T_m^p \quad (5.94)$$

Formas da equação de diferenças finitas implícita para outras geometrias comuns estão apresentadas na Tabela 5.3(*b*). Cada equação pode ser deduzida pelo método do balanço de energia.

EXEMPLO 5.10

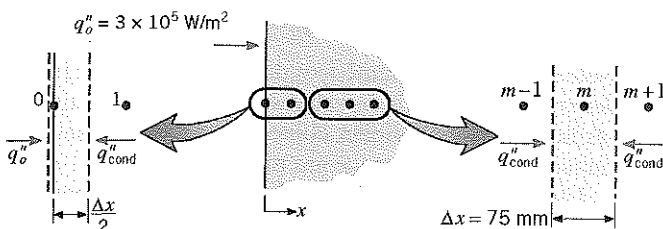
Uma chapa espessa de cobre, inicialmente a uma temperatura uniforme de 20°C, é subitamente exposta à radiação em uma superfície de tal forma que um fluxo térmico líquido é mantido a um valor constante de 3×10^5 W/m². Usando as técnicas explícita e implícita de diferenças finitas com um incremento no espaço de $\Delta x = 75$ mm, determine a temperatura na superfície irradiada e em um ponto interior a 150 mm da superfície, passados 2 min do início da exposição à radiação. Compare os resultados com aqueles obtidos com uma solução analítica apropriada.

SOLUÇÃO

Dados: Chapa espessa de cobre, inicialmente a uma temperatura uniforme, é submetida a um fluxo térmico líquido constante em uma superfície.

Achar:

1. Usando o método de diferenças finitas explícito, determine as temperaturas na superfície e a 150 mm da superfície, 2 min após o início da exposição.
2. Repita os cálculos usando o método de diferenças finitas implícito.
3. Determine as mesmas temperaturas analiticamente.

Esquema:

Considerações:

1. Condução unidimensional em x.
2. Chapa espessa pode ser aproximada por um meio semi-infinito com fluxo térmico constante na superfície.
3. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.1, cobre (300 K): $k = 401$ W/(m·K), $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análise:

1. Uma forma explícita da equação de diferenças finitas para o nó da superfície pode ser obtida aplicando-se um balanço de energia em um volume de controle ao redor desse nó.

$$q_o''A + kA\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1}-T_0^p}{\Delta t}$$

ou

$$T_0^{p+1} = 2Fo\left(\frac{q_o''\Delta x}{k} + T_1^p\right) + (1-2Fo)T_0^p$$

A equação de diferenças finitas para qualquer nó interior é dada pela Equação 5.78. Tanto o nó da superfície quanto os nós interiores são regidos pelo critério de estabilidade

$$Fo \leq \frac{1}{2}$$

Observando que as equações de diferenças finitas são simplificadas com a escolha do valor máximo permitido para Fo, selecionamos $Fo = 1/2$. Assim,

$$\Delta t = Fo\frac{(\Delta x)^2}{\alpha} = \frac{1}{2}\frac{(0{,}075\text{ m})^2}{117\times10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}} = 24\text{ s}$$

com

$$\frac{q_o''\Delta x}{k} = \frac{3 \times 10^5 \text{ W/m}^2 (0{,}075 \text{ m})}{401 \text{ W/(m·K)}} = 56{,}1°\text{C}$$

as equações de diferenças finitas se tornam

$$T_0^{p+1} = 56{,}1°\text{C} + T_1^p \qquad \text{e} \qquad T_m^{p+1} = \frac{T_{m+1}^p + T_{m-1}^p}{2}$$

para os nós na superfície e interiores, respectivamente. Efetuando os cálculos, os resultados estão na tabela a seguir:

Solução por Diferenças Finitas, Método Explícito para $Fo = \frac{1}{2}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
0	0	20	20	20	20	20
1	24	76,1	20	20	20	20
2	48	76,1	48,1	20	20	20
3	72	104,2	48,1	34,1	20	20
4	96	104,2	69,1	34,1	27,1	20
5	120	125,3	69,1	48,1	27,1	20

Após 2 min, a temperatura na superfície e a temperatura interior desejada são $T_0 = 125{,}3°\text{C}$ e $T_2 = 48{,}1°\text{C}$.

Note que o cálculo de temperaturas idênticas em instantes sucessivos em um mesmo nó é uma característica do uso do valor máximo permitido para Fo com a técnica explícita de diferenças finitas. A condição física real é, obviamente, uma na qual a temperatura muda continuamente com o tempo. Este fato é eliminado e a precisão dos cálculos melhorada com a redução no valor de Fo.

Para determinar a extensão da melhora na precisão com a redução de Fo, refazemos os cálculos com $Fo = 1/4$ ($\Delta t = 12$ s). As equações de diferenças finitas têm, então, a forma

$$T_0^{p+1} = \frac{1}{2}(56{,}1°\text{C} + T_1^p) + \frac{1}{2}T_0^p$$

$$T_m^{p+1} = \frac{1}{4}(T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + \frac{1}{2}T_m^p$$

e os resultados dos cálculos são apresentados na tabela a seguir:

Solução por Diferenças Finitas, Método Explícito para $Fo = \frac{1}{4}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	0	20	20	20	20	20	20	20	20	20
1	12	48,1	20	20	20	20	20	20	20	20
2	24	62,1	27,0	20	20	20	20	20	20	20
3	36	72,6	34,0	21,8	20	20	20	20	20	20
4	48	81,4	40,6	24,4	20,4	20	20	20	20	20
5	60	89,0	46,7	27,5	21,3	20,1	20	20	20	20
6	72	95,9	52,5	30,7	22,6	20,4	20,0	20	20	20
7	84	102,3	57,9	34,1	24,1	20,8	20,1	20,0	20	20
8	96	108,1	63,1	37,6	25,8	21,5	20,3	20,0	20,0	20
9	108	113,7	68,0	41,0	27,6	22,2	20,5	20,1	20,0	20,0
10	120	118,9	72,6	44,4	29,6	23,2	20,8	20,2	20,0	20,0

Após 2 min, as temperaturas desejadas são $T_{0'} = 118{,}9°\text{C}$ e $T_2 = 44{,}4°\text{C}$. Comparando esses resultados com os obtidos para $Fo = ½$, fica claro que a redução do Fo elimina o problema das temperaturas repetidas. Também previmos uma maior penetração térmica (até o nó 6 em vez de até o nó 3). Uma avaliação da melhora na precisão deve aguardar uma comparação com os resultados baseados em uma solução exata.

2. Efetuando um balanço de energia em um volume de controle ao redor do nó na superfície, a forma implícita da equação de diferenças finitas é

$$q_o'' + k\frac{T_1^{p+1} - T_0^{p+1}}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

ou

$$(1 + 2Fo)T_0^{p+1} - 2FoT_1^{p+1} = \frac{2\alpha q_o''\Delta t}{k\,\Delta x} + T_0^p$$

Escolhendo arbitrariamente $Fo = 1/2$ ($\Delta t = 24$ s), segue-se que

$$2T_0^{p+1} - T_1^{p+1} = 56{,}1 + T_0^p$$

Pela Equação 5.94, a equação de diferenças finitas para qualquer nó interior tem então a forma

$$-T_{m-1}^{p+1} + 4T_m^{p+1} - T_{m+1}^{p+1} = 2T_m^p$$

Como estamos lidando com um sólido semi-infinito, o número de nós é, em princípio, infinito. Na prática, no entanto, o número pode ser limitado pelo número de nós que são efetivamente afetados pela mudança na condição de contorno durante o tempo de interesse. Com base nos resultados do método explícito, fica evidente que é seguro escolhermos nove nós, correspondendo a $T_0, T_1, \ldots, T_8$. Desta forma, estamos supondo que em $t = 120$ s não houve qualquer mudança em T_8.

Temos agora um conjunto de nove equações que devem ser resolvidas simultaneamente em cada incremento do tempo. Usando o método da inversão de matrizes, escrevemos as equações na forma $[A][T] = [C]$, onde

$$[A] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} 56{,}1 + T_0^p \\ 2T_1^p \\ 2T_2^p \\ 2T_3^p \\ 2T_4^p \\ 2T_5^p \\ 2T_6^p \\ 2T_7^p \\ 2T_8^p + T_9^{p+1} \end{bmatrix}$$

Note que os valores numéricos dos componentes de $[C]$ são determinados a partir de valores anteriores das temperaturas nodais. Note também como a equação de diferenças finitas para o nó 8 aparece nas matrizes $[A]$ e $[C]$.

Uma tabela com temperaturas nodais pode ser construída começando-se pela primeira linha ($p = 0$), que corres-

ponde à condição inicial especificada. Para obter as temperaturas nodais nos instantes seguintes, em primeiro lugar deve-se obter a inversa da matriz dos coeficientes $[A]^{-1}$. A cada instante $p + 1$, ela é então multiplicada pelo vetor coluna $[C]$, que é avaliado no instante p, para determinar as temperaturas $T_0^{p+1}, T_1^{p+1}, ..., T_8^{p+1}$. Por exemplo, multiplicando $[A]^{-1}$ pelo vetor coluna correspondente a $p = 0$,

$$[C]_{p=0} = \begin{bmatrix} 76{,}1 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix}$$

a segunda linha da tabela é obtida. Atualizando $[C]$, o processo é repetido por mais quatro vezes para determinar as temperaturas nodais em $t = 120$ s. As temperaturas desejadas são $T_0 = 114{,}7°C$ e $T_2 = 44{,}2°C$

Solução por Diferenças Finitas, Método Explícito para $Fo = \frac{1}{2}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
1	24	52,4	28,7	22,3	20,6	20,2	20,0	20,0	20,0	20,0
2	48	74,0	39,5	26,6	22,1	20,7	20,2	20,1	20,0	20,0
3	72	90,2	50,3	32,0	24,4	21,6	20,6	20,2	20,1	20,0
4	96	103,4	60,5	38,0	27,4	22,9	21,1	20,4	20,2	20,1
5	120	114,7	70,0	44,2	30,9	24,7	21,9	20,8	20,3	20,1

3. Aproximando a placa por um meio semi-infinito, a expressão analítica apropriada é dada pela Equação 5.59, que pode ser utilizada para qualquer ponto na chapa.

$$T(x,t) - T_i = \frac{2q_o''(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k}\exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_o'' x}{k}\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

Na superfície, essa expressão fornece

$$T(0,120\,\text{s}) - 20°\text{C} = \\ = \frac{2\times3\times10^5\,\text{W/m}^2}{401\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}}(117\times10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}\times120\,\text{s}/\pi)^{1/2}$$

ou

$$T(0, 120\,\text{s}) = 120{,}0°\text{C} \quad \triangleleft$$

No ponto interior ($x = 0{,}15$ m)

$$T(0{,}15\,\text{m}, 120\,\text{s}) - 20°\text{C} = \frac{2\times3\times10^5\,\text{W/m}^2}{401\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}}$$

$$\times(117\times10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}\times120\,\text{s}/\pi)^{1/2}$$

$$\times\exp\left[-\frac{(0{,}15\,\text{m})^2}{4\times117\times10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}\times120\,\text{s}}\right]$$

$$-\frac{3\times10^5\,\text{W/m}^2\times0{,}15\,\text{m}}{401\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}}$$

$$\times\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{0{,}15\,\text{m}}{2\sqrt{117\times10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}\times120\,\text{s}}}\right)\right]$$

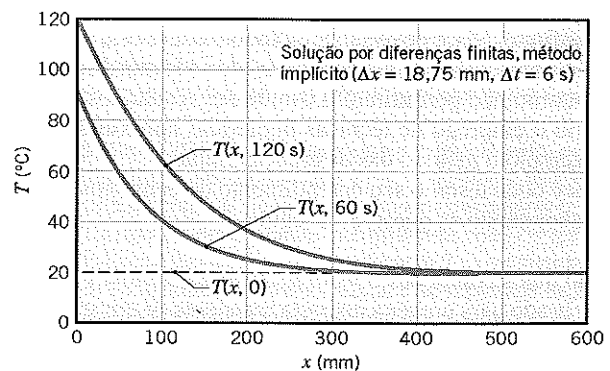
$$T(0{,}15\,\text{m}, 120\,\text{s}) = 45{,}4°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Comparando os resultados exatos com os obtidos com as três soluções aproximadas, fica claro que o método explícito com $Fo = 1/4$ fornece as estimativas mais precisas.

Método	$T_0 = T(0, 120\text{ s})$	$T_2 = T(0{,}15\text{ m}, 120\text{ s})$
Explícito ($Fo = \frac{1}{2}$)	125,3	48,1
Explícito ($Fo = \frac{1}{4}$)	118,9	44,4
Implícito ($Fo = \frac{1}{2}$)	114,7	44,2
Exato	120,0	45,4

Isso não é inesperado, uma vez que o valor correspondente de Δt é 50% menor do que aquele utilizado nos outros dois métodos. Embora os cálculos sejam simplificados pelo uso do valor máximo permitido para Fo no método explícito, a precisão dos resultados raramente é satisfatória.

2. A precisão dos cálculos anteriores é afetada negativamente pelo espaçamento grosseiro da malha ($\Delta x = 75$ mm), assim como pelos grandes incrementos de tempo ($\Delta t = 24$ s, 12 s). Utilizando o método implícito com $\Delta x = 18{,}75$ mm e $\Delta t = 6$ s ($Fo = 2{,}0$), a solução fornece $T_0 = T(0{,}120\text{ s}) = 119{,}2°C$ e $T_2 = T(0{,}15\text{ m},120\text{ s}) = 45{,}3°C$, ambas em boa concordância com a solução exata. Distribuições de temperaturas completas podem ser representadas graficamente em qualquer um dos instantes de tempo discretos, e os resultados obtidos para $t = 60$ e 120 s são mostrados a seguir:

Note que, mesmo em $t = 120$ s, a hipótese de meio semi-infinito ainda permaneceria válida se a espessura da chapa fosse um pouco superior a aproximadamente 500 mm.

3. Observe que a matriz dos coeficientes $[A]$ é *tridiagonal*. Isto é, todos os seus elementos são iguais a zero, exceto aqueles que se encontram na diagonal principal ou imediatamente à sua esquerda ou à sua direita. Matrizes tridiagonais estão associadas aos problemas de condução unidimensional.

4. Uma condição mais geral de aquecimento radiante seria aquela na qual a superfície é subitamente exposta a uma grande vizinhança com uma temperatura elevada T_{viz} (Problema 5.107). A taxa radiante líquida transferida para a superfície pode, então, ser calculada pela Equação 1.7. Considerando também a transferência de calor por convecção, a aplicação da conservação de energia no nó da superfície fornece uma equação explícita de diferenças finitas na forma

$$\varepsilon\sigma[T_{viz}^4 - (T_0^p)^4] + h(T_\infty - T_0^p) + k\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

O uso dessa equação de diferenças finitas em uma solução numérica é complicado em função de sua *não-linearidade*. Entretanto, a equação pode ser *linearizada* pela introdução do coeficiente de transferência de calor por radiação h_r, definido pela Equação 1.9. A equação de diferenças finitas fica, então,

$$h_r^p(T_{viz} - T_0^p) + h(T_\infty - T_0^p) + k\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

A resolução pode ser efetuada da forma usual, embora o efeito do número de Biot radiante ($Bi_r = h_r\Delta x/k$) deva ser incluído no critério de estabilidade e o valor de h_r deva ser atualizado a cada etapa do cálculo. Se o método implícito for usado, h_r é calculado em $p + 1$, tornando necessário um cálculo iterativo a cada novo incremento de tempo.

5.11 *Resumo*

Condução transiente ocorre em numerosas aplicações de engenharia e pode ser analisada usando diferentes métodos. Com certeza existe muito a ser dito a favor da simplicidade, por exemplo, ao se confrontar com um problema transiente, a primeira providência que deve ser tomada é o cálculo do número de Biot. Se esse número for muito menor do que a unidade, você pode usar o método da capacitância global para obter resultados precisos com um mínimo de exigências computacionais. Entretanto, se o número de Biot não for muito menor do que a unidade, os efeitos espaciais têm que ser considerados e algum outro método deve ser empregado. Resultados analíticos estão disponíveis na forma de gráficos de fácil utilização e de equações para a parede plana, o cilindro infinito, a esfera e o sólido semi-infinito. Você deve saber quando e como usar esses resultados. Se a complexidade geométrica e/ou a forma das condições de contorno não permitirem o uso desses resultados, faz-se necessário o emprego de técnicas numéricas aproximadas, como por exemplo o método das diferenças finitas.

Você pode testar o seu entendimento de conceitos importantes respondendo às questões a seguir.

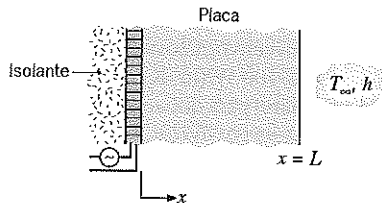
- Sob quais condições o *método da capacitância global* pode ser usado para prever a resposta transiente de um sólido a uma mudança no seu ambiente térmico?
- Qual é a interpretação física do *número de Biot*?
- O método de análise da capacitância global é mais apropriado para ser usado em um sólido quente sendo resfriado por convecção forçada no ar ou na água? Por convecção forçada no ar ou por convecção natural no ar?
- O método de análise da capacitância global é mais apropriado para ser usado no resfriamento de um sólido quente feito de cobre ou de alumínio? No nitreto de silício ou no vidro?
- Que parâmetros determinam a *constante de tempo* associada à resposta térmica transiente de um sólido via capacitância global? Essa resposta é acelerada ou desacelerada por um aumento no coeficiente convectivo? Por um aumento na densidade ou no calor específico do sólido?
- Para a condução unidimensional transiente em uma parede plana, em um cilindro ou em uma esfera com convecção na superfície, quais parâmetros adimensionais podem ser usados para simplificar a representação das condições térmicas? Como esses parâmetros são definidos?
- Por que a solução semi-infinita é aplicável em qualquer geometria em tempos pequenos?
- Qual é a interpretação física do *número de Fourier*?
- Que exigência deve ser satisfeita para se usar a *aproximação de primeiro termo* para determinar a resposta térmica transiente de uma parede plana, de um cilindro longo e de uma esfera nos quais há condução unidimensional devido a uma mudança nas condições na superfície? Em que estágio do processo transiente a exigência não é satisfeita?
- O que tem em comum o aquecimento ou resfriamento de uma parede plana com condições convectivas equivalentes nas duas superfícies opostas com uma parede plana aquecida ou resfriada por convecção em uma superfície e isolada termicamente na outra?
- Como pode uma aproximação de primeiro termo ser usada para determinar a resposta térmica transiente de uma parede plana, de um cilindro longo ou de uma esfera submetido a uma súbita mudança na temperatura da superfície?
- Para condução unidimensional transiente, o que está implícito pela idealização de um sólido *semi-infinito*? Sob quais condições pode a idealização ser usada em uma parede plana?
- O que diferencia uma solução de diferenças finitas explícita para um problema de condução transiente de uma solução *implícita*?
- O que significa a caracterização do método implícito de diferenças finitas *como incondicionalmente estável*? Qual restrição é colocada no método explícito para garantir uma solução estável?

Referências

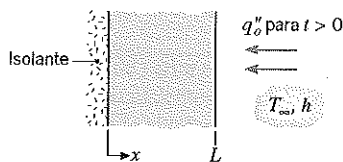
1. Carslaw, H. S., and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press, London, 1986.
2. Schneider, P. J., *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1957.
3. Kakac, S., and Y. Yener, *Heat Conduction*, Taylor & Francis, Washington, DC, 1993.
4. Poulikakos, D., *Conduction Heat Transfer*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
5. Yovanovich, M. M., "Conduction and Thermal Contact Resistances (Conductances)," in W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and Y. I. Cho, Eds. *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1998, pp. 3.1–3.73.
6. Hirsch, L. R., R. J. Stafford, J. A. Bankson, S. R. Sershen, B. Rivera, R. E. Price, J. D. Hazle, N. J. Halas, and J. L. West, *Proc. Nat. Acad. Sciences of the U.S.*, **100**, 13549–13554, 2003.
7. Cahill, D.G., *Rev. Sci. Instrum.*, **61**, 802–808, 1990.

Problemas

Considerações Qualitativas

5.1 Considere um aquecedor elétrico delgado fixado a uma placa e isolado no outro lado. Inicialmente, o aquecedor e a placa se encontram à temperatura do ar ambiente, T_∞. Subitamente, a potência do aquecedor é ativada, fazendo-o liberar um fluxo térmico constante q_o'' (W/m²) na superfície interna da placa.

(a) Esboce e identifique, em coordenadas $T-x$, as distribuições de temperaturas: inicial, em regime estacionário e em dois tempos intermediários.

(b) Esboce o fluxo térmico na superfície externa $q_x''(L, t)$ como uma função do tempo.

5.2 A superfície interna de uma parede plana é isolada e a superfície externa está exposta a uma corrente de ar a T_∞. A parede se encontra a uma temperatura uniforme correspondente à da corrente de ar. De repente, uma fonte de calor radiante é ligada, ocasionando a incidência de um fluxo térmico uniforme q_o'' sobre a superfície externa.

(a) Esboce e identifique, em coordenadas $T-x$, as distribuições de temperaturas: inicial, em regime estacionário e em dois tempos intermediários.

(b) Esboce o fluxo térmico na superfície externa $q_x''(L, t)$ como uma função do tempo.

5.3 Um forno de microondas opera segundo o princípio de que a aplicação de um campo de alta freqüência induz um movimento oscilatório nas moléculas eletricamente polarizadas do alimento. O efeito líquido resultante é uma *geração*, praticamente *uniforme*, de energia térmica no interior do alimento. Considere o processo de cozimento de um bife com espessura $2L$ em um forno de microondas e compare esse processo ao cozimento em um forno convencional, onde *cada lado* do bife *é aquecido por radiação*. Em cada caso, a carne deve ser aquecida de 0°C a uma temperatura *mínima* de 90°C. Baseie sua comparação em um esboço da distribuição de temperaturas, em instantes de tempo selecionados, para cada um dos processos de cozimento. Em particular, analise o tempo t_0 no qual o aquecimento é iniciado, um instante t_1 durante o processo de aquecimento, o tempo t_2 corresponde ao término do aquecimento, e um tempo t_3 passado um longo período do início do processo de resfriamento subseqüente.

5.4 Uma placa com espessura $2L$, área superficial A_s, massa M e calor específico c_p, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme T_i, é subitamente aquecida através de suas duas superfícies por meio de um processo convectivo (T_∞, h) por um período de tempo t_o, após o qual a placa é isolada. Suponha que a temperatura no plano central não atinja T_∞ durante esse período de tempo.

(a) Supondo $Bi \gg 1$ para o processo de aquecimento, esboce e identifique, em coordenadas $T-x$, as seguintes distribuições de temperaturas: inicial, em regime estacionário ($t \rightarrow \infty$), $T(x, t_0)$ e em dois instantes intermediários entre $t = t_0$ e $t \rightarrow \infty$

(b) Esboce e identifique, em coordenadas $T-t$, as distribuições de temperaturas do plano central e da superfície exposta.

(c) Repita as partes (a) e (b) supondo $Bi \ll 1$ para a placa.

(d) Desenvolva uma expressão para a temperatura em regime estacionário $T(x, \infty) = T_f$, deixando o seu resultado em termos dos parâmetros da placa (M, c_p), das condições térmicas (T_i, T_∞, h), da temperatura na superfície $T(L, t)$ e do tempo de aquecimento t_o.

Método da Capacitância Global

5.5 Bolas de aço com 12 mm de diâmetro são temperadas pelo aquecimento a 1150 K seguido pelo resfriamento lento até 400 K em um ambiente com ar a $T_\infty = 325$ K e $h = 20$ W/(m²·K). Supondo que as propriedades do aço sejam $k = 40$ W/(m·K), $\rho = 7800$ kg/m³ e $c = 600$ J/(kg·K), estime o tempo necessário para o processo de resfriamento.

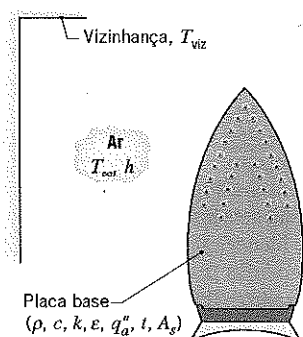
5.6 Sejam as bolas de aço do Problema 5.5, mas agora a temperatura do ar aumenta com o tempo na forma $T_\infty(t) = 325\ \text{K} + at$, onde $a = 0{,}1875$ K/s.

(a) Esboce a temperatura da bola *versus* o tempo para $0 \leq t \leq 1$ h. Mostre também a temperatura ambiente, T_∞, em seu esboço. Explique características especiais do comportamento da temperatura da bola.

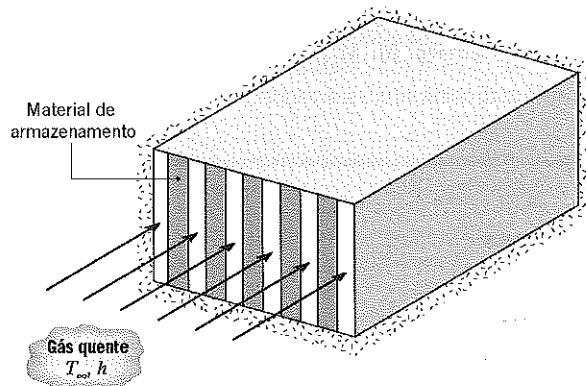
(b) Ache uma expressão para a temperatura da bola em função do tempo, $T(t)$, e apresente graficamente a temperatura da bola para $0 \leq t \leq 1$ h. O seu esboço estava correto?

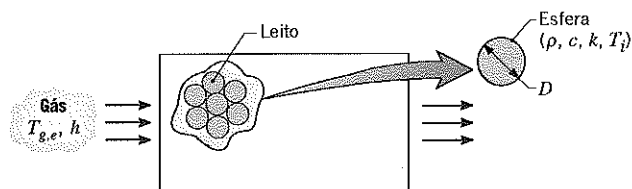
5.7 O coeficiente de transferência de calor para o ar escoando sobre uma esfera deve ser determinado pela observação do comportamento dinâmico da temperatura de uma esfera, que é fabricada em cobre puro. A esfera, que possui 12,7 mm de diâmetro, encontra-se a 66°C antes de ser inserida em uma corrente de ar que tem a temperatura de 27°C. Um termopar sobre a superfície externa da esfera indica 55°C após 69 s da inserção da esfera na corrente de ar. Admita, e então justifique, que a esfera se comporta como um objeto espacialmente isotérmico e calcule o coeficiente de transferência de calor.

5.8 Uma esfera sólida de aço (AISI 1010), com diâmetro de 300 mm, é revestida com uma camada de um material dielétrico com espessura de 2 mm e condutividade térmica de 0,04 W/(m·K). A esfera revestida encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme de 500°C e é subitamente resfriada pela imersão em um grande banho de óleo, no qual $T_\infty = 100$°C e $h = 3300$ W/(m²·K). Estime o tempo necessário para a temperatura da esfera revestida atingir 140°C. *Sugestão*: Despreze o efeito do armazenamento de energia no material dielétrico, uma vez que a sua capacitância térmica ($\rho.c.V$) é pequena quando comparada à da esfera de aço.

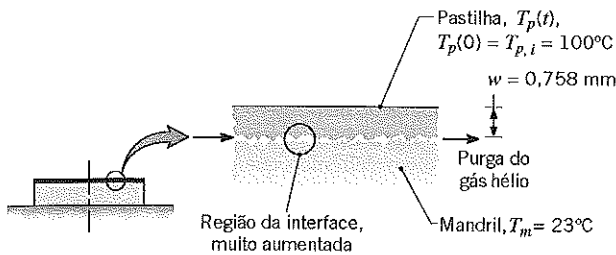
5.9 A placa base de um ferro de passar tem uma espessura de $L = 7$ mm e é feita com uma liga de alumínio ($\rho = 2800$ kg/m³, $c = 900$ J/(kg·K), $k = 180$ W/(m·K), $\varepsilon = 0{,}80$). Um aquecedor de resistência elétrica é fixo à superfície interna da placa, enquanto a superfície externa é exposta ao ar ambiente e a uma grande vizinhança a $T_\infty = T_{viz} = 25$°C. As áreas das superfícies interna e externa são $A_s = 0{,}040$ m².

Se um fluxo térmico aproximadamente uniforme de $q''_o = 1{,}25 \times 10^4$ W/m² for aplicado na superfície interna da placa base do ferro e o coeficiente convectivo na superfície externa for $h = 10$ W/(m²·K), estime o tempo necessário para a placa atingir uma temperatura de 135°C. *Sugestão*: Integração numérica é sugerida para resolver o problema.

5.10 Eixos de aço carbono (AISI 1010) com 0,1 m de diâmetro são tratados termicamente pelo aquecimento em fornalhas a gás onde os gases se encontram a 1200 K e mantêm um coeficiente convectivo de 100 W/(m²·K). Se os eixos entram no forno a 300 K, quanto tempo eles devem permanecer no interior da fornalha para suas linhas de centro atingirem a temperatura de 800 K?

5.11 Uma unidade de armazenamento de energia térmica é formada por um grande canal retangular, que tem as suas superfícies externas isoladas e que apresenta no seu interior camadas do material de armazenamento separadas por canais de escoamento.

Cada camada do material de armazenamento é uma chapa de alumínio com largura W = 0,05 m e se encontra a uma temperatura inicial de 25°C. Considere condições nas quais a unidade de armazenamento é carregada pela passagem de gases quentes através dos canais de escoamento, com a temperatura dos gases e o coeficiente convectivo supostos terem valores constantes de $T_\infty = 600$°C e $h = 100$ W/(m²·K) ao longo dos canais. Quanto tempo será necessário para que se atinja 75% do máximo armazenamento de energia possível? Qual é a temperatura do alumínio nesse instante?

5.12 Sistemas de armazenamento de energia térmica normalmente envolvem um *leito* de esferas sólidas, através do qual um gás quente escoa se o sistema estiver sendo carregado ou um gás frio se o sistema estiver sendo descarregado. Em um processo de carregamento, a transferência de calor do gás quente aumenta a energia térmica armazenada nas esferas mais frias; durante a descarga, a energia armazenada diminui na medida em que calor é transferido das esferas quentes para o gás mais frio.

Considere um leito de esferas de alumínio ($\rho = 2700$ kg/m³, $c = 950$ J/(kg·K), $k = 240$ W/(m·K)) com 75 mm de diâmetro e um processo de carregamento no qual o gás entra na unidade de armazenamento a uma temperatura $T_{g,e} = 300$°C. Se a temperatura inicial das esferas for $T_i = 25$°C e o coeficiente de transferência de calor $h = 75$ W/(m²·K), quanto tempo demora para uma esfera próximo à entrada do sistema acumular 90% da energia térmica máxima possível? Qual é a temperatura correspon-

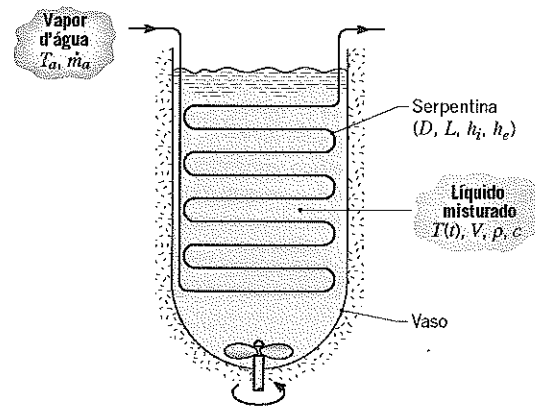
dente no centro da esfera? Há alguma vantagem de usar cobre no lugar do alumínio?

5.13 Uma ferramenta usada na fabricação de dispositivos semicondutores tem a forma de um mandril (um espesso disco metálico cilíndrico) sobre o qual uma pastilha de silício muito fina ($\rho = 2700$ kg/m³, $c = 875$ J/(kg·K), $k = 177$ W/(m·K)) é posicionada por braço de um robô industrial. Uma vez em posição, um campo elétrico no mandril é energizado, criando uma força eletrostática que prende firmemente a pastilha ao mandril. Para assegurar uma resistência térmica de contato entre o mandril e a pastilha capaz de ser reproduzida a cada novo ciclo de operação, gás hélio pressurizado é introduzido pelo centro do mandril e escoa lentamente na direção radial através das ranhuras na região interfacial.

Um experimento foi executado sob condições nas quais a pastilha, inicialmente a uma temperatura uniforme de $T_{p,i} = 100°C$, era colocada repentinamente sobre o mandril, que se encontrava a uma temperatura uniforme e constante de $T_m = 23°C$. Com a pastilha em posição, a força eletrostática e o escoamento do hélio foram acionados. Após 15 segundos, a temperatura na pastilha era de 33°C. Qual é a resistência térmica de contato $R''_{t,c}$(m²·K/W) entre a pastilha e o mandril? O valor de $R''_{t,c}$ irá aumentar, diminuir ou permanecer constante se ar, em vez de hélio, for usado como o gás de purga?

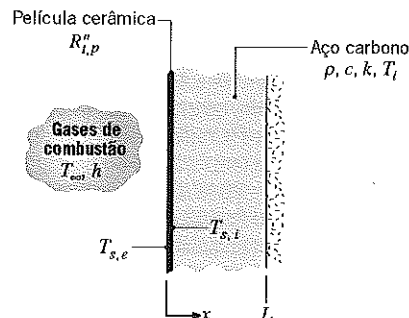
5.14 Um vaso esférico usado como um reator para produzir fármacos tem uma parede de aço inoxidável ($k = 17$ W/(m·K)) com 5 mm de espessura e diâmetro interno $D_i = 1{,}0$ m. Durante a produção, o vaso contém reagentes para os quais $\rho = 1100$ kg/m³ e $c = 2400$ J/(kg·K), enquanto reações exotérmicas liberam energia a uma taxa volumétrica de $\dot{q} = 10^4$ W/m³. Como uma primeira aproximação, os reagentes podem ser considerados misturados idealmente e a capacitância térmica do vaso pode ser desprezada.

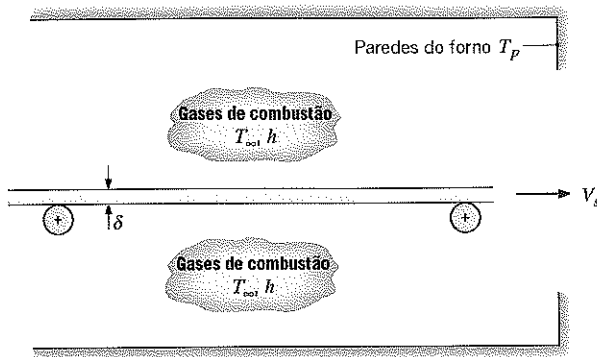
(a) A superfície externa do vaso está exposta ao ar ambiente ($T_\infty = 25°C$), no qual pode-se admitir um coeficiente de transferência de calor $h = 6$ W/(m²·K). Sendo a temperatura inicial dos reagentes igual a 25°C, qual é a temperatura dos reagentes após cinco horas de processamento? Qual é a temperatura correspondente na superfície externa do vaso?

(b) Explore o efeito de variar o coeficiente convectivo nas condições térmicas transientes no interior do reator.

5.15 Processos em batelada são freqüentemente usados em operações químicas e farmacêuticas para obter uma composição química desejada no produto final e tipicamente envolvem uma operação de aquecimento transiente para levar os reagentes da temperatura ambiente para a temperatura necessária no processo.

Seja uma situação na qual uma substância química de densidade $\rho = 1200$ kg/m³ e calor específico $c = 2200$ J/(kg·K) ocupa um volume de $V = 2{,}25$ m³ em um vaso isolado termicamente. A substância deve ser aquecida da temperatura ambiente, $T_i = 300$ K, até uma temperatura de processo igual a $T = 450$ K, pela passagem de vapor d'água saturado a $T_a = 500$ K através da serpentina no interior do vaso, que tem parede delgada e 20 mm de diâmetro. O vapor condensando no interior da serpentina mantém um coeficiente convectivo no seu interior de $h_i = 10.000$ W/(m²·K), enquanto o líquido altamente agitado no interior do vaso mantém um coeficiente convectivo externo de $h_e = 2000$ W/(m²·K).

Se a substância deve ser aquecida de 300 a 450 K, em 60 minutos, qual é o comprimento L necessário da serpentina submersa?

5.16 A parede plana de uma fornalha é fabricada em aço carbono não-ligado ($k = 60$ W/(m·K), $\rho = 7850$ kg/m³, $c = 430$ J/(kg·K)) e tem uma espessura $L = 10$ mm. Para proteger essa parede dos efeitos corrosivos dos gases de combustão, uma superfície da parede é revestida por uma fina película cerâmica que, para uma unidade de área superficial, possui uma resistência térmica de $R''_{t,c} = 0{,}01$ m²·K/W. A superfície oposta encontra-se termicamente isolada da vizinhança.

Na partida da fornalha, a parede se encontra a uma temperatura inicial de $T_i = 300$ K e gases de combustão a $T_\infty = 1300$ K entram na fornalha, mantendo na película cerâmica um coeficiente convectivo de $h = 25$ W/(m²·K). Supondo que a película possui uma capacitância térmica desprezível, quanto tempo irá levar até que a superfície interna do aço atinja uma temperatura de $T_{s,i} = 1200$ K? Neste tempo, qual é a temperatura $T_{s,e}$ na superfície externa da película cerâmica?

5.17 Uma lâmina de aço, com espessura $\delta = 12$ mm, é temperada pela sua passagem através de um grande forno cujas paredes são mantidas a uma temperatura T_p, que corresponde à dos gases de combustão que escoam através do forno ($T_p = T_\infty$). A lâmina, cuja densidade, calor específico, condutividade térmica e emissividade são $\rho = 7900$ kg/m³, $c_p = 640$ J/(kg·K), $k = 30$ W/(m·K) e $\varepsilon = 0,7$; respectivamente, deve ser aquecida de 300°C a 600°C.

(a) Para um coeficiente de transferência de calor uniforme de $h = 100$ W/(m²·K) e uma temperatura $T_p = T_\infty = 700$°C, determine o tempo necessário para aquecer a lâmina. Se a lâmina se move a uma velocidade de 0,5 m/s; qual deve ser o comprimento do forno?

(b) O processo de têmpera pode ser acelerado (a velocidade da lâmina aumentada) pelo aumento da temperatura ambiente. Para o comprimento do forno determinado na parte (a), determine a velocidade da lâmina para $T_p = T_\infty = 850$°C e para $T_p = T_\infty = 1000$°C. Para cada valor de temperatura ambiente (700, 850 e 1000°C), represente graficamente a temperatura da lâmina em função do tempo na faixa 25°C $\leq T \leq$ 600°C. Ao longo dessa faixa, represente também o coeficiente de transferência de calor por radiação, h_r, como uma função do tempo.

5.18 Um longo fio com diâmetro $D = 1$ mm está submerso em um banho de óleo que se encontra a $T_\infty = 25$°C. O fio possui uma resistência elétrica por unidade de comprimento de $R'_e = 0,01$ Ω/m. Se uma corrente de $I = 100$ A passa pelo fio e o coeficiente convectivo é $h = 500$ W/(m²·K), qual é a sua temperatura em condições de regime estacionário? A partir do instante em que a corrente é aplicada, quanto tempo é necessário para que a temperatura no fio seja 1°C inferior ao valor do regime estacionário? As propriedades termofísicas do fio são $\rho = 8000$ kg/m³, $c = 500$ J/(kg·K) e $k = 20$ W/(m·K).

5.19 Considere o sistema do Problema 5.1, onde, durante o processo transiente, a temperatura na placa é isotérmica em relação às coordenadas espaciais.

(a) Obtenha uma expressão para a temperatura da placa em função do tempo $T(t)$, em termos de q''_0, T_∞, h, L e das propriedades da placa ρ e c.

(b) Determine a constante de tempo térmica e a temperatura do regime estacionário para uma placa em puro cobre com espessura de 12 mm, quando $T_\infty = 27$°C, $h = 50$ W/(m²·K) e $q''_o = 5000$ W/m². Estime o tempo necessário para o sistema atingir as condições de regime estacionário.

(c) Para as condições da parte (b), bem como para $h = 100$ e 200 W/(m²·K), calcule e represente os correspondentes históricos da temperatura da placa durante o intervalo $0 \leq t \leq$ 2500 s.

5.20 Um dispositivo eletrônico, como um transistor de potência montado sobre um dissipador de calor aletado, pode ser modelado como um objeto espacialmente isotérmico com geração de calor e com uma resistência convectiva externa.

(a) Considere um desses sistemas com massa M, calor específico c e área superficial A_s, que se encontra inicialmente em equilíbrio com o ambiente a T_∞. Subitamente, o dispositivo eletrônico é energizado e ocorre uma geração de calor constante $\dot{E}_g$ (W). Mostre que a resposta da temperatura do dispositivo é

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

onde $\theta \equiv T - T(\infty)$ e $T(\infty)$ é a temperatura no regime estacionário correspondente a $t \to \infty$; $\theta_i = T_i - T(\infty)$; T_i = temperatura inicial do dispositivo; R = resistência térmica $1/(\bar{h}A_s)$; e C = capacitância térmica Mc.

(b) Um dispositivo eletrônico, que gera 60 W de calor, está montado sobre um dissipador de calor feito em alumínio pesando 0,31 kg, que em condições de regime estacionário atinge uma temperatura de 100°C no ar ambiente a 20°C. Se o dispositivo está inicialmente a 20°C, qual é a temperatura que ele atingirá 5 min após a potência ser ligada?

5.21 Antes de ser injetado no interior de uma fornalha, carvão pulverizado é preaquecido com a sua passagem através de um tubo cilíndrico cuja superfície é mantida a $T_{viz} = 1000$°C. As partículas de carvão ficam suspensas no escoamento do ar e se movem a uma velocidade de 3 m/s. Aproximando as partículas por esferas com 1 mm de diâmetro e supondo que elas sejam aquecidas por transferência radiante com a superfície do tubo, qual deve ser o comprimento do tubo para que o carvão seja aquecido até 600°C? A utilização do método da capacitância global é justificável?

5.22 Uma esfera de metal de diâmetro D, que se encontra a uma temperatura uniforme T_i, é subitamente removida de um forno e suspensa por meio de um fio fino em uma grande sala onde o ar está a uma temperatura uniforme T_∞ e cujas paredes estão a uma temperatura T_{viz}.

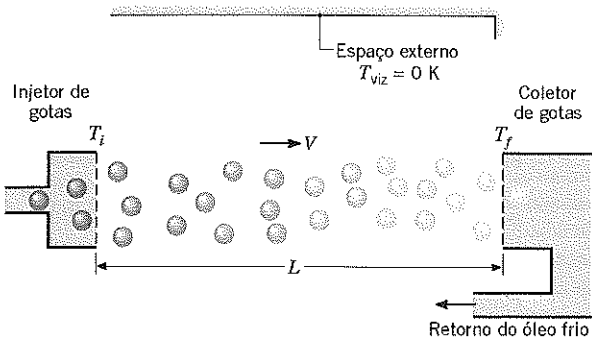
(a) Desprezando a transferência de calor por radiação, obtenha uma expressão para o tempo necessário para resfriar a esfera até uma temperatura qualquer T.

(b) Desprezando a transferência de calor por convecção, obtenha uma expressão para o tempo necessário para resfriar a esfera até uma temperatura qualquer T.

(c) O que você faria para determinar o tempo necessário para resfriar a esfera até uma temperatura qualquer T se tanto a transferência por convecção quanto a transferência por radiação tivessem a mesma ordem de grandeza?

(d) Seja uma esfera de alumínio anodizado ($\varepsilon = 0,75$) com 50 mm de diâmetro e que se encontra inicialmente a uma temperatura de $T_i = 800$ K. Tanto o ar quanto a vizinhança se encontram a uma temperatura de 300 K, e o coeficiente convectivo é de 10 W/(m²·K). Para as condições das partes (a), (b) e (c), determine o tempo necessário para a esfera resfriar até 400 K. Represente graficamente os históricos de temperatura correspondentes. Repita os cálculos para uma esfera de alumínio polido ($\varepsilon = 0,1$).

5.23 À medida que as estações espaciais permanentes aumentam de tamanho, existe um conseqüente aumento na quantidade de potência elétrica que elas dissipam. Para manter a temperatura nos compartimentos internos dentro de limites estabelecidos, torna-

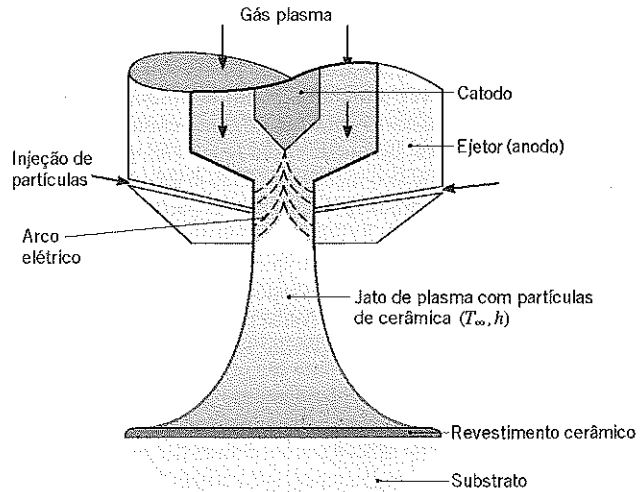
se necessário transferir o calor dissipado para o espaço. Um novo sistema proposto para a dissipação de calor é conhecido por Radiador de Gotículas Líquidas (LDR – *Liquid Droplet Radiator*). O calor é inicialmente transferido para um óleo especial para alto vácuo, que é então injetado no espaço exterior na forma de uma corrente de pequenas gotículas. A corrente percorre uma distância L, ao longo da qual se resfria pela irradiação de energia para o espaço exterior, que se encontra a uma temperatura absoluta igual a zero. As gotículas são, então, coletadas e retornadas para a estação espacial.

Considere condições nas quais as gotas, com emissividade $\varepsilon = 0{,}95$ e diâmetro $D = 0{,}5$ mm, são injetadas no espaço a uma temperatura $T_i = 500$ K e a uma velocidade $V = 0{,}1$ m/s. As propriedades do óleo são $\rho = 885$ kg/m³, $c = 1900$ J/(kg·K) e $k = 0{,}145$ W/(m·K). Supondo que cada gota irradia calor para o espaço externo a $T_{viz} = 0$ K, determine a distância L necessária para que as gotas atinjam o coletor a uma temperatura final de $T_f = 300$ K. Qual é a quantidade de energia térmica dissipada por cada gota?

5.24 Em um experimento de processamento de material conduzido a bordo do ônibus espacial, uma esfera de nióbio, com um revestimento com 10 mm de diâmetro é removida de um forno a 900°C e resfriada até uma temperatura de 300°C. Embora haja variação das propriedades do nióbio neste intervalo de temperaturas, valores constantes podem ser supostos com uma aproximação aceitável, sendo $\rho = 8600$ kg/m³, $c = 290$ J/(kg·K) e $k = 63$ W/(m·K).

(a) Se o resfriamento for conduzido em uma grande câmara, na qual há vácuo, cujas paredes estejam a 25°C, determine o tempo requerido para atingir a temperatura final, se o revestimento estiver polido e tiver uma emissividade $\varepsilon = 0{,}1$. Quanto tempo demoraria se o revestimento estivesse oxidado e $\varepsilon = 0{,}6$?

(b) Para reduzir o tempo requerido para o resfriamento, considera-se a imersão da esfera em uma corrente de um gás inerte na qual $T_\infty = 25$°C e $h = 200$ W/(m²·K). Desprezando a radiação, qual é o tempo requerido para o resfriamento?

(c) Considerando os efeitos da radiação e da convecção, qual é o tempo requerido para o resfriamento, se $h = 200$ W/(m²·K) e $\varepsilon = 0{,}6$? Explore o efeito no tempo de resfriamento de se variar independentemente h e ε.

5.25 Processos de revestimento por pulverização de plasma são usados com freqüência para fornecer proteção superficial a materiais que ficam expostos a ambientes hostis, que induzem a degradação da superfície por meio de fatores tais como desgaste mecânico, corrosão e/ou fadiga térmica. Revestimentos *cerâmicos* são usados comumente para esse propósito. Pela injeção de pó cerâmico através do bico (anodo) de um maçarico de plasma, as partículas são arrastadas pelo jato de plasma, no interior do qual elas são aceleradas e aquecidas.

Durante o seu *tempo de vôo*, as partículas cerâmicas devem ser aquecidas até o seu ponto de fusão e convertidas completamente para o estado líquido. O revestimento é formado com a colisão das gotas fundidas (*se espalham*) sobre o material do substrato, que passam por uma rápida solidificação. Considere condições nas quais partículas esféricas de alumina (Al_2O_3), com diâmetro $D_p = 50$ μm, densidade $\rho_p = 3970$ kg/m³, condutividade térmica $k_p = 10{,}5$ W/(m·K) e calor específico $c_p = 1560$ J/(kg·K), são injetadas no interior de um arco de plasma, que se encontra a $T_\infty = 10.000$ K e fornece um coeficiente $h = 30.000$ W/(m²·K) para o aquecimento convectivo das partículas. O ponto de fusão e o calor latente de fusão da alumina são $T_{pf} = 2318$ K e $h_{sf} = 3577$ kJ/kg, respectivamente.

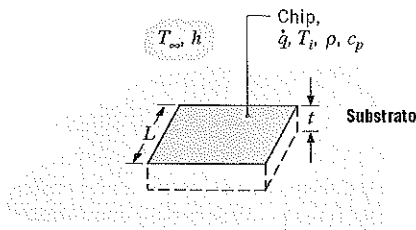
(a) Desprezando a radiação, obtenha uma expressão para o tempo de vôo, $t_{i\text{-}f}$, necessário para aquecer a partícula da sua temperatura inicial T_i até o seu ponto de fusão T_{pf}, e, uma vez na temperatura de fusão, para que a partícula se funda completamente. Calcule $t_{i\text{-}f}$ para $T_i = 300$ K e as condições de aquecimento especificadas.

(b) Supondo que a alumina possua uma emissividade de $\varepsilon_p = 0{,}4$ e que as partículas troquem calor por radiação com uma grande vizinhança a $T_{viz} = 300$ K, avalie a validade de se desprezar a radiação.

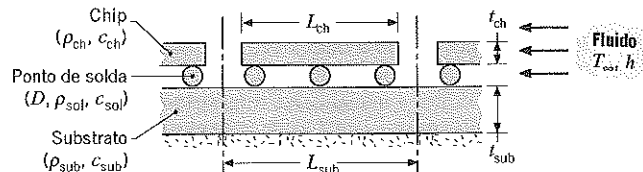
5.26 Finos filmes de revestimento caracterizados por uma alta resistência a abrasão e a fratura podem ser formados pelo uso de partículas de compósitos em microescala em um processo de pulverização de plasma. Uma partícula esférica tipicamente é constituída por um *núcleo cerâmico*, como por exemplo carbeto de tungstênio (WC) e uma *casca metálica*, como por exemplo cobalto (Co). A cerâmica fornece o fino filme de revestimento com a sua dureza desejada a altas temperaturas, enquanto o metal serve para coalescer as partículas na superfície revestida e para inibir a formação de fraturas. No processo de pulverização de plasma, as partículas são injetadas em um jato de plasma, que as aquece a uma temperatura acima do ponto de fusão da casca metálica e funde essa casca antes de as partículas colidirem com a sua superfície.

Considere partículas esféricas compostas por um núcleo de WC com diâmetro $D_i = 16$ μm, que encontra-se encapsulado por uma casca de Co de diâmetro externo $D_e = 20$ μm. Se as partículas escoam em um plasma a $T_\infty = 10.000$ K e o coeficiente associado à convecção do gás para as partículas é $h = 20.000$ W/(m²·K), quanto tempo demora para aquecer as partículas de sua temperatura inicial de $T_i = 300$ K até a tempe-

ratura de fusão do cobalto, $T_{pf} = 1770$ K? A densidade e o calor específico do WC (o núcleo das partículas) são $\rho_n = 16.000$ kg/m³, $c_n = 300$ J/(kg·K), enquanto os valores correspondentes para o Co (a casca externa) são $\rho_c = 8900$ kg/m³, $c_c = 750$ J/(kg·K). Uma vez atingido o ponto de fusão, quanto tempo adicional é necessário para fundir completamente o cobalto, sendo o seu calor latente de fusão igual a $h_{sf} = 2{,}59 \times 10^5$ J/kg? Você pode usar o método de análise da capacitância global e desprezar a troca radiante entre as partículas e a sua vizinhança.

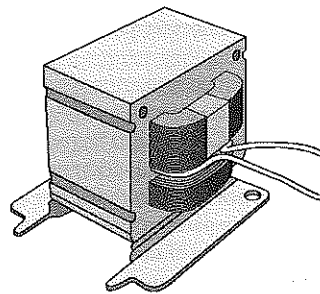
5.27 Um circuito integrado (*chip*), que possui $L = 5$ mm de lado e espessura $t = 1$ mm, é encaixado em um substrato cerâmico. Sua superfície exposta é resfriada por convecção por um líquido dielétrico com $h = 150$ W/(m²·K) e $T_\infty = 20$°C.

Quando desligado, o *chip* encontra-se em equilíbrio térmico com o refrigerante ($T_i = T_\infty$). Contudo, quando o *chip* é energizado, sua temperatura aumenta até que uma nova condição de regime estacionário seja alcançada. Na análise a seguir, o *chip* energizado é caracterizado por um aquecimento volumétrico uniforme com $\dot{q} = 9 \times 10^6$ W/m³. Supondo uma resistência de contato entre o *chip* e o substrato infinita e uma resistência condutiva no interior do *chip* desprezível, determine a temperatura do *chip* no regime estacionário, T_f. Após a ativação do *chip*, quanto tempo ele leva para atingir uma temperatura de 1°C inferior à temperatura do regime estacionário? A densidade e o calor específico do *chip* são $\rho = 2000$ kg/m³ e $c = 700$ J/(kg·K), respectivamente.

5.28 Considere as condições do Problema 5.27. Além de levar em conta a transferência de calor por convecção diretamente do *chip* para o refrigerante, uma análise mais realista deveria também levar em consideração a transferência de calor indireta que ocorre do *chip* para o substrato e então deste último para o refrigerante. A resistência térmica total associada a essa rota indireta inclui as contribuições da interface *chip*-substrato (uma resistência de contato), da condução multidimensional no interior do substrato e da convecção da superfície do substrato para o refrigerante. Se essa resistência total equivale a $R_t = 200$ K/W, qual é a nova temperatura em regime estacionário do *chip* em operação T_f? Após a ativação do *chip*, quanto tempo ele leva para atingir uma temperatura 1°C inferior à nova temperatura do regime estacionário?

5.29 O teste de estresse térmico é um procedimento usual utilizado para avaliar a confiabilidade de um pacote eletrônico. Tipicamente, estresses térmicos são induzidos em conexões soldadas ou de fios para revelarem mecanismos que poderiam causar falha e devem, conseqüentemente, ser corrigidos antes de o produto ser lançado. Como exemplo do procedimento, considere uma série de *chips* de silício ($\rho_{ch} = 2300$ kg/m³, $c_{ch} = 710$ J/(kg·K)) fixada a um substrato de alumínio ($\rho_{sub} = 4000$ kg/m³, $c_{sub} = 770$ J/(kg·K)) por pontos de solda ($\rho_{sol} = 11000$ kg/m³, $c_{sol} = 130$ J/(kg·K)). Cada *chip*, com largura L_{ch} e espessura t_{ch}, é fixado a uma seção unitária do substrato, com largura L_{sub} e espessura t_{sub}, por pontos (considere uma esfera) de solda de diâmetro D.

Um teste de estresse térmico inicia submetendo-se o módulo *multichip*, que se encontra inicialmente à temperatura ambiente, a uma corrente de fluido quente e em seguida se resfria o módulo pela sua exposição a uma corrente de fluido frio. O processo é repetido por um número especificado de ciclos para avaliar a integridade das conexões soldadas.

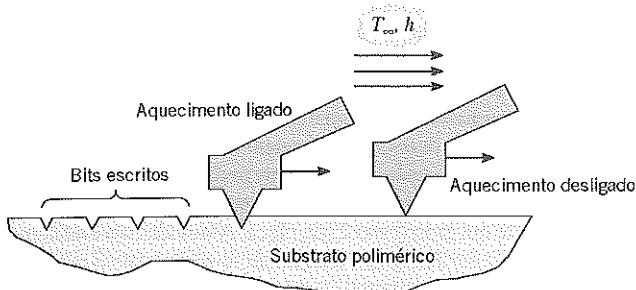
(a) Como uma primeira aproximação, considere que haja transferência de calor desprezível entre os componentes (*chip*/solda/substrato) do módulo e que a resposta térmica de cada componente pode ser determinada em uma análise de capacitância global envolvendo o mesmo coeficiente de transferência de calor h. Supondo não haver redução na área superficial devido ao contato entre um ponto de solda e o *chip* ou o substrato, obtenha expressões para a constante de tempo térmica de cada componente. A transferência de calor ocorre em todas as superfícies do *chip*, mas somente na superfície superior do substrato. Calcule as três constantes de tempo para $L_{ch} = 15$ mm, $t_{ch} = 2$ mm, $L_{sub} = 25$ mm, $t_{sub} = 10$ mm, $D = 2$ mm e um valor de $h = 50$ W/(m²·K), que é característico de uma corrente de ar. Calcule e represente graficamente os históricos das temperaturas dos três componentes para a etapa de aquecimento de um ciclo, com $T_i = 20$°C e $T = 80$°C. Em que instante cada componente atinge 99% do aumento de temperatura máximo possível, ou seja, $(T - T_i)/(T - T_i) = 0{,}99$? Se o estresse máximo em um ponto de solda corresponde à máxima diferença entre sua temperatura e aquela do *chip* ou do substrato, quando este máximo ocorre?

(b) Para reduzir o tempo necessário para completar um teste de estresse, um líquido dielétrico poderia ser usado no lugar do ar para propiciar um coeficiente convectivo maior ou igual a $h = 200$ W/(m²·K). Quais são os ganhos correspondentes no tempo para cada componente atingir 99% do seu aumento de temperatura máximo possível?

5.30 O objetivo desse problema é desenvolver modelos térmicos para estimar temperaturas no regime estacionário e o histórico das temperaturas transientes do transformador elétrico mostrado a seguir.

A geometria externa do transformador é aproximadamente cúbica, com um comprimento de 32 mm em cada lado. A massa conjunta do ferro e do cobre no transformador é de 0,28 kg e o seu calor específico médio ponderado pelo peso é de 400 J/(kg·K). O transformador dissipa 4,0 W e está operando no ar ambiente a $T_\infty = 20$°C, com um coeficiente de transferência de calor igual a 10 W/(m²·K). Liste e justifique as hipóteses feitas em sua análise, e discuta as limitações dos modelos.

(a) Iniciando com um volume de controle apropriadamente definido, desenvolva um modelo para estimar a temperatura em regime estacionário do transformador, $T(\infty)$. Calcule $T(\infty)$ para as condições operacionais especificadas.

(b) Desenvolva um modelo para estimar a resposta térmica (histórico da temperatura) do transformador se ele estiver inicialmente a uma temperatura $T_i = T_\infty$ e a potência for instantaneamente acionada. Determine o tempo necessário para o transformador chegar a 5°C da sua temperatura de operação em regime estacionário.

5.31 No armazenamento termomecânico de dados, uma cabeça de processamento, constituída por M pontas aquecidas, é usada para escrever os dados sobre um meio polimérico de armazenamento. Há microaquecedores por resistência elétrica em cada cabeça, que continuamente se deslocam sobre a superfície do meio. Os aquecedores são ligados e desligados através do controle da corrente elétrica para cada braço. Quando um braço passa por um ciclo completo de aquecimento e resfriamento, o polímero abaixo dele é amolecido e um bit de dados é escrito na forma de um *furo na superfície* do polímero. Uma trilha de bits de dados individuais (furos), cada um separado por aproximadamente 50 nm, pode ser feita. Múltiplas trilhas de bits, também separadas por aproximadamente 50 nm, são então esculpidas na superfície do meio de armazenamento. Seja um único braço que é fabricado com silício com uma massa de 50×10^{-18} kg e uma área superficial de 600×10^{-15} m². O braço está inicialmente a $T_i = T_\infty = 300$ K e o coeficiente de transferência de calor entre o braço e o ambiente é de 200×10^3 W/(m²·K).

(a) Determine o aquecimento hômico requerido para elevar a temperatura do braço para $T = 1000$ K em um tempo de aquecimento de $t_a = 1$ μs. *Sugestão*: Veja o Problema 5.20.

(b) Ache o tempo requerido para resfriar o braço de 1000 K para 400 K (t_r) e o tempo de processamento térmico requerido para um ciclo de aquecimento e resfriamento completo, $t_p = t_a + t_r$.

(c) Determine quantos *bits* (N) podem ser escritos em um meio polimérico de armazenamento de 1 mm × 1 mm. Se $M = 100$ braços são montados em uma única cabeça de processamento, determine o tempo total de processamento térmico necessário para escrever os dados.

5.32 A fusão da água inicialmente na temperatura de fusão, $T_f = 0$°C, foi considerada no Exemplo 1.5. O congelamento da água freqüentemente ocorre a 0°C. Contudo, líquidos puros, que passam por um processo de resfriamento, podem permanecer em um estado de líquido *super-resfriado* bem abaixo de sua temperatura de congelamento no equilíbrio, T_f, particularmente quando o líquido não está em contato com qualquer material sólido. Gotas de água líquida na atmosfera têm uma temperatura de congelamento super-resfriado, $T_{f,sr}$, que pode ser bem correlacionada com o diâmetro da gota pela expressão $T_{f,sr} = -28 + 0{,}87 \ln(D_p)$ na faixa de diâmetros $10^{-7} < D_p < 10^{-2}$ m, onde $T_{f,sr}$ tem unidades de graus Celsius e D_p é expresso em metros. Para uma gota de diâmetro $D = 50$ μm e temperatura inicial $T_i = 10$°C, em condições ambientais de $T_\infty = -40$°C e $h = 900$ W/(m²·K), compare o tempo necessário para solidificar completamente a gota para o caso A, quando a gota se solidifica a $T_f = 0$°C, e para o caso B, quando a gota inicia o congelamento a $T_{f,sr}$. Esboce o histórico da temperatura do tempo inicial ao tempo no qual a gota está completamente solidificada. *Sugestão*: Quando a gota atinge $T_{f,sr}$ no caso B, uma rápida solidificação ocorre durante a qual a energia latente liberada pela água que está congelando é absorvida pelo líquido restante na gota. Tão logo algum gelo é formado no interior da gota, o líquido restante fica em contato com um sólido (o gelo) e a temperatura de congelamento muda imediatamente de $T_{f,sr}$ para $T_f = 0$°C.

5.33 Como observado no Problema 5.3, fornos de microondas operam aliando e revertendo moléculas de água no interior do alimento, resultando em uma geração volumétrica de energia e, desta forma, no cozimento do alimento. Entretanto, quando o alimento está inicialmente congelado, as moléculas de água não oscilam facilmente em resposta às microondas e as taxas de geração volumétrica estão entre uma e duas ordens de grandeza menores em relação às taxas presentes se a água estivesse na forma líquida. (A potência das microondas que não é absorvida no alimento é refletida de volta para o gerador de microondas, onde deve ser dissipada na forma de calor para evitar danos ao gerador.)

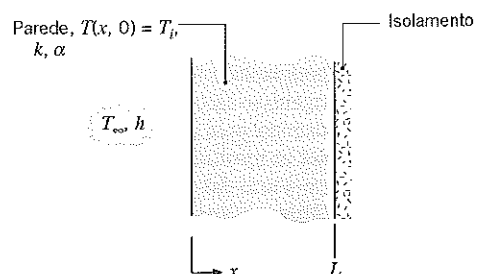
(a) Considere um pedaço de carne congelada, esférico e com 1 kg, a uma temperatura inicial de $T_i = -20$°C, no interior de um forno de microondas com $T_\infty = 30$°C e $h = 15$ W/(m²·K). Determine quanto vai demorar para a carne atingir uma temperatura uniforme de $T = 0$°C, com toda a água na forma de gelo. Suponha que as propriedades da carne são iguais às do gelo e considere que 3% da potência do forno ($P = 1$ kW total) é absorvida no alimento.

(b) Após todo o gelo ser convertido em líquido, determine quanto tempo demora para aquecer a carne até $T_f = 80$°C se 95% da potência do forno for absorvida no alimento. Suponha que as propriedades da carne são as mesmas da água líquida.

(c) Quando descongelamos alimentos em fornos de microondas, é possível observar que parte do alimento permanece congelada enquanto outras partes são cozidas em demasia. Explique por que isto ocorre. Explique por que a maioria dos fornos de microondas possui ciclos de descongelamento associados a potências muito baixas no forno.

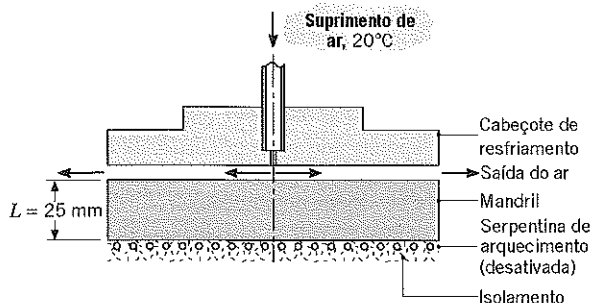
Condução Unidimensional: A Parede Plana

5.34 Considere a solução em série, Equação 5.39, para a parede plana com convecção. Calcule as temperaturas θ^* no seu plano central ($x^* = 0$) e na sua superfície ($x^* = 1$) para $Fo = 0{,}1$ e 1, usando $Bi = 0{,}1$; 1 e 10. Considere somente os quatro primeiros autovalores. Com base nesses resultados, discuta a validade das soluções aproximadas, Equações 5.40 e 5.41.

5.35 Considere a parede unidimensional mostrada na figura, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme T_i e que é subitamente submetida à condição de contorno convectiva com um fluido a T_∞.

Para uma parede em particular, caso 1, a temperatura em $x = L_1$, após $t_1 = 100$ s é de $T_1(L_1,t_1) = 315°C$. Uma outra parede, caso 2, possui espessura e condições térmicas diferentes, conforme mostrado a seguir.

Caso	L (m)	α (m²/s)	k (W/(m·K))	T_i (°C)	T_∞ (°C)	h (W/(m²·K))
1	0,10	15×10^{-6}	50	300	400	200
2	0,40	25×10^{-6}	100	30	20	100

Quanto tempo será necessário para a segunda parede atingir 28,5°C na posição $x = L_2$? Use como base para a sua análise a dependência funcional adimensional da distribuição de temperaturas transiente representada pela Equação 5.38.

5.36 Com referência à ferramenta para processamento de semicondutores descrita no Problema 5.13, deseja-se, em algum ponto do ciclo de fabricação, resfriar o mandril, que é feito com liga de alumínio 2024. O procedimento de resfriamento proposto envolve a passagem de ar a 20°C entre o cabeçote de suprimento de ar e a superfície do mandril.

(a) Se o mandril se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme de 100°C, calcule o tempo necessário para a sua superfície inferior atingir 25°C, considerando um coeficiente convectivo uniforme de 50 W/(m²·K) na interface entre o cabeçote e o mandril.

(b) Gere um gráfico do tempo necessário para o resfriamento em função do coeficiente convectivo, para o intervalo $10 \leq h \leq 2000$ W/(m²·K). Se o limite inferior representar uma condição de convecção natural sem a presença do cabeçote, comente a respeito da eficiência do projeto do cabeçote como um método para promover o resfriamento do mandril.

5.37 Têmpera é um processo no qual o aço é reaquecido e, então, resfriado para ficar menos quebradiço. Seja o estágio de reaquecimento para uma placa de aço com 100 mm de espessura ($\rho = 7830$ kg/m³, $c = 550$ J/(kg·K), $k = 48$ W/(m·K)) que está inicialmente a uma temperatura uniforme de $T_i = 200°C$ e deve ser aquecida a uma temperatura máxima de 550°C. O aquecimento é efetuado em um forno de fogo direto, onde produtos de combustão a $T_\infty = 800°C$ mantêm um coeficiente de transferência de calor de $h = 250$ W/(m²·K) em ambas as superfícies da placa. Quanto tempo a placa deve ser deixada dentro do forno?

5.38 Considere o duto bem isolado termicamente do Exemplo 5.4, que é subitamente sujeito ao escoamento de um óleo quente. Use uma rotina computacional para a condução transiente em paredes planas para obter os resultados a seguir.

(a) Calcule as temperaturas das superfícies interna e externa do duto, o fluxo térmico na superfície interna e a energia transferida para a parede após 8 min. Compare os seus resultados com aqueles obtidos no exemplo.

(b) Em que tempo a temperatura da superfície externa do duto, $T(0, t)$, atingirá 25°C?

(c) Com a sua rotina, calcule e represente graficamente em um único gráfico as distribuições de temperaturas, $T(x, t)$, na condição inicial, na condição final e nos tempos intermediários de 4 e 8 min. Explique características importantes das distribuições.

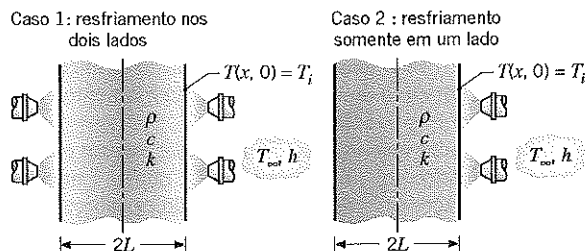
(d) Calcule e represente graficamente o histórico das temperaturas, $T(x, t)$, nas superfícies interna ($x = 0$) e externa ($x = L$) do duto para $0 \leq t \leq 16$ min.

5.39 A parede, com 150 mm de espessura, de um forno a fogo direto é construída com tijolos de argila refratária ($k = 1,5$ W/(m·K), $\rho = 2600$ kg/m³, $c_p = 1000$ J/(kg·K)) e está isolada em sua superfície externa. A parede está a uma temperatura inicial uniforme de 20°C, quando os queimadores são acesos e a superfície interna é exposta aos produtos de combustão para os quais $T_\infty = 950°C$ e $h = 100$ W/(m²·K).

(a) Quanto tempo demora para a superfície externa da parede atingir umaAEmperatura de 750°C?

(b) Represente a distribuição de temperaturas no interior da parede no tempo determinado no item (a), assim como em diversos tempos intermediários.

5.40 Aço é seqüencialmente aquecido e resfriado (*temperado*) para aliviar estresses e torná-lo menos quebradiço. Seja uma placa com 100 mm de espessura ($k = 45$ W/(m·K), $\rho = 7800$ kg/m³, $c_p = 500$ J/(kg·K)) que está inicialmente a uma temperatura uniforme de 300°C e é aquecida (em ambos os lados) em um forno a fogo direto para o qual $T_\infty = 700°C$ e $h = 500$ W/(m²·K). Quanto tempo demora para que uma temperatura mínima de 550°C na placa seja atingida?

5.41 Uma placa com espessura $2L = 25$ mm, a uma temperatura de 600°C, é removida de uma operação de prensagem a quente e tem que ser resfriada rapidamente de modo a adquirir as propriedades físicas desejadas. A engenheira de processo planeja usar jatos de ar para controlar a taxa de resfriamento, mas ela está na dúvida se há necessidade de resfriar os dois lados (caso 1) ou somente um lado (caso 2) da placa. A dúvida não está somente no *tempo para resfriar*, mas também em relação à máxima diferença de temperaturas no interior da placa. Se esta diferença de temperaturas for muito grande, pode haver um empeno significativo na placa.

O ar é fornecido a 25°C e o coeficiente convectivo na superfície é de 400 W/(m²·K). As propriedades termofísicas da placa são $\rho = 3000$ kg/m³, $c = 750$ J/(kg·K) e $k = 15$ W/(m·K).

a) Usando uma rotina computacional para a condução transiente em paredes planas, calcule e represente graficamente os comportamentos dinâmicos da temperatura nos casos 1 e 2 para um período de resfriamento de 500 s. Compare os tempos necessários para a temperatura máxima na placa atingir 100°C. Suponha que não haja perda de calor pela superfície não exposta do caso 2.

(b) Para os dois casos, calcule e represente graficamente a variação com o tempo da diferença máxima de temperaturas no interior da placa. Comente sobre o tamanho relativo dos

gradientes de temperatura no interior da placa como funções do tempo.

5.42 Durante a operação transiente, o ejetor de um motor de foguete, feito em aço, não deve exceder uma temperatura máxima de operação de 1500 K quando exposto a gases de combustão caracterizados por uma temperatura de 2300 K e um coeficiente de transferência de calor por convecção de 5000 W/(m²·K). Para estender o período de duração da operação do motor, propõe-se a aplicação de um *revestimento protetor térmico* cerâmico (k = 10 W/(m·K), $\alpha = 6 \times 10^{-6}$ m²/s) sobre a superfície interna do ejetor.

(a) Para um revestimento cerâmico com 10 mm de espessura e inicialmente a uma temperatura de 300 K, obtenha uma estimativa conservativa para a máxima duração de operação do motor permitida. O raio do ejetor é muito maior do que o somatório das espessuras da parede e do revestimento.

(b) Calcule e represente graficamente as temperaturas das superfícies interna e externa do revestimento em função do tempo para $0 \leq t \leq 150$ s. Repita os cálculos para um revestimento com espessura de 40 mm.

5.43 Em um processo de têmpera, uma lâmina de vidro que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme T_i é subitamente resfriada pela redução da temperatura em ambas as superfícies para T_s. A lâmina tem uma espessura de 20 mm e o vidro possui uma difusividade térmica de 6×10^{-7} m²/s.

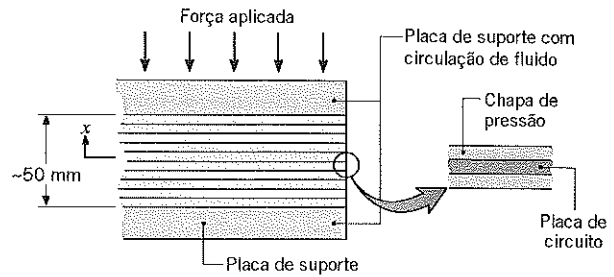
(a) Quanto tempo levará até que a temperatura no plano central da lâmina atinja 50% da sua máxima redução de temperatura possível?

(b) Se $(T_i - T_s) = 300$°C, qual é o máximo gradiente de temperatura no vidro no instante de tempo supracitado?

5.44 A resistência e a estabilidade de pneus podem ser melhoradas pelo aquecimento de ambos os lados da borracha (k = 0,14 W/(m·K), $\alpha = 6{,}35 \times 10^{-8}$ m²/s) em uma câmara de vapor na qual T_∞ = 200°C. No processo de aquecimento, uma parede de borracha com 20 mm de espessura (suposta não-frisada) é levada de sua temperatura inicial de 25°C até uma temperatura no plano central de 150°C.

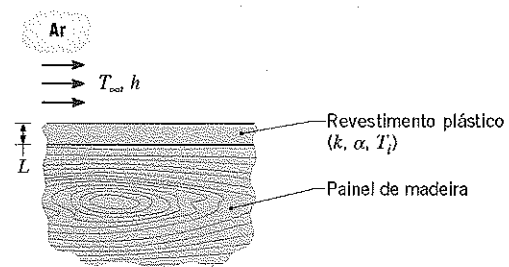
(a) Se o escoamento do vapor sobre as superfícies do pneu mantém um coeficiente convectivo de h = 200 W/(m²·K), quanto tempo será necessário para se atingir a temperatura desejada no plano central?

(b) Para acelerar o processo de aquecimento, recomenda-se que o escoamento do vapor seja feito com vigor suficiente a fim de manter as superfícies do pneu a uma temperatura de 200°C durante todo o processo. Calcule e represente graficamente as temperaturas no plano central e nas superfícies do pneu para esse caso, assim como para as condições da parte (a).

5.45 Placas de circuito impresso em fibra de vidro revestidas com cobre e preenchidas com epóxi são tratadas pelo aquecimento, sob alta pressão, de uma pilha de placas, conforme mostrado na figura. O propósito da operação de aquecimento sob pressão é curar o epóxi que liga as folhas de fibra de vidro, conferindo rigidez às placas. A pilha de placas, chamada de *livro*, é composta por 10 *placas* e 11 *chapas de pressão*, que evitam que o epóxi escoe por entre as placas e proporcionam um acabamento liso às placas curadas. Com o objetivo de efetuar uma análise térmica simplificada, é razoável fazer uma aproximação na qual o livro possui uma condutividade térmica efetiva (k) e uma capacitância térmica efetiva (ρc_p). Calcule as propriedades efetivas se cada uma das placas de circuito e das chapas de pressão possui uma espessura de 2,36 mm e as seguintes propriedades termofísicas: placa (p) — ρ_p = 1000 kg/m³, $c_{p,p}$ = 1500 J/(kg·K), k_p = 0,30 W/(m·K); chapa (c) — ρ_c = 8000 kg/m³, $c_{p,c}$ = 480 J/(kg·K), k_c = 12 W/(m·K).

5.46 Placas de circuito impresso são tratadas pelo aquecimento sob pressão de uma pilha dessas placas, conforme ilustrado no Problema 5.45. As placas de suporte acima e abaixo da pilha são mantidas a uma temperatura uniforme pela circulação de um fluido. O propósito da operação de aquecimento sob pressão é a cura do epóxi, que liga as folhas de fibra de vidro e confere rigidez às placas de circuito. A condição de cura é obtida quando o epóxi é mantido a uma temperatura igual ou superior a 170°C por pelo menos 5 min. As propriedades termofísicas efetivas da pilha ou *livro* (placas de circuito e chapas de pressão) são k = 0,613 W/(m·K) e $(\rho c_p) = 2{,}73 \times 10^6$ J/(m³·K).

(a) Se inicialmente o livro se encontra a 15°C e, após a aplicação da pressão, as placas de suporte são subitamente aquecidas a uma temperatura uniforme de 190°C, calcule o tempo necessário t_a para que a temperatura no plano central do livro atinja a temperatura de cura de 170°C.

(b) Se, nesse instante de tempo, $t = t_a$, a temperatura nas placas de suporte for reduzida bruscamente para 15°C, qual a quantidade de energia que deverá ser removida do livro pelo refrigerante que circula nas placas de suporte, a fim de que a pilha retorne à sua temperatura inicial uniforme?

5.47 Inicia-se a aplicação de um revestimento plástico em painéis de madeira pela deposição de polímero fundido sobre o painel e o posterior resfriamento da superfície do polímero ao submetê-la a uma corrente de ar a 25°C. Como uma primeira aproximação, o calor de reação associado à solidificação do polímero pode ser desprezado e a interface polímero/madeira pode ser considerada adiabática.

Sendo a espessura do revestimento L = 2 mm e ele estando a uma temperatura inicial de T_i = 200°C, quanto tempo é necessário para a superfície atingir a temperatura *segura para o toque* de 42°C, se o coeficiente de transferência de calor por convecção for h = 200 W/(m²·K)? Qual é o valor correspondente da temperatura da interface? A condutividade térmica e a difusividade térmica do plástico são k = 0,25 W/(m·K) e $\alpha = 1{,}20 \times 10^{-7}$ m²/s, respectivamente.

Condução Unidimensional: O Cilindro Longo

5.48 Um longo bastão cilíndrico, com 60 mm de diâmetro e propriedades termofísicas iguais a ρ = 8000 kg/m³, c = 500 J/(kg·K) e k = 50 W/(m·K), encontra-se inicialmente a uma temperatura

uniforme e é aquecido em um forno de convecção forçada mantido a 750 K. O coeficiente de transferência de calor por convecção é estimado igual a 1000 W/(m²·K).

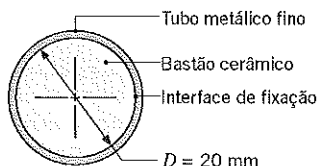
(a) Qual é a temperatura no eixo central do bastão quando a sua temperatura na superfície é de 550 K?

(b) Em um processo de tratamento térmico, a temperatura no eixo central do bastão deve ser aumentada de $T_i = 300$ K a $T = 500$ K. Calcule e represente graficamente os históricos de temperatura no eixo central do bastão para $h = 100$, 500 e 1000 W/(m²·K). Em cada caso, o cálculo pode ser interrompido quando $T = 500$ K.

5.49 Um cilindro comprido com 30 mm de diâmetro, inicialmente a uma temperatura uniforme de 1000 K, é subitamente resfriado pela imersão em um grande banho de óleo que se encontra a uma temperatura constante de 350 K. As propriedades do cilindro são $k = 1{,}7$ W/(m·K), $c = 1600$ J/(kg·K) e $\rho = 400$ kg/m³, enquanto o coeficiente convectivo é de 50 W/(m²·K).

(a) Calcule o tempo necessário para a superfície do cilindro atingir 500 K.

(b) Calcule e represente o histórico da temperatura da superfície do cilindro ao longo do intervalo $0 \le t \le 300$ s. Se o óleo fosse agitado, fornecendo um coeficiente convectivo de 250 W/(m²·K), como o histórico da temperatura iria mudar?

5.50 Um longo bastão de pirocerâmica com 20 mm de diâmetro é revestido por um tubo metálico muito fino para proteção mecânica. A fixação entre o bastão e o tubo possui uma resistência térmica de contato de $R''_{t,c} = 0{,}12$ m·K/W.

(a) Se o bastão está inicialmente a uma temperatura uniforme de 900 K e é subitamente resfriado pela sua exposição a uma corrente de ar, na qual $T_\infty = 300$ K e $h = 100$ W/(m²·K), em que instante de tempo a temperatura no eixo central do bastão atinge 600 K?

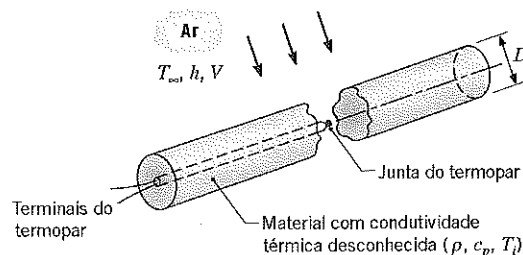
(b) O resfriamento pode ser acelerado pelo aumento da velocidade do ar e, portanto, do coeficiente convectivo. Para valores de $h = 100$, 500 e 1000 W/(m²·K), calcule e represente graficamente as temperaturas no eixo central e na superfície do bastão de pirocerâmica em função do tempo para $0 \le t \le 300$ s. Comente a respeito das implicações de melhorar o resfriamento do bastão exclusivamente pelo aumento no valor de h.

5.51 Uma barra comprida cilíndrica, com 40 mm de diâmetro, fabricada em safira (óxido de alumínio) e inicialmente a uma temperatura uniforme de 800 K, é resfriada subitamente por um fluido a 300 K, que mantém um coeficiente de transferência de calor de 1600 W/(m²·K). Após 35 s, ela é enrolada com uma manta isolante, de tal modo que não mais perde calor. Qual será a temperatura da barra após um longo período de tempo?

5.52 Um longo bastão de plástico com 30 mm de diâmetro ($k = 0{,}3$ W/(m·K) e $\rho c_p = 1040$ kJ/(m³·K) é aquecido uniformemente em uma estufa como preparação para uma operação de prensagem. Para obtenção de melhores resultados, a temperatura no bastão não deve ser inferior a 200°C. Até que temperatura uniforme o bastão deve ser aquecido na estufa se, para o pior dos casos, o bastão repousa sobre uma esteira transportadora por 3 min antes da prensagem, permanecendo exposto a um resfriamento por convecção ao ar ambiente a 25°C, com um coeficiente convectivo de 8 W/(m²·K)? Uma outra condição para a obtenção de bons resultados é a diferença entre as temperaturas máxima e mínima no bastão, que não deve exceder 10°C. Essa condição é satisfeita e, se não, o que você poderia fazer para satisfazê-la?

5.53 Como parte de um processo de tratamento térmico, bastões de aço inoxidável 304 com 100 mm de diâmetro são resfriados a partir de uma temperatura inicial de 500°C pela sua suspensão em um banho de óleo a 30°C. Se um coeficiente de transferência de calor por convecção de 500 W/(m²·K) for mantido pela circulação do óleo, quanto tempo demora para o eixo central dos bastões atingir uma temperatura de 50°C, quando então ele é retirado do banho? Se 10 bastões de comprimento $L = 1$ m forem processados por hora, qual é a taxa nominal na qual energia deve ser retirada do banho (a carga de resfriamento)?

5.54 Em um processo de fabricação, longos bastões de diferentes diâmetros estão a uma temperatura uniforme de 400°C no interior de um forno de cura, do qual são retirados e resfriados por convecção forçada no ar a 25°C. Um dos operadores observou que demora 280 segundos para um bastão de 40 mm de diâmetro esfriar até uma temperatura *segura para o toque* de 60°C. Para um coeficiente de transferência de calor por convecção equivalente, quanto tempo será preciso para um bastão de 80 mm de diâmetro se resfriar até a mesma temperatura? As propriedades termofísicas dos bastões são $\rho = 2500$ kg/m³, $c = 900$ J/(kg·K) e $k = 15$ W/(m·K). Comente o seu resultado. Você anteviu esse resultado?

5.55 A densidade e o calor específico de um certo material são conhecidos ($\rho = 1200$ kg/m³, $c_p = 1250$ J/(kg·K)), mas a sua condutividade térmica é desconhecida. Para determinar a condutividade térmica, um longo cilindro do material com diâmetro $D = 40$ mm é torneado e um termopar é inserido através de um pequeno furo ao longo de seu eixo central.

A condutividade térmica é determinada realizando-se um experimento no qual o cilindro é aquecido até uma temperatura uniforme de $T_i = 100$°C e, então, resfriado pela passagem de ar a $T_\infty = 25$°C em escoamento cruzado sobre o cilindro. Para a velocidade do ar especificada, o coeficiente convectivo é de $h = 55$ W/(m²·K).

(a) Se uma temperatura no eixo central de $T(0,t) = 40$°C for anotada após $t = 1136$ s de resfriamento, verifique que o material tem uma condutividade térmica de $k = 0{,}30$ W/(m·K).

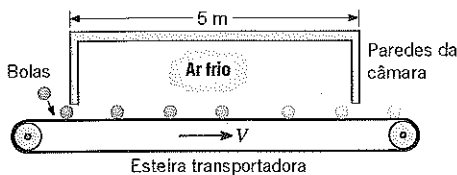
(b) Para o ar em escoamento cruzado sobre o cilindro, o valor especificado de $h = 55$ W/(m²·K) corresponde a uma velocidade de $V = 6{,}8$ m/s. Se $h = CV^{0{,}618}$, onde a constante C tem unidades de W s$^{0{,}618}$/(m$^{2{,}618}$ K), como a temperatura no eixo central em $t = 1136$ s varia com a velocidade para $3 \le V \le 20$ m/s? Determine os históricos da temperatura no eixo central para $0 \le t \le 1500$ s e velocidades de 3, 10 e 20 m/s.

5.56 Na Seção 5.2 observamos que o valor do número de Biot influencia de forma significativa a natureza da distribuição de temperaturas em um sólido durante um processo condutivo transiente. Reforce o seu entendimento desse conceito importante usando uma rotina computacional para condução unidimensional transiente para determinar a distribuição radial de tempera-

turas em um bastão de aço inoxidável (k = 15 W/(m·K), ρ = 8000 kg/m³, c_p = 475 J/(kg·K)), com 30 mm de diâmetro, quando ele é resfriado de uma temperatura inicial uniforme de 325°C por um fluido a 25°C. Para os valores a seguir do coeficiente de transferência de calor por convecção e os tempos designados, determine a distribuição radial de temperaturas: h = 100 W/(m²·K) (t = 0, 100, 500 s); h = 1000 W/(m²·K) (t = 0, 10, 50 s); h = 5000 W/(m²·K) (t = 0, 1, 5, 25 s). Prepare um gráfico para cada coeficiente convectivo, no qual a temperatura será representada como uma função do raio adimensional nos tempos designados.

Condução Unidimensional: A Esfera

5.57 No tratamento térmico para endurecer bilhas de rolamento feitas em aço (c = 500 J/(kg·K), ρ = 7800 kg/m³, k = 50 W/(m·K)), é desejável aumentar a temperatura superficial por um curto período de tempo, sem no entanto provocar um aquecimento significativo no interior da bilha. Esse tipo de aquecimento pode ser obtido por meio de uma rápida imersão da esfera em um banho de sal fundido a uma temperatura T_∞ = 1300 K e h = 5000 W/(m²·K). Considere que qualquer ponto no interior da esfera cuja temperatura seja superior a 1000 K tenha sido atingido pelo tratamento. Calcule o tempo necessário para tratar o milímetro mais externo de uma esfera com 20 mm de diâmetro, se a sua temperatura inicial é de 300 K.

5.58 Uma câmara de ar frio é proposta para o resfriamento de esferas de aço com diâmetro D = 0,2 m e temperatura inicial T_i = 400°C. O ar na câmara é mantido a −15°C por um sistema de refrigeração e as esferas de aço a atravessam sobre uma esteira transportadora. A produção otimizada das bolas exige que 70% de sua energia térmica inicial, acima de −15°C, sejam removidos. Os efeitos radiantes podem ser desprezados e o coeficiente de transferência de calor por convecção no interior da câmara é igual a 1000 W/(m²·K). Calcule o tempo de resistência das bolas no interior da câmara e recomende uma velocidade da esteira transportadora. As seguintes propriedades podem ser usadas para o aço: k = 50 W/(m·K), ρ = 2 × 10⁻⁵ m²/s e c = 450 J/(kg·K).

5.59 Bilhas de aço inoxidável (AISI 304), que foram aquecidas uniformemente até 850°C, são endurecidas pelo resfriamento em um banho de óleo mantido a 40°C. O diâmetro de cada esfera é de 20 mm e o coeficiente convectivo associado ao banho de óleo é de 1000 W/(m²·K).

(a) Se o resfriamento deve prosseguir até que a temperatura superficial das esferas atinja 100°C, quanto tempo devem as esferas permanecer imersas no banho de óleo? Qual é a temperatura no centro das esferas no instante da conclusão do período de resfriamento?

(b) Se 10.000 bilhas devem ser resfriadas a cada hora, qual é a taxa na qual energia deve ser removida pelo sistema de resfriamento do banho de óleo de modo a mantê-lo à temperatura de 40°C?

5.60 Uma esfera com 30 mm de diâmetro inicialmente a 800 K é resfriada em um grande banho, mantido a uma temperatura constante de 320 K e com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 75 W/(m²·K). As propriedades termofísicas do material da esfera são: ρ = 400 kg/m³, c = 1600 J/(kg·K) e k = 1,7 W/(m·K).

(a) Mostre, de maneira qualitativa em coordenadas $T-t$, as temperaturas do centro e da superfície da esfera em função do tempo.

(b) Calcule o tempo necessário para a superfície da esfera atingir a temperatura de 415 K.

(c) Determine o fluxo térmico (W/m²) na superfície externa da esfera no instante determinado na parte (b).

(d) Determine a energia (J) que foi perdida pela esfera durante o processo de resfriamento até a sua temperatura na superfície atingir 415 K.

(e) No tempo determinado na parte (b), a esfera é rapidamente removida do banho de resfriamento e coberta por uma camada de um isolante térmico perfeito, de tal forma que não há mais perda de calor pela superfície da esfera. Qual será a temperatura da esfera após transcorrido um longo período de tempo?

[(f)] Calcule e represente graficamente os históricos das temperaturas no centro e na superfície da esfera para o período $0 \leq t \leq 150$ s. Que efeito tem um aumento no valor do coeficiente de transferência de calor por convecção para h = 200 W/(m²·K) sobre os históricos representados anteriormente? Para h = 75 e 200 W/(m²·K), calcule e represente o fluxo térmico na superfície em função do tempo para $0 \leq t \leq 150$ s.

5.61 Duas esferas, A e B, estão inicialmente a 800 K e são resfriadas simultaneamente em grandes banhos, que são mantidos à mesma temperatura constante de 320 K. Os parâmetros a seguir estão associados a cada uma das esferas e aos seus respectivos processos de resfriamento.

	Esfera A	**Esfera B**
Diâmetro (mm)	300	30
Densidade (kg/m³)	1600	400
Calor específico (kJ/kg·K)	0,400	1,60
Condutividade térmica (W/m·K)	170	1,70
Coeficiente convectivo (W/m²·K)	5	50

(a) Mostre de maneira qualitativa, em coordenadas T versus t, as temperaturas no centro e na superfície de cada esfera em função do tempo. Explique sucintamente o raciocínio utilizado na determinação do posicionamento relativo das duas curvas.

(b) Calcule o tempo necessário para a superfície de cada esfera atingir 415 K.

(c) Determine a energia ganha por cada um dos banhos durante o processo de resfriamento das esferas até a temperatura superficial de 415 K.

5.62 Esferas de 40 mm de diâmetro, aquecidas até uma temperatura uniforme de 400°C, são subitamente retiradas de um forno e colocadas em um banho de ar com escoamento forçado, operando a 25°C com um coeficiente convectivo de 300 W/(m²·K) na superfície das esferas. As propriedades termofísicas do material das esferas são ρ = 3000 kg/m³, c = 850 J/(kg·K) e k = 15 W/(m·K).

(a) Quanto tempo as esferas devem permanecer no banho de ar para que 80% da energia térmica seja removida?

(b) As esferas são então colocadas em uma caixa de armazenamento que impede mais transferência de calor com o ambiente. Qual temperatura uniforme as esferas vão atingir após um longo tempo?

5.63 Considere um leito fixo operando nas condições do Problema 5.12, mas com Pirex (ρ = 2225 kg/m³, c = 835 J/(kg·K), k =

1,4 W/(m·K)) sendo usado no lugar do alumínio. Quanto tempo demora para uma esfera perto da entrada do sistema acumular 90% da energia térmica máxima possível? Qual é a temperatura correspondente no centro da esfera?

5.64 O coeficiente convectivo associado ao escoamento de um fluido sobre uma esfera sólida pode ser determinado pela imersão da esfera, inicialmente a 25°C, no interior do escoamento a 75°C e a medida de sua temperatura superficial em algum instante de tempo durante o processo transiente de aquecimento.

(a) Se a esfera possui um diâmetro de 0,1 m, uma condutividade térmica de 15 W/(m·K) e uma difusividade térmica de 10^{-5} m²/s, em que instante de tempo a temperatura superficial de 60°C será registrada se o coeficiente convectivo for de 300 W/(m²·K)?

(b) Avalie o efeito do valor da difusividade térmica na resposta térmica do material calculando os históricos das temperaturas no centro e na superfície da esfera para $\alpha = 10^{-6}, 10^{-5}$ e 10^{-4} m²/s. Represente graficamente os seus resultados para o período $0 \leq t \leq 300$ s. De maneira análoga, avalie o efeito da condutividade térmica considerando valores de $k = 1{,}5$; 15 e 150 W/(m·K).

5.65 Seja a esfera do Exemplo 5.5, que está inicialmente a uma temperatura uniforme quando ela é subitamente removida do forno e submetida a um processo de resfriamento em duas etapas. Use uma rotina computacional para obter as soluções a seguir.

(a) Para a etapa 1, calcule o tempo necessário para a temperatura do centro atingir $T(0,t) = 335°C$, sendo resfriada no ar a 20°C com um coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K). Qual é o número de Biot para esse processo de resfriamento? Você espera que os gradientes de temperatura radiais sejam significativos? Compare os seus resultados com aqueles do exemplo.

(b) Para a etapa 2, calcule o tempo necessário para a temperatura do centro atingir $T(0,t) = 50°C$, sendo resfriada em um banho de água a 20°C com um coeficiente convectivo de 6000 W/(m²·K).

(c) Para o processo de resfriamento da etapa 2, calcule e represente graficamente os históricos de temperaturas, $T(r,t)$, para o centro e para a superfície da esfera. Identifique e explique características importantes desses históricos. Quando você espera que os gradientes de temperatura no interior da esferas sejam os maiores?

Meios Semi-Infinitos

5.66 Dois grandes blocos feitos com materiais diferentes, como por exemplo, cobre e concreto, ficaram em repouso no interior de uma sala (23°C) por um longo período de tempo. Qual dos dois blocos, se algum, parecerá mais frio quando tocado? Considere que os blocos sejam sólidos semi-infinitos e que a sua mão esteja a uma temperatura de 37°C.

5.67 Uma parede plana de espessura 0,6 m ($L = 0{,}3$ m) é feita de aço ($k = 30$ W/(m·K), $\rho = 7900$ kg/m³, $c = 640$ J/(kg·K)). Ela está inicialmente a uma temperatura uniforme e é, então, exposta ao ar em ambos os lados. Considere duas condições de convecção diferentes: convecção natural, caracterizada por $h = 10$ W/(m²·K), e convecção forçada, com $h = 100$ W/(m²·K). Você deve calcular a temperatura na superfície em três instantes diferentes — $t = 2{,}5$ min, 25 min e 250 min — para um total de seis diferentes casos.

(a) Para cada um desses seis casos, calcule a temperatura adimensional na superfície, $\theta^*_s = (T_s - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$, usando quatro métodos diferentes: solução exata, primeiro termo da solução em série, capacitância global e sólido semi-infinito. Apresente os seus resultados em uma tabela.

(b) Explique rapidamente as condições para as quais (i) a solução com o primeiro termo é uma boa aproximação para a solução exata, (ii) a solução da capacitância global é uma boa aproximação, (iii) a solução do sólido semi-infinito é uma boa aproximação.

5.68 Uma pavimentação de asfalto, em um dia quente de verão, pode atingir temperaturas tão elevadas quando 50°C. Suponha que tal temperatura esteja presente ao longo da espessura de um pavimento quando, de repente, uma tempestade reduz a temperatura de sua superfície para 20°C. Calcule a quantidade total de energia (J/m²) que sairá do asfalto durante um período de 30 min, no qual a superfície é mantida a 20°C.

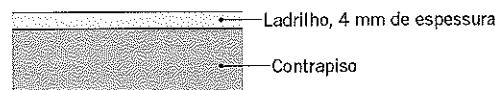
5.69 Uma lâmina espessa de aço ($\rho = 7800$ kg/m³, $c = 480$ J/(kg·K), $k = 50$ W/(m·K)) está inicialmente a 300°C e é resfriada por jatos de água colidindo sobre uma de suas superfícies. A temperatura da água é de 25°C e os jatos mantêm um coeficiente convectivo extremamente alto e aproximadamente uniforme na superfície. Supondo que a superfície seja mantida na temperatura da água ao longo de todo o resfriamento, quanto tempo irá demorar para a temperatura atingir 50°C a uma distância de 25 mm da superfície?

5.70 Seja a adutora do Exemplo 5.6, que está enterrada em um solo inicialmente a 20°C, que é subitamente submetido a uma temperatura na superfície constante de −15°C por 60 dias. Use uma rotina computacional para obter as soluções a seguir.

(a) Calcule e represente graficamente o histórico da temperatura na profundidade de 0,68 m para difusividades térmicas de $\alpha \times 10^7 = 1{,}0$; 1,38 e 3,0 m²/s.

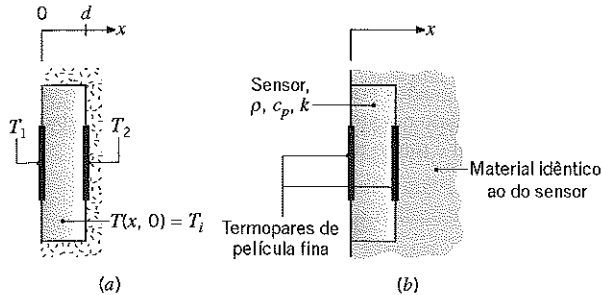
(b) Para $\alpha = 1{,}38 \times 10^{-7}$ m²/s, represente a distribuição de temperaturas na faixa de profundidades de $0 \leq x \leq 1{,}0$ m para os tempos de 1, 5, 10, 30 e 60 dias.

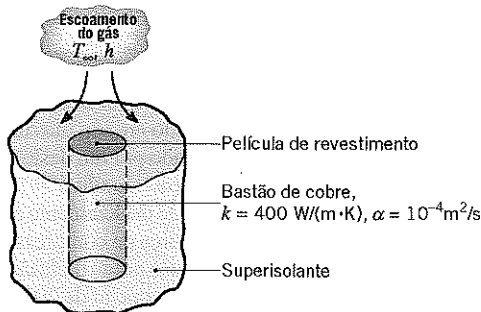
(c) Para $\alpha = 1{,}38 \times 10^{-7}$ m²/s, mostre que o fluxo térmico entrando no solo diminui com o aumento do tempo através da representação de $q''_x(0,t)$ como uma função do tempo para o período de 60 dias. Nesse gráfico, também represente o fluxo térmico na profundidade da adutora, $q''_x(0{,}68\text{ m}, t)$.

5.71 Um ferro para ladrilhos é constituído por uma placa maciça mantida a 150°C por um aquecedor elétrico nela embutido. O ferro é colocado em contato com um ladrilho para amolecer o adesivo, permitindo que o ladrilho seja facilmente retirado do contrapiso. O adesivo irá amolecer o suficiente se for aquecido acima de 50°C por pelo menos 2 min, porém sua temperatura não deve exceder 120°C a fim de evitar a sua deterioração. Considere que o ladrilho e o contrapiso estejam a uma temperatura inicial de 25°C e que as propriedades termofísicas de ambos sejam equivalentes e iguais a $k = 0{,}15$ W/(m·K) e $\rho c_p = 1{,}5 \times 10^6$ J/(m³·K).

(a) Quanto tempo gastará um operário, usando um ferro para ladrilhos, para retirar um ladrilho? A temperatura do adesivo irá exceder o limite de 120°C?

(b) Se o ferro para ladrilhos possui uma área superficial quadrada com 254 mm de lado, quanta energia foi removida dele durante o tempo necessário para retirar o ladrilho?

5.72 Um fabricante de sensores para fluxo térmico, como o ilustrado no Problema 1.12, afirma que a constante de tempo para uma resposta de 63,2% é de $\tau = (4d^2\rho c_p)/\pi^2 k$, onde ρ, c_p e k são as propriedades termofísicas do material do sensor e d é sua espessura. Sem saber a origem dessa relação, a sua tarefa é modelar o sensor levando em consideração os dois casos extremos

ilustrados a seguir. Em ambos os casos, o sensor, inicialmente a uma temperatura de T_i, é exposto a uma súbita mudança na sua temperatura na superfície, $T(0,t) = T_s$. No caso (*a*), o lado de trás do sensor é isolado e no caso (*b*) o sensor está embutido em um sólido semi-infinito que possui propriedades termofísicas idênticas às do sensor.

Desenvolva expressões para prever a constante de tempo do sensor para os dois casos e compare essas expressões com a relação dada pelo fabricante. Qual conclusão você pode tirar dessa análise no que diz respeito à resposta transiente dos sensores para diferentes aplicações?

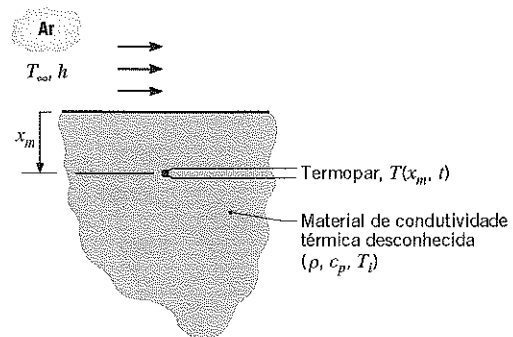
5.73 Um procedimento simples para a medição de coeficientes de transferência de calor por convecção em superfícies envolve o revestimento da superfície com uma fina película de um material com uma temperatura de fusão bem definida. A superfície é, então, aquecida e, pela determinação do tempo necessário para que a fusão ocorra, o coeficiente convectivo é determinado. O dispositivo experimental mostrado na figura a seguir usa esse procedimento para determinar o coeficiente convectivo em um escoamento de um gás normal a uma superfície. Especificamente, um longo bastão de cobre é embutido no interior de um material superisolante com condutividade térmica muito baixa e uma película muito fina é aplicada sobre a sua superfície exposta.

Se o bastão está inicialmente a 25°C e o escoamento do gás, para o qual $h = 200$ W/(m²·K) e $T_\infty = 300$°C, tem início, qual é o ponto de fusão do revestimento se a sua fusão ocorrer no instante $t = 400$ s?

5.74 Uma companhia de seguros contratou você como consultor para melhorar a sua compreensão a respeito de queimaduras. Eles estão especialmente interessados em queimaduras causadas pelo contato de parte do corpo do trabalhador com máquinas que se encontram a temperaturas elevadas, na faixa de 50 a 100°C. O consultor médico da companhia informa que ferimentos térmicos irreversíveis (morte das células) ocorrem em qualquer tecido vivo mantido a $T \geq 48$°C, por um intervalo $\Delta t \geq 10$ s. Eles desejam informações no que diz respeito ao grau de extensão dos danos irreversíveis ao tecido celular (medido pela distância da superfície da pele) em função da temperatura da máquina e do tempo de contato entre a pele e a máquina. Considere que as células vivas estejam a uma temperatura normal de 37°C, sejam isotrópicas e possuam propriedades constantes equivalentes às da água líquida.

(a) Para avaliar a seriedade do problema, calcule as posições no tecido celular onde a temperatura atingirá 48°C após 10 s de contato com máquinas a 50°C e a 100°C.

(b) Para uma temperatura da máquina de 100°C e $0 \leq t \leq 30$ s, calcule e represente graficamente os históricos das temperaturas a 0,5; 1 e 2 mm da superfície da pele.

5.75 Um procedimento para determinar a condutividade térmica de um material sólido envolve embutir um termopar em uma espessa chapa do material e medir a resposta a uma determinada mudança na temperatura em uma superfície. Considere um arranjo no qual o termopar está posicionado 10 mm abaixo da superfície, que tem sua temperatura subitamente elevada e mantida a 100°C pela sua exposição à água em ebulição. Se a temperatura inicial da chapa era de 30°C e o termopar mede uma temperatura de 65°C, 2 min após a superfície ter sido colocada a 100°C, qual é a condutividade térmica do material? A densidade e o calor específico do material são 2200 kg/m³ e 700 J/(kg·K), respectivamente.

5.76 A densidade e o calor específico de um material plástico são conhecidos ($\rho = 950$ kg/m³, $c_p = 1100$ J/(kg·K)), mas a sua condutividade térmica é desconhecida. Para determinar a condutividade térmica, é efetuado um experimento no qual uma espessa amostra do material é aquecida até uma temperatura uniforme de 100°C e, então, resfriada pela passagem de ar a 25°C sobre uma superfície. Um termopar instalado a uma distância de x_m = 10 mm abaixo da superfície registra a resposta térmica do plástico durante o resfriamento.

Se o coeficiente convectivo associado ao escoamento do ar for de $h = 200$ W/(m²·K) e uma temperatura de 60°C for registrada após 5 min do início do resfriamento, qual é a condutividade térmica do material?

5.77 Uma chapa muito espessa, que possui difusividade térmica de $5,6 \times 10^{-6}$ m²/s e condutividade térmica igual a 20 W/(m·K), está inicialmente a uma temperatura uniforme de 325°C. De repente, a sua superfície é exposta a um refrigerante a 15°C para o qual o coeficiente de transferência de calor por convecção é de 100 W/(m²·K).

(a) Determine as temperaturas na superfície e a uma profundidade de 45 mm passados 3 min da exposição da chapa ao refrigerante.

(b) Calcule e represente graficamente os históricos de temperatura ($0 \leq t \leq 300$ s) em $x = 0$ e $x = 45$ mm para as seguintes variações paramétricas: (i) $\alpha = 5,6 \times 10^{-7}$; $5,6 \times 10^{-6}$ e $5,6 \times 10^{-5}$ m²/s; e (ii) k = 2, 20 e 200 W/(m·K).

5.78 Uma grossa parede feita em madeira de carvalho, inicialmente a 25°C, é subitamente exposta a produtos de combustão para os quais $T_\infty = 800$°C e $h = 20$ W/(m²·K).

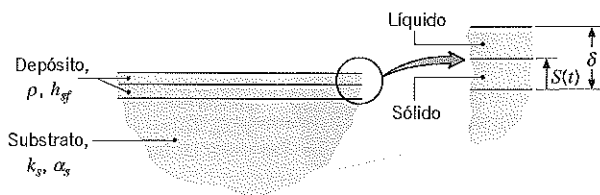
(a) Determine o tempo de exposição necessário para a superfície da parede atingir a temperatura de ignição de 400°C.

(b) Represente graficamente a distribuição de temperaturas $T(x)$ na parede em $t = 325$ s. A distribuição deve estender-se até a posição na qual $T \approx 25°C$.

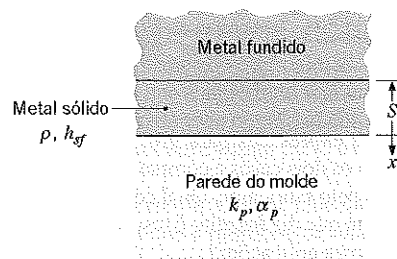
5.79 Padrões para paredes contra fogo podem ser baseados em suas respostas térmicas a um fluxo térmico radiante especificado. Seja uma parede de concreto com 0,25 m de espessura ($\rho = 2300$ kg/m^3, $c = 880$ J/(kg·K), $k = 1,4$ W/(m·K)), que se encontra a uma temperatura inicial de $T_i = 25°C$ e é irradiada em uma superfície por lâmpadas que fornecem um fluxo térmico uniforme de $q''_s = 10^4$ W/m^2. A absortividade da superfície em relação à radiação é $\alpha_s = 1,0$. Se as exigências de construção ditam que as temperaturas nas superfícies irradiada e não-irradiada, após 30 min de aquecimento, não podem exceder 325°C e 25°C, respectivamente, as exigências serão atendidas?

5.80 Sabe-se que, embora dois materiais estejam a uma mesma temperatura, um deles pode provocar ao toque a sensação de estar mais frio. Considere placas espessas de cobre e de vidro, ambas a uma temperatura inicial de 300 K. Supondo que o seu dedo esteja a uma temperatura inicial de 310 K e que ele possua propriedades termofísicas iguais a $\rho = 1000$ kg/m^3, $c = 4180$ J/(kg·K) e $k = 0,625$ W/(m·K), determine qual das duas chapas parecerá mais fria ao toque.

5.81 Duas placas em aço inoxidável ($\rho = 8000$ kg/m^3, $c = 500$ J/(kg·K) e $k = 15$ W/(m·K)), ambas com 20 mm de espessura e com uma de suas superfícies isolada, estão inicialmente a 400 e 300 K quando são pressionadas uma contra a outra com o contato feito através das superfícies sem isolamento térmico. Qual é a temperatura da superfície isolada da placa mais quente 1 min após o contato?

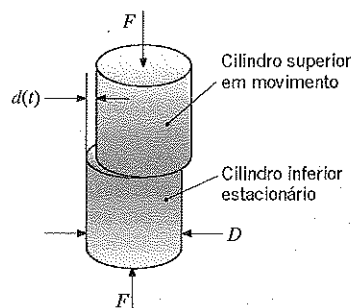
5.82 Revestimentos especiais são freqüentemente formados pela deposição de finas camadas de um material fundido sobre um substrato sólido. A solidificação tem início na superfície do substrato e prossegue até que a espessura S da camada solidificada se torne igual à espessura δ do depósito.

(a) Considere condições nas quais material fundido, à sua temperatura de fusão T_f, é depositado sobre um *grande* substrato que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme T_i. Com $S = 0$ em $t = 0$, desenvolva uma expressão para estimar o tempo t_d necessário para solidificar completamente o depósito, considerando que ele permanece à temperatura T_f durante todo o processo de solidificação. Expresse o seu resultado em termos da condutividade térmica e da difusividade térmica do substrato (k_s, α_s), da densidade e do calor latente de fusão do depósito (ρ, h_{sf}), da espessura do depósito δ e das temperaturas relevantes (T_f, T_i).

(b) O processo de deposição por pulverização de plasma descrito no Problema 5.25 é usado para aplicar um fino revestimento ($\delta = 2$ mm) de alumina sobre um espesso substrato de tungstênio. O substrato possui uma temperatura inicial uniforme $T_i = 300$ K, e as suas condutividade térmica e difusividade térmica podem ser aproximadas por $k_s = 120$ W/(m·K) e $\alpha_s = 4,0 \times 10^{-5}$ m^2/s, respectivamente. A densidade e o calor latente de fusão da alumina são $\rho = 3970$ kg/m^3 e $h_{sf} = 3577$ kJ/kg, respectivamente, e a alumina se solidifica à sua temperatura de fusão ($T_f = 2318$ K). Supondo que a camada fundida seja depositada instantaneamente sobre o substrato, estime o tempo necessário para o depósito se solidificar.

5.83 Quando um metal fundido é derramado sobre um molde que é um mau condutor de calor, a resistência dominante na transferência de calor está na parede do molde. Considere condições nas quais um metal líquido está se solidificando em um molde com paredes grossas, com condutividade térmica k_p e difusividade térmica α_p. A densidade e o calor latente de fusão do metal são designados por ρ e h_{sf}, respectivamente, e tanto no seu estado fundido quanto no estado sólido a condutividade térmica do metal é muito maior do que a do molde.

Imediatamente antes do início da solidificação ($S = 0$), a parede do molde se encontra a uma temperatura inicial uniforme T_i e o metal fundido está em qualquer posição na sua temperatura de fusão (ponto de fusão) T_f. Após o início da solidificação, há transferência de calor por condução na parede do molde e a espessura do metal solidificado, S, aumenta com o passar do tempo t.

(a) Esboce a distribuição de temperaturas unidimensional, $T(x)$, na parede do molde e no metal em $t = 0$ e em dois instantes subseqüentes durante o processo de solidificação. Indique claramente todas as hipóteses que forem feitas.

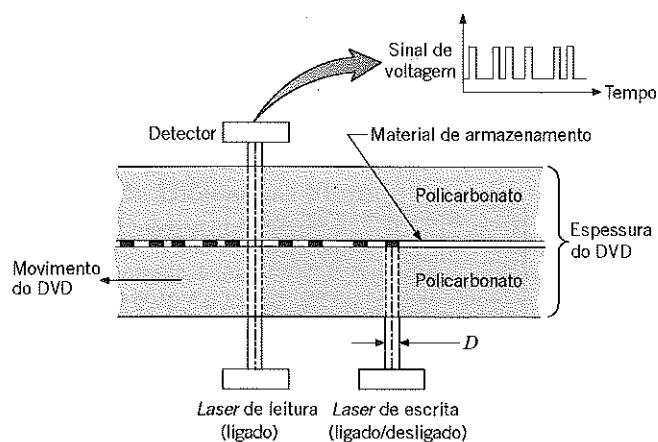
(b) Obtenha uma relação para a variação da espessura da camada sólida S em função do tempo t, expressando o seu resultado em termos dos parâmetros apropriados do sistema.

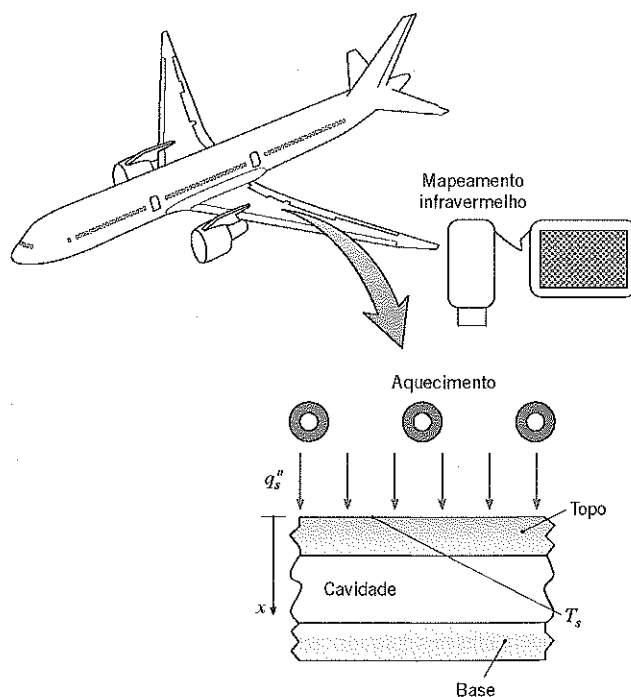
5.84 Juntas de alta qualidade podem ser formadas com solda por fricção. Considere a solda por fricção de dois bastões de Inconel com 40 mm de diâmetro. O bastão inferior encontra-se estacionário, enquanto o superior é forçado em um movimento linear para a frente e para trás caracterizado por um deslocamento horizontal instantâneo, $d(t) = a \cos(\omega.t)$, onde $a = 2$ mm e $\omega = 1000$ rad/s. O coeficiente de atrito de deslizamento entre as duas peças é de $\mu = 0,3$. Determine a força de compressão que deve ser aplicada para aquecer a junta até o ponto de fusão do Inconel em $t = 3$ s, partindo da temperatura inicial de 20°C. *Sugestão*: A freqüência do movimento e a taxa de aquecimento resultante são muito altas. A resposta da temperatura pode ser aproximada como se a taxa de aquecimento fosse constante no tempo, igual ao seu valor médio.

Objetos com Temperaturas Superficiais ou Fluxo Térmico na Superfície Constantes e Aquecimento Periódico

5.85 Uma piscina circular instalada sobre o solo é aquecida de tal forma que pode ser usada no tempo frio. Afastado da piscina, o solo tem uma temperatura de 10°C. O aquecedor é acionado e rapidamente leva a temperatura da água da piscina até uns confortáveis 20°C; suponha que essa seja a temperatura da região circular do solo abaixo da piscina. A piscina tem um diâmetro de 5 m.

(a) Calcule a taxa de transferência de calor da piscina para o solo dez horas após o acionamento do aquecedor. *Sugestão*: Com base em considerações de simetria, a marca da piscina no solo pode ser vista como um disco aquecido em uma vizinhança *infinita*.

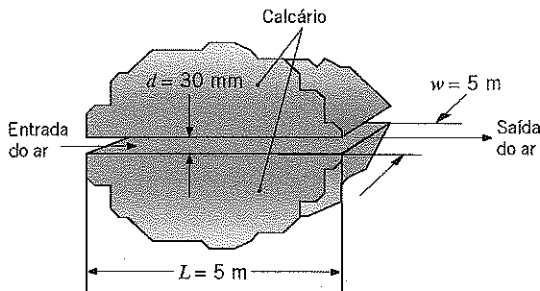
(b) Calcule o tempo que levaria para a taxa de transferência de calor estar a 10% do seu valor no regime estacionário.

5.86 Um disco ótico regravável (DVD) é formado colocando-se um material de armazenamento composto binário, com 15 nm de espessura, entre duas folhas de 1 mm de policarbonato. Os dados são *escritos* no meio de armazenamento opaco pela sua irradiação, vinda de baixo, por um feixe de *laser*, relativamente de alta potência, com diâmetro 0,4 μm e potência de 1 mW, o que resulta no rápido aquecimento do material composto (o policarbonato é transparente à irradiação do *laser*). Se a temperatura do meio de armazenamento exceder 900 K, um material amorfo não cristalino se forma no ponto aquecido quando a irradiação do *laser* é interrompida e deixa-se o ponto esfriar rapidamente. Os pontos resultantes de material amorfo têm uma diferente refletividade em relação ao material cristalino ao redor, de tal forma que eles podem ser *lidos* posteriormente com a irradiação com um segundo *laser* de menor potência e pela detecção das mudanças na radiação do *laser* transmitida através da espessura completa do DVD. Determine o tempo de irradiação (escrita) necessário para elevar a temperatura do meio de armazenamento de um valor inicial de 300 K para 1000 K. A absortividade do meio de armazenamento é de 0,8. As propriedades do policarbonato são $\rho = 1200$ kg/m³, $k = 0{,}21$ W/(m·K) e $c_p = 1260$ J/(kg·K).

5.87 Para permitir o cozimento de uma ampla gama de alimentos em fornos de microondas, materiais de empacotamento metálicos e finos, que absorvem facilmente a energia das microondas, foram desenvolvidos. Na medida em que o material de empacotamento é aquecido pelas microondas, condução ocorre simultaneamente do empacotamento aquecido para o alimento frio. Seja o pedaço de carne esférico e congelado do Problema 5.33, que agora está embrulhado em um material de empacotamento fino que absorve microondas. Determine o tempo necessário para a carne, que está bem próxima do material de empacotamento, atingir $T = 0$°C, quando 50% da potência do forno ($P = 1$ kW total) são absorvidos no material de empacotamento.

5.88 Os componentes estruturais de uma aeronave moderna são normalmente fabricados com materiais compósitos de alto desempenho. Esses materiais são fabricados pela impregnação de malhas de fibras extremamente fortes, que são mantidas em uma forma com um líquido epóxi ou termoplástico. Após o líquido curar ou resfriar, o componente resultante tem resistência extremamente alta e baixo peso. Periodicamente, esses componentes têm que ser inspecionados para garantir que as malhas de fibras e o material ligante continuem laminados e, desta forma, o componente não perca sua qualidade para uso em aeronaves. Um método de inspeção envolve a aplicação de um fluxo térmico radiante constante e uniforme na superfície sendo inspecionada. A resposta térmica da superfície é medida com um sistema de imagens em infravermelho, que captura a emissão da superfície e a converte em um mapa codificado de cores da distribuição de temperaturas na superfície. Considere o caso no qual um fluxo uniforme de 5 kW/m² é aplicado na camada externa de uma asa de avião inicialmente a 20°C. Vizinho ao lado oposto da camada externa, que tem 15 mm de espessura, há ar estagnado, de tal forma que esta outra superfície pode ser considerada isolada termicamente. A densidade e o calor específico do material da camada são 1200 kg/m³ e 1200 J/(kg·K), respectivamente. A condutividade térmica efetiva do material da camada intacto é $k_1 = 1{,}6$ W/(m·K). Resistências de contato se desenvolvem no interior da estrutura como um resultado da perda de lâminas entre as malhas de fibras e o material ligante, levando a uma condutividade térmica efetiva reduzida de $k_2 = 1{,}1$ W/(m·K). Determine a temperatura da superfície do componente após 10 e 100 segundos de irradiação para (a) uma área na qual o material está estruturalmente intacto e (b) uma área adjacente da asa onde ocorreu a perda de lâminas.

5.89 O Problema 4.9 tratou do armazenamento de lixo radioativo no subsolo com recipientes esféricos. Em função das incertezas nas

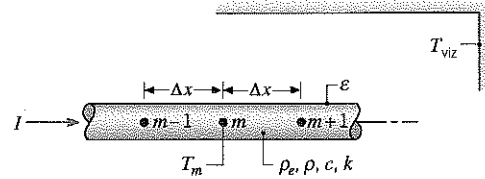
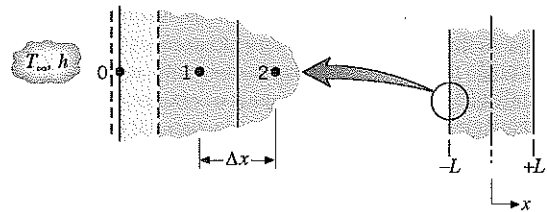
propriedades térmicas do solo, deseja-se medir a temperatura em regime estacionário usando-se um recipiente de teste (idêntico ao recipiente real), que é equipado com aquecedores elétricos em seu interior. Estime quanto tempo levará para o recipiente de teste estar a 10°C da sua temperatura de regime estacionário, supondo que ele esteja enterrado bem profundo. Na sua análise, use as propriedades do solo da Tabela A.3.

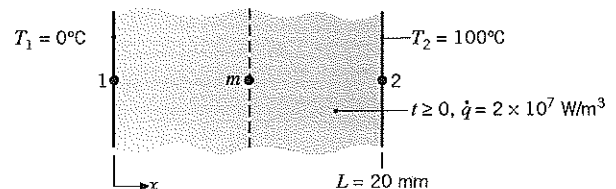
5.90 Um meio de armazenamento de energia térmica é constituído de uma grande massa de calcário. Ar ambiente é bombeado através de uma fissura no calcário, de 30 mm de altura, 5 m de comprimento e 5 m de largura, a uma velocidade de 2 m/s, fornecendo um coeficiente de transferência de calor entre o ar e o calcário de $h = 10$ W/(m²·K). Ao longo de um período de 24 horas, a temperatura na superfície do calcário adjacente à corrente de ar e próximo de sua entrada exibe um comportamento periódico com valores máximo e mínimo de 302 e 298 K, respectivamente.

(a) Determine os valores mínimo e máximo da temperatura do ar próximo à sua entrada.
(b) Determine o fluxo térmico máximo para o ar durante o período de 24 horas próximo à entrada. Determine as temperaturas de entrada e de saída do ar no tempo correspondente ao fluxo térmico máximo no ar.
(c) Determine as temperaturas de saída do ar nos tempos correspondentes às temperaturas de entrada máxima e mínima.
(d) Represente graficamente a temperatura de entrada do ar, a temperatura da superfície do calcário e a taxa de transferência de calor para o calcário durante as 48 horas.
(e) Qual é a espessura de calcário necessária para garantir que o calcário possa ser visto como um meio semi-infinito?

5.91 Seja a medida experimental do Exemplo 5.8. Deseja-se medir a condutividade térmica de uma amostra muito fina do mesmo material nanoestruturado com os mesmos comprimento e largura. Para minimizar incertezas experimentais, o experimentalista deseja manter a amplitude da resposta de temperatura, ΔT, acima do valor de 0,1°C. Qual é a espessura mínima da amostra que pode ser medida? Suponha que as propriedades da amostra fina e o valor da taxa de aquecimento aplicada sejam as mesmas daquelas medidas e usadas no Exemplo 5.8.

Equações de Diferenças Finitas: Deduções

5.92 O critério de estabilidade para o método explícito exige que o coeficiente do termo T_m^p na equação de diferenças finitas unidimensional seja zero ou positivo. Analise a situação na qual as temperaturas nos dois nós vizinhos (T_{m-1}^p e T_{m+1}^p) são 100°C, enquanto o nó central (T_m^p) está a 50°C. Mostre que para valores de $Fo > ½$ a equação de diferenças finitas preverá um valor para T_m^{p+1} que viola a segunda lei da termodinâmica.

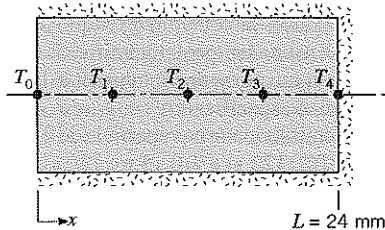
5.93 Um fino bastão com diâmetro D está inicialmente em equilíbrio com a sua vizinhança, um grande recipiente onde há vácuo a uma temperatura T_{viz}. De repente, uma corrente elétrica I(A) é passada através do bastão, que possui uma resistividade elétrica ρ_e e uma emissividade ε. Outras propriedades termofísicas pertinentes estão identificadas na figura. Deduza a equação de diferenças finitas, em regime transiente, para o nó m.

5.94 Uma placa unidimensional com espessura $2L$ está inicialmente a uma temperatura uniforme T_i. De repente, uma corrente elétrica é passada através da placa, causando um aquecimento volumétrico uniforme $\dot{q}$(W/m³). No mesmo instante, as duas superfícies externas ($x = \pm L$) são submetidas a um processo de convecção a T_∞ com um coeficiente de transferência de calor h.

Escreva a equação de diferenças finitas que representa a conservação de energia no nó 0, localizado na superfície externa em $x = -L$. Reordene a sua equação e identifique alguns coeficientes adimensionais importantes.

5.95 Uma parede plana ($\rho = 4000$ kg/m³, $c_p = 500$ J/(kg·K), $k = 10$ W/(m·K)), com espessura $L = 20$ mm, possui inicialmente uma distribuição de temperaturas estacionária linear, com as superfícies mantidas a $T_1 = 0°C$ e $T_2 = 100°C$. Subitamente, uma corrente elétrica é passada através da parede, causando geração de energia uniforme a uma taxa $\dot{q} = 2 \times 10^7$ W/m³. As condições de contorno T_1 e T_2 permanecem fixas.

(a) Em coordenadas T–x, esboce distribuições de temperaturas para os seguintes casos: (i) condição inicial ($t \leq 0$); (ii) condição de regime estacionário ($t \rightarrow \infty$), supondo que a temperatura máxima na parede é superior a T_2; e (iii) para dois tempos intermediários. Identifique todas as principais características das distribuições.
(b) Para o sistema com três pontos nodais mostrado na figura (1, m, 2), defina um volume de controle apropriado para o nó m e, identificando todos os processos relevantes, deduza

a equação de diferenças finitas correspondente usando o método *explícito* ou o método implícito.

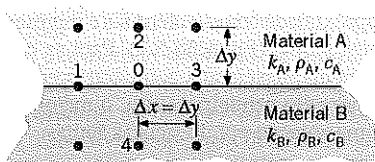
(c) Com um incremento de tempo $\Delta t = 5$ s, use o método de diferenças finitas para obter valores de T_m para os primeiros 45 s. Determine os fluxos térmicos correspondentes nos dois contornos, isto é, $q''_x(0,45 \text{ s})$ e $q''_x(20 \text{ mm}, 45 \text{ s})$.

(d) Para determinar o efeito do tamanho da malha, repita a sua análise usando malhas com 5 e 11 pontos nodais ($\Delta x = 5{,}0$ e $2{,}0$ mm, respectivamente).

5.96 Um cilindro sólido redondo, feito com um material plástico ($\alpha = 6 \times 10^{-7}$ m²/s), está inicialmente a uma temperatura uniforme de 20°C e se encontra isolado ao longo de sua superfície lateral e em uma de suas extremidades. No tempo $t = 0$, calor é aplicado na extremidade restante do cilindro, causando um aumento linear de T_0 com o tempo a uma taxa de 1°C/s.

(a) Usando o método explícito com $Fo = ½$, deduza as equações de diferenças finitas para os nós 1, 2, 3 e 4.

(b) Faça uma tabela que apresente as seguintes colunas: p, $t(s)$ e as temperaturas nodais de T_0 a T_4. Determine a temperatura na superfície T_0 quando $T_4 = 35$°C.

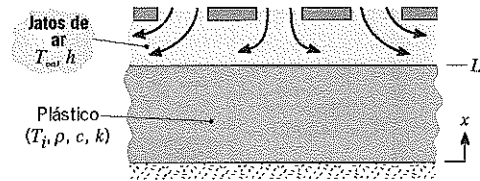
5.97 Deduza uma equação de diferenças finitas explícita para um nó interior para a condução tridimensional transiente. Também determine o critério de estabilidade. Suponha propriedades constantes e espaçamento na malha igual nas três direções.

5.98 Deduza a equação de diferenças finitas, bidimensional e transiente, para a temperatura no ponto nodal 0 localizado sobre a fronteira entre dois materiais diferentes.

Soluções de Diferenças Finitas: Sistemas Unidimensionais

5.99 Uma parede, com 0,12 m de espessura e difusividade térmica de $1{,}5 \times 10^{-6}$ m²/s, encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme igual a 85°C. Subitamente, uma de suas faces tem a sua temperatura reduzida a 20°C, enquanto a outra é perfeitamente isolada.

(a) Usando a técnica explícita de diferenças finitas, com incrementos espacial e no tempo de 30 mm e 300 s, respectivamente, determine a distribuição de temperaturas em $t = 45$ min.

(b) Com $\Delta x = 30$ mm e $\Delta t = 300$ s, calcule $T(x,t)$ para $0 \leq t \leq t_{re}$, onde t_{re} é o tempo necessário para que a temperatura em cada um dos pontos nodais atinja um valor que se encontre a menos de 1°C do seu valor em regime estacionário. Repita os cálculos anteriores para $\Delta t = 75$ s. Para cada valor de Δt, represente graficamente os históricos das temperaturas em cada face da parede e no seu plano central.

5.100 Um produto plástico moldado ($\rho = 1200$ kg/m³, $c = 1500$ J/(kg·K), $k = 0{,}30$ W/(m·K)) é resfriado pela exposição de uma superfície a uma série de jatos de ar, enquanto a superfície oposta é isolada. O produto pode ser aproximado por uma placa de espessura $L = 60$ mm, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme de $T_i = 80$°C. Os jatos de ar estão a uma temperatura de $T_\infty = 20$°C e fornecem um coeficiente convectivo $h = 100$ W/(m²·K) na superfície resfriada.

Usando uma solução de diferenças finitas com um incremento espacial de $\Delta x = 6$ mm, determine temperaturas nas superfícies resfriada e isolada depois de 1 hora de exposição aos jatos de ar.

5.101 A parede plana do Problema 2.48 ($k = 50$ W/(m·K), $\alpha = 1{,}5 \times 10^{-6}$ m²/s) possui uma espessura $L = 40$ mm e uma temperatura inicial uniforme igual a $T_o = 25$°C. De repente, a superfície em $x = L$ é aquecida por um fluido com $T_\infty = 50$°C e $h = 1000$ W/(m²·K), enquanto calor é gerado uniformemente no seu interior a uma taxa $\dot{q} = 1 \times 10^7$ W/m³. A superfície em $x = 0$ permanece a T_o.

(a) Com $\Delta x = 4$ mm e $\Delta t = 1$ s, represente graficamente as distribuições de temperaturas na parede para (i) a condição inicial, (ii) a condição de regime estacionário, e (iii) em dois tempos intermediários.

(b) Em coordenadas $q''_x - t$, represente o fluxo térmico em $x = 0$ e $x = L$. Em que instante o fluxo térmico em $x = L$ é igual a zero?

5.102 Seja o elemento combustível do Exemplo 5.9. Inicialmente, o elemento está a uma temperatura uniforme de 250°C sem geração de energia. Subitamente, o elemento é inserido no núcleo do reator passando a ter uma taxa volumétrica de geração de energia uniforme de $\dot{q} = 10^8$ W/m³. As superfícies são resfriadas por convecção com $T_\infty = 250$°C e $h = 1100$ W/(m²·K). Usando o método explícito com um incremento espacial de 2 mm, determine a distribuição de temperaturas 1,5 s após o elemento ser inserido no núcleo do reator.

5.103 Seja o elemento combustível do Exemplo 5.9, que opera a uma taxa volumétrica de geração uniforme de $\dot{q}_1 = 10^7$ W/m³, até que a taxa de geração mude subitamente para $\dot{q}_2 = 2 \times 10^7$ W/m³. Desenvolva uma rotina computacional com a forma implícita das equações de diferenças finitas para os 6 nós, com $\Delta x = 2$ mm, como mostrado no exemplo.

(a) Calcule a distribuição de temperaturas 1,5 s depois da mudança na potência de operação e compare os seus resultados com aqueles apresentados na tabela do exemplo.

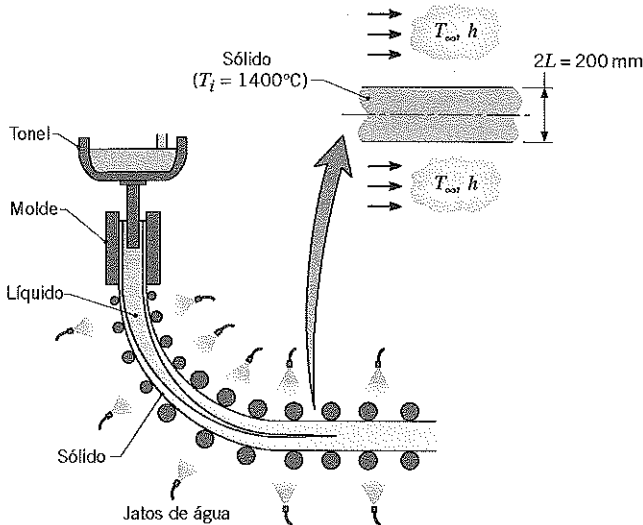
(b) Calcule e represente os históricos das temperaturas nos nós no plano central (00) e na superfície (05) para $0 \leq t \leq 400$ s. Quais são as temperaturas no regime estacionário e, aproximadamente, quanto tempo demora para o novo estado de equilíbrio ser atingido após o degrau na potência de operação?

5.104 Seja o elemento combustível do Exemplo 5.9, que opera a uma taxa volumétrica de geração uniforme de $\dot{q}_1 = 10^7$ W/m³, até que a taxa de geração mude subitamente para $\dot{q}_2 = 2 \times 10^7$ W/m³. Use uma rotina gerada com base na abordagem via elementos finitos para obter os resultados a seguir.

(a) Calcule a distribuição de temperaturas 1,5 s depois da mudança na potência de operação e compare os seus resultados com aqueles apresentados na tabela do exemplo.

(b) Represente os históricos das temperaturas no plano central (00) e na superfície (05) para $0 \leq t \leq 400$ s. Quais são as

temperaturas no regime estacionário e, aproximadamente, quanto tempo demora para o novo estado de equilíbrio ser atingido após o degrau na potência de operação?

5.105 Em um processo de moldagem de placas finas, aço fundido deixa um molde com uma fina casca sólida e o material fundido se solidifica quando a placa é resfriada rapidamente por jatos de água no caminho para uma seção de rolos. Uma vez totalmente solidificadas, as placas continuam o resfriamento, sendo trazidas para uma temperatura aceitável para o manuseio. É nessa parte do processo que temos interesse.

Considere uma placa sólida de aço (ρ = 7800 kg/m³, c = 700 J/(kg·K), k = 30 W/(m·K)) com 200 mm de espessura, inicialmente a uma temperatura uniforme T_i = 1400°C. A placa é resfriada nas suas superfícies superior e inferior por jatos d'água (T_∞ = 50°C), que mantêm um coeficiente convectivo aproximadamente uniforme de h = 5000 W/(m²·K) em ambas as superfícies. Usando uma solução de diferenças finitas com um incremento espacial de Δx = 1 mm, determine o tempo necessário para resfriar a superfície da placa até 200°C. Qual é a temperatura correspondente no plano central da placa? Se a placa se mover com uma velocidade de V = 15 mm/s, qual é o comprimento necessário para a seção de resfriamento?

5.106 Uma placa de grande espessura, com difusividade térmica de 5,6 × 10⁻⁶ m²/s e condutividade térmica de 20 W/(m·K), está inicialmente a uma temperatura uniforme de 325°C. De repente, a sua superfície é exposta a uma substância refrigerante a 15°C, que mantém um coeficiente de transferência de calor por convecção igual a 100 W/(m²·K). Usando o método de diferenças finitas com um incremento espacial de Δx = 15 mm e um incremento no tempo de 18 s, determine as temperaturas na superfície e a uma profundidade de 45 mm, passados 3 min do início do processo.

5.107 Com referência ao Comentário 4 do Exemplo 5.10, analise a súbita exposição da superfície a uma grande vizinhança a uma temperatura elevada (T_{viz}), com condições de convecção (T_∞,h).

(a) Deduza a equação de diferenças finitas explícita para o nó na superfície em termos de Fo, Bi e Bi_r.

(b) Obtenha o critério de estabilidade para o nó na superfície. Esse critério muda com o tempo? Esse critério é mais restritivo do que o critério para um nó interior?

(c) Uma placa espessa de um material (k = 1,5 W/(m·K), α = 7 × 10⁻⁷ m²/s, ε = 0,9), inicialmente a uma temperatura uniforme de 27°C, é subitamente exposta a uma grande vizinhança a 1000 K. Desprezando a convecção e usando um incremento espacial de 10 mm, determine as temperaturas na superfície e a 30 mm da superfície após um intervalo de 1 min.

5.108 Seja a placa espessa de cobre no Exemplo 5.10, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme de 20°C e é subitamente exposta a um fluxo radiante líquido de 3 × 10⁵ W/m². Obtenha a forma implícita das equações de diferenças finitas para os nós interiores. Em sua análise, use um incremento no espaço de Δx = 37,5 mm, com um total de 17 nós (00-16), e um incremento no tempo de Δt = 1,2 s. Para o nó na superfície 00, use a equação de diferenças finitas deduzida na Seção 2 do Exemplo.

(a) Calcule as temperaturas nodais de 00 e 04 em t = 120 s, isto é, T(0,120 s) e T(0,15 m;120 s) e compare os resultados com aqueles dados no Comentário 1 para a solução exata. Um incremento no tempo de 0,12 s irá fornecer resultados mais precisos?

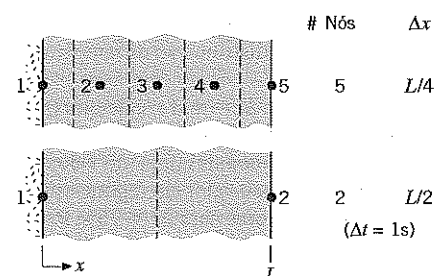
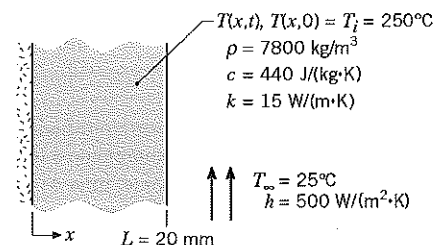
(b) Represente os históricos de temperatura em x = 0, 150 e 600 mm, e explique características importantes dos seus resultados.

5.109 Seja a placa espessa de cobre no Exemplo 5.10, que encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme de 20°C e é subitamente exposta a uma grande vizinhança a 1000°C (em vez de um fluxo térmico especificado).

(a) Para uma emissividade na superfície de 0,94, calcule as temperaturas T(0, 120 s) e T(0,15 m; 120 s) usando uma abordagem de elementos finitos. Lembre que todas as temperaturas devem estar em kelvins.

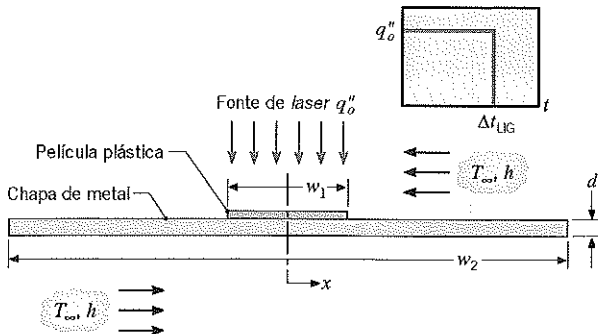
(b) Represente os históricos de temperatura em x = 0, 150 e 600 mm, e explique características importantes dos seus resultados.

5.110 Seja a parede composta do Problema 2.53. Na parte (d), foi solicitado a você fazer um esboço dos históricos das temperaturas em x = 0 e L durante o período transiente entre os casos 2 e 3. Calcule e represente esses históricos usando um método de elementos finitos, um método de diferenças finitas (com Δx = 5 mm e Δt = 1,2 s) e/ou um procedimento alternativo de sua escolha. Se você usar mais de um método, compare os respectivos resultados.

5.111 Na Seção 5.5, a aproximação pelo primeiro termo da solução em série para a distribuição de temperaturas foi desenvolvida para uma parede plana de espessura 2L, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme e subitamente é submetida à transferência de calor por convecção. Se Bi < 0,1, a parede pode ser aproximada como isotérmica e representada como uma capacitância global (Equação 5.7). Para as condições mostradas no esquema, desejamos comparar predições baseadas na aproximação pelo primeiro termo, o método da capacitância global e uma solução por diferenças finitas.

(a) Determine as temperaturas no plano central, $T(0,t)$, e na superfície, $T(L,t)$, em $t = 100$, 200 e 500 s usando a aproximação de primeiro termo da solução em série, Equação 5.40. Qual é o número de Biot para o sistema?

(b) Tratando a parede como uma capacitância global, calcule as temperaturas em $t = 50$, 100, 200 e 500 s. Você esperava que esses resultados tivessem uma boa concordância com aqueles da parte (a)? Por que as temperaturas estão consideravelmente mais altas?

(c) Sejam as redes com 2 e 5 nós mostradas no esquema. Escreva a forma implícita das equações de diferenças finitas para cada rede e determine as distribuições de temperaturas em $t = 50$, 100, 200 e 500 s usando um incremento de tempo de $\Delta t = 1$ s. Prepare uma tabela resumindo os resultados das partes (a), (b) e (c). Comente sobre as diferenças relativas das temperaturas previstas.

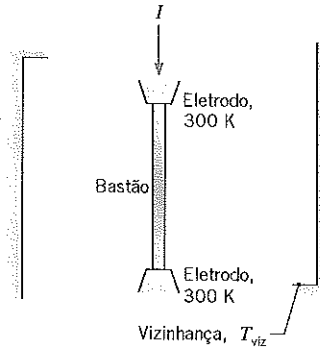
5.112 Considere a operação de colagem descrita no Problema 3.103, que foi analisada sob condições de regime estacionário. Agora, entretanto, o *laser* será usado para aquecer a película durante um período de tempo determinado, criando uma situação de aquecimento transiente como mostrado na figura.

A chapa de metal se encontra inicialmente a 25°C e o *laser* fornece um fluxo uniforme de 85.000 W/m² durante um intervalo de tempo de $\Delta t_{lig} = 10$ s. As dimensões e as propriedades termofísicas do sistema permanecem as mesmas, porém o coeficiente convectivo no ar ambiente a 25°C é agora de 100 W/(m²·K) e $w_1 = 44$ mm.

Usando um método implícito de diferenças finitas com $\Delta x = 4$ mm e $\Delta t = 1$ s, obtenha os históricos, para $0 \leq t \leq 30$ s, das temperaturas no centro e na aresta da película, $T(0,t)$ e $T(w_1/2, t)$, respectivamente, para determinar se o adesivo é satisfatoriamente curado acima de 90°C por 10 s, e se a sua temperatura de degradação igual a 200°C é ultrapassada.

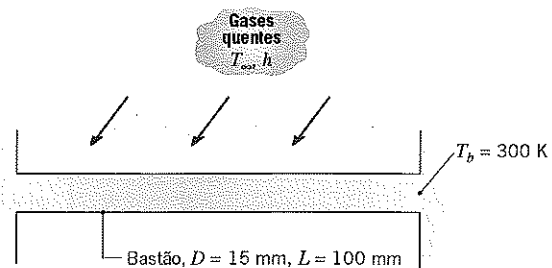
5.113 Uma das extremidades de um bastão de aço inoxidável (AISI 316), com diâmetro de 10 mm e comprimento de 0,16 m, é inserida em um suporte mantido a 200°C. O bastão, coberto por uma manta isolante, atinge uma temperatura uniforme ao longo de todo o seu comprimento. Quando a manta é removida, o bastão fica exposto ao ar ambiente a 25°C com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 30 W/(m²·K).

(a) Usando uma técnica de diferenças finitas explícita com um incremento espacial de $\Delta x = 0{,}016$ m, calcule o tempo necessário para a temperatura na metade do comprimento do bastão atingir 100°C.

(b) Com $\Delta x = 0{,}016$ m e $\Delta t = 10$ s, calcule $T(x,t)$ para $0 \leq t \leq t_1$, onde t_1 é o tempo necessário para o ponto na metade do comprimento do bastão atingir 50°C. Represente graficamente as distribuições de temperaturas para $t = 0$, 200 s, 400 s e t_1.

5.114 Um bastão de tantálio, com 3 mm de diâmetro e comprimento de 120 mm, é sustentado por dois eletrodos no interior de um grande recipiente onde há vácuo. Inicialmente, o bastão está em equilíbrio com os eletrodos e com a sua vizinhança, que são mantidos a 300 K. Subitamente, uma corrente elétrica, $I = 80$ A, é passada através do bastão. Considere a emissividade do bastão igual a 0,1 e a resistividade elétrica igual a 95×10^{-8} Ω·m. Utilize a Tabela A.1 para obter as outras propriedades termofísicas necessárias para a sua solução. Use um método de diferenças finitas com um incremento espacial de 10 mm.

(a) Calcule o tempo necessário para o ponto na metade do comprimento do bastão atingir 1000 K.

(b) Determine a distribuição de temperaturas em regime estacionário e calcule, aproximadamente, quanto tempo será necessário para se atingir essa condição.

5.115 Um bastão de sustentação ($k = 15$ W/(m·K), $\alpha = 4{,}0 \times 10^{-6}$ m²/s), com diâmetro $D = 15$ mm e comprimento $L = 100$ mm, atravessa um canal cujas paredes são mantidas a uma temperatura de $T_b = 300$ K. Subitamente, o bastão é exposto a um escoamento cruzado de gases quentes com $T_\infty = 600$ K e $h = 75$ W/(m²·K). As paredes do canal são resfriadas e permanecem a 300 K.

(a) Usando uma técnica numérica apropriada, determine a resposta térmica do bastão ao aquecimento por convecção. Represente graficamente a temperatura no ponto central do bastão como uma função do tempo. Usando um modelo analítico apropriado para o bastão, determine a distribuição de temperaturas em regime estacionário e compare o resultado com o obtido numericamente para um longo período de tempo.

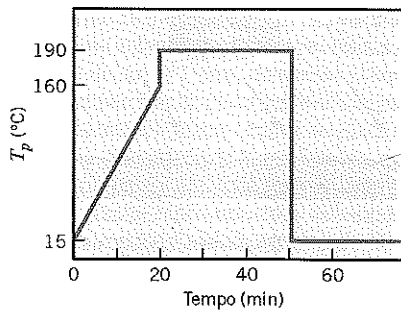
(b) Após o bastão ter atingido condições de regime estacionário, o escoamento dos gases quentes é subitamente interrompido e o bastão resfria-se por convecção natural para o ar ambiente a $T_\infty = 300$ K e por radiação com uma grande vizinhança a $T_{viz} = 300$ K. O coeficiente de transferência de calor por convecção natural pode ser estimado pela expressão $h(\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}) = C\,\Delta T^n$, onde $C = 4{,}4$ W/(m²·K^{1,188}) e $n = 0{,}188$. A emissividade do bastão é igual a 0,5. Determine a resposta térmica do bastão nesta nova condição. Represente graficamente a temperatura no ponto central do bas-

tão em função do tempo de resfriamento e determine o tempo necessário para o bastão atingir uma temperatura *segura para o toque* de 315 K.

5.116 Considere a folha metálica delgada que atua como malha de aceleração ($k = 40$ W/(m·K), $\alpha = 3 \times 10^{-5}$ m²/s, $\varepsilon = 0{,}45$), descrita no Problema 4.72. Desenvolva um modelo implícito de diferenças finitas para a folha, que possa ser usado para os seguintes propósitos.

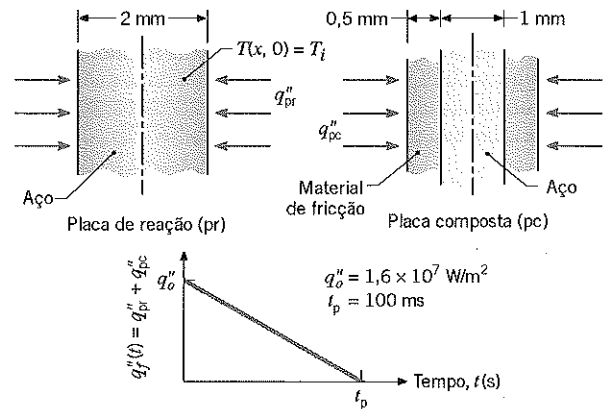
(a) Admitindo que a folha esteja a uma temperatura uniforme de 300 K quando a fonte do feixe de íons é ativada, obtenha um gráfico que mostre o histórico da temperatura no seu ponto intermediário. Em que instante do tempo esse ponto na folha atinge uma temperatura que se encontra a menos de 1°C do seu valor no regime estacionário?

(b) A folha está operando sob condições de regime estacionário quando, de repente, o feixe de íons é desativado. Obtenha um gráfico do histórico da temperatura no ponto intermediário da folha no período subseqüente. Quanto tempo é necessário para que o ponto mais quente na folha se resfrie até 315 K, uma condição *segura para o toque*?

5.117 Placas de circuito impresso são empilhadas e tratadas pelo aquecimento sob alta pressão, como ilustrado no Problema 5.45 e descrito posteriormente no Problema 5.46. Busca-se uma solução pelo método de diferenças finitas, com duas considerações adicionais. Em primeiro lugar, o livro deve ser tratado como possuindo características distribuídas no espaço, em vez de agrupadas, através do uso de um espaçamento de malha de Δx = 2,36 mm, com os nós nos centros das placas de circuito ou das chapas. Em segundo lugar, em vez de aquecer subitamente as placas de suporte até a temperatura de 190°C, o procedimento de aquecimento $T_p(t)$ adotado é o mostrado a seguir, com o objetivo de minimizar tensões térmicas excessivas induzidas pela rápida mudança nos gradientes de temperatura nas proximidades das placas de suporte.

(a) Usando um incremento de tempo de $\Delta t = 60$ s e o método implícito, ache o histórico da temperatura no plano central do livro e determine se a cura (170°C por 5 min) irá ocorrer.

(b) Após a redução da temperatura das placas de suporte para 15°C ($t = 50$ min), quanto tempo será necessário para que a temperatura no plano central do livro atinja 37°C, uma temperatura segura na qual o operador pode começar o descarregamento da prensa?

(c) Valide o seu programa usando um procedimento de aquecimento com uma mudança súbita da temperatura da placa de suporte de 15 para 190°C e compare os resultados com os obtidos com uma solução analítica apropriada (ver Problema 5.46).

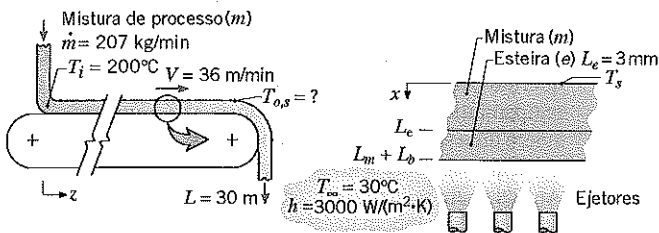
5.118 Falhas de transmissão comuns resultam da vitrificação das superfícies da embreagem pela deposição de produtos da oxidação e da decomposição de óleos. Os processos de oxidação e decomposição dependem do histórico da temperatura nas superfícies. Como é difícil medir essas temperaturas superficiais durante a operação, é útil desenvolver modelos para prever o comportamento térmico da interface da embreagem. A velocidade relativa entre as placas de embreagem, do contato inicial até a condição de deslizamento zero (*prisão*), gera energia que é transferida para as placas. A velocidade relativa diminui a uma taxa constante durante esse período, produzindo um fluxo térmico que é inicialmente muito grande e diminui linearmente com o tempo, até que a prisão ocorra. Conseqüentemente, $q''_f = q''_o [1 - (t/tp)]$, onde $q''_o = 1{,}6 \times 10^7$ W/m² e $t_p = 100$ ms é o tempo de prisão. Os pratos têm uma temperatura inicial uniforme de $T_i = 40$°C, quando o fluxo térmico prescrito em função do atrito é subitamente aplicado nas superfícies. A placa de reação é fabricada com aço, enquanto a placa composta tem uma seção central fina de aço ligada a camadas de materiais de fricção de baixa condutividade. As propriedades termofísicas são ρ_a = 7800 kg/m³, c_a = 500 J/(kg·K) e k_a = 40 W/(m·K) para o aço e ρ_{mf} = 1150 kg/m³, c_{mf} = 1650 J/(kg·K) e k_{mf} = 4 W/(m·K) para o material de fricção.

(a) Em coordenadas T–t, esboce os históricos das temperaturas no plano central da placa de reação na interface entre o par da embreagem e no plano central da placa composta. Identifique características relevantes.

(b) Efetue um balanço de energia no par da embreagem no intervalo de tempo $\Delta t = t_p$ para determinar a temperatura do regime estacionário resultante após a prisão da embreagem. Suponha transferência de calor desprezível das placas para a vizinhança.

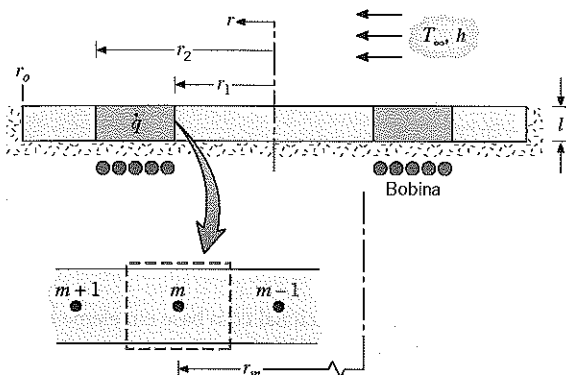
(c) Calcule e represente o histórico das três temperaturas de interesse usando um método de elementos finitos ou um método de diferenças finitas (com $\Delta x = 0{,}1$ mm e $\Delta t = 1$ ms). Calcule e represente os fluxos térmicos em função da fricção para as placas de reação e composta, q''_{pr} e q''_{pc}, respectivamente, como funções do tempo. Comente sobre características dos históricos das temperaturas e do fluxo térmico. Valide o seu modelo comparando suas previsões com os resultados da parte (b).

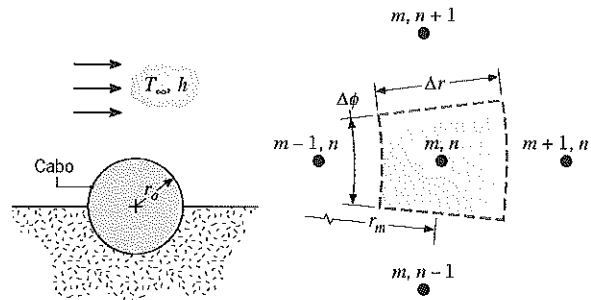
5.119 Transferência de calor não é um processo intuitivo, pensa o Cozinheiro Curioso. Dobrar a espessura de um hambúrger aproximadamente dobra o tempo de cozimento? Que efeito tem a temperatura inicial no tempo de cozimento? Para responder a essas perguntas, desenvolva um modelo para fazer o cozimento virtual da carne de espessura $2L$ em uma grelha dupla (contato com a carne pelas duas superfícies). A carne está inicialmente a 20°C, quando é colocada na grelha dupla e os dois lados experimentam transferência de calor por convecção caracterizada por uma temperatura ambiente de 100°C e coeficiente convectivo de 5000 W/(m²·K). Suponha que a carne tenha as propriedades da água líquida a 300 K e que esteja propriamente cozida quando a temperatura do centro for de 60°C.

(a) Para hambúrgueres de espessura $2L = 10$, 20 e 30 mm, calcule o tempo para o centro atingir a temperatura de 60°C necessária para o cozimento. Determine a relação entre o tempo de cozimento e a espessura. Para a sua solução, use um método de elementos finitos, ou um modelo de diferenças finitas. Para uma das espessuras, use uma solução analítica apropriada para validar os seus resultados numéricos.
(b) Sem realizar uma solução numérica detalhada, mas desenhando sobre os resultados da parte (a), o que você pode dizer sobre a influência do tempo de cozimento da mudança na temperatura inicial da carne de 20°C para 5°C? Você pode usar o seu modelo numérico da parte (a) para confirmar a sua avaliação.

5.120 Uma mistura de processo a 200°C escoa com uma vazão de 207 kg/min sobre uma esteira de transporte de espessura igual a 3 mm, 1 m de largura e 30 m de comprimento que opera a uma velocidade de 36 m/min. O lado inferior da esteira é resfriado por um *spray* de água a uma temperatura de 30°C e o coeficiente convectivo é 3000 W/(m²·K). As propriedades termofísicas da mistura de processo são $\rho_m = 960$ kg/m³, $c_m = 1700$ J/(kg·K) e $k_m = 1{,}5$ W/(m·K), enquanto as propriedades da esteira de transporte (metálica) são $\rho_e = 8000$ kg/m³, $c_e = 460$ J/(kg·K) e $k_e = 15$ W/(m·K).

Usando o método das diferenças finitas ($\Delta x = 0{,}5$ mm, $\Delta t = 0{,}05$ s), ou um método de elementos finitos do *FEHT* ou um, calcule a temperatura da superfície da mistura no final da esteira de transporte, $T_{o,s}$. Suponha a transferência de calor por convecção para o ar ambiente e por radiação para a vizinhança desprezíveis.

Equações de Diferenças Finitas: Coordenadas Cilíndricas

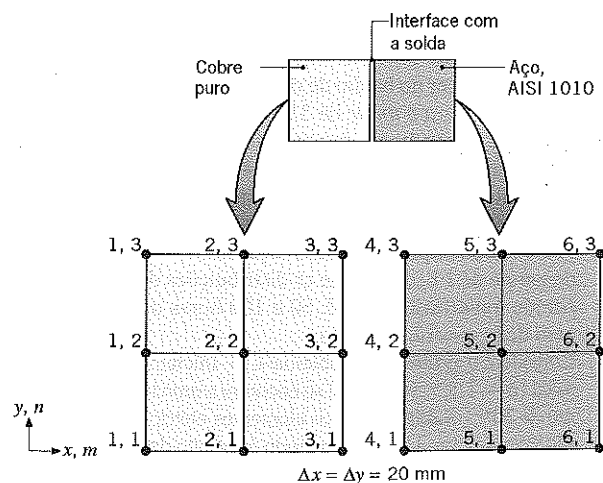
5.121 Um disco circular delgado está sujeito ao aquecimento por indução a partir de uma bobina, cujo efeito é o de propiciar uma geração uniforme de calor no interior de uma seção anular, conforme mostrado na figura. Transferência de calor por convecção ocorre na superfície superior do disco, enquanto a sua superfície inferior encontra-se isolada.

(a) Deduza a equação transiente de diferenças finitas para o nó m, que se encontra no interior da região submetida ao aquecimento por indução.
(b) Em coordenadas T–r, esboce, qualitativamente, a distribuição estacionária de temperaturas, identificando suas características importantes.

5.122 Um cabo elétrico, que experimenta uma geração volumétrica de calor a uma taxa uniforme $\dot{q}$, encontra-se semi-enterrado em um material isolante, enquanto a sua superfície superior está exposta a um processo convectivo (T_∞,h).

(a) Deduza as equações de diferenças finitas, pelo método explícito, para um nó interior (m, n); para o nó central ($m = 0$); e para os nós na superfície externa (M, n) com o contorno isolado e com o contorno sujeito ao processo convectivo.
(b) Obtenha o critério de estabilidade para cada uma das equações de diferenças finitas. Identifique o critério mais restritivo.

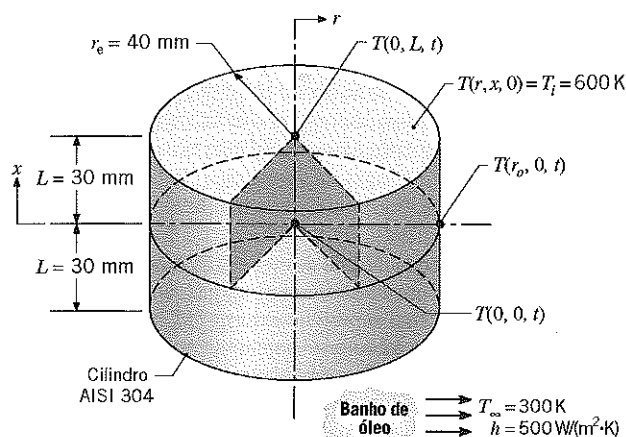
Soluções de Diferenças Finitas: Sistemas Bidimensionais

5.123 Duas barras muito longas (na direção normal à página) com as distribuições iniciais de temperaturas mostradas na tabela, devem ser soldadas lateralmente uma à outra. No tempo $t = 0$, a face equivalente a $m = 3$, da barra de cobre puro, é colocada em contato com a face $m = 4$ da barra de aço (AISI 1010). A solda atua como uma camada interfacial com espessura desprezível e resistência de contato efetiva $R''_{t,c} = 2 \times 10^{-5}$ m²·K/W.

Temperaturas Iniciais (K)

n/m	1	2	3	4	5	6
1	700	700	700	1000	900	800
2	700	700	700	1000	900	800
3	700	700	700	1000	900	800

(a) Deduza a equação de diferenças finitas, utilizando o método explícito, em termos de Fo e $Bi_c = \Delta x/(kR''_{t,c})$ para $T_{4,2}$ e determine o critério de estabilidade correspondente.

(b) Usando $Fo = 0{,}01$; determine $T_{4,2}$ um incremento de tempo após o contato entre as duas superfícies ter sido feito. Qual o valor de Δt? O critério de estabilidade é satisfeito?

5.124 Em um processo de fabricação, cilindros de aço inoxidável (AISI 304) inicialmente a 600 K são resfriados rapidamente pela submersão em um banho de óleo, mantido a 300 K, com $h = 500$ W/(m²·K). Cada cilindro tem comprimento $2L = 60$ mm e diâmetro $D = 80$ mm. Use um modelo de elementos finitos para obter as soluções a seguir.

(a) Calcule as temperaturas, $T(r,x,t)$, após 3 min, no centro do cilindro, $T(0,0,3$ min), no centro da face do cilindro, $T(0,L,3$ min) e no centro da superfície lateral, $T(r_e,0,3$ min).

(b) Represente graficamente os históricos das temperaturas no centro, $T(0,0,t)$, e no centro da superfície lateral, $T(r_e,0,t)$, para $0 \le t \le 10$ min. Comente sobre os gradientes nesses locais e qual efeito eles possam ter na transição de fases ou em estresses térmicos.

(c) Tendo resolvido o modelo para um tempo total de integração de 10 min na parte (b), agora e veja os contornos das temperaturas na medida em que o cilindro resfria durante o processo. Descreva as características mais importantes do processo de resfriamento revelados por esse resultado. Crie uma distribuição de temperaturas com 10 isotermas para $t = 3$ min.

(d) Nos locais da parte (a), calcule as temperaturas após 3 min se o coeficiente convectivo for dobrado ($h = 1000$ W/(m²·K)). Também, para coeficientes convectivos de 500 e 1000 W/(m²·K), determine quanto tempo o cilindro precisa permanecer no banho de óleo para atingir uma temperatura *segura para o toque* de 316 K. Faça uma tabela e comente sobre os resultados das partes (a) e (d).

5.125 Considere o sistema do Problema 4.55. Inicialmente, sem o escoamento dos gases de exaustão, as paredes ($\alpha = 5{,}5 \times 10^{-7}$ m²/s) se encontram a uma temperatura uniforme de 25°C. Usando o método implícito de diferenças finitas com um incremento de tempo de 1 h, determine as distribuições de temperaturas na parede transcorridas 5, 10, 50 e 100 horas do início da passagem dos gases de exaustão.

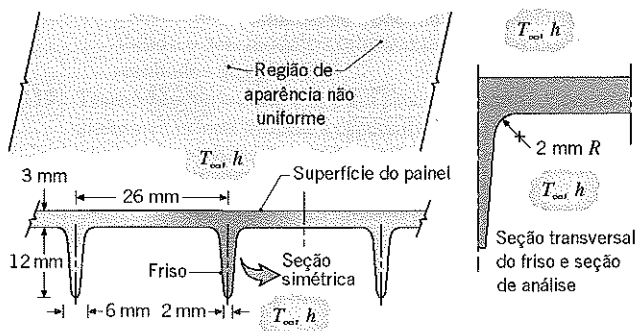
5.126 Considere o sistema do Problema 4.73. Inicialmente, a placa cerâmica ($\alpha = 1{,}5 \times 10^{-6}$ m²/s) se encontra a uma temperatura uniforme de 30°C. Subitamente, os elementos elétricos de aquecimento são energizados. Usando o método implícito de diferenças finitas, calcule o tempo necessário para que a diferença entre as temperaturas superficial e inicial atinja 95% do seu valor em condições de regime estacionário. Utilize um incremento de tempo de 2 s.

5.127 Sejam o módulo de condução térmica e as condições de operação do Problema 4.76. Para calcular a resposta transiente da placa fria, que possui uma difusividade térmica $\alpha = 75 \times 10^{-6}$ m²/s, considere que, quando o módulo é ativado em $t = 0$, a temperatura inicial da placa fria é $T_i = 15$°C e um fluxo térmico uniforme $q''_o = 10^5$ W/m² é aplicado na sua base. Usando o método implícito de diferenças finitas e um incremento de tempo de $\Delta t = 0{,}1$ s, calcule as temperaturas nodais indicadas em função do tempo. A partir das temperaturas calculadas em um tempo específico, calcule a razão entre a taxa de transferência de calor por convecção para a água e a taxa de introdução de calor pela base. Interrompa os seus cálculos quando essa razão atingir o valor de 0,99. Imprima o campo de temperaturas a cada 5 s e no instante no qual os cálculos são interrompidos.

5.128 O gerente de operação de uma planta de processamento de metais antecipa a necessidade de reparar um grande forno e solicitou a você uma estimativa do tempo requerido para o interior do forno resfriar até uma temperatura segura para o trabalho. O forno é cúbico com uma dimensão interior de 16 m de lado e uma espessura de parede de 1 m, para a qual $\rho = 2600$ kg/m³, $c = 960$ J/(kg·K) e $k = 1$ W/(m·K). A temperatura de operação do forno é de 900°C e há convecção em sua superfície externa com o ar a 25°C e um coeficiente de transferência de calor por convecção de 20 W/(m²·K).

(a) Use um procedimento numérico para estimar o tempo requerido para a superfície interna do forno resfriar até uma temperatura segura para o trabalho de 35°C. *Sugestão*: Considere uma seção transversal do forno bidimensional e faça a sua análise sobre a menor seção simétrica.

(b) Ansioso para reduzir o tempo de parada do forno, o gerente de operação também deseja saber qual efeito teria a circulação de ar ambiente no interior do forno no período de resfriamento. Suponha condições convectivas equivalentes nas superfícies interna e externa.

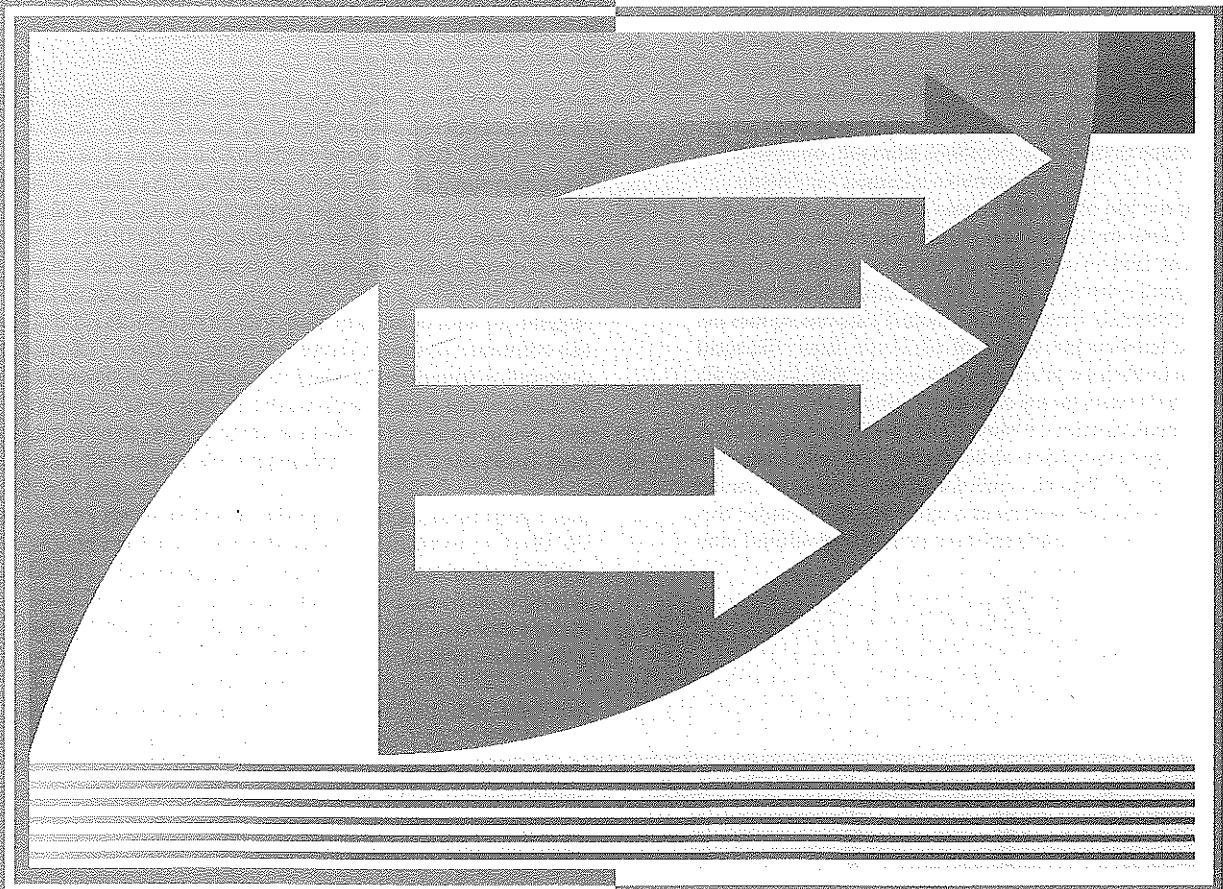
5.129 O painel da porta de um carro é fabricado por um processo de extrusão a quente de plástico resultando em uma seção transversal com frisos mostrada no esquema. Depois de um processo envolvendo resfriamento com ar, pintura e secagem, o painel está pronto para a montagem no carro. Entretanto, com uma inspeção visual, a posição dos frisos está evidente pela superfície externa. Nas regiões sobre os frisos, a tinta tem uma aparência de casca de laranja, tornando o painel inaceitável para o uso. A razão aparente para esse defeito é o microacabamento distinto causado por diferentes taxas de resfriamento na superfície do painel, as quais afetam a aderência da tinta. A sua tarefa é estimar a distribuição de temperaturas na superfície do painel como uma função do tempo de resfriamento.

Use uma rotina computacional com base em elementos finitos para obter a distribuição de temperaturas na seção simétrica mostrada no esquema. O painel é ejetado da prensa de extrusão

a uma temperatura uniforme de 275°C e é deixado esfriar sobre uma mesa de transporte, onde a temperatura do ar é de 25°C e o coeficiente convectivo é de 10 W/(m^2·K). As propriedades termofísicas do plástico extrudado são ρ = 1050 kg/m^3, c = 800 J/(kg·K) e k = 0,5 W/(m·K).

(a) Represente os históricos de temperaturas em locais selecionados na superfície do painel. Há diferenças perceptíveis no resfriamento na região acima dos frisos? Se sim, qual é a causa?

(b) Represente os contornos das isotermas e observe esses contornos de temperatura na medida em que o painel esfria. Descreva as características observadas mais importantes do processo de resfriamento. Crie uma distribuição de temperaturas com 10 isotermas que ilustre algumas das características importantes mencionadas anteriormente. Como você projetaria novamente o painel com frisos para reduzir esse defeito induzido termicamente, lembrando da necessidade de manter a função de rigidez dada pelos frisos?

CAPÍTULO 6

Introdução à Convecção

Até agora focalizamos nossa atenção na transferência de calor por condução e consideramos a convecção somente como uma possível condição de contorno para problemas de condução. Na Seção 1.2.2 usamos o termo *convecção* para descrever a transferência de energia entre uma superfície e um fluido em movimento sobre essa superfície. A convecção inclui transferência de energia pelo movimento global do fluido (advecção) e pelo movimento aleatório das moléculas do fluido (condução ou difusão).

Em nossa análise da convecção, temos dois objetivos principais. Além de adquirir uma compreensão dos mecanismos físicos que embasam a transferência por convecção, desejamos desenvolver os meios para executar cálculos envolvendo a transferência por convecção. Este capítulo e o material complementar do Apêndice D são dedicados principalmente à realização do primeiro objetivo. Origens físicas são discutidas e parâmetros adimensionais relevantes, assim como importantes analogias, são desenvolvidas.

Uma característica especial deste capítulo é a forma pela qual os efeitos da transferência de massa por convecção são introduzidos por analogia com aqueles da transferência de calor por convecção. Na transferência de massa por convecção, o movimento global do fluido se combina com a difusão para promover o transporte de uma espécie da qual existe um gradiente de concentração. Neste texto, focamo-nos na transferência de massa por convecção que ocorre na superfície de um sólido ou líquido volátil devido ao movimento de um gás sobre a superfície.

Com os fundamentos conceituais estabelecidos, os capítulos subseqüentes são usados para desenvolver ferramentas úteis para a qualificação dos efeitos convectivos. Os Capítulos 7 e 8 apresentam métodos para o cálculo dos coeficientes associados à convecção forçada em escoamentos de configurações externas e internas, respectivamente. O Capítulo 9 descreve métodos para determinar esses coeficientes na convecção natural, e o Capítulo 10 analisa o problema da convecção com mudança de fase (ebulição e condensação). O Capítulo 11 desenvolve métodos para projetar e avaliar o desempenho de trocadores de calor, equipamentos que são amplamente utilizados na prática de engenharia para efetuar a transferência de calor entre fluidos.

Assim, iniciamos pelo desenvolvimento de nossa compreensão da natureza da convecção.

6.1 *As Camadas-Limite da Convecção*

O conceito de camadas-limite é crucial para o entendimento das transferências de calor e de massa por convecção entre uma superfície e um fluido em escoamento em contato com esta superfície. Nesta seção, as camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração são descritas e as suas relações com o coeficiente de atrito, com o coeficiente de transferência de calor por convecção e com o coeficiente de transferência de massa por convecção são apresentadas.

FIGURA 6.1 Desenvolvimento da camada-limite de velocidade sobre uma placa plana.

6.1.1 A Camada-Limite de Velocidade

Para apresentar o conceito de uma camada limite, considere o escoamento sobre a placa plana da Figura 6.1. Quando partículas do fluido entram em contato com a superfície, elas passam a ter velocidade igual a zero. Essas partículas atuam, então, no retardamento do movimento das partículas na camada de fluido adjacente, que atuam no retardamento do movimento das partículas da próxima camada e assim sucessivamente até que, a uma distância $y = \delta$ da superfície, o efeito se torna desprezível. Esse retardamento do movimento do fluido está associado às *tensões de cisalhamento* τ que atuam em planos que são paralelos à velocidade do fluido (Figura 6.1). Com o aumento da distância y da superfície, o componente x da velocidade do fluido, u, deve, então, aumentar até atingir o valor na corrente livre, u_∞. O subscrito ∞ é usado para designar condições na *corrente livre*, fora da camada-limite.

A grandeza δ é chamada de *espessura da camada-limite* e é, tipicamente, definida como o valor de y para o qual $u = 0{,}99u_\infty$. O *perfil de velocidades na camada-limite* se refere à maneira como u varia com y através da camada-limite. Dessa forma, o escoamento do fluido é caracterizado pela existência de duas regiões distintas, uma fina camada de fluido (a camada-limite), na qual gradientes de velocidade e tensões cisalhantes são grandes, e uma região fora da camada-limite, na qual gradientes de velocidade e tensões cisalhantes são desprezíveis. Com o aumento da distância da aresta frontal da placa, os efeitos da viscosidade penetram cada vez mais na corrente livre e a camada-limite aumenta (δ aumenta com x).

Como está relacionada à velocidade do fluido, a camada-limite descrita anteriormente pode ser chamada de *camada-limite de velocidade*. Ela se desenvolve sempre que há escoamento de

um fluido sobre uma superfície e é de fundamental importância em problemas que envolvem transporte convectivo. Na mecânica dos fluidos, sua importância para o engenheiro está baseada na sua relação com a tensão de cisalhamento na superfície, τ_s, e, portanto, com os efeitos do atrito na superfície. Para os escoamentos externos, ela fornece a base para a determinação do *coeficiente de atrito* local

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} \tag{6.1}$$

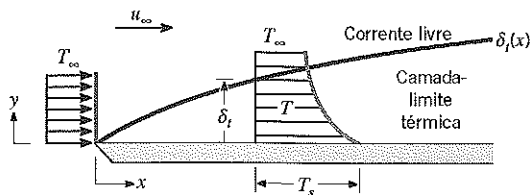
que é um parâmetro adimensional chave a partir do qual o arrasto viscoso na superfície pode ser determinado. Supondo um *fluido newtoniano*, a tensão cisalhante na superfície pode ser determinada a partir do conhecimento do gradiente de velocidade na superfície

$$\tau_s = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} \tag{6.2}$$

onde μ é uma propriedade do fluido conhecida como *viscosidade dinâmica*. Em uma camada-limite de velocidade, o gradiente de velocidade na superfície depende da distância x da aresta frontal da placa. Conseqüentemente, a tensão cisalhante na superfície e o coeficiente de atrito também dependem de x.

6.1.2 A Camada-Limite Térmica

Da mesma forma que uma camada-limite de velocidade se forma quando há o escoamento de um fluido sobre uma superfície, uma *camada-limite térmica* deve se desenvolver se houver diferença entre as temperaturas do fluido na corrente livre e da superfície. Seja o escoamento sobre uma placa plana isotérmica (Figura 6.2). Na aresta frontal o *perfil de temperaturas* é uniforme, com $T(y) = T_\infty$. Contudo, as partículas do fluido que entram em contato com a placa atingem o equilíbrio térmico na temperatura da superfície da placa. Por sua vez, essas partículas trocam energia com as da camada de fluido adjacente e há o desenvolvimento de gradientes de temperatura no fluido. A região do fluido na qual há esses gradientes de temperatura é a camada-limite térmica e a sua espessura δ_t é definida, tipicamente, como o valor de y no qual a razão $[(T_s - T)/(T_s - T_\infty)] = 0{,}99$. Com o aumento da distância da aresta frontal, os efeitos da transferência de calor penetram cada vez mais na corrente livre e a camada-limite térmica cresce.

A relação entre as condições nessa camada-limite e o coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser facilmente demonstrada. A qualquer distância x da aresta frontal, o fluxo térmico na superfície *local* pode ser obtido utilizando-se a lei de Fourier no *fluido*, em $y = 0$. Isto é,

$$q_s'' = -k_f \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} \tag{6.3}$$

O subscrito s foi usado para enfatizar que esse é o fluxo térmico na superfície, mas ele será retirado nas próximas seções. Essa expressão é apropriada porque, *na superfície, não há movimento de fluido e a transferência de energia se dá unicamente por condução*. Lembrando da lei do resfriamento de Newton, vemos que

$$q_s'' = h(T_s - T_\infty) \tag{6.4}$$

e, combinando essa equação com a Equação 6.3, obtemos

$$h = \frac{-k_f\, \partial T/\partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \tag{6.5}$$

Assim, as condições no interior da camada-limite térmica, que influenciam fortemente o gradiente de temperatura na superfície $\partial T/\partial y\,|_{y=0}$, determinam a taxa de transferência de calor através da camada limite. Como $(T_s - T_\infty)$ é uma constante, independente de x, enquanto δ_t cresce com o aumento de x, os gradientes de temperatura na camada limite devem diminuir com o aumento de x. Desta forma, o valor de $\partial T/\partial y\,|_{y=0}$ diminui com o aumento de x e tem-se que q_s'' e h diminuem com o aumento de x.

6.1.3 A Camada-Limite de Concentração

Se ar movimenta-se ao longo da superfície de uma porção de água, a água líquida irá evaporar e vapor d'água será transferido para dentro da corrente de ar. Isto é um exemplo de transferência de massa por convecção. De uma forma mais geral, considere uma *mistura binária*, que escoa sobre uma superfície (Figura 6.3). A concentração molar (kmol/m³) da espécie A na superfície é $C_{A,s}$ e na corrente livre é $C_{A,\infty}$. Se $C_{A,s}$ é diferente de $C_{A,\infty}$, irá ocorrer transferência da espécie A por convecção. Por exemplo, a espécie A poderia ser um vapor que é transferido para dentro da corrente gasosa (espécie B) devido à *evaporação* em uma superfície líquida (como no exemplo da água) ou à *sublimação* em uma superfície sólida. Nesta situação, uma *camada-limite de concentração*, que é similar às camadas-limite de velocidade e térmica, irá se desenvolver. A camada-limite de concentração é

FIGURA 6.2 Desenvolvimento da camada-limite térmica sobre uma placa plana isotérmica.

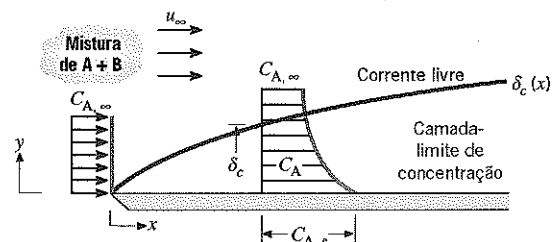



FIGURA 6.3 Desenvolvimento da camada-limite de concentração de uma espécie sobre uma placa plana.

a região do fluido na qual existem gradientes de concentração e a sua espessura δ_c é tipicamente definida como o valor de y no qual $[(C_{A,s} - C_A)/(C_{A,s} - C_{A,\infty})] = 0{,}99$. Com o aumento da distância da aresta frontal, os efeitos da transferência da espécie penetram cada vez mais na corrente livre e a camada-limite de concentração cresce.

A transferência de espécies por convecção entre a superfície e a corrente livre de fluido é determinada pelas condições na camada-limite, e nós estamos interessados na determinação da taxa na qual essa transferência ocorre. Em particular, estamos interessados no fluxo molar da espécie A, N''_A (kmol/(s·m²)). É útil lembrar que o fluxo molar associado à transferência de uma espécie *por difusão* é determinado por uma expressão análoga à lei de Fourier. Para as condições de interesse neste capítulo, a expressão, que é chamada de *lei de Fick*, tem a forma

$$N''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y} \qquad (6.6)^1$$

onde D_{AB} é uma propriedade da mistura binária conhecida por *coeficiente de difusão binária*. Em qualquer ponto correspondente a $y > 0$ no interior da camada-limite de concentração da Figura 6.3, a transferência de uma espécie é devida ao movimento global do fluido (*advecção*) e à difusão. Entretanto, em $y = 0$ não há movimento do fluido (desprezando a freqüentemente pequena velocidade normal à superfície causada pelo próprio processo de transferência da espécie, como discutido no Capítulo 14) e, assim, a transferência da espécie ocorre somente por difusão. Aplicando a lei de Fick em $y = 0$, vemos que o fluxo molar na espécie a qualquer distância da aresta frontal é, então,

$$N''_{A,s} = -D_{AB}\left.\frac{\partial C_A}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (6.7)$$

O subscrito s foi usado para enfatizar que esse é o fluxo molar na superfície, mas ele será retirado nas próximas seções. Analogamente à lei do resfriamento de Newton, uma equação pode ser escrita relacionando-se o fluxo molar com a diferença de concentrações através da camada-limite, como

$$N''_{A,s} = h_m(C_{A,s} - C_{A,\infty}) \qquad (6.8)$$

onde h_m(m/s) é o *coeficiente de transferência de massa por convecção*, análogo ao coeficiente de transferência de calor por convecção. Combinando as Equações 6.7 e 6.8, tem-se que

$$h_m = \frac{-D_{AB}\partial C_A/\partial y|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \qquad (6.9)$$

Conseqüentemente, as condições na camada-limite de concentração, que influenciam fortemente o gradiente de concentração na superfície $\partial C_A/\partial y\,|_{y=0}$, também influenciam o coeficiente de transferência de massa por convecção e, assim, a taxa de transferência de massa da espécie no interior da camada-limite.

6.1.4 Significado das Camadas-Limite

Para o escoamento sobre qualquer superfície existirá sempre uma camada limite de velocidade e, portanto, atrito na superfície. Da mesma forma, uma camada-limite térmica e, assim, transferência de calor por convecção estarão sempre presentes se houver diferença entre as temperaturas na superfície e na corrente livre. Analogamente, uma camada-limite de concentração e transferência de massa por convecção existirão se a concentração de uma espécie na superfície for diferente da sua concentração na corrente livre. A camada-limite de velocidade tem uma extensão $\delta(x)$ e é caracterizada pela presença de gradientes de velocidade e de tensões cisalhantes. A camada-limite térmica apresenta uma espessura $\delta_t(x)$ e é caracterizada por gradientes de temperatura e pela transferência de calor. Finalmente, a camada-limite de concentração tem espessura $\delta_c(x)$ e é caracterizada por gradientes de concentração e pela transferência da espécie. Podem ocorrer situações nas quais as três camadas-limite estão presentes. Nesses casos, raramente as camadas-limite crescem na mesma taxa e os valores de δ, δ_t e δ_c em uma dada posição não são os mesmos.

Para o engenheiro, as principais manifestações das três camadas-limite são, respectivamente, o *atrito superficial*, a *transferência de calor por convecção* e a *transferência de massa por convecção*. Os parâmetros-chave das camadas-limite são, então, o *coeficiente de atrito* C_f e os *coeficientes de transferência de calor e de massa por convecção* h e h_m, respectivamente. Voltamos nossa atenção agora para o exame desses três parâmetros-chave, que são importantes para a análise de problemas de transferência de calor e de massa por convecção.

6.2 *Coeficientes Convectivos Local e Médio*

6.2.1 Transferência de Calor

Considere as condições da Figura 6.4*a*. Um fluido, com velocidade V e a temperatura T_∞, escoa sobre uma superfície de forma arbitrária e área superficial A_s. Presume-se que a superfície se encontre a uma temperatura uniforme, T_s, e se $T_s \neq T_\infty$ sabemos que irá ocorrer transferência de calor por convecção. Da Seção 6.1.2 também sabemos que o fluxo térmico na superfície e o coeficiente de transferência de calor convectivo variam ao longo da superfície. A *taxa total de transferência de calor q* pode ser obtida pela integração do fluxo local ao longo de toda a superfície. Ou seja,

$$q = \int_{A_s} q''dA_s \qquad (6.10)$$

ou, da Equação 6.4,

$$q = (T_s - T_\infty)\int_{A_s} h\,dA_s \qquad (6.11)$$

[1] Essa expressão é uma aproximação de uma forma mais geral da lei de Fick da difusão (Seção 14.1.3), quando a concentração molar total da mistura, $C = C_A + C_B$, é uma constante.

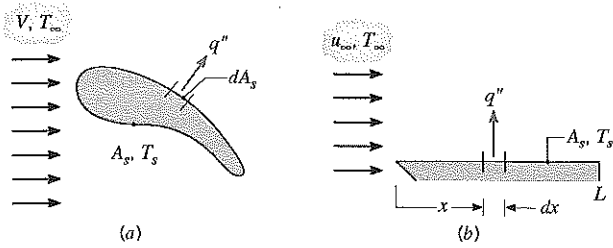



FIGURA 6.4 Transferência de calor por convecção local e total. (*a*) Superfície com forma arbitrária. (*b*) Placa plana.

Definindo um *coeficiente convectivo médio* $\bar{h}$ para toda a superfície, a taxa de transferência de calor total também pode ser escrita na forma

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \tag{6.12}$$

Igualando as Equações 6.11 e 6.12, tem-se que os coeficientes convectivos médio e local estão relacionados por uma expressão que tem a forma

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h dA_s \tag{6.13}$$

Note que, para o caso particular do escoamento sobre uma placa plana (Figura 6.4*b*), h varia somente com a distância x da aresta frontal e a Equação 6.13 se reduz a

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h dx \tag{6.14}$$

6.2.2 Transferência de Massa

Resultados análogos podem ser obtidos para a transferência de massa por convecção. Se um fluido, com uma concentração molar de uma espécie $C_{A,\infty}$, escoa sobre uma superfície na qual a concentração dessa espécie é mantida em algum valor uniforme $C_{A,s} \neq C_{A,\infty}$ (Figura 6.5*a*), transferência dessa espécie por convecção irá ocorrer. Da Seção 6.1.3 sabemos que o fluxo molar na superfície e o coeficiente de transferência de massa convectivo variam ao longo da superfície. A *taxa total de transferência molar,* N_A (kmol/s), pode, então, ser representada por

$$N_A = \bar{h}_m A_s (C_{A,s} - C_{A,\infty}) \tag{6.15}$$

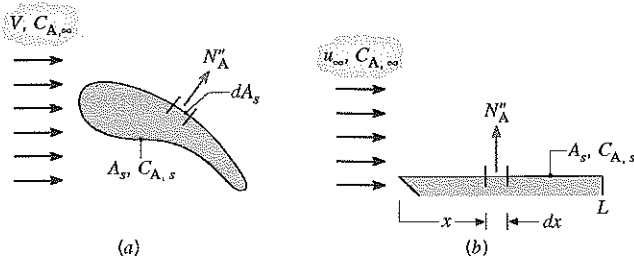



FIGURA 6.5 Transferência de uma espécie por convecção local e total. (*a*) Superfície com forma arbitrária. (*b*) Placa plana.

onde os coeficientes de transferência de massa por convecção médio e local estão relacionados por uma equação na forma

$$\bar{h}_m = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h_m dA_s \tag{6.16}$$

Para a placa plana da Figura 6.5*b*, segue-se que

$$\bar{h}_m = \frac{1}{L}\int_0^L h_m dx \tag{6.17}$$

A transferência de uma espécie também pode ser expressa como um fluxo mássico, n''_A(kg/(s·m²)), ou como uma taxa de transferência de massa, n_A(kg/s), pela multiplicação de ambos os lados das Equações 6.8 e 6.15, respectivamente, pela massa molar $\mathcal{M}_A$(kg/kmol) da espécie A. Dessa forma,

$$n''_A = h_m(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \tag{6.18}$$

e

$$n_A = \bar{h}_m A_s(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \tag{6.19}$$

onde ρ_A(kg/m³) é a concentração mássica da espécie A.[2] Podemos também escrever a lei de Fick em uma base mássica multiplicando a Equação 6.7 por $\mathcal{M}_A$, o que fornece

$$n''_{A,s} = -D_{AB}\frac{\partial \rho_A}{\partial y}\bigg|_{y=0} \tag{6.20}$$

Além disso, a multiplicação do numerador e do denominador da Equação 6.9 por $\mathcal{M}_A$ fornece uma expressão alternativa para h_m:

$$h_m = \frac{-D_{AB}\partial\rho_A/\partial y|_{y=0}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} \tag{6.21}$$

Para executar um cálculo de transferência de massa por convecção é necessário determinar o valor de $C_{A,s}$ ou $\rho_{A,s}$. Tal determinação pode ser efetuada supondo-se equilíbrio termodinâmico na interface entre o gás e a fase líquida ou sólida. Uma implicação do equilíbrio é que a temperatura do vapor na interface é igual à temperatura da superfície T_s. Uma segunda implicação é que o vapor se encontra em um *estado saturado*, estado no qual as tabelas termodinâmicas, como a Tabela A.6 para a água, podem ser usadas para obter a sua densidade a partir do conhecimento de T_s. Com uma boa aproximação, a concentração molar do vapor na superfície também pode ser determinada a partir da pressão de vapor, através da utilização da equação de estado para um gás ideal. Isto é,

[2] Embora a nomenclatura anterior seja adequada para caracterizar processos de transferência de massa de interesse deste texto, não há uma nomenclatura padrão e, freqüentemente, é difícil reconciliar os resultados de diferentes publicações. Uma revisão das diferentes formas nas quais potenciais motrizes, fluxos e coeficientes convectivos podem ser formulados é apresentada em Webb [1].

$$C_{A,s} = \frac{p_{sat}(T_s)}{\mathcal{R}T_s} \tag{6.22}$$

onde $\mathcal{R}$ é a constante universal dos gases e $p_{sat}(T_s)$ é a pressão de vapor correspondente à saturação a uma temperatura T_s. Note que a concentração mássica e a concentração molar do vapor estão relacionadas pela expressão $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$.

6.2.3 O Problema da Convecção

O fluxo local e/ou a taxa de transferência total são de capital importância em qualquer problema de convecção. Essas grandezas podem ser determinadas pelas equações das taxas, Equações 6.4, 6.8, 6.12 e 6.15, que dependem do conhecimento dos coeficientes convectivos local (h ou h_m) e médio ($\bar{h}$ e $\bar{h}_m$). É por esse motivo que a determinação desses coeficientes é vista como o *problema da convecção*. Contudo, o problema não é simples, pois, além de dependerem de numerosas *propriedades do fluido*, tais como densidade, viscosidade, condutividade térmica e calor específico, os coeficientes são funções da *geometria da superfície* e das *condições do escoamento*. Essa multiplicidade de variáveis independentes resulta do fato de que a transferência por convecção é influenciada pelas *camadas-limite* que se desenvolvem sobre a superfície.

EXEMPLO 6.1

Foi determinado que os resultados experimentais para o coeficiente de transferência de calor local h_x para o escoamento sobre uma placa plana com superfície extremamente rugosa seguem a seguinte relação

$$h_x(x) = ax^{-0,1}$$

onde a é um coeficiente (W/(m$^{1,9}\cdot$K)) e x(m) é a distância da aresta frontal da placa.

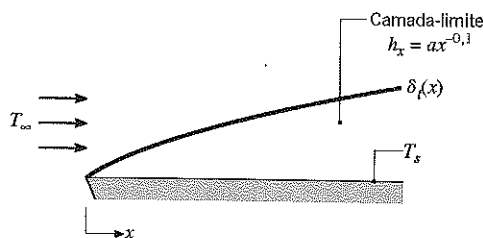
1. Desenvolva uma expressão para a razão entre o coeficiente de transferência de calor médio $\bar{h}_x$ em uma placa com comprimento x e o coeficiente de transferência de calor local h_x em x.
2. Mostre, de forma qualitativa, a variação de h_x e $\bar{h}_x$ em função de x.

SOLUÇÃO

Dados: Variação do coeficiente de transferência de calor local, $h_x(x)$.

Achar:

1. A razão entre o coeficiente de transferência de calor médio $\bar{h}_x(x)$ e o coeficiente local $h_x(x)$.
2. Esboço das variações de h_x e $\bar{h}_x$ com x.

Esquema:

Análise:

1. Da Equação 6.14, o valor médio do coeficiente de transferência de calor por convecção na região de 0 a x é

$$\bar{h}_x = \bar{h}_x(x) = \frac{1}{x}\int_0^x h_x(x)\,dx$$

Substituindo a expressão para o coeficiente de transferência de calor local

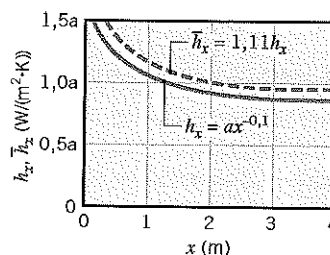
$$h_x(x) = ax^{-0,1}$$

e integrando, obtemos

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x}\int_0^x ax^{-0,1}\,dx = \frac{a}{x}\int_0^x x^{-0,1}\,dx = \frac{a}{x}\left(\frac{x^{+0,9}}{0,9}\right) = 1,11ax^{-0,1}$$

ou

$$\bar{h}_x = 1,11h_x \qquad \triangleleft$$

2. A variação de h_x e $\bar{h}_x$ com x tem a seguinte forma:

Comentários: O desenvolvimento da camada-limite causa a diminuição dos coeficientes local e médio com o aumento da distância para a aresta frontal. O coeficiente médio até x deve, portanto, ser superior ao valor local em x.

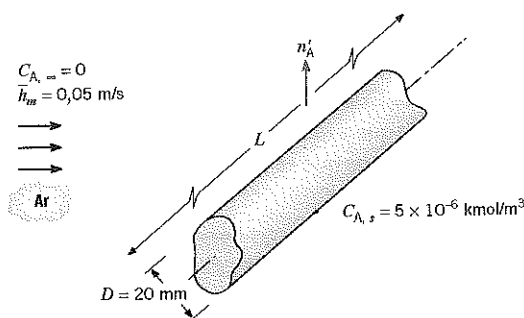
EXEMPLO 6.2

Um longo cilindro circular com 20 mm de diâmetro é fabricado com naftaleno sólido, um repelente comum contra traças, e é exposto a uma corrente de ar que proporciona um coeficiente de transferência de massa convectivo médio de $\bar{h}_m = 0,05$ m/s. A concentração molar do vapor de naftaleno na superfície do cilindro é 5×10^{-6} kmol/m^3 e a sua massa molar é de 128 kg/kmol. Qual é a taxa mássica de sublimação por unidade de comprimento do cilindro?

SOLUÇÃO

Dados: Concentração do vapor saturado de naftaleno.

Achar: Taxa de sublimação por unidade de comprimento, n'_A(kg/(s·m)).

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Concentração de naftaleno desprezível na corrente livre do ar.

Análise: O naftaleno é transportado para o ar por convecção e, da Equação 6.15, a taxa de transferência molar para o cilindro é

$$N_A = \overline{h}_m \pi DL(C_{A,s} - C_{A,\infty})$$

Com $C_{A,\infty} = 0$ e $N'_A = N_A/L$, segue-se que

$$N'_A = (\pi D)\overline{h}_m C_{A,s} = \pi \times 0{,}02\,\text{m} \times 0{,}05\,\text{m/s} \times 5 \times 10^{-6}\,\text{kmol/m}^3$$

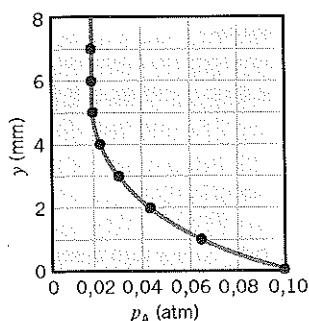
$$N'_A = 1{,}57 \times 10^{-8}\,\text{kmol/(s·m)}$$

A taxa mássica de sublimação é, então,

$$n'_A = \mathcal{M}_A N'_A = 128\,\text{kg/kmol} \times 1{,}57 \times 10^{-8}\,\text{kmol/(s·m)}$$

$$n'_A = 2{,}01 \times 10^{-6}\,\text{kg/(s·m)} \qquad \triangleleft$$

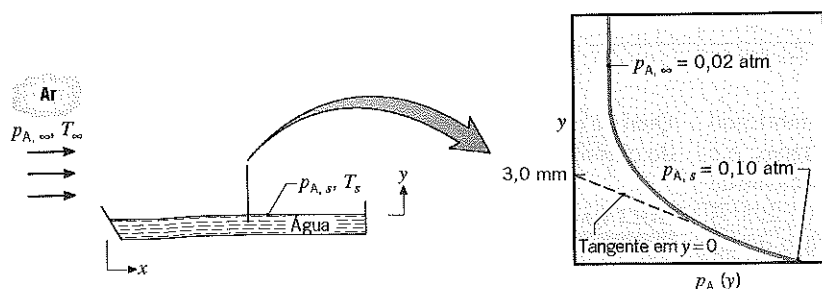
EXEMPLO 6.3

Em algum ponto sobre a superfície de uma panela contendo água são efetuadas medidas da pressão parcial de vapor d'água p_A (atm) em função da distância y da superfície do líquido. Os resultados obtidos são os seguintes:

Determine o coeficiente de transferência de massa por convecção $h_{m,x}$ nessa posição.

SOLUÇÃO

Dados: Pressão parcial p_A de vapor d'água em função da distância y em uma posição específica na superfície de uma camada de água.

Achar: Coeficiente de transferência de massa por convecção nessa posição.

Esquema:

Considerações:

1. O vapor d'água pode ser considerado um gás ideal.
2. Condições são isotérmicas.

Propriedades: Tabela A.6, vapor saturado (0,1 atm = 0,101 bar): $T_s = 319$ K. Tabela A.8, vapor d'água-ar (319 K): D_{AB} (319 K) = D_{AB} (289 K) × (319 K/298 K)$^{3/2}$ = 0,288 × 10^{-4} m²/s.

Análise: Da Equação 6.21, o coeficiente de transferência de massa por convecção local é

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB}\,\partial\rho_A/\partial y|_{y=0}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}}$$

ou, considerando o vapor como um gás ideal

$$p_A = \rho_A RT$$

com T constante (condições isotérmicas),

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB}\,\partial p_A/\partial y|_{y=0}}{p_{A,s} - p_{A,\infty}}$$

Com base na distribuição de pressões do vapor medida

$$\left.\frac{\partial p_A}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{(0 - 0{,}1)\,\text{atm}}{(0{,}003 - 0)\,\text{m}} = -33{,}3\,\text{atm/m}$$

Assim,

$$h_{m,x} = \frac{-0{,}288 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}\ (-33{,}3\ \text{atm/m})}{(0{,}1 - 0{,}02)\ \text{atm}} = 0{,}0120\ \text{m/s}$$

Comentários: A partir do equilíbrio termodinâmico na interface líquido-vapor, a temperatura interfacial foi determinada na Tabela A.6.

6.3 *Escoamentos Laminar e Turbulento*

Na discussão de convecção até agora, não nos remetemos ao significado das *condições do escoamento*. Uma primeira etapa essencial no tratamento de qualquer problema de convecção é a determinação se a camada-limite é *laminar* ou *turbulenta*. O atrito superficial e as taxas de transferência por convecção dependem fortemente de qual dessas condições está presente.

6.3.1 Camadas-Limite de Velocidade Laminar e Turbulenta

O *desenvolvimento* de uma camada-limite sobre uma placa plana é ilustrado na Figura 6.6. Em muitos casos, coexistem as condições de escoamento laminar e turbulento, com a seção laminar precedendo a turbulenta. Para cada condição, o movimento de fluido é caracterizado por componentes da velocidade nas direções x e y. O movimento do fluido se afastando da superfície se faz necessário pela desaceleração do fluido próximo à parede na medida em que a camada-limite cresce na direção x. A Figura 6.6 mostra que há diferenças marcantes entre as condições de escoamento laminar e turbulento, conforme descrito nos parágrafos seguintes.

Na camada-limite laminar, o movimento do fluido é altamente ordenado, sendo possível identificar linhas de corrente ao longo das quais as partículas do fluido se movem. Da Seção 6.1.1 sabemos que a espessura da camada-limite aumenta e que os gradientes de velocidade em $y = 0$ diminuem no sentido do escoamento (aumento de x). Na Equação 6.2 vemos que a tensão cisalhante local τ_s também diminui com o aumento de x. O comportamento altamente ordenado continua até que uma zona de *transição* é atingida, ao longo da qual ocorre uma conversão das condições laminares para as turbulentas. As condições na zona de transição mudam com o tempo, com o escoamento às vezes mostrando comportamento laminar e às vezes exibindo características de escoamento turbulento.

O escoamento na camada-limite completamente turbulenta é, em geral, altamente irregular, sendo caracterizado pelo movimento tridimensional aleatório de relativamente grandes parcelas do fluido. A mistura no interior da camada-limite direciona fluido com alta velocidade na direção da superfície do sólido e transfere fluido com movimento mais lento mais para dentro da corrente livre. A maior parte da mistura é promovida por vórtices na direção do escoamento chamados de *streaks* que são gerados intermitentemente próximo à placa plana, onde eles crescem e decaem rapidamente. Estudos analíticos e experimentais recentes sugerem que essas e outras *estruturas coerentes* no interior de escoamentos turbulentos podem se deslocar em *ondas* com velocidades que podem ser superiores a u_∞, interagem não linearmente e geram as condições caóticas que caracterizam o escoamento turbulento [2].

Como um resultado das interações que levam às condições de escoamento caótico, flutuações de velocidade e de pressão ocorrem em qualquer ponto no interior da camada-limite turbulenta. Três regiões distintas podem ser delineadas na camada-limite turbulenta como uma função da distância da superfície. Podemos falar em uma *subcamada viscosa* na qual o transporte é dominado pela difusão e o perfil de velocidades é aproximadamente linear. Há uma *camada de amortecimento* adjacente na qual a difusão e a mistura turbulenta são comparáveis e há uma *zona turbulenta* na qual o transporte é dominado pela mistura turbulenta. Uma comparação dos perfis do componente x da velocidade nas camadas-limite laminar e turbulenta, fornecida pela Figura 6.7, mostra que o perfil de velocidades turbulento é relativamente

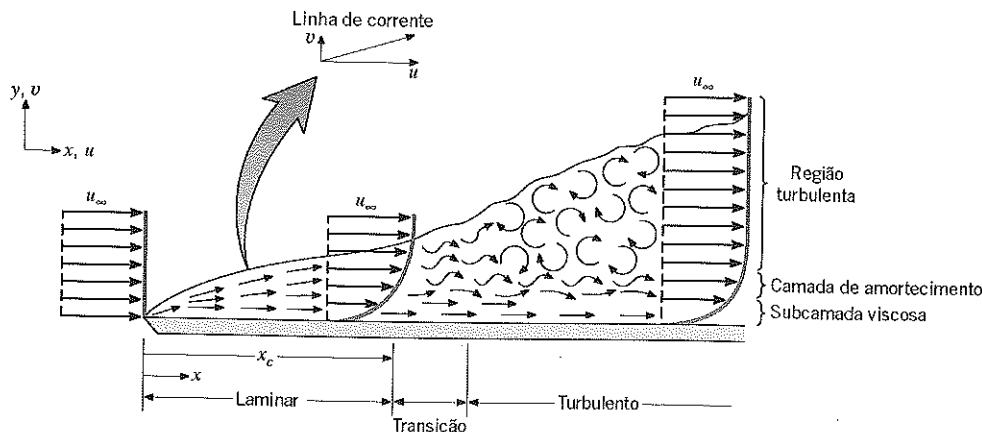



FIGURA 6.6 Desenvolvimento da camada-limite de velocidade sobre uma placa plana.

plano devido à mistura que ocorre no interior da camada de amortecimento e da região turbulenta, dando lugar a grandes gradientes de velocidade na subcamada viscosa. Desta forma, τ_s é geralmente maior na porção turbulenta da camada-limite da Figura 6.6 do que na porção laminar.

A transição do escoamento laminar para o turbulento é em última análise devida a *mecanismos de gatilho*, tais como a interação de estruturas transientes do escoamento que se desenvolvem naturalmente no interior do fluido ou pequenos distúrbios que existem no interior de muitas camadas-limite típicas. Esses distúrbios podem se originar em flutuações na corrente livre ou podem ser induzidos pela rugosidade superficial ou minúsculas vibrações na superfície. O início da turbulência depende da amplificação ou atenuação dos mecanismos de gatilho na direção do escoamento do fluido, o que, por sua vez, depende de um agrupamento adimensional de parâmetros chamado de *número de Reynolds*,

$$Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} \tag{6.23}$$

onde, para uma placa plana, o comprimento característico é x, a distância a partir da aresta frontal. Será mostrado posteriormente que o número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e as viscosas. Se o número de Reynolds for pequeno, as forças de inércia serão insignificantes em relação às forças viscosas. Os distúrbios são, então, dissipados e o escoamento permanece laminar. Entretanto, para um número de Reynolds grande, as forças de inércia podem ser suficientes para amplificar os mecanismos de gatilho e a transição para a turbulência ocorre.

No cálculo do comportamento de camadas-limite, freqüentemente é razoável supor que a transição comece em um certo local x_c, como mostrado na Figura 6.6. Esse local é determinado pelo número de Reynolds *crítico*, $Re_{x,c}$. Para o escoamento sobre uma placa plana, sabe-se que o $Re_{x,c}$ varia de aproximadamente 10^5 até 3×10^6, dependendo da rugosidade da superfície e do nível de turbulência na corrente livre. Um valor representativo de

$$Re_{x,c} \equiv \frac{\rho u_\infty x_c}{\mu} = 5 \times 10^5 \tag{6.24}$$

é freqüentemente admitido em cálculos da camada-limite e, caso não haja observação em contrário, é usado nos cálculos neste texto que envolvem placas planas.

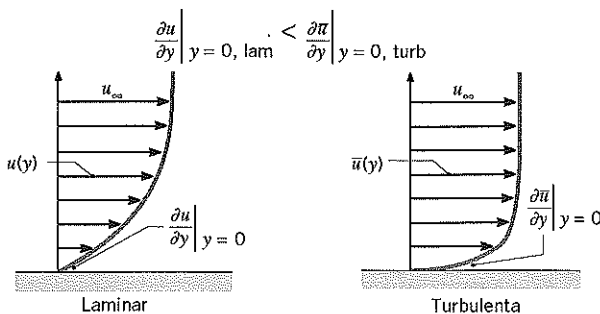



FIGURA 6.7 Comparação dos perfis de velocidades nas camadas-limite de velocidade laminar e turbulenta para a mesma velocidade na corrente livre.[3]

6.3.2 Camadas-Limite Térmica e de Concentração de Espécies Laminares e Turbulentas

Como a distribuição de velocidades determina o componente advectivo do transporte de energia térmica ou de espécies químicas no interior da camada-limite, a natureza do escoamento também tem uma profunda influência nas taxas de transferência de calor e de massa convectivas. Similarmente ao que acontece com a camada-limite de velocidade laminar, as camada-limite térmica e de espécies crescem no sentido do escoamento (aumento de x), os gradientes de temperatura e de concentração das espécies no fluido em $y = 0$ diminuem no sentido do escoamento e, de acordo com as Equações 6.5 e 6.9, os coeficientes de transferência de calor e de massa também diminuem com o aumento de x.

Da mesma forma que induz grandes gradientes de velocidade em $y = 0$, a mistura turbulenta promove grandes gradientes de temperatura e de concentração de espécies adjacentes à superfície do sólido, assim como um aumento correspondente nos coeficientes de transferência de calor e de massa ao longo da região de transição. Esses efeitos estão ilustrados na Figura 6.8 para a espessura da camada-limite de velocidade δ e para o coeficiente de transferência de calor por convecção h. Como a turbulência induz a mistura, que por sua vez reduz a importância da condução e da difusão na determinação das espessuras das camadas-limite térmica e de concentração de espécies, *diferenças* nas espessuras das camadas-limite de velocidade, térmica e de espécies tendem a ser bem menores no escoamento turbulento do que no escoamento laminar. Como está evidente na Equação 6.24, a presença da transferência de calor e/ou de massa pode afetar o local da transição de escoamento laminar para turbulento x_c se a densidade ou a viscosidade dinâmica do fluido dependerem da temperatura ou da concentração das espécies.

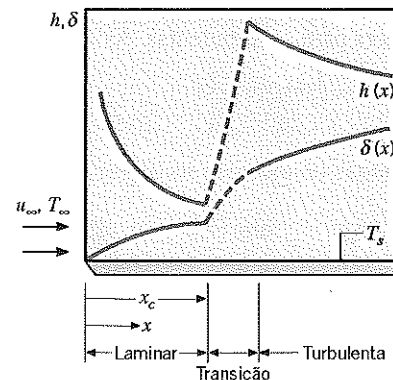



FIGURA 6.8 Variação da espessura da camada-limite de velocidade δ e do coeficiente de transferência de calor local h para o escoamento sobre uma placa plana isotérmica.

[3] Como a velocidade flutua com o tempo no escoamento turbulento, a velocidade média no tempo, $\bar{u}$, está representada na Figura 6.7.

Exemplo 6.4

Água escoa a uma velocidade de $u_\infty = 1$ m/s sobre uma placa plana de comprimento $L = 0{,}6$ m. Considere dois casos, um no qual a temperatura da água é de aproximadamente 300 K e o outro para uma temperatura aproximada da água de 350 K. Nas regiões laminar e turbulenta, medidas experimentais mostram que os coeficientes convectivos locais são bem descritos por

$$h_{lam}(x) = C_{lam}x^{-0,5} \qquad h_{turb}(x) = C_{turb}x^{-0,2}$$

onde x tem a unidade de m. A 300 K,

$$C_{lam,300} = 395\ \text{W/(m}^{1,5}\cdot\text{K)} \qquad C_{turb,300} = 2330\ \text{W/(m}^{1,8}\cdot\text{K)}$$

enquanto a 350 K,

$$C_{lam,350} = 477\ \text{W/(m}^{1,5}\cdot\text{K)} \qquad C_{turb,350} = 3600\ \text{W/(m}^{1,8}\cdot\text{K)}$$

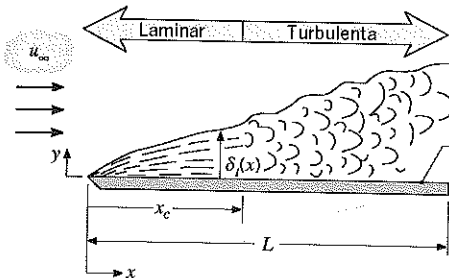
Como está evidente, a constante, C, depende da natureza do escoamento, assim como da temperatura da água, em função da dependência com a temperatura de várias propriedades do fluido.

Determine o coeficiente convectivo médio, $\bar{h}$, sobre a placa inteira para as duas temperaturas.

Solução

Dados: Escoamento de água sobre uma placa plana; expressões para a dependência do coeficiente convectivo local com a distância da aresta frontal da placa, x; e temperatura aproximada da água.

Achar: Coeficiente convectivo médio, $\bar{h}$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transição ocorre em um número de Reynolds crítico de $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$.

Propriedades: Tabela A.6, água ($\bar{T} \approx 300$ K): $\rho = v_f^{-1} = 997$ kg/m³, $\mu = 855 \times 10^{-6}$ N·s/m². Tabela A.6, água ($T \approx 350$ K): $\rho = v_f^{-1} = 974$ kg/m³, $\mu = 365 \times 10^{-6}$ N·s/m².

Análise: O coeficiente convectivo local é altamente dependente do fato de serem as condições de escoamento laminar ou turbulento. Conseqüentemente, em primeiro lugar determinamos a extensão dessas condições achando o local onde a transição ocorre, x_c. Da Equação 6.24, sabemos que a 300 K,

$$x_c = \frac{Re_{x,c}\mu}{\rho u_\infty} = \frac{5 \times 10^5 \times 855 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2}{997\ \text{kg/m}^3 \times 1\ \text{m/s}} = 0{,}43\ \text{m}$$

enquanto a 350 K,

$$x_c = \frac{Re_{x,c}\mu}{\rho u_\infty} = \frac{5 \times 10^5 \times 365 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2}{974\ \text{kg/m}^3 \times 1\ \text{m/s}} = 0{,}19\ \text{m}$$

Da Equação 6.14, sabemos que

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h\,dx = \frac{1}{L}\left[\int_0^{x_c} h_{lam}\,dx + \int_{x_c}^L h_{turb}\,dx\right]$$

ou

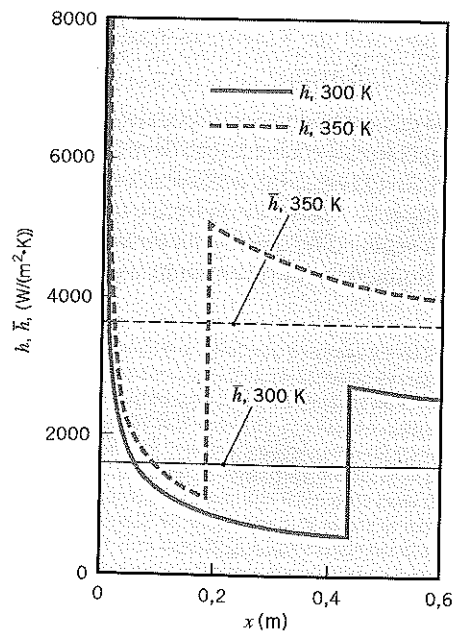
$$\bar{h} = \frac{1}{L}\left[\frac{C_{lam}}{0{,}5}x^{0,5}\Big|_0^{x_c} + \frac{C_{turb}}{0{,}8}x^{0,8}\Big|_{x_c}^{L}\right]$$

A 300 K,

$$\bar{h} = \frac{1}{0{,}6\ \text{m}}\left[\frac{395\ \text{W/(m}^{1,5}\cdot\text{K)}}{0{,}5} \times (0{,}43^{0,5})\ \text{m}^{0,5} + \frac{2330\ \text{W/(m}^{1,8}\cdot\text{K)}}{0{,}8} \times (0{,}6^{0,8} - 0{,}43^{0,8})\ \text{m}^{0,8}\right] = 1620\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \triangleleft$$

enquanto a 350 K,

$$\bar{h} = \frac{1}{0{,}6\ \text{m}}\left[\frac{477\ \text{W/(m}^{1,5}\cdot\text{K)}}{0{,}5} \times (0{,}19^{0,5})\ \text{m}^{0,5} + \frac{3600\ \text{W/(m}^{1,8}\cdot\text{K)}}{0{,}8} \times (0{,}6^{0,8} - 0{,}19^{0,8})\ \text{m}^{0,8}\right] = 3710\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \triangleleft$$

As distribuições dos coeficientes convectivos locais e o valor do coeficiente convectivo médio para $x = L = 0{,}6$ m na placa são mostrados na figura a seguir.

Comentários:

1. O coeficiente convectivo médio a $T \approx 350$ K é mais do que o dobro do valor a $T \approx 300$ K. Essa forte dependência com a temperatura é devida principalmente ao significativo des-

locamento de x_c, que está associado à menor viscosidade da água na maior temperatura. Uma consideração cuidadosa da dependência com a temperatura das propriedades do fluido é *crucial* ao se fazer uma análise da transferência de calor por convecção.

2. Variações com a posição do coeficiente convectivo local são significativas. Os maiores coeficientes convectivos locais ocorrem na aresta frontal da placa plana, onde a camada-limite térmica laminar é extremamente fina, e logo após x_c, onde a camada-limite turbulenta é mais fina.

6.4 As Equações de Camada-Limite

Podemos aprimorar nossa compreensão dos efeitos físicos que determinam o comportamento de uma camada-limite e ilustrar sua relevância para o transporte convectivo através da análise das equações que governam condições nas camadas-limite, como aquelas mostradas na Figura 6.9.

A camada-limite de velocidade resulta da diferença entre a velocidade na corrente livre e a velocidade nula na parede, enquanto a camada-limite térmica vem da diferença entre as temperaturas da corrente livre e da superfície. O fluido é considerado uma mistura binária das espécies A e B, e a camada-limite de concentração tem sua origem na diferença entre as concentrações na corrente livre e na superfície ($C_{A,\infty} \neq C_{A,s}$). A ilustração das espessuras relativas ($\delta_t > \delta_c > \delta$) na Figura 6.9 é arbitrária até o momento. Os fatores que influenciam o desenvolvimento relativo das camadas-limite serão discutidos posteriormente neste capítulo.

Nosso objetivo na próxima seção é obter as equações diferenciais que governam os campos de velocidades, de temperaturas e de concentrações de espécies presentes no escoamento em camada-limite com a transferência de calor e de espécies. A Seção 6.4.1 apresenta as equações de camada limite laminar e o Apêndice E fornece as equações correspondentes para as condições turbulentas.

6.4.1 Equações de Camada-Limite para o Escoamento Laminar

O movimento de um fluido no qual coexistem gradientes de velocidade, temperatura e concentração deve obedecer a várias *leis fundamentais da natureza*. Em particular, em cada ponto do fluido, a *conservação de massa, de energia* e *de espécies químicas*, assim como a *segunda lei de Newton do movimento* devem ser satisfeitas. Equações representando essas exigências são deduzidas através da aplicação das leis em um volume de controle diferencial situado no escoamento. As equações resultantes, em coordenadas cartesianas, para o *escoamento bidimensional em regime estacionário* de um *fluido incompressível* com *propriedades constantes* são dadas no Apêndice D. Essas equações servem como ponto de partida para a nossa análise de camadas-limite laminares. Observe que os escoamentos turbulentos são inerentemente não estacionários e as equações que os governam são apresentadas no Apêndice E.

Essas equações são deduzidas na Seção 6S.1.

Iniciamos restringindo nossa atenção em aplicações nas quais as *forças de corpo são desprezíveis* ($X = Y = 0$), *não há geração de energia térmica* ($\dot{q} = 0$) e o *escoamento é não reativo* ($\dot{N}_A = 0$). Simplificações adicionais podem ser feitas invocando-se aproximações pertinentes às condições nas camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração. As espessuras das camadas-limite são tipicamente muito pequenas em relação ao tamanho do objeto sobre o qual elas se formam e a velocidade na direção x, a temperatura e a concentração devem mudar dos seus valores na superfície para os seus valores na corrente livre nestas distâncias muito pequenas. Conseqüentemente, gradientes normais à superfície do objeto são muito maiores do que aqueles ao longo da superfície. Como um resultado, podemos desprezar termos que representam a difusão na direção x do momento, da energia térmica e da espécie química, em relação aos seus correspondentes na direção y. Isto é [3, 4]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \tag{6.25}$$

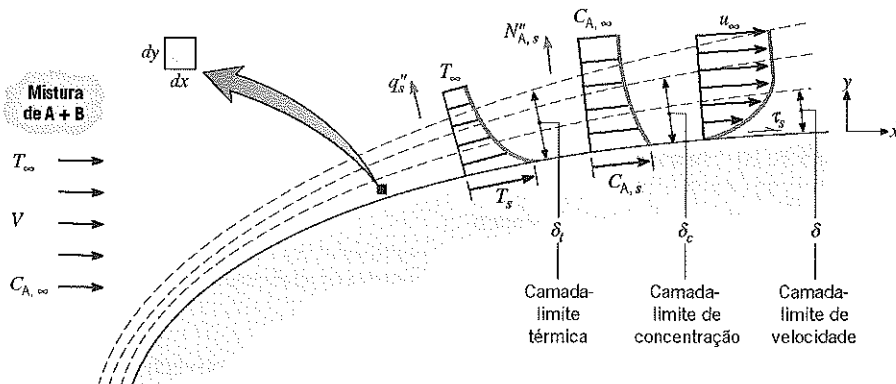



FIGURA 6.9 Desenvolvimento das camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração para uma superfície arbitrária.

Desprezando os termos na direção x, estamos supondo que a tensão cisalhante, o fluxo condutivo e o fluxo difusivo da espécie correspondentes são desprezíveis.

Além disso, em função de a camada-limite ser tão fina, o gradiente de pressão na direção x no interior da camada-limite pode ser aproximado pelo gradiente de pressão na corrente livre:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{dp_\infty}{dx} \tag{6.26}$$

A forma de $p_\infty(x)$ depende da geometria da superfície e pode ser obtida pela consideração em separado do escoamento na corrente livre. Desta forma, o gradiente de pressão pode ser tratado como uma grandeza conhecida.

Com as simplificações e aproximações anteriores, a equação da continuidade global permanece inalterada com a forma da Equação D.1:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{6.27}$$

Essa equação é um resultado da aplicação da conservação da massa no volume de controle diferencial $dx \cdot dy \cdot 1$ mostrado na Figura 6.9. As duas parcelas representam o fluxo *líquido* (saída menos entrada) de massa nas direções x e y, cuja soma deve ser zero em um escoamento em regime estacionário.

A equação do momento na direção x (Equação D.2) se reduz a:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp_\infty}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{6.28}$$

Essa equação resulta da aplicação da segunda lei de Newton do movimento na direção x no volume de controle diferencial $dx \cdot dy \cdot 1$ no fluido. O lado esquerdo representa a taxa líquida na qual o momento na direção x deixa o volume de controle devido ao movimento do fluido através de suas fronteiras. A primeira parcela no lado direito representa a força de pressão líquida, e a segunda parcela, a força líquida devido às tensões cisalhantes viscosas.

A equação da energia (Equação D.4) se reduz a

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{6.29}$$

Essa equação resulta da aplicação da conservação de energia no volume de controle diferencial no fluido em escoamento. As parcelas no lado esquerdo levam em conta a taxa líquida na qual a energia térmica deixa o volume de controle devido ao movimento global do fluido (advecção). A primeira parcela no lado direito reflete a entrada líquida de energia térmica devido à condução na direção y. A última parcela no lado direito é o que resta da dissipação viscosa, Equação D.5, quando é reconhecido que, na camada-limite, o componente da velocidade na direção ao longo da superfície, u, é muito maior do que aquele na direção normal à superfície, v, e os gradientes normais à superfície são muito maiores do que aqueles ao longo da superfície. Em muitas situações essa parcela pode ser desprezada em relação àquelas que levam em conta a advecção e a condução. Entretanto, o aquecimento aerodinâmico que acompanha vôos de alta velocidade (especialmente supersônicos) é uma situação digna de nota na qual essa parcela é importante.

A equação da conservação de uma espécie (Equação D.6) se reduz a

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \tag{6.30}$$

Essa equação é obtida ao se aplicar a conservação de uma espécie química em um volume de controle diferencial em um escoamento. As parcelas no lado esquerdo levam em conta o transporte líquido da espécie A devido ao movimento global do fluido (advecção), enquanto o lado direito representa a entrada líquida devido à difusão na direção y.

As Equações 6.27 a 6.30 podem ser resolvidas para determinar as variações espaciais de u, v, T e C_A nas diferentes camadas-limite laminares. Para o escoamento incompressível com propriedades constantes, as Equações 6.27 e 6.28 são *desacopladas* das Equações 6.29 e 6.30. Isto é, as Equações 6.27 e 6.28 podem ser resolvidas para determinar o *campo de velocidades*, $u(x, y)$ e $v(x, y)$, sem considerar as Equações 6.29 e 6.30. A partir do conhecimento de $u(x, y)$, o gradiente de velocidade $(\partial u/\partial y)|_{y=0}$ pode, então, ser determinado e a tensão cisalhante na parede pode ser obtida da Equação 6.2. Em contraste, através da presença de u e v nas Equações 6.29 e 6.30, os campos de temperaturas e de concentrações de espécies são *acoplados* ao campo de velocidades. Dessa forma, $u(x, y)$ e $v(x, y)$ têm que ser conhecidos antes que as Equações 6.29 e 6.30 possam ser resolvidas para determinar $T(x, y)$ e $C_A(x, y)$. Uma vez que $T(x, y)$ e $C_A(x, y)$ tenham sido determinados nessas soluções, os coeficientes de transferência de calor e de massa por convecção podem ser determinados pelas Equações 6.5 e 6.9, respectivamente. Tem-se, então, que esses coeficientes dependem fortemente do campo de velocidades.[4]

Como as soluções de camadas-limite geralmente envolvem matemática além do escopo deste texto, nosso tratamento de tais soluções estará restrito à análise do escoamento paralelo laminar sobre uma placa plana (Seção 7.2 e Apêndice F). Contudo, outras soluções analíticas são discutidas em textos avançados sobre convecção [6-8] e soluções detalhadas de camada-limite podem ser obtidas usando-se técnicas numéricas (diferenças finitas

[4] Atenção especial deve ser dada à influência do transporte de espécies na camada-limite de velocidade. Lembre que o desenvolvimento da camada-limite de velocidade é geralmente caracterizado pela existência de uma velocidade do fluido igual a zero *na superfície*. Essa condição se aplica ao componente da velocidade v normal à superfície, da mesma forma que ao componente da velocidade u ao longo da superfície. Contudo, se houver transferência de massa simultânea para ou saindo da superfície, é evidente que v não pode mais ser nulo na superfície. Todavia, nos problemas de transferência de massa de interesse neste texto é razoável supor que $v = 0$ na superfície, o que é equivalente a considerar que a transferência de massa tem uma influência desprezível na camada-limite de velocidade. A suposição é apropriada em muitos problemas envolvendo evaporação ou sublimação em interfaces gás-líquido ou gás-sólido, respectivamente. Entretanto, ela não é apropriada em problemas de *resfriamento com transferência de massa* que envolvem altas taxas de transferência de massa na superfície [5]. Além disso, observamos que, com transferência de massa, o fluido na camada-limite é uma mistura binária de espécies A e B, e suas propriedades devem ser aquelas da mistura. Contudo, em todos os problemas deste texto, $C_A << C_B$ e, então, é aceitável a suposição de que as propriedades na camada-limite (tais como k, μ, c_p etc.) são aquelas da espécie B.

e elementos finitos) [9]. É também essencial reconhecer que um grande conjunto de situações de relevância para a engenharia envolvem transferência de calor convectiva turbulenta, que é matemática e fisicamente mais complexa que a convecção laminar. As equações de camada-limite para escoamento turbulento estão incluídas no Apêndice E.

É importante ressaltar que não desenvolvemos as equações de camada-limite laminar com o objetivo de somente obter soluções para elas. Na realidade, fomos motivados principalmente por duas outras considerações. Uma motivação foi a obtenção de uma compreensão dos processos físicos que ocorrem nas camadas-limite. Esses processos afetam o atrito na parede, assim como a transferência de energia e de espécies nas camadas-limite. Uma segunda motivação importante surge do fato de que as equações podem ser usadas para identificar *parâmetros de similaridade de camada-limite* chaves, bem como importantes *analogias* entre as transferências de *momento*, *calor* e *massa*. As equações laminares pertinentes são usadas para esse propósito nas Seções 6.5 a 6.7, mas os mesmos parâmetros chaves e analogias se mantêm válidos também para condições turbulentas.

6.5 Similaridade na Camada-Limite: As Equações de Camada-Limite Normalizadas

Se examinarmos as Equações 6.28, 6.29 e 6.30, observamos uma forte similaridade. Na realidade, se o gradiente de pressão que aparece na Equação 6.28 e o termo da dissipação viscosa na Equação 6.29 forem desprezíveis, as três equações têm a mesma forma. *Cada equação é caracterizada por termos relacionados à advecção no lado esquerdo e um termo difusivo no lado direito.* Essa situação descreve *escoamentos de convecção forçada a baixas velocidades*, que são encontrados em muitas aplicações em engenharia. Implicações dessa similaridade podem ser desenvolvidas de uma maneira racional primeiramente *adimensionalizando* as equações que governam os processos.

6.5.1 Parâmetros de Similaridade da Camada-Limite

As equações de camada-limite são normalizadas partindo-se da definição de variáveis independentes adimensionais com as formas

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad \text{e} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L} \tag{6.31}$$

onde L é um *comprimento característico* para a superfície de interesse (por exemplo, o comprimento de uma placa plana). Além disso, as variáveis dependentes adimensionais também podem ser definidas como

$$u^* \equiv \frac{u}{V} \qquad \text{e} \qquad v^* \equiv \frac{v}{V} \tag{6.32}$$

onde V é a velocidade a montante da superfície (Figura 6.9) e como

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \tag{6.33}$$

$$C_A^* \equiv \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} \tag{6.34}$$

As Equações 6.31 a 6.34 podem ser substituídas nas Equações 6.28, 6.29 e 6.30 para se obter as formas adimensionais das equações de conservação mostradas na Tabela 6.1. Note que a dissipação viscosa foi desprezada e que $p^* \equiv (p_\infty/\rho V^2)$ é uma pressão adimensional. As condições de contorno na direção y necessárias na solução das equações são também mostradas na tabela.

Três *parâmetros de similaridade* adimensionais muito importantes são introduzidos na Tabela 6.1. Eles são o número de Reynolds, Re_L; o número de Prandtl, Pr; e o número de Schmidt,

TABELA 6.1 **As equações de camada-limite e suas condições de contorno na direção y na forma adimensional**

Camada-Limite	Equação de Conservação	Condições de Contorno: Parede	Condições de Contorno: Corrente Livre	Parâmetro(s) de Similaridade
Velocidade	$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dp^*}{dx^*} + \frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$ (6.35)	$u^*(x^*,0) = 0$ $v^*(x^*,0) = 0$	$u^*(x^*,\infty) = \frac{u_\infty(x^*)}{V}$ (6.38)	$Re_L = \frac{VL}{\nu}$ (6.41)
Térmica	$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$ (6.36)	$T^*(x^*,0) = 0$	$T^*(x^*,\infty) = 1$ (6.39)	$Re_L, Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ (6.42)
Concentração	$u^*\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Sc}\frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}}$ (6.37)	$C_A^*(x^*,0) = 0$	$C_A^*(x^*,\infty) = 1$ (6.40)	$Re_L, Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$ (6.43)

Sc. Parâmetros de similaridade são importantes, pois nos permitem a utilização de resultados, obtidos em uma superfície submetida a um conjunto de condições convectivas, em superfícies *geometricamente similares* submetidas a condições inteiramente diferentes. Essas condições podem variar, por exemplo, com a natureza do fluido, com a velocidade do fluido e/ou com o tamanho da superfície, como descrita pelo comprimento característico, L. Contanto que os parâmetros de similaridade e as condições de contorno adimensionais sejam os mesmos para dois conjuntos de condições, as soluções das equações diferenciais para a velocidade, a temperatura e a concentração adimensionais serão também as mesmas. Esse conceito será mais expandido no restante dessa seção.

6.5.2 Forma Funcional das Soluções

As Equações 6.35 a 6.43 na Tabela 6.1 são extremamente úteis do ponto de vista da sugestão de como resultados de camadas-limite importantes podem ser simplificados e generalizados. A equação do momento (6.35) sugere que, embora as condições na camada-limite de velocidade dependam das propriedades do fluido ρ e μ, da velocidade V e da escala de comprimento L, essa dependência pode ser simplificada pelo agrupamento dessas variáveis na forma do número de Reynolds. Conseqüentemente, antecipamos que a solução da Equação 6.35 terá a seguinte forma funcional

$$u^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.44}$$

Como a distribuição de pressões $p^*(x^*)$ depende da geometria da superfície e pode ser obtido de forma independente, analisando-se as condições do escoamento na corrente livre, a presença de dp^*/dx^* na Equação 6.44 representa a influência da geometria na distribuição de velocidades.

Da Equação 6.2, a tensão de cisalhamento na superfície, $y^* = 0$, pode ser representada por

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \left(\frac{\mu V}{L}\right) \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

e das Equações 6.1 e 6.41, tem-se que o coeficiente de atrito é

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho V^2/2} = \frac{2}{Re_L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{6.45}$$

Com base na Equação 6.44, também sabemos que

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = f\left(x^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

Assim, *para uma dada geometria*, a Equação 6.45 pode ser escrita na forma

$$C_f = \frac{2}{Re_L} f(x^*, Re_L) \tag{6.46}$$

O significado desse resultado não deve ser desprezado. A Equação 6.46 estabelece que o coeficiente de atrito, um parâmetro adimensional de importância considerável para o engenheiro, pode ser representado exclusivamente em termos de uma coordenada espacial adimensional e do número de Reynolds. Portanto, para uma geometria especificada, esperamos que a função que relaciona C_f a x^* e Re_L seja *universalmente* aplicável. Isto é, esperamos que ela se aplique para diferentes fluidos e em uma ampla faixa de valores para V e L.

Resultados similares podem ser obtidos para os coeficientes convectivos de transferência de calor e de massa. Intuitivamente, podemos antecipar que h depende das propriedades do fluido (k, c_p, μ e ρ), da velocidade do fluido V, da escala de comprimento L e da geometria da superfície. Contudo, a Equação 6.36 sugere a maneira pela qual essa dependência pode ser simplificada. Em particular, a solução dessa equação pode ser representada na forma

$$T^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.47}$$

onde a dependência em relação a dp^*/dx^* se origina na influência da geometria no movimento do fluido (u^* e v^*), que, por sua vez, afeta as condições térmicas. Mais uma vez, o termo dp^*/dx^* representa o efeito da geometria da superfície. A partir da definição do coeficiente convectivo, Equação 6.5, e das variáveis adimensionais, Equações 6.31 e 6.33, obtemos também

$$h = -\frac{k_f}{L}\frac{(T_\infty - T_s)}{(T_s - T_\infty)} \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L} \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

Essa expressão sugere a definição de um parâmetro adimensional dependente, conhecido por número de Nusselt.

Numero de Nusselt:

$$Nu \equiv \frac{hL}{k_f} = +\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{6.48}$$

Esse parâmetro é igual ao gradiente de temperatura adimensional na superfície e fornece uma medida da transferência de calor por convecção que ocorre na superfície. Da Equação 6.47 tem-se que, *para uma geometria especificada*,

$$Nu = f(x^*, Re_L, Pr) \tag{6.49}$$

O número de Nusselt representa para a camada-limite térmica o que o coeficiente de atrito representa para a camada-limite de velocidade. A Equação 6.49 indica que, para uma dada geometria, o número de Nusselt deve ser uma *função universal* de x^*, Re_L e Pr. Se essa função for conhecida, ela pode ser usada para calcular o valor de Nu para diferentes fluidos e para diferentes valores de V e L. A partir do conhecimento de Nu, o coeficiente convectivo local h pode ser determinado e o fluxo térmico *local* pode, então, ser calculado pela Equação 6.4. Além disso, como o coeficiente de transferência de calor *médio* é obtido por uma integração ao longo da superfície do corpo, ele deve ser independente da variável espacial x^*. Assim, a dependência funcional do número de Nusselt *médio* é

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} = f(Re_L, Pr) \tag{6.50}$$

Analogamente, pode-se argumentar que, no caso da transferência de massa no escoamento de um gás sobre um líquido evaporando ou um sólido sublimando, o coeficiente de trans-

ferência de massa por convecção h_m depende das propriedades D_{AB}, ρ e μ, da velocidade V, e do comprimento característico L. Entretanto, a Equação 6.37 sugere que essa dependência possa ser simplificada. A solução para essa equação deve possuir a forma

$$C_A^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.51}$$

onde a dependência em relação a dp^*/dx^* novamente se origina na influência do movimento do fluido. A partir da definição do coeficiente convectivo, Equação 6.9, e das variáveis adimensionais, Equações 6.31 e 6.34, sabemos que

$$h_m = -\frac{D_{AB}}{L}\frac{(C_{A,\infty} - C_{A,s})}{(C_{A,s} - C_{A,\infty})}\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = +\frac{D_{AB}}{L}\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

Assim, podemos definir um parâmetro adimensional dependente chamado de número de Sherwood (Sh).

Numero de Sherwood:

$$Sh \equiv \frac{h_m L}{D_{AB}} = +\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \tag{6.52}$$

Esse parâmetro é igual ao gradiente de concentração adimensional na superfície e fornece uma medida da transferência de massa convectiva que ocorre na superfície. Da Equação 6.51 tem-se que, *para uma geometria especificada*,

$$Sh = f(x^*, Re_L, Sc) \tag{6.53}$$

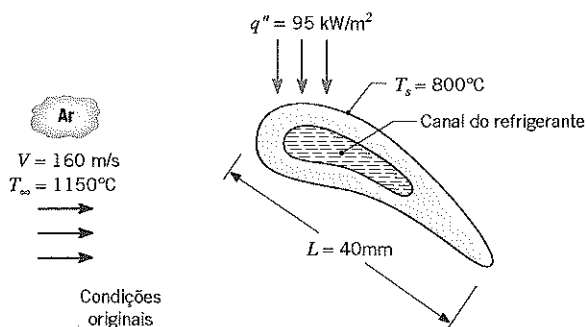
O número de Sherwood representa para a camada-limite de concentração o que o número de Nusselt representa para a camada-limite térmica e a Equação 6.53 indica que ele deve ser uma função universal de x^*, Re_L e Sc. Como para o número de Nusselt, também é possível trabalhar com um número de Sherwood *médio*, que depende somente de Re_L e Sc.

$$\overline{Sh} = \frac{\overline{h}_m L}{D_{AB}} = f(Re_L, Sc) \tag{6.54}$$

A partir do desenvolvimento anterior, obtivemos os parâmetros adimensionais relevantes para as camadas-limite de convecção forçada a baixas velocidades. Fizemos isso através da adimensionalização das equações diferenciais que descrevem os processos físicos que ocorrem no interior das camadas-limite. Um procedimento alternativo envolveria o uso de análise dimensional na forma do teorema pi de Buckingham [10]. No entanto, o sucesso desse método depende da habilidade na seleção, em grande parte por intuição, dos vários parâmetros que influenciam o problema. Por exemplo, sabendo de antemão que $\overline{h} = f(k, c_p, \rho, \mu, V, L)$, o teorema pi de Buckingham poderia ser usado na obtenção da Equação 6.50. Entretanto, tendo partido da forma diferencial das equações de conservação, eliminamos o trabalho de adivinhação e estabelecemos os parâmetros de similaridade de uma maneira rigorosa.

O valor de uma expressão como a Equação 6.50 deve ser plenamente ressaltado. Ela estabelece que muitos resultados da transferência de calor por convecção, obtidos teórica ou experimentalmente, podem ser representados em termos de três grupos adimensionais, ao invés dos sete parâmetros originais. A conveniência de tais simplificações é evidente. Além disso, uma vez determinada a dependência funcional da Equação 6.50 para uma geometria superficial específica, por exemplo a partir de experimentos feitos em laboratório, sabe-se que ela é *universalmente* aplicável. Em outras palavras, queremos dizer que ela pode ser utilizada para diferentes fluidos, velocidades e escalas de comprimento, bastando para tal que as hipóteses implícitas nas equações de camada-limite originais permaneçam válidas (por exemplo, dissipação viscosa e forças de corpo desprezíveis).

EXEMPLO 6.5

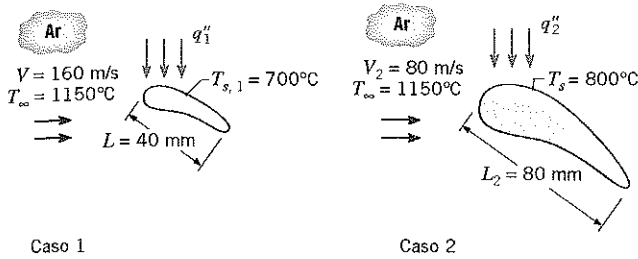
Testes experimentais em parte da pá da turbina mostrada na figura indicam um fluxo térmico para a pá de $q'' = 95.000$ W/m². Para manter uma temperatura superficial em regime estacionário de 800°C, o calor transferido para a lâmina é removido por uma substância refrigerante que circula pelo interior da pá.

1. Determine o fluxo térmico na pá se a sua temperatura superficial for reduzida para $T_{s,1} = 700$°C através do aumento da vazão do refrigerante.
2. Determine o fluxo térmico no mesmo local adimensional em uma pá de turbina similar com um comprimento de corda de $L = 80$ mm, quando a pá operar em um escoamento de ar com $T_\infty = 1150$°C e $V = 80$ m/s, com $T_s = 800$°C.

SOLUÇÃO

Dados: Condições operacionais de uma pá de turbina com resfriamento interno.

Achar:

1. Fluxo térmico na pá quando a temperatura superficial é reduzida.
2. Fluxo térmico em uma pá de turbina maior e com o mesmo formato com a velocidade do ar reduzida.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Propriedades do ar constantes.

Análise:

1. Quando a superfície está a 800°C, o coeficiente de transferência de calor convectivo entre a superfície e o ar pode ser obtido com a lei do resfriamento de Newton:

$$q'' = h(T_\infty - T_s)$$

Assim,

$$h = \frac{q''}{(T_\infty - T_s)}$$

Prosseguiremos sem calcular o valor agora. Da Equação 6.49, tem-se que, para a geometria especificada:

$$Nu = \frac{hL}{k} = f(x^*, Re_L, Pr)$$

Assim, uma vez que não há mudança nos valores de x^*, Re_L ou Pr associada à uma mudança em T, pois as propriedades físicas são constantes, o número de Nusselt local permanece inalterado. Além disto, como L e k não mudam também, o coeficiente convectivo local permanece o mesmo. Assim, quando a temperatura da superfície é reduzida para 700°C, o fluxo térmico pode ser obtido pela lei do resfriamento de Newton, usando o mesmo coeficiente convectivo:

$$q_1'' = h(T_\infty - T_{s,1}) = \frac{q''}{(T_\infty - T_s)}(T_\infty - T_{s,1})$$
$$= \frac{95.000 \text{ W/m}^2}{(1150 - 800)°\text{C}}(1150 - 700)°\text{C}$$
$$= 122.000 \text{ W/m}^2 \qquad \triangleleft$$

2. Para determinar o fluxo térmico associado à pá maior e ao escoamento do ar reduzido (caso 2), em primeiro lugar observamos que, embora L tenha aumentado por um fator de 2, a velocidade diminuiu pelo mesmo fator e o número de Reynolds não mudou. Isto é,

$$Re_{L,2} = \frac{V_2 L_2}{\nu} = \frac{VL}{\nu} = Re_L$$

Conseqüentemente, como x^* e Pr também não se alteraram, o número de Nusselt local permanece o mesmo.

$$Nu_2 = Nu$$

Entretanto, como o comprimento característico é diferente, o coeficiente convectivo muda,

$$\frac{h_2 L_2}{k} = \frac{hL}{k} \quad \text{ou} \quad h_2 = h\frac{L}{L_2} = \frac{q''}{(T_\infty - T_s)}\frac{L}{L_2}$$

O fluxo térmico é, então,

$$q_2'' = h_2(T_\infty - T_s) = q''\frac{(T_\infty - T_s)}{(T_\infty - T_s)}\frac{L}{L_2}$$
$$q_2'' = 95.000 \text{ W/m}^2 \times \frac{0{,}04 \text{ m}}{0{,}08 \text{ m}} = 47.500 \text{ W/m}^2 \qquad \triangleleft$$

Comentários: Se os números de Reynolds nas duas situações da parte 2 fossem diferentes, ou seja, $Re_{L,2} \neq Re_L$, o fluxo térmico q_2'' somente poderia ser determinado se a dependência funcional específica da Equação 6.49 fosse conhecida. Tais dependências para várias formas diferentes são fornecidas nos capítulos seguintes.

6.6 Significado Físico dos Parâmetros Adimensionais

Todos os parâmetros adimensionais anteriores possuem interpretações físicas relacionadas às condições no escoamento, não somente para camadas-limite mas também para outros tipos de escoamento, tais como os escoamentos internos que serão vistos no Capítulo 8. Seja o *número de Reynolds*, Re_L (Equação 6.41), que pode ser interpretado como a *razão entre as forças de inércia e as forças viscosas* em uma região de dimensão característica L. As forças de inércia estão associadas a um aumento no momento de um fluido em movimento. Na Equação 6.28 fica evidente que essas forças (por unidade de massa) têm a forma $u\partial u/\partial x$, que uma aproximação em termos de ordem de grandeza fornece $F_I \approx V^2/L$. Analogamente, a força de cisalhamento líquida está no lado direito da Equação 6.28 na forma $\nu(\partial^2 u/\partial y^2)$ e pode ser aproximada por $F_s \approx \nu V/L^2$. Conseqüentemente, a razão entre as forças é

$$\frac{F_I}{F_s} \approx \frac{\rho V^2 / L}{\mu V / L^2} = \frac{\rho VL}{\mu} = Re_L$$

Assim, esperamos que as forças inerciais dominem em grandes valores de Re_L e que as forças viscosas sejam dominantes em pequenos valores de Re_L.

Existem várias implicações importantes desse resultado. Lembre-se que o número de Reynolds determina a existência de um escoamento laminar ou turbulento. Em qualquer escoamento há pequenas perturbações que podem ser amplificadas para produzir condições turbulentas. Entretanto, para pequenos Re_L as for-

ças viscosas são suficientemente grandes em relação às forças inerciais para evitar essa amplificação. Assim, o escoamento laminar é mantido. Porém, com o aumento de Re_L, os efeitos viscosos se tornam progressivamente menos importantes em relação aos efeitos inerciais e pequenas perturbações podem ser amplificadas até um ponto no qual ocorra a transição. Também devemos esperar que a magnitude do número de Reynolds tenha influência sobre a espessura δ da camada-limite de velocidade. Com o aumento de Re_L em um ponto fixo sobre uma superfície, esperamos que as forças viscosas se tornem menos influentes em relação às forças de inércia. Dessa forma, os efeitos da viscosidade não penetram tão profundamente na corrente livre e, como conseqüência, o valor de δ diminui.

A interpretação física do *número de Prandtl* vem de sua definição como a razão entre a difusividade de momento ν e a difusividade térmica α. O número de Prandtl fornece uma *medida da efetividade relativa dos transportes, por difusão, de momento e de energia no interior das camadas-limite de velocidade e térmica*, respectivamente. Na Tabela A.4 vemos que o número de Prandtl de gases é próximo da unidade, o que significa que as transferências de momento e de energia, por difusão, são comparáveis. Em um metal líquido (Tabela A.7), $Pr \ll 1$ e a taxa de difusão de energia é muito superior à taxa de difusão de momento. O oposto é verdade para os óleos (Tabela A.5), para os quais $Pr \gg 1$. Com base nessa interpretação, tem-se que o valor de Pr influencia fortemente o crescimento relativo das espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica. Na realidade, para camadas-limite laminares (nas quais o transporte por difusão *não* é sobrepujado pela mistura turbulenta), é razoável esperar que

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^n \tag{6.55}$$

onde n é um expoente positivo. Assim, para um gás $\delta_t \approx \delta$; para um metal líquido $\delta_t \gg \delta$; e para um óleo $\delta_t \ll \delta$.

Analogamente, o *número de Schmidt*, que é definido pela Equação 6.43, fornece *uma medida da efetividade relativa dos transportes difusivos de momento e de massa nas camadas-limite de velocidade e de concentração*, respectivamente. Conseqüentemente, para a transferência de massa por convecção em escoamentos laminares, ele determina as espessuras relativas das camadas-limite de velocidade e de concentração,

$$\frac{\delta}{\delta_c} \approx Sc^n \tag{6.56}$$

Um outro parâmetro, que está relacionado ao Pr e ao Sc, é o *número* de *Lewis* (Le). Ele é definido como

$$Le = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{Sc}{Pr} \tag{6.57}$$

e é relevante em qualquer situação que envolva a transferência simultânea de calor e de massa por convecção. Das Equações 6.55 a 6.57, tem-se então que

$$\frac{\delta_t}{\delta_c} \approx Le^n \tag{6.58}$$

O número de Lewis é, portanto, uma medida das espessuras relativas das camadas-limite térmica e de concentração. Para a maioria das aplicações é razoável admitir um valor de $n = 1/3$ nas Equações 6.55, 6.56 e 6.58.

A Tabela 6.2 lista os grupos adimensionais que aparecem mais freqüentemente na transferência de calor e de massa. A lista inclui grupos já citados, bem como aqueles ainda por serem apresentados em condições especiais. Quando um novo grupo for encontrado, sua definição e sua interpretação devem ser memorizadas. Note que o *número de Grashof* fornece uma medida da razão entre as forças de empuxo e as forças viscosas na camada-limite de velocidade. Seu papel na convecção natural (Capítulo 9) é muito semelhante ao do número de Reynolds na convecção forçada. O *número de Eckert* fornece uma medida da relação entre a energia cinética do escoamento e a diferença de entalpias que existe através da camada-limite térmica. Ele desempenha um papel importante nos escoamentos a altas velocidades, nos quais a dissipação viscosa é significativa. Note também que, embora similares na forma, os números de Nusselt e de Biot são diferentes tanto na definição quanto na interpretação. Enquanto o número de Nusselt é definido em termos da condutividade térmica do fluido, o número de Biot é baseado na condutividade térmica do sólido, Equação 5.9.

TABELA 6.2 Grupos adimensionais selecionados das transferências de calor e de massa

Grupo	Definição	Interpretação
Número de Biot (Bi)	$\frac{hL}{k_s}$	Razão entre a resistência térmica interna de um sólido e a resistência térmica na camada-limite.
Número de Biot da transferência de massa (Bi_m)	$\frac{h_m L}{D_{AB}}$	Razão entre a resistência interna à transferência de uma espécie e a resistência à transferência de uma espécie na camada-limite.
Número de Bond (Bo)	$\frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma}$	Razão entre a força gravitacional e a força ligada à tensão superficial.
Coeficiente de atrito (C_f)	$\frac{\tau_s}{\rho V^2/2}$	Tensão cisalhante superficial adimensional.
Número de Eckert (Ec)	$\frac{V^2}{c_p(T_s - T_\infty)}$	Energia cinética do escoamento relativa à diferença de entalpias na camada-limite.

(continua)

TABELA 6.2 *Continuação*

Grupo	Definiçao	Interpretaçao
Número de Fouriet (Fo)	$\frac{\alpha t}{L^2}$	Razão entre a taxa condutiva de calor e a taxa de armazenamento de energia térmica em um sólido. Tempo adimensional.
Número de Fourier da transferência de massa (Fo_m)	$\frac{D_{AB}t}{L^2}$	Razão entre a taxa de difusão de uma espécie e a sua taxa de armazenamento. Tempo adimensional.
Fator de atrito (f)	$\frac{\Delta p}{(L/D)(\rho u_m^2/2)}$	Queda entre pressão adimensional no escoamento interno.
Número de Grashof (Gr_L)	$\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Medida da razão entre forças de empuxo e forças viscosas.
Fator j de Colburn (j_C)	$St\, Pr^{2/3}$	Coeficientes de transferência de calor adimensional.
Fator j de Colburn da transferência de massa (j_m)	$St_m\, Sc^{2/3}$	Coeficiente de transferência de massa adimensional.
Número de Jacob (Ja)	$\frac{c_p(T_s - T_{sat})}{h_{fg}}$	Razão entre as energias sensível e latente absorvidas durante uma mudança de fase líquido-vapor.
Número de Lewis (Le)	$\frac{\alpha}{D_{AB}}$	Razão entre as difusividades térmica e mássica.
Número de Nusselt (Nu_L)	$\frac{hL}{k_f}$	Razão entre transferência de calor por convecção e somente por condução.
Número de Peclet (Pe_L)	$\frac{VL}{\alpha} = Re_L Pr$	Razão entre taxas de transferência de calor por advecção e por condução.
Número de Prandtl (Pr)	$\frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$	Razão entre as difusividades de momento e térmica.
Número de Reynolds (Re_L)	$\frac{VL}{\nu}$	Razão entre as forças de inércia e viscosas.
Número de Schmidt (Sc)	$\frac{\nu}{D_{AB}}$	Razão entre as difusividades de momento e mássica.
Número de Sherwood (Sh_L)	$\frac{h_m L}{D_{AB}}$	Gradiente de concentração adimensional na superfície.
Número de Stanton (St)	$\frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu_L}{Re_L Pr}$	Número de Nusselt modificado.
Número de Stanton da transferência de massa (St_m)	$\frac{h_m}{V} = \frac{Sh_L}{Re_L Sc}$	Número de Sherwood modificado.
Número de Weber (We)	$\frac{\rho V^2 L}{\sigma}$	Razão entre a força de inércia e a força ligada à tensão superficial.

6.7 *Analogias das Camadas-Limite*

Como engenheiros, nosso interesse no comportamento das camadas-limite está direcionado principalmente para os parâmetros adimensionais C_f, Nu e Sh. A partir do conhecimento desses parâmetros, podemos calcular a tensão de cisalhamento na parede e as taxas de transferência de calor e de massa por convecção. É, portanto, compreensível que as expressões que relacionam C_f, Nu e Sh entre si possam ser ferramentas úteis na análise da convecção. Tais expressões estão disponíveis na forma de *analogias das camadas-limite*.

6.7.1 A Analogia entre as Transferências de Calor e de Massa

Se dois ou mais processos são governados por equações adimensionais da mesma forma, os processos são ditos *análogos*. É evidente, então, pelas Equações 6.36 e 6.37 e pelas condições de contorno, e Equações 6.39 e 6.40, da Tabela 6.1, que as transferências de calor e de massa por convecção são análogas. Cada uma das equações diferenciais é composta por termos de

advecção e de difusão que têm a mesma forma. Além disso, conforme mostrado nas Equações 6.36 e 6.37, cada equação está relacionada ao campo de velocidades através de Re_L, e os parâmetros Pr e Sc assumem papéis análogos. Uma implicação dessa analogia é que as relações adimensionais que governam o comportamento da camada-limite térmica devem ter a mesma forma daquelas que governam a camada-limite de concentração. Assim, os perfis de temperatura e de concentração nas camadas-limite devem também ser da mesma forma funcional se as condições de contorno aplicadas forem análogas.

Lembrando a discussão da Seção 6.5.2, cujas características estão resumidas na Tabela 6.3, um resultado importante da analogia da transferência de calor e de massa pode ser obtido. A partir do parágrafo anterior, segue-se que a Equação 6.47 deve apresentar a mesma forma funcional da Equação 6.51. Das Equações 6.48 e 6.52, tem-se então que os gradientes de temperatura e de concentração adimensionais determinados na superfície, e, portanto, os valores de Nu e Sh, são análogos. De maneira similar, as expressões para os valores médios dos números de Nusselt e de Sherwood, Equações 6.50 e 6.54, respectivamente, são também da mesma forma. *Conseqüentemente, para uma geometria específica, as relações das transferências de calor e de massa são intercambiáveis.* Se, por exemplo, alguém tenha executado uma série de experimentos de transferência de calor para determinar a forma funcional da Equação 6.49 para uma geometria particular, os resultados podem ser usados para a transferência de massa convectiva envolvendo a mesma geometria, simplesmente através da substituição de Nu por Sh e Pr por Sc.

A analogia também pode ser usada para relacionar diretamente os dois coeficientes convectivos. Nos capítulos seguintes iremos descobrir que Nu e Sh são, em geral, proporcionais a Pr^n e Sc^n, respectivamente, onde n é um expoente positivo menor do que 1. Antecipando essa dependência, usamos as Equações 6.49 e 6.53 para obter

$$Nu = f(x^*, Re_L)Pr^n \qquad \text{e} \qquad Sh = f(x^*, Re_L)Sc^n$$

e, neste caso, com funções equivalentes, $f(x^*, Re_L)$,

$$\frac{Nu}{Pr^n} = \frac{Sh}{Sc^n} \tag{6.59}$$

Substituindo as Equações 6.48 e 6.52, obtemos, então,

$$\frac{hL/k}{Pr^n} = \frac{h_m L/D_{AB}}{Sc^n}$$

ou, da Equação 6.57,

$$\frac{h}{h_m} = \frac{k}{D_{AB}Le^n} = \rho c_p Le^{1-n} \tag{6.60}$$

Freqüentemente, esse resultado pode ser usado para determinar um coeficiente convectivo, por exemplo, h_m, a partir do conhecimento do outro coeficiente. A mesma relação pode ser aplicada aos coeficientes médios $\overline{h}$ e $\overline{h}_m$, e ser empregada em escoamentos turbulento e laminar. Na maioria das aplicações, é razoável admitir um valor de $n = 1/3$.

TABELA 6.3 Relações funcionais pertinentes às analogias das camadas-limite

Escoamento de Fluidos		Transferência de Calor		Transferência de Massa	
$u^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$	(6.44)	$T^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$	(6.47)	$C_A^* = f\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$	(6.51)
$C_f = \frac{2}{Re_L}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big\|_{y^*=0}$	(6.45)	$Nu = \frac{hL}{k} = +\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big\|_{y^*=0}$	(6.48)	$Sh = \frac{h_m L}{D_{AB}} = +\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\Big\|_{y^*=0}$	(6.52)
$C_f = \frac{2}{Re_L}f(x^*, Re_L)$	(6.46)	$Nu = f(x^*, Re_L, Pr)$	(6.49)	$Sh = f(x^*, Re_L, Sc)$	(6.53)
		$\overline{Nu} = f(Re_L, Pr)$	(6.50)	$\overline{Sh} = f(Re_L, Sc)$	(6.54)

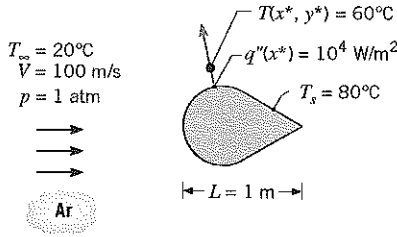
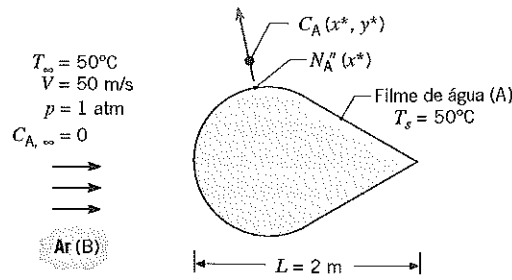
EXEMPLO 6.6

Um sólido, de forma arbitrária, está suspenso em ar atmosférico com uma corrente livre com temperatura e velocidade iguais a 20°C e 100 m/s, respectivamente. O sólido possui um comprimento característico de 1 m, e sua superfície é mantida a 80°C. Sob essas condições, medidas do fluxo térmico em um determinado ponto (x^*) na superfície e da temperatura na camada-limite acima desse ponto (x^*, y^*) revelam valores de 10^4 W/m² e 60°C, respectivamente. Uma operação de transferência de massa deve ser efetuada em um segundo sólido com a mesma forma, porém com um comprimento característico de 2 m. Em particular, uma fina película de água sobre o sólido deve ser evaporada para o ar atmosférico seco, com uma velocidade na corrente livre de 50 m/s, estando o ar e o sólido a uma mesma temperatura de 50°C. Quais são a concentração molar e o fluxo molar do vapor d'água na posição (x*, y*) correspondente ao ponto onde as medidas de temperatura e de fluxo térmico foram efetuadas no primeiro caso?

SOLUÇÃO

Dados: Uma temperatura e um fluxo térmico em uma determinada posição no interior de uma camada-limite, sobre um sólido em uma corrente de ar com temperatura e velocidade especificadas.

Achar: Concentração e fluxo de vapor d'água associados ao mesmo local em uma superfície maior com a mesma forma.

Esquema:

Caso 1: transferência de calor

Caso 2: transferência de massa

Considerações:

1. Comportamento de camada limite incompressível, bidimensional e em regime estacionário; propriedades constantes.
2. Aproximações da camada-limite válidas.
3. Dissipação viscosa desprezível.
4. Fração molar do vapor d'água na camada-limite de concentração muito menor do que a unidade.

Propriedades: Tabela A.4, ar (50°C): $\nu = 18{,}2 \times 10^{-6}$ m/s², $k = 28 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $Pr = 0{,}70$. Tabela A.6, vapor d'água saturado (50°C): $\rho_{A,sat} = v_g^{-1} = 0{,}082$ kg/m³. Tabela A.8, vapor d'água-ar (50°C): $D_{AB} \approx 0{,}26 \times 10^{-4}$ m²/s.

Análise: A concentração molar e o fluxo desejados podem ser determinados utilizando-se a analogia entre as transferências de calor e de massa. Das Equações 6.47 e 6.51, sabemos que

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = f\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

e

$$C_A^* \equiv \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} = f\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

Contudo, para o caso 1

$$Re_{L,1} = \frac{V_1 L_1}{\nu} = \frac{100 \text{ m/s} \times 1 \text{ m}}{18{,}2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 5{,}5 \times 10^6, \qquad Pr = 0{,}70$$

enquanto para o caso 2

$$Re_{L,2} = \frac{V_2 L_2}{\nu} = \frac{50 \text{ m/s} \times 2 \text{ m}}{18{,}2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 5{,}5 \times 10^6$$

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{18{,}2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 0{,}70$$

Como $Re_{L,1} = Re_{L,2}$; $Pr = Sc$; $x_1^* = x_2^*$; $y_1^* = y_2^*$; e as geometrias das superfícies são as mesmas, tem-se que as distribuições de temperaturas e de concentrações têm a mesma forma funcional. Assim,

$$\frac{C_A(x^*, y^*) - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} = \frac{T(x^*, y^*) - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{60 - 80}{20 - 80} = 0{,}33$$

ou, com $C_{A,\infty} = 0$,

$$C_A(x^*, y^*) = C_{A,s}(1 - 0{,}33) = 0{,}67 C_{A,s}$$

Com

$$C_{A,s} = C_{A,sat}(50°C) = \frac{\rho_{A,sat}}{\mathcal{M}_A} = \frac{0{,}082 \text{ kg/m}^3}{18 \text{ kg/kmol}} = 0{,}0046 \text{ kmol/m}^3$$

segue-se que

$$C_A(x^*, y^*) = 0{,}67\ (0{,}0046 \text{ kmol/m}^3) = 0{,}0031 \text{ kmol/m}^3 \quad \lhd$$

O fluxo molar pode ser obtido da Equação 6.8

$$N''_A(x^*) = h_m(C_{A,s} - C_{A,\infty})$$

com h_m determinado a partir da analogia. Pelas Equações 6.49 e 6.53, sabemos que, como $x_1^* = x_2^*$; $Re_{L,1} = Re_{L,2}$ e $Pr = Sc$, as formas funcionais correspondentes são equivalentes. Assim,

$$Sh = \frac{h_m L_2}{D_{AB}} = Nu = \frac{h L_1}{k}$$

Com $h = q''/(T_s - T_\infty)$ em função da lei do resfriamento de Newton,

$$h_m = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{D_{AB}}{k} \times \frac{q''}{(T_s - T_\infty)} = \frac{1}{2} \times \frac{0{,}26 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}}{0{,}028 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}} \times \frac{10^4 \text{ W/m}^2}{(80 - 20)°\text{C}}$$

$$h_m = 0{,}077 \text{ m/s}$$

Donde

$$N''_A(x^*) = 0{,}077 \text{ m/s}\ (0{,}0046 - 0{,}0) \text{ kmol/m}^3$$

ou

$$N''_A(x^*) = 3{,}54 \times 10^{-4} \text{ kmol/(s}\cdot\text{m}^2) \quad \lhd$$

Comentário:

Note que, como a fração molar de vapor d'água na camada-limite de concentração é pequena, a viscosidade cinemática do ar (ν_B) pode ser usada para calcular $Re_{L,2}$.

6.7.2 Resfriamento Evaporativo

Uma aplicação importante da analogia das transferências de calor e de massa é o processo de *resfriamento evaporativo*, que ocorre quando um gás escoa sobre um líquido (Figura 6.10). A evaporação ocorre na superfície do líquido e a energia associada à mudança de fase é o calor latente de vaporização do líquido. A evaporação acontece quando as moléculas do líquido próximas à superfície sofrem colisões que aumentam a sua energia para um valor acima daquele necessário para superar a energia de ligação na superfície. A energia necessária para sustentar a evaporação vem da energia interna do líquido, que deve então experimentar uma redução na sua temperatura (o efeito de resfriamento). No entanto, se condições de regime estacionário forem mantidas, a energia perdida pelo líquido em função da evaporação deve ser reposta pela transferência de energia para o líquido originada na sua vizinhança. Desprezando efeitos radiantes, essa transferência pode ser devida à convecção de energia sensível oriunda do gás ou devida à adição de calor por outros meios, como, por exemplo, através de um aquecedor elétrico submerso no líquido. Aplicando a conservação de energia em uma superfície de controle em torno do líquido (Equação 1.11c), tem-se que, por uma unidade de área superficial,

$$q''_{conv} + q''_{ad} = q''_{evap} \qquad (6.61)$$

onde q''_{evap} pode ser aproximado pelo produto do fluxo de massa evaporado pelo calor latente de vaporização

$$q''_{evap} = n''_A h_{fg} \qquad (6.62)$$

Se não houver adição de calor por outros meios, a Equação 6.61 se reduz a um equilíbrio entre a transferência de calor por convecção a partir do gás e a perda de calor do líquido em função da evaporação. Substituindo as Equações 6.4, 6.18 e 6.62, a Equação 6.61 pode, então, ser escrita como

$$h(T_\infty - T_s) = h_{fg} h_m [\rho_{A,sat}(T_s) - \rho_{A,\infty}] \qquad (6.63)$$

Figura 6.10 Troca de calor latente e sensível em uma interface gás-líquido.

onde a densidade do vapor na superfície é aquela associada às condições de saturação a T_s. Assim, a magnitude do efeito de resfriamento pode ser representado por

$$T_\infty - T_s = h_{fg}\left(\frac{h_m}{h}\right)[\rho_{A,sat}(T_s) - \rho_{A,\infty}] \qquad (6.64)$$

Substituindo (h_m/h) vindo da Equação 6.60 e as densidades do vapor obtidas pela lei do gás ideal, o efeito de resfriamento também pode ser representado por

$$(T_\infty - T_s) = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}\left[\frac{p_{A,sat}(T_s)}{T_s} - \frac{p_{A,\infty}}{T_\infty}\right] \qquad (6.65)$$

Com o objetivo de melhorar a precisão, as propriedades do gás (espécie B) ρ, c_p e Le deveriam ser calculadas na temperatura média aritmética da camada-limite térmica, $T_{ma} = (T_s + T_\infty)/2$. Um valor representativo de $n = 1/3$ foi adotado como expoente do Pr e do Sc na Equação 6.60.

Numerosas aplicações ambientais e industriais dos resultados anteriores surgem em situações nas quais o gás é o *ar* e o líquido é a *água*.

Exemplo 6.7

Um recipiente que se encontra envolvido por um tecido que é continuamente umedecido com um líquido altamente volátil pode ser usado para manter bebidas frias em regiões quentes e áridas. Suponha que o recipiente seja colocado em um ambiente com ar seco a 40°C, com as transferências de calor e de massa entre o agente umectante e o ar ocorrendo por convecção forçada. O agente umectante possui massa molar de 200 kg/kmol e um calor latente de vaporização de 100 kJ/kg. Sua pressão de vapor saturado para as condições especificadas é de aproximadamente 5000 N/m², e o coeficiente de difusão do vapor no ar é $0{,}2 \times 10^{-4}$ m²/s. Qual é a temperatura da bebida no regime estacionário?

Solução

Dados: Propriedades do agente umectante usado para resfriar, por evaporação, um recipiente de bebida.

Achar: Temperatura da bebida no regime estacionário.

Esquema:

Considerações:

1. Analogia da transferência de calor e de massa aplicável.
2. Vapor apresenta comportamento de gás ideal.
3. Efeitos da radiação desprezíveis.
4. Propriedades do ar podem ser calculadas na temperatura média da camada-limite, suposta igual a 300 K.

Propriedades: Tabela A.4, ar (300K): $\rho = 1{,}16$ kg/m³, $c_p = 1007$ kJ/(kg·K), $\alpha = 22{,}5 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análise: Sujeito às considerações anteriores o efeito do resfriamento evaporativo é dado pela Equação 6.65.

$$(T_\infty - T_s) = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}\left[\frac{p_{A,sat}(T_s)}{T_s} - \frac{p_{A,\infty}}{T_\infty}\right]$$

Estabelecendo $p_{A,\infty} = 0$ e rearrumando, tem-se que

$$T_s^2 - T_\infty T_s + B = 0$$

onde o coeficiente B é

$$B = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg} p_{A,sat}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}$$

ou

$$B = [200\ \text{kg/kmol} \times 100\ \text{kJ/kg} \times 5000\ \text{N/m}^2 \times 10^{-3}\ \text{kJ/(N}\cdot\text{m)}]$$

$$\div \left[8{,}315\ \text{kJ/(kmol}\cdot\text{K)} \times 1{,}16\ \text{kg/m}^3 \times 1{,}007\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}\right.$$

$$\left.\times \left(\frac{22{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}}{20 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}}\right)^{2/3}\right] = 9518\ \text{K}^2$$

Donde

$$T_s = \frac{T_\infty \pm \sqrt{T_\infty^2 - 4B}}{2} = \frac{313\ \text{K} \pm \sqrt{(313)^2 - 4(9514)}\ \text{K}}{2}$$

Não considerando o sinal de menos com base em argumentos físicos (T_s tem que ser igual a T_∞ se não houver evaporação, caso em que $p_{A,sat} = 0$ e $B = 0$), tem-se que

$$T_s = 278{,}9\ \text{K} = 5{,}9°\text{C} \qquad \triangleleft$$

Comentários: O resultado é independente da forma do recipiente desde que a analogia das transferências de calor e de massa possa ser usada.

6.7.3 A Analogia de Reynolds

Uma segunda analogia de camada-limite pode ser obtida observando-se na Tabela 6.1 que, para $dp^*/dx^* = 0$ e $Pr = Sc = 1$, as equações de camada-limite, Equações 6.35 a 6.37, possuem exatamente a mesma forma. Para uma placa plana paralela ao escoamento a montante, temos que $dp^*/dx^* = 0$ e não há variação na velocidade da corrente livre fora da camada-limite. Com $u_\infty = V$, as Equações 6.38 a 6.40 também possuem a mesma forma. Conseqüentemente, as formas funcionais das soluções para u^*, T^* e C_A^*, Equações 6.44, 6.47 e 6.51, têm que ser equivalentes. Das Equações 6.45, 6,48 e 6.52, segue-se que

$$C_f \frac{Re_L}{2} = Nu = Sh \tag{6.66}$$

Substituindo Nu e Sh pelo número de *Stanton* (St) e pelo *número de Stanton da transferência de massa* (St_m), respectivamente,

$$St \equiv \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{Re\,Pr} \tag{6.67}$$

$$St_m \equiv \frac{h_m}{V} = \frac{Sh}{Re\,Sc} \tag{6.68}$$

A Equação 6.66 também pode ser escrita na forma

$$\frac{C_f}{2} = St = St_m \tag{6.69}$$

A Equação 6.69 é conhecida por *analogia de Reynolds*. Ela relaciona os parâmetros de engenharia chaves das camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração. Se o parâmetro de velocidade for conhecido, a analogia pode ser usada para obter os outros parâmetros e vice-versa. Entretanto, há restrições associadas ao uso desse resultado. Além de estar baseado na validade das aproximações da camada-limite, a precisão da Equação 6.69 depende de se ter Pr e $Sc \approx 1$ e $dp^*/dx^* \approx 0$. Contudo, foi mostrado que a analogia pode ser aplicada em uma ampla faixa de Pr e Sc, se certas correções forem introduzidas. Em particular, as *analogias de Reynolds modificadas*, ou *analogias de Chilton-Colburn* [11, 12], possuem as formas

$$\frac{C_f}{2} = St\,Pr^{2/3} \equiv j_C \qquad 0{,}6 < Pr < 60 \tag{6.70}$$

$$\frac{C_f}{2} = St_m\,Sc^{2/3} \equiv j_m \qquad 0{,}6 < Sc < 3000 \tag{6.71}$$

onde j_C e j_m são os *fatores j de Colburn* para as transferências de calor e de massa, respectivamente. Para escoamentos laminares, as Equações 6.70 e 6.71 são apropriadas somente quando $dp^*/dx^* \approx 0$, mas para escoamentos turbulentos as condições são menos sensíveis ao efeito dos gradientes de pressão e essas equações permanecem aproximadamente válidas. Se a analogia se aplicar em todos os pontos da superfície, ela também pode ser utilizada para os coeficientes médios na superfície.

6.8 *Os Coeficientes Convectivos*

Neste capítulo analisamos vários temas fundamentais relacionados aos fenômenos do transporte convectivo. No processo, entretanto, esperamos que você não tenha perdido de vista o resto do *problema da convecção*. Nosso objetivo principal ainda é o de desenvolver os meios para determinar os coeficientes convectivos h e h_m. Embora esses coeficientes possam ser obtidos pela solução das equações de camada-limite, somente em condições de escoamento mais simples tais soluções podem ser obtidas de imediato. O procedimento mais prático envolve, freqüentemente, o cálculo de h e h_m a partir de relações empíricas

com a forma dada pelas Equações 6.49 e 6.53. A forma particular dessas equações é obtida pela *correlação* de resultados das transferências de calor e de massa medidos em termos dos grupos adimensionais apropriados. É essa abordagem que é enfatizada nos capítulos a seguir.

6.9 Resumo

Neste capítulo tentou-se desenvolver, de uma forma lógica, as bases matemáticas e físicas do transporte convectivo. Para testar o seu entendimento desse material, você deve se testar com questões apropriadas.

- Qual é a diferença entre um coeficiente de transferência de calor por convecção *local* e um coeficiente *médio*? Quais são as suas unidades? Qual é a diferença entre o coeficiente convectivo local e o médio para o transporte de espécies? Quais são as suas unidades?
- Quais são as formas da *lei do resfriamento de Newton* para o *fluxo térmico* e para a *taxa de transferência de calor*? Quais são as formas análogas para a transferência de massa por convecção, representadas em unidades molar e mássica?
- Prepare alguns exemplos nos quais a transferência de uma espécie por convecção seja pertinente.
- O que é a *lei de Fick*?
- O que são as *camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração*? Sob quais condições elas se desenvolvem?
- Que grandezas mudam com a posição em uma *camada-limite de velocidade*? E em uma *camada-limite térmica*? E em uma *camada-limite de concentração*?
- Reconhecendo que a transferência de calor (massa) por convecção é fortemente influenciada pelas condições associadas ao escoamento do fluido sobre uma superfície, como é que podemos determinar o fluxo de calor (de uma espécie) convectivo aplicando-se a lei de Fourier (Fick) no fluido na superfície?
- Devemos esperar que as transferências de calor e de massa mudem com a transição de camada-limite laminar para turbulenta? Se sim, como?
- Que leis da natureza estão incorporadas nas *equações de transferência convectiva*?
- Que processos físicos são representados pelos termos da equação do momento na direção x (6.28)? E pelos termos da equação da energia (6.29)? E pelos termos da equação de conservação da espécie (6.30)?
- Que aproximações especiais podem ser feitas para condições no interior de camadas-limite de velocidade, térmicas e de concentração *finas*?
- Como o *número de Reynolds* é definido? Qual é a sua interpretação física? Qual é o papel desempenhado pelo *número de Reynolds crítico*?
- Qual é a definição do *número de Prandtl*? Como o seu valor afeta o crescimento relativo das camadas-limite de velocidade e térmica no escoamento laminar sobre uma superfície? Indique valores representativos do número de Prandtl à temperatura ambiente de um metal líquido, de um gás, da água e de um óleo?
- Qual é a definição do *número de Schmidt*? E a do *número de Lewis*? Quais são as suas interpretações físicas e como eles influenciam o desenvolvimento relativo das camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração no escoamento laminar sobre uma superfície?
- O que é o *coeficiente de atrito*? E o *número de Nusselt*? E o *número* de *Sherwood*? Para o escoamento sobre uma geometria especificada, quais são os parâmetros independentes que determinam os valores local e médio dessas grandezas?
- Sob quais condições podem as camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração ser ditas *análogas*? Qual é a base física para o comportamento análogo?
- Que parâmetros de camadas-limite importantes estão ligados pela *analogia entre as transferências de calor e de massa*?
- Qual é a base física para o *efeito do resfriamento evaporativo*? Você já vivenciou esse efeito?
- Que parâmetros de camadas-limite importantes estão ligados pela *analogia de Reynolds*?
- Que características físicas distinguem um escoamento turbulento de um escoamento laminar?

Referências

1. Webb, R. L., *Int. Comm. Heat Mass Trans.*, **17**, 529, 1990.
2. Hof, B., C. W. H. van Doorne, J. Westerweel, F. T. M. Nieuwstadt, H. Faisst, B. Eckhardt, H. Wedin, R. R. Kerswell, and F. Waleffe, *Science*, **305**, 1594, 2004.
3. Schlichting, H., and K. Gersten, *Boundary Layer Theory*, 8th ed., Spinger-Verlag, New York, 1999.
4. Bird, R. B., W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2nd ed., Wiley, New York, 2002.
5. Hartnett, J. P., "Mass Transfer Cooling," in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1973.
6. Kays, W. M., M. E. Crawford, and B. Weigand, *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th ed., McGraw-Hill Higher Education, Boston, 2005.
7. Burmeister, L. C., *Convective Heat Transfer*, 2nd ed., Wiley, New York, 1993.
8. Kaviany, M., *Principles of Convective Heat Transfer*, Springer-Verlag, New York, 1994.
9. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing, New York, 1980.
10. Fox, R. W., A. T. McDonald, and P. J. Pritchard, *Introduction to Fluid Mechanics*, 6th ed., Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
11. Colburn, A. P., *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.*, **29**, 174, 1933.
12. Chilton, T. H., and A. P. Colburn, *Ind. Eng. Chem.*, **26**, 1183, 1934.

Problemas

Perfis das Camadas-Limite

6.1 No escoamento sobre uma superfície, os perfis de velocidades e de temperaturas têm as formas

$$u(y) = Ay + By^2 - Cy^3 \quad \text{e}$$
$$T(y) = D + Ey + Fy^2 - Gy^3$$

onde os coeficientes de A a G são constantes. Obtenha expressões para o coeficiente de atrito C_f e o coeficiente convectivo h em termos de u_∞, de T_∞, dos coeficientes apropriados dos perfis e das propriedades do fluido.

6.2 Água a uma temperatura de $T_\infty = 25°C$ escoa sobre uma das superfícies de uma parede de aço (AISI 1010), cuja temperatura é de $T_{s,1} = 40°C$. A parede possui uma espessura de 0,35 m e sua outra superfície está a uma temperatura de $T_{s,2} = 100°C$. Para condições de regime estacionário, qual é o coeficiente convectivo associado ao escoamento da água? Quais são os gradientes de temperatura na parede e na água que está em contato com a parede? Esboce a distribuição de temperaturas na parede e na água a ela adjacente.

6.3 Em uma aplicação específica que envolve o escoamento de ar sobre uma superfície aquecida, a distribuição de temperaturas na camada-limite pode ser aproximada por

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 1 - \exp\left(-Pr\frac{u_\infty y}{\nu}\right)$$

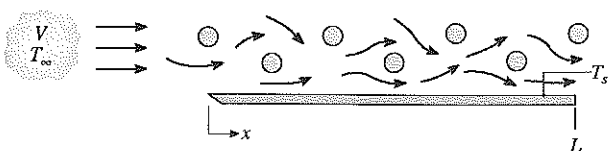
onde y é a distância normal à superfície e o número de Prandtl, $\Pr = c_p\mu/k = 0{,}7$, é uma propriedade adimensional do fluido. Sendo $T_\infty = 400$ K, $T_s = 300$ K e $u_\infty/\nu = 5000\ \text{m}^{-1}$, qual é o fluxo térmico na superfície?

Coeficientes de Transferência de Calor

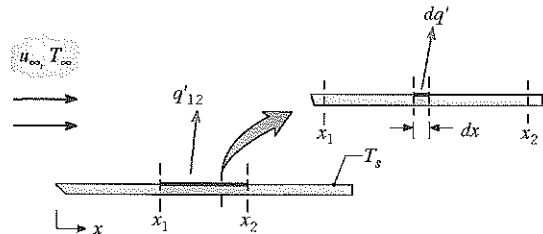
6.4 Para o escoamento laminar sobre uma placa plana, sabe-se que o coeficiente de transferência de calor local h_x varia com $x^{-1/2}$, onde x é a distância da aresta frontal ($x = 0$) da placa. Qual é a razão entre o coeficiente médio entre a aresta frontal e alguma posição x na placa e o coeficiente local em x?

6.5 Na convecção natural em regime laminar em uma superfície vertical aquecida, o coeficiente convectivo local pode ser representado por $h_x = Cx^{-1/4}$, onde h_x é o coeficiente a uma distância x da aresta frontal da superfície e a grandeza C, que depende das propriedades do fluido, é independente de x. Obtenha uma expressão para a razão $\bar{h}_x/h_x$, onde $\bar{h}_x$ é o coeficiente médio entre a aresta frontal ($x = 0$) e a posição x. Esboce a variação de h_x e de $\bar{h}_x$ com x.

6.6 Um jato circular de gases quentes a T_∞ encontra-se direcionado normalmente a uma placa circular, que tem raio r_0 e é mantida a uma temperatura uniforme T_s. O escoamento do gás sobre a placa é axissimétrico, causando uma dependência radial do coeficiente convectivo local na forma $h(r) = a + br^n$; onde a, b e n são constantes. Determine a taxa de transferência de calor para a placa expressando seu resultado em termos de T_∞, T_s, r_0, a, b e n.

6.7 O escoamento paralelo de ar atmosférico sobre a superfície de uma placa plana de comprimento $L = 3$ m é perturbado por uma série de bastões estacionários posicionados na trajetória do escoamento sobre a placa.

Medidas em laboratório do coeficiente convectivo local na superfície da placa foram efetuadas para um dado valor de V e $T_s > T_\infty$. Os resultados são correlacionados por uma expressão na forma $h_x = 0{,}7 + 13{,}6\,x - 3{,}4\,x^2$, onde h_x possui unidades de W/(m²·K) e x está em metros. Calcule o coeficiente convectivo médio sobre toda a placa e a razão $\bar{h}_L/h_L$ na aresta traseira ($x = L$).

6.8 Ar com uma temperatura na corrente livre de $T_\infty = 20°C$, escoa paralelamente sobre uma placa plana de comprimento $L = 5$ m e temperatura $T_s = 90°C$. Entretanto, obstáculos colocados no escoamento intensificam a mistura com o aumento da distância x da aresta frontal e a variação espacial das temperaturas medidas no interior da camada-limite é correlacionada por uma expressão da forma $T(°C) = 20 + 70\exp(-600xy)$, onde x e y estão em metros. Determine e represente graficamente a maneira pela qual o coeficiente convectivo local h varia com x. Calcule o coeficiente convectivo médio $\bar{h}$ para a placa.

6.9 A taxa de transferência de calor, por unidade de largura (normal à página), em uma seção longitudinal, $x_2 - x_1$, pode ser representada por $q'_{12} = \bar{h}_{12}(x_2 - x_1)(T_s - T_\infty)$, onde $\bar{h}_{12}$ é o coeficiente médio na seção de comprimento $(x_2 - x_1)$. Considere escoamento laminar sobre uma placa plana com uma temperatura uniforme T_s. A variação espacial do coeficiente convectivo local tem a forma $h_x = Cx^{-1/2}$, onde C é uma constante.

(a) Partindo da equação da taxa convectiva na forma $dq' = h_x\,dx(T_s - T_\infty)$, deduza uma expressão para $\bar{h}_{12}$ em termos de C, x_1 e x_2.

(b) Deduza uma expressão para $\bar{h}_{12}$ em termos de x_1, x_2 e dos coeficientes médios $\bar{h}_1$ e $\bar{h}_2$, correspondentes aos comprimentos x_1 e x_2, respectivamente.

6.10 Foram efetuados experimentos para determinar coeficientes de transferência de calor locais para o escoamento perpendicular a uma longa barra isotérmica de seção transversal retangular. A barra tem largura c, paralela ao escoamento, e altura d, normal ao escoamento. Para números de Reynolds na faixa de $10^4 \le Re_d \le 5 \times 10^4$, os números de Nusselt *médios nas superfícies* são bem correlacionados por uma expressão na forma

$$Nu_d = hd/k = CRe_d^m\,Pr^{1/3}$$

Os valores de C e m para a face frontal, faces laterais e face posterior da barra retangular foram determinados e são mostrados a seguir:

Face	c/d	C	m
Frontal	$0{,}33 \le c/d \le 1{,}33$	0,674	1/2
Lateral	0,33	0,153	2/3
Lateral	1,33	0,107	2/3
Posterior	0,33	0,174	2/3
Posterior	1,33	0,153	2/3

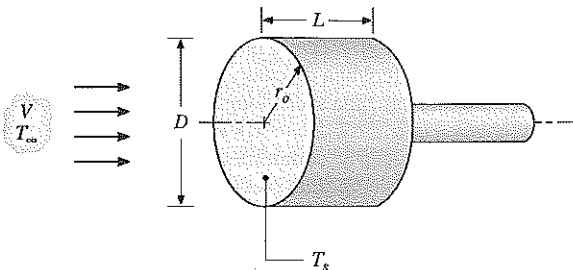
Determine o valor do coeficiente de transferência de calor médio para a superfície exposta total (isto é, média para o total das quatro faces) em uma barra retangular com $c = 40$ mm e $d = 30$ mm. A barra está exposta ao escoamento cruzado de ar com

V = 10 m/s e T_∞ = 300 K. Forneça uma explicação plausível para a relação entre os valores dos coeficientes de transferência de calor médios nas faces frontal, laterais e posterior.

6.11 Experimentos para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção local em um escoamento uniforme e normal a um disco circular aquecido forneceram uma distribuição radial para os números de Nusselt na forma

$$Nu_D = \frac{h(r)D}{k} = Nu_o\left[1 + a\left(\frac{r}{r_o}\right)^n\right]$$

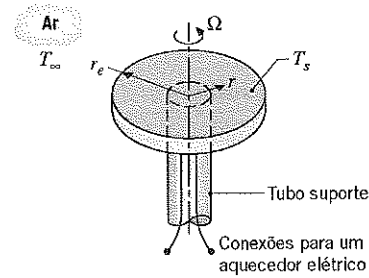
onde n e a são positivos. O número de Nusselt no ponto de estagnação é correlacionado em termos dos números de Reynolds ($Re_D = VD/\nu$) e de Prandtl

$$Nu_o = \frac{h(r=0)D}{k} = 0{,}814 Re_D^{1/2} Pr^{0{,}36}$$

Obtenha uma expressão para o número de Nusselt médio, $\overline{Nu}_D = \bar{h}D/k$, correspondente à transferência de calor em um disco isotérmico. Tipicamente, o desenvolvimento de uma camada-limite a partir de um ponto de estagnação fornece um coeficiente convectivo decrescente com o aumento da distância ao ponto de estagnação. Forneça uma explicação plausível para o fato de ser o comportamento oposto ao observado para o disco.

6.12 Um procedimento experimental para avaliar os resultados do problema anterior envolve o preaquecimento de um disco de cobre até uma temperatura inicial elevada T_i e o registro do histórico da temperatura $T(t)$ na medida em que, em seguida, ele é resfriado por um escoamento colidente até uma temperatura final T_f. O decaimento da temperatura medido pode, então, ser comparado às previsões baseadas na correlação para $\overline{Nu}_D$. Considere para essa correlação os valores a = 0,30 e n = 2.

Sejam condições experimentais nas quais um disco, com diâmetro D = 50 mm e comprimento L = 25 mm, é preaquecido até T_i = 1000 K, sendo depois resfriado até T_f = 400 K por um escoamento colidente de ar a T_∞ = 300 K. A superfície resfriada do disco tem uma emissividade ε = 0,8 e está exposta a uma grande vizinhança isotérmica, com $T_{viz} = T_\infty$. As demais superfícies do disco estão isoladas e a transferência de calor através do bastão de sustentação pode ser desprezada. Usando resultados obtidos no problema anterior, calcule e represente graficamente os históricos de temperatura que correspondem as velocidades do ar de V = 4, 20 e 50 m/s. Considere propriedades constantes para o cobre (ρ = 8933 kg/m³, c_p = 425 J/(kg·K), k = 386 W/(m·K) e para o ar ($\nu = 38{,}8 \times 10^{-6}$ m²/s, k = 0,0407 W/(m·K), Pr = 0,684).

6.13 Se escoamento laminar for induzido na superfície de um disco em função da rotação no entorno de seu eixo, sabe-se que o coeficiente convectivo local é uma constante, $h = C$, independentemente do raio. Considere condições nas quais um disco de raio r_e = 100 mm está girando no ar estagnado a T_∞ = 20°C e um valor de C = 20 W/(m²·K) é mantido (veja a figura a seguir).

Se um aquecedor elétrico embutido no disco mantém uma temperatura superficial de T_s = 50°C, qual é o fluxo térmico local na superfície do disco? Qual é a necessidade de potência elétrica total? O que você pode dizer sobre a natureza do desenvolvimento da camada-limite sobre o disco?

Transição na Camada-Limite

6.14 Considere o escoamento de ar sobre uma placa plana com comprimento L = 1 m, sob condições nas quais a transição ocorre em x_c = 0,5 m baseada em um número de Reynolds crítico de $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$.

(a) Calculando as propriedades termofísicas do ar a 350 K, determine a velocidade do ar.

(b) Nas regiões laminar e turbulenta, os coeficientes convectivos locais são, respectivamente,

$$h_{lam}(x) = C_{lam}\, x^{-0{,}5} \quad \text{e} \quad h_{turb} = C_{turb}\, x^{-0{,}2}$$

onde, em T = 350 K, C_{lam} = 8,845 W/(m$^{3/2}$·K), C_{turb} = 49,75 W/(m^{1,8}·K) e x possui unidade de m. Desenvolva uma expressão para o coeficiente convectivo médio, $\bar{h}_{lam}(x)$, como uma função da distância da aresta frontal, x, para a região laminar, $0 \le x \le x_c$.

(c) Desenvolva uma expressão para o coeficiente convectivo médio, $\bar{h}_{turb}(x)$, como uma função da distância da aresta frontal, x, para a região turbulenta, $x_c \le x \le L$.

(d) Nas mesmas coordenadas, represente os coeficientes convectivos locais e médios, h_x e $\bar{h}_x$, respectivamente, em função de x para $0 \le x \le L$.

6.15 Um ventilador que pode fornecer velocidades de ar de até 50 m/s deve ser usado em um túnel de vento de baixa velocidade com ar atmosférico a 25°C. Se alguém desejar usar o túnel de vento para estudar o comportamento da camada-limite sobre uma placa plana com números de Reynolds de até $Re_x = 10^8$, que comprimento mínimo da placa poderia ser usado? A que distância da aresta frontal ocorreria a transição se o número de Reynolds crítico fosse $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$?

6.16 Considerando um número de Reynolds de transição igual a 5×10^5, determine a distância da aresta frontal de uma placa plana na qual a transição irá ocorrer, para cada um dos seguintes fluidos com u_∞ = 1 m/s: ar atmosférico, óleo de máquina e mercúrio. Em cada caso, determine a posição da transição para temperaturas do fluido de 27°C e 77°C.

6.17 Com uma boa aproximação, a viscosidade dinâmica μ, a condutividade térmica k e o calor específico c_p são independentes da pressão. De que forma a viscosidade cinemática ν e a difusividade térmica α de um líquido incompressível e de um gás ideal variam com a pressão? Determine α do ar a 350 K para pressões de 1, 5 e 10 atm. Supondo um número de Reynolds de transição de 5×10^5, determine a distância da aresta frontal de uma placa plana na qual a transição irá ocorrer para o ar a 350 K em pressões de 1, 5 e 10 atm, com u_∞ = 2 m/s.

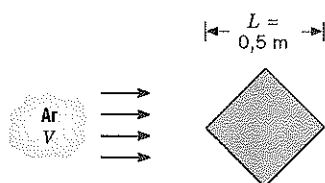
Similaridade e Parâmetros Adimensionais

6.18 Um objeto, de forma irregular, possui um comprimento característico L = 1 m e é mantido a uma temperatura superficial uniforme T_s = 400 K. Quando colocado ao ar atmosférico, a uma temperatura T_∞ = 300 K e movendo-se a uma velocidade V = 100 m/s, o fluxo térmico médio da superfície do objeto para o ar é de 20.000 W/m². Se um segundo objeto com a mesma forma, mas com um comprimento característico L = 5 m, for mantido a uma

temperatura superficial $T_s = 400$ K e colocado ao ar atmosférico a uma temperatura $T_\infty = 300$ K, qual será o valor do coeficiente convectivo médio se a velocidade do ar for $V = 20$ m/s?

6.19 Experimentos mostraram que, para um escoamento de ar a $T_\infty = 35°C$ e $V_1 = 100$ m/s, a taxa de transferência de calor em uma pá de turbina com comprimento característico $L_1 = 0{,}15$ m e temperatura superficial $T_{s,1} = 300°C$ é de $q_1 = 1500$ W. Qual seria a taxa de transferência de calor em uma segunda pá de turbina com comprimento característico $L_2 = 0{,}3$ m operando a $T_{s,2} = 400°C$ em um escoamento de ar a $T_\infty = 35°C$ e $V_2 = 50$ m/s? A área superficial da pá pode ser considerada diretamente proporcional ao seu comprimento característico.

6.20 Medidas experimentais do coeficiente de transferência de calor por convecção em uma barra de seção quadrada em escoamento cruzado fornecem os seguintes valores:

$$\bar{h}_1 = 50\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \text{quando} \quad V_1 = 20\ \text{m/s}$$
$$\bar{h}_2 = 40\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \text{quando} \quad V_2 = 15\ \text{m/s}$$

Suponha que a forma funcional do número de Nusselt seja $\overline{Nu} = C\,Re^m\,Pr^n$, onde C, m e n são constantes.

(a) Qual será o coeficiente de transferência de calor por convecção para uma barra similar com $L = 1$ m, quando $V = 15$ m/s?

(b) Qual será o coeficiente de transferência de calor por convecção para uma barra similar com $L = 1$ m, quando $V = 30$ m/s?

(c) Seus resultados seriam os mesmos se o lado da barra, ao invés de sua diagonal, fosse usado como o seu comprimento característico?

6.21 Resultados experimentais para a transferência de calor sobre uma placa plana com superfície extremamente rugosa puderam ser correlacionados por uma expressão com a forma

$$Nu_x = 0{,}04 Re_x^{0{,}9}\,Pr^{1/3}$$

onde Nu_x é o valor local do número de Nusselt na posição x, medida a partir da aresta frontal da placa. Obtenha uma expressão para a razão entre os coeficientes de transferência de calor médio $\bar{h}_x$ e local h_x.

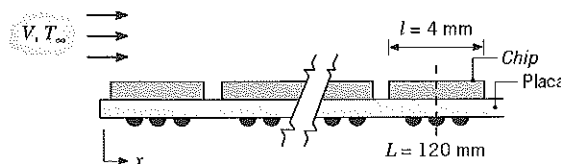
6.22 Considere condições nas quais um fluido com uma velocidade na corrente livre $V = 1$ m/s escoa sobre uma superfície com comprimento característico $L = 1$ m, fornecendo um coeficiente de transferência de calor por convecção médio $\bar{h} = 100$ W/(m²·K). Calcule os parâmetros adimensionais $\overline{Nu}_L$, Re_L, Pr e $\bar{j}_C$ para os seguintes fluidos: ar, óleo de máquina, mercúrio e água. Suponha que os fluidos estejam a 300 K.

6.23 No escoamento sobre uma placa plana com comprimento L, o coeficiente de transferência de calor local h_x é proporcional a $x^{-1/2}$, onde x é a distância da aresta frontal da placa. Qual é a razão entre o número de Nusselt médio em toda a placa ($\overline{Nu}_L$) e o número de Nusselt em $x = L$ (Nu_L)?

6.24 No escoamento de ar, a 20°C e a uma pressão de 1 atm, em uma camada-limite laminar sobre uma placa plana, a espessura da camada limite térmica δ_t é aproximadamente 13% superior à espessura da camada-limite de velocidade δ. Determine a razão δ/δ_t se o fluido for etileno glicol sob as mesmas condições de escoamento.

6.25 Esboce a variação das espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica com a distância da aresta frontal de uma placa plana, para o escoamento laminar de ar, água, óleo de máquina e mercúrio. Para cada caso, considere uma temperatura média no fluido de 300 K.

6.26 Ar forçado a $T_\infty = 25°C$ e $V = 10$ m/s é usado para resfriar elementos eletrônicos em uma placa de circuito. Um desses elementos é um *chip*, que mede 4 mm por 4 mm, localizado a 120 mm da aresta frontal da placa. Experimentos revelaram que o escoamento sobre a placa é perturbado pelos elementos e que a transferência de calor por convecção é correlacionada por uma expressão com a forma

$$Nu_x = 0{,}04 Re_x^{0{,}85}\,Pr^{1/3}$$

Estime a temperatura superficial do *chip* se ele estiver dissipando 30 mW.

6.27 Sejam os elementos eletrônicos que são resfriados por convecção forçada no Problema 6.26. O sistema de resfriamento foi projetado e testado no nível do mar ($P \approx 1$ atm), mas a placa de circuito foi vendida para um cliente na Cidade do México, que tem uma altitude de 2250 m e pressão atmosférica de 76,5 kPa.

(a) Determine a temperatura da superfície do *chip* localizado a 120 mm da aresta frontal da placa quando ela é operada na Cidade do México. A dependência de várias propriedades termofísicas com a pressão é observada no Problema 6.17.

(b) É altamente desejável que a temperatura de operação do *chip* seja independente da localização do cliente. Qual velocidade do ar é necessária para que na operação na Cidade do México a temperatura do *chip* seja a mesma da temperatura ao nível do mar?

6.28 Considere o *chip* sobre a placa de circuito impresso do Problema 6.26. Para assegurar uma operação confiável por longos períodos de tempo, a temperatura no *chip* não deve exceder 85°C. Supondo a disponibilidade de ar forçado a $T_\infty = 25°C$ e a aplicabilidade da correlação para a transferência de calor já especificada, calcule e represente graficamente a dissipação máxima de potência permitida para o chip, P_c, em função da velocidade do ar para $1 \leq V \leq 25$ m/s. Se a superfície do *chip* possuir uma emissividade de 0,80 e a placa de circuito se encontrar no interior de um grande recipiente cujas paredes estão a 25°C, qual é o efeito da radiação no gráfico $P_c - V$?

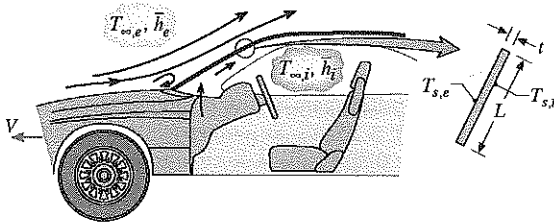
6.29 A maior contribuição para defeitos de produtos em módulos eletrônicos está relacionada a tensões induzidas durante ciclos térmicos (aquecimento e resfriamento intermitentes). Por exemplo, em cartões de circuitos que têm componentes ativos e passivos com materiais de diferentes coeficientes de expansão térmica, tensões térmicas são as principais fontes de falhas nas junções dos componentes, tais como conexões soldadas e com fios. Embora a preocupação esteja geralmente voltada para a falha de fadiga resultante de numerosos usos durante a vida do produto, é possível identificar conexões defeituosas através da elaboração de testes acelerados de tensão térmica antes de o produto ser enviado para o cliente. Nesses casos, é importante executar ciclos térmicos rápidos para minimizar falhas na programação de produção.

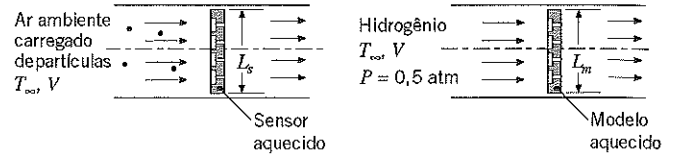
Um fabricante de cartões de circuito deseja desenvolver um aparelho para impor rápidos transientes térmicos nos cartões, submetendo-os a convecção forçada caracterizada por uma relação na forma $\overline{Nu}_L = C\,Re_L^m\,Pr^n$, onde $m = 0{,}8$ e $n = 0{,}33$. No entanto, ele não sabe se usa ar ($k = 0{,}026$ W/(m·K), $\nu = 1{,}6 \times 10^{-5}$ m²/s, $Pr = 0{,}71$) ou um líquido dielétrico ($k = 0{,}064$ W/

(m·K), $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 25$) como fluido de trabalho. Supondo velocidades equivalentes do ar e do líquido e a validade do modelo de capacitância global para os componentes, obtenha uma estimativa quantitativa da razão entre as constantes de tempo térmicas para os dois fluidos. Qual fluido fornece a resposta térmica mais rápida?

6.30 Para avaliar a eficácia de diferentes líquidos no resfriamento por convecção forçada de um objeto de um dado tamanho e forma, é conveniente introduzir um *índice de mérito*, F_F, que combina a influência de todas as propriedades pertinentes do fluido no coeficiente convectivo. Sendo o número de Nusselt descrito por uma expressão com a forma $Nu_L \sim Re_L^m Pr^n$, obtenha a relação correspondente entre o F_F e as propriedades dos fluidos. Para valores representativos de $m = 0{,}8$ e $n = 0{,}33$, calcule valores de F_F para o ar ($k = 0{,}026$ W/(m·K), $\nu = 1{,}6 \times 10^{-5}$ m²/s, $Pr = 0{,}71$), água ($k = 0{,}600$ W/(m·K), $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 5{,}0$) e um líquido dielétrico ($k = 0{,}064$ W/(m·K), $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 25$). Qual fluido é o agente de resfriamento mais efetivo?

6.31 Gases são freqüentemente usados no lugar de líquidos para resfriar eletrônicos em aplicações na aviação em funções de considerações de peso. Os sistemas de resfriamento são freqüentemente *fechados* de tal forma que refrigerantes diferentes do ar podem ser usados. Gases com maiores índices de mérito (veja Problema 6.30) são desejáveis. Para valores representativos de $m = 0{,}85$ e $n = 0{,}33$ na expressão do Problema 6.30, determine os índices de mérito para o ar, para o hélio puro, para o xenônio puro ($k = 0{,}006$ W/(m·K), $\mu = 24{,}14 \times 10^{-6}$ N·s/m²) e uma mistura ideal de He-Xe contendo uma fração molar de hélio de 0,75 ($k = 0{,}0713$ W/(m·K), $\mu = 25{,}95 \times 10^{-6}$ N·s/m²). Determine as propriedades a 300 K e pressão atmosférica. Para gases monoatômicos, tais como o hélio, o xenônio e as suas misturas, o calor específico a pressão constante é bem descrito pela relação $c_p = (5/2)R/M$.

6.32 O desembaçador de pára-brisa de carros funciona jogando ar quente na superfície interna do pára-brisa. Para evitar a condensação de vapor d'água nesta superfície, a temperatura do ar e o coeficiente convectivo na superfície ($T_{\infty,i}, \bar{h}_i$) devem ser grandes o suficiente para manter uma temperatura na superfície $T_{s,i}$ que seja, pelo menos, superior ao ponto de orvalho ($T_{s,i} \geq T_{po}$).

Considere um pára-brisa com comprimento $L = 800$ mm e espessura $t = 6$ mm, e condições de direção nas quais o carro se desloca a uma velocidade de $V = 70$ mph em um ar ambiente a $T_{\infty,e} = -15$°C. Com base em experimentos de laboratório efetuados em um modelo do carro, sabe-se que o coeficiente de convecção médio na superfície externa do pára-brisa é correlacionado por uma expressão com a forma $\overline{Nu}_L = 0{,}030\, Re_L^{0,8}\, Pr^{1/3}$, onde $Re_L \equiv VL/\nu$. As propriedades do ar ambiente podem ser aproximadas por $k = 0{,}023$ W/(m·K), $\nu = 12{,}5 \times 10^{-6}$ m²/s e $Pr = 0{,}71$. Se $T_{po} = 10$°C e $T_{\infty,i} = 50$°C, qual é o menor valor de $\bar{h}_i$ requerido para evitar a condensação na superfície interna?

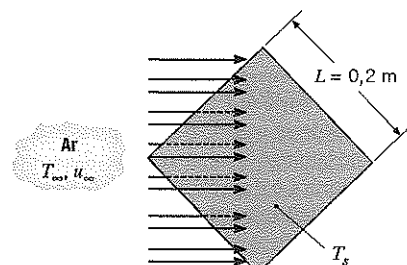
6.33 Um detector em microescala monitora um escoamento em regime estacionário ($T_\infty = 27$°C, $V = 10$ m/s) de ar em relação à possível presença de matéria particulada pequena e perigosa, que pode estar suspensa no ambiente. O sensor é aquecido até uma temperatura um pouco superior com objetivo de induzir uma reação química associada a certas substâncias de interesse, que podem influenciar negativamente a superfície ativa do sensor. A superfície ativa produz uma corrente elétrica se tais reações ocorrem na superfície e a corrente elétrica é, então, enviada para um alarme. Para maximizar a área da superfície da cabeça do sensor, e desta forma a probabilidade de captura e detecção de uma partícula, a cabeça do sensor é projetada com uma forma muito complexa. O valor do coeficiente de transferência de calor médio associado ao sensor aquecido deve ser conhecido de tal forma que a potência elétrica para o sensor possa ser determinada.

Seja um sensor com uma dimensão característica de $L_s = 80$ μm. Um modelo em escala do sensor encontra-se posicionado em um túnel de vento com recirculação (fechado) usando hidrogênio como fluido de trabalho. Se o túnel de vento opera com uma pressão absoluta de hidrogênio de 0,5 atm e uma velocidade $V = 0{,}5$ m/s, ache a temperatura do hidrogênio e a dimensão característica do modelo em escala, L_m, requeridas.

Analogia de Reynolds

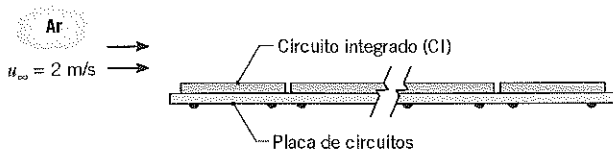
6.34 Uma placa delgada e plana, de 0,2 m por 0,2 m, está orientada paralelamente a uma corrente de ar atmosférico, que possui uma velocidade de 40 m/s. O ar está a uma temperatura $T_\infty = 20$°C, enquanto a placa é mantida a $T_s = 120$°C. O ar escoa sobre as superfícies superior e inferior da placa, e medidas da força de arrasto revelam um valor de 0,075 N. Qual é a taxa total de transferência de calor para o ar nas superfícies da placa?

6.35 Ar atmosférico escoa paralelamente ($u_\infty = 15$ m/s, $T_\infty = 15$°C) à superfície plana de um aquecedor que deve ser mantida a uma temperatura de 140°C. A área da superfície do aquecedor é de 0,25 m² e sabe-se que o escoamento produz uma força de arrasto sobre o aquecedor de 0,25 N. Qual é a potência elétrica necessária para manter a temperatura superficial especificada?

6.36 No escoamento sobre uma placa plana que possui uma superfície muito rugosa, sabe-se que os efeitos da transferência de calor por convecção são correlacionados pela expressão apresentada no Problema 6.21. Para um escoamento de ar a 50 m/s, qual é a tensão de cisalhamento na superfície na posição $x = 1$ m da aresta frontal da placa? Considere que o ar esteja a uma temperatura de 300 K.

6.37 Uma placa plana fina, com 0,2 m por 0,2 m de lado, e superfícies superior e inferior extremamente rugosas, encontra-se posicionada em um túnel de vento de tal forma que suas superfícies estão paralelas a uma corrente de ar atmosférico com uma velocidade de 30 m/s. O ar está a uma temperatura de $T_\infty = 20$°C, enquanto a placa é mantida a $T_s = 80$°C. A placa está rodada em 45° em torno de seu ponto central, como mostrado no esquema. Ar escoa sobre as superfícies superior e inferior da placa e medidas da taxa de transferência de calor indicam 2000 W. Qual é a força de arrasto na placa?

Vista superior da placa plana fina

6.38 Como meio para evitar a formação de gelo nas asas de um pequeno avião particular, propõe-se que sejam instalados elementos aquecedores de resistência elétrica no interior das asas. Para determinar necessidades de potência representativas, considere condições de vôo nominais nas quais o avião se desloca a 100 m/s no ar que está a uma temperatura de $-23°C$ e tem as seguintes propriedades: $k = 0{,}022$ W/(m·K), $Pr = 0{,}72$ e $\nu = 16{,}3 \times 10^{-6}$ m²/s. Se o comprimento característico da asa é de $L = 2$ m e medidas em túnel de vento indicam um coeficiente de atrito médio de $\bar{C}_f = 0{,}0025$ para as condições nominais, qual é o fluxo térmico médio necessário para manter uma temperatura superficial de $T_s = 5°C$?

6.39 Uma placa de circuitos com uma distribuição densa de circuitos integrados (CI) e dimensões de 120 mm por 120 mm de lado é resfriada pelo escoamento paralelo de ar atmosférico com uma velocidade de 2 m/s.

A partir de teste de túnel de vento sob as mesmas condições de escoamento, a tensão cisalhante viscosa média na superfície superior é determinada igual a 0,0625 N/m². Qual é a dissipação de potência admissível na superfície superior da placa se a temperatura superficial média dos CIs não pode exceder a temperatura do ar ambiente em mais de 25°C? Determine as propriedades termofísicas do ar a 300 K.

Coeficientes de Transferência de Massa

6.40 Em um dado dia de verão, a temperatura do ar é de 27°C e sua umidade relativa é de 30%. Água evapora da superfície de um lago a uma taxa de 0,10 kg/h por metro quadrado de área da sua superfície. A temperatura da água também é de 27°C. Determine o valor do coeficiente de transferência de massa por convecção.

6.41 É observado que uma panela com 230 mm de diâmetro contendo água a 23°C apresenta uma taxa de perda de massa de $1{,}5 \times 10^{-5}$ kg/s, quando o ar ambiente está seco e a uma temperatura de 23°C.

(a) Determine o coeficiente de transferência de massa por convecção nessa situação.
(b) Estime a taxa de perda de massa por evaporação quando o ar ambiente apresentar uma umidade relativa de 50%.
(c) Estime a taxa de perda de massa por evaporação para as temperaturas da água e do ar ambiente iguais a 47°C, admitindo que o coeficiente de transferência de massa por convecção permaneça inalterado e que o ar ambiente esteja seco.

6.42 A taxa na qual água é perdida devido à evaporação em uma superfície de um corpo de água pode ser determinada através da medida da taxa de variação do seu nível. Considere um dia de verão no qual as temperaturas da água e do ar ambiente são de 305 K e a umidade relativa do ar é de 40%. Se a taxa de queda de nível for de 0,1 mm/h, qual é a taxa, por unidade de área superficial, de perda de massa de água causada pela evaporação? Qual é o coeficiente de transferência de massa por convecção?

6.43 A fotossíntese, como ocorre nas folhas de uma planta verde, envolve o transporte de dióxido de carbono (CO_2) da atmosfera para os cloroplastos das folhas e a sua taxa pode ser quantificada em termos da taxa de assimilação do CO_2 pelos cloroplastos. Essa assimilação é fortemente influenciada pela transferência de CO_2 através da camada limite que se desenvolve sobre a superfície da folha. Sob condições nas quais a concentração mássica do CO_2 no ar é de 6×10^{-4} kg/m³ e na superfície da folha é de 5×10^{-4} kg/m³, e o coeficiente de transferência de massa por convecção é igual a 10^{-2} m/s, qual é a taxa de fotossíntese em termos de quilogramas de CO_2 assimilado por unidade de tempo e de área da superfície da folha?

6.44 A espécie A está evaporando de uma superfície plana para o interior da espécie B. Admita que o perfil de concentrações de A no interior da camada-limite de concentração possua a forma $C_A(y) = Dy^2 + Ey + F$, onde D, E e F são constantes em qualquer posição x e y é medido ao longo da normal à superfície. Desenvolva uma expressão para o coeficiente de transferência de massa por convecção, h_m, em termos dessas constantes, da concentração de A na corrente livre, $C_{A,\infty}$, e da difusividade mássica, D_{AB}. Escreva uma expressão para o fluxo molar da transferência convectiva de massa da substância A.

Similaridade e Analogia nas Transferências de Calor e de Massa

6.45 Considere o escoamento cruzado de um gás X sobre um objeto que possui um comprimento característico de $L = 0{,}1$ m. Para um número de Reynolds de 1×10^4, o coeficiente de transferência de calor médio é de 25 W/(m²·K). O mesmo objeto é, então, impregnado com um líquido Y e submetido às mesmas condições de escoamento. Dadas as seguintes propriedades termofísicas, qual é o coeficiente de transferência de massa por convecção médio?

	ν (m²/s)	k (W/(m · K))	α (m²/s)
Gás X	21×10^{-6}	0,030	29×10^{-6}
Líquido Y	$3{,}75 \times 10^{-7}$	0,665	$1{,}65 \times 10^{-7}$
Vapor Y	$4{,}25 \times 10^{-5}$	0,023	$4{,}55 \times 10^{-5}$
Mistura de gás X–vapor Y:		$Sc = 0{,}72$	

6.46 Considere condições nas quais um fluido com uma velocidade na corrente livre de $V = 1$ m/s escoa sobre uma superfície com comprimento característico $L = 1$ m, onde há evaporação ou sublimação, fornecendo um coeficiente de transferência de massa por convecção médio de $\bar{h}_m = 10^{-2}$ m/s. Calcule os parâmetros adimensionais $\overline{Sh}_L$, Re_L, Sc e $\bar{j}_m$ para as seguintes combinações: escoamento de ar sobre água, escoamento de ar sobre naftaleno e glicerol quente sobre gelo. Admita uma temperatura dos fluidos de 300 K e uma pressão de 1 atm.

6.47 Um objeto de forma irregular possui um comprimento característico $L = 1$ m e tem a sua superfície mantida a uma temperatura uniforme $T_s = 325$ K. Ele encontra-se suspenso em uma corrente de ar que está a pressão atmosférica ($p = 1$ atm) e tem uma velocidade $V = 100$ m/s e uma temperatura $T_\infty = 275$ K. O fluxo térmico médio da superfície para o ar é de 12.000 W/m². Chamando a situação anterior de caso 1, analise os casos a seguir e determine se as condições são análogas às do caso 1. Cada caso envolve um objeto com a mesma forma, que está suspenso em uma corrente de ar da mesma maneira. Onde houver comportamento análogo, determine o valor correspondente do coeficiente convectivo médio.

(a) Os valores de T_s, T_∞ e p permanecem os mesmos, porém $L = 2$ m e $V = 50$ m/s.
(b) Os valores de T_s e T_∞ permanecem os mesmos, porém $L = 2$ m, $V = 50$ m/s e $p = 0{,}2$ atm.
(c) A superfície é coberta por uma película de um líquido que evapora para o ar. Todo o sistema se encontra a 300 K e o coeficiente de difusão para a mistura ar-vapor é $D_{AB} = 1{,}12 \times 10^{-4}$ m²/s. Também, $L = 2$ m, $V = 50$ m/s e $p = 1$ atm.
(d) A superfície é coberta por uma outra película de líquido, para o qual $D_{AB} = 1{,}12 \times 10^{-4}$ m²/s, e o sistema está a 300 K. Nesse caso, $L = 2$ m, $V = 250$ m/s e $p = 0{,}2$ atm.

6.48 Em um dia frio do mês de agosto, um corredor ligeiramente vestido perde calor a uma taxa de 500 W em função da convecção para o ar vizinho a $T_\infty = 10°C$. A pele do corredor permanece seca e a uma temperatura $T_s = 30°C$. Três meses depois, o corredor corre com a mesma velocidade, porém o dia está quente e úmido, com uma temperatura $T_\infty = 30°C$ e uma umidade relativa $\phi_\infty = 60\%$. O corredor está agora molhado de suor e sua pele está a uma temperatura de 35°C. Em ambas as condições, as propriedades do ar podem ser consideradas constantes e iguais a $\nu = 1{,}6 \times 10^{-5}$ m²/s; $k = 0{,}026$ W/(m·K); $Pr = 0{,}70$ e D_{AB}(vapor d'água-ar) $= 2{,}3 \times 10^{-5}$ m²/s.

(a) Qual é a taxa de perda de água devida à evaporação no dia de verão?

(b) Qual é a taxa total de perda térmica por convecção no dia de verão?

6.49 Um objeto de forma irregular e comprimento de 1 m, mantido a uma temperatura constante de 100°C, está suspenso em uma corrente de ar com uma temperatura na corrente livre de 0°C, uma pressão de 1 atm e uma velocidade de 120 m/s. A temperatura do ar medida em um ponto próximo ao objeto na corrente de ar é de 80°C. Um segundo objeto com a mesma forma e comprimento de 2 m está suspenso em uma corrente de ar da mesma maneira. A velocidade da corrente livre do ar é de 60 m/s. O ar e o objeto estão a 50°C, e a pressão total é de 1 atm. Um revestimento plástico sobre a superfície do objeto está sendo secado através desse processo. A massa molar do vapor é igual a 82 e a pressão de saturação a 50°C do material plástico é de 0,0323 atm. A difusividade mássica do vapor no ar a 50°C é de $2{,}60 \times 10^{-5}$ m²/s.

(a) Para o segundo objeto, em uma localização que corresponde ao ponto de medida no primeiro objeto, determine a concentração do vapor e a sua pressão parcial.

(b) Se o fluxo térmico médio, q'', no primeiro objeto é de 2000 W/m², determine o fluxo de massa médio n''_A (kg/(s·m²)) no segundo objeto.

6.50 Um processo industrial envolve a evaporação de água de uma película líquida que se forma sobre uma superfície curva. Ar seco é passado sobre a película e, com base em medidas de laboratório, determina-se que a correlação para a transferência de calor por convecção tem a forma

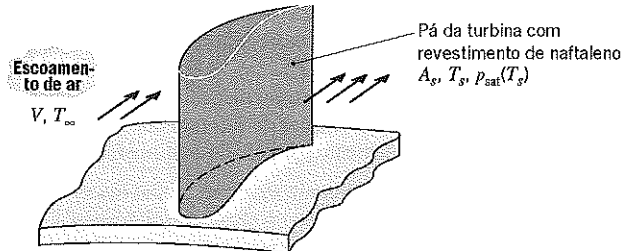
$$\overline{Nu}_L = 0{,}43 Re_L^{0{,}58}\, Pr^{0{,}4}$$

(a) Para uma temperatura e velocidade do ar de 27°C e 10 m/s, respectivamente, qual é a taxa de evaporação em uma superfície com 1 m² de área e um comprimento característico $L = 1$ m? Aproxime a densidade do vapor saturado por $\rho_{A,sat} = 0{,}0077$ kg/m³.

(b) Qual é a temperatura na película do líquido em regime estacionário?

6.51 A *técnica de sublimação do naftaleno* envolve o uso de um experimento de transferência de massa acoplado com uma análise baseada na analogia dos transportes termo-mássicos para obter coeficientes convectivos locais e médios para geometrias superficiais complexas. Um revestimento de naftaleno, que é um sólido volátil à temperatura ambiente, é aplicado sobre a superfície e é, então, submetido a um escoamento de ar em um túnel de vento. Alternativamente, objetos sólidos podem ser moldados a partir de naftaleno líquido. Durante um intervalo de tempo determinado, Δt, há uma perda perceptível de naftaleno devida à sublimação e, através da medida do retrocesso da superfície em locais de interesse ou da perda de massa da amostra, coeficientes de transferência de massa locais e médio podem ser determinados.

Considere um bastão retangular de naftaleno exposto ao ar em escoamento cruzado com $V = 10$ m/s e $T_\infty = 300$ K, como no Problema 6.10, exceto pelo fato de agora $c = 10$ mm e $d = 30$ mm. Determine a mudança na massa de um bastão com comprimento de $L = 500$ mm em um período de tempo de $\Delta t = 30$ min. O naftaleno tem uma massa molar de $\mathcal{M}_A = 128{,}16$ kg/kmol e sua pressão de saturação sólido-vapor a 27°C e 1 atm é de $p_{A,sat} = 1{,}33 \times 10^{-4}$ bar.

6.52 Seja a aplicação da técnica de sublimação do naftaleno (Problema 6.51) em uma pá de turbina a gás que é coberta com naftaleno e tem uma área superficial de $A_s = 0{,}05$ m².

Para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção médio para uma condição de operação representativa, um experimento é efetuado no qual a pá revestida é exposta por 30 min ao ar atmosférico a uma velocidade desejada e uma temperatura de $T_\infty = 27°C$. Durante o experimento a temperatura da superfície é de $T_s = 27°C$ e no seu final a massa da pá está reduzida em $\Delta m = 8$ g. Qual é o coeficiente de transferência de calor por convecção médio associado à condição de operação?

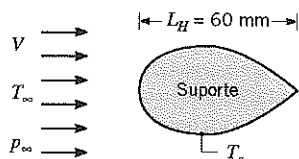
6.53 Um fabricante de equipamentos de esqui deseja desenvolver uma touca que irá oferecer melhor proteção térmica para os esquiadores em dias frios nas descidas. Toucas podem ser confeccionadas com boas características de isolamento térmico, mas tendem a ser grandes, pesadas e incômodas. Esquiadores preferem toucas mais leves e confortáveis que oferecem boa visibilidade, mas tais toucas tendem a ter características de isolamento deficientes. O fabricante decide adotar uma nova abordagem no desenho da touca, concentrando o isolamento em áreas da cabeça do esquiador que são propensas às maiores perdas de calor e minimizando o uso de isolamento em outros locais. Desta forma, o fabricante tem que determinar coeficientes de transferência de calor locais associados à cabeça humana com uma velocidade de $V = 10$ m/s na direção normal à face em ar com temperatura de −13°C. Uma jovem engenheira recebeu a tarefa de construir o experimento de transferência de calor, mas rapidamente encontrou desafios experimentais difíceis de serem ultrapassados. Ela, então, decidiu fazer uso da analogia dos transportes de calor e massa, e da técnica da sublimação do naftaleno (veja Problema 6.51), e moldou modelos de cabeça de naftaleno sólido com dimensões características em meia escala (isto é, o tamanho do modelo é a metade do tamanho de uma cabeça).

(a) Que velocidade no túnel de vento ($T_\infty = 300$ K) é necessária para que os resultados experimentais possam ser aplicados à cabeça humana associada à velocidade $V = 10$ m/s?

(b) Um experimento no túnel de vento é realizado com $\Delta t = 120$ min, $T_\infty = 27°C$. A engenheira constatou que o naftaleno retrocedeu $\delta_1 = 0{,}1$ mm na parte de trás da cabeça, $\delta_2 = 0{,}32$ mm no meio da testa e $\delta_3 = 0{,}64$ mm na orelha. Determine os coeficientes de transferência de calor nesses locais para a cabeça em escala real a −13°C. A densidade do naftaleno sólido é $\rho_{A,sol} = 1025$ kg/m³.

(c) Após o desenho da nova touca, os modelos (meia escala) foram equipados com as toucas e os experimentos foram repetidos. Algumas áreas dos modelos nas quais constatou-se que os coeficientes de transferência de calor locais eram extremamente baixos foram deixadas descobertas, pois o isolamento dessas áreas teria pequeno benefício em termos globais na redução das perdas de calor durante a prática do

esqui. Você esperaria que os coeficientes de transferência de calor locais nessas áreas expostas permanecessem os mesmos dos existentes antes da colocação das toucas nos modelos? Explique o porquê.

6.54 Um suporte de mancal, na forma de linhas de corrente, encontra-se exposto ao escoamento de ar quente da exaustão de um motor. É necessário executar experimentos para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção médio $\bar{h}$ entre o ar e o suporte, a fim de ser possível prever o resfriamento do suporte até uma temperatura superficial desejada T_s. Decidiu-se efetuar experimentos de transferência de massa em um objeto com o mesmo formato do original e, com base nos dados coletados, obter os resultados desejados para a transferência de calor usando-se a analogia entre as transferências de calor e de massa.

Os experimentos de transferência de massa foram conduzidos usando-se um modelo em meia escala do suporte, construído em naftaleno e exposto a uma corrente de ar a 27°C. As medidas de transferência de massa forneceram os seguintes resultados:

Re_L	$\overline{Sh}_L$
60.000	282
120.000	491
144.000	568
288.000	989

(a) Usando os resultados experimentais da transferência de massa, determine os coeficientes C e m para uma correlação com a forma $\overline{Sh}_L = C\, Re_L^m\, Sc^{1/3}$.

(b) Determine o coeficiente de transferência de calor por convecção médio $\bar{h}$ para o suporte com o tamanho original, L_H = 60 mm, quando ele estiver exposto a uma corrente livre de ar com $V = 60$ m/s, $T_\infty = 184$°C e $p = 1$ atm, com $T_s = 70$°C.

(c) A área superficial do suporte pode ser expressa por $A_s = 2{,}2\, L_H\, l$, onde l é o comprimento normal à página. Para as condições da parte (b), qual será a variação na taxa de transferência de calor para o suporte se o comprimento característico L_H for dobrado?

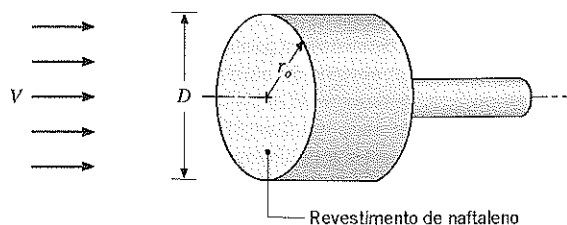
6.55 Considere as condições do Problema 6.3, porém com um fino filme de água sobre a superfície. Se o ar estiver seco e o número de Schmidt Sc for de 0,6, qual é o fluxo de massa evaporado? Há transferência líquida de energia para ou saindo da água?

6.56 Sejam as condições do Problema 6.7, nas quais um experimento de transferência de calor forneceu a distribuição especificada para os coeficientes convectivos locais, $h_x(x)$. O experimento foi efetuado com temperaturas na superfície e na corrente livre de 310 e 290 K, respectivamente. Agora, considere repetir o experimento em condições nas quais a superfície é revestida por uma fina camada de naftaleno, com a superfície e o ar a 300 K. Qual é o valor correspondente para o coeficiente de transferência de massa por convecção médio $\bar{h}_{mL}$?

6.57 Usando a técnica de sublimação do naftaleno, a distribuição radial dos coeficientes de transferência de massa por convecção locais em um escoamento uniforme e normal à superfície de um disco circular foi correlacionada por uma expressão com a forma

$$Sh_D \equiv \frac{h_m(r)D}{D_{AB}} = Sh_o\left[1 + a\left(\frac{r}{r_o}\right)^n\right]$$

O número de Sherwood no ponto de estagnação (Sh_0) depende dos números de Reynolds ($Re_D = VD/\nu$) e de Schmidt ($Sc = \nu/D_{AB}$), e os dados foram correlacionados pela expressão a seguir:

$$Sh_o = \frac{h_m(r=0)D}{D_{AB}} = 0{,}814 Re_D^{1/2}\, Sc^{0{,}36}$$

Obtenha uma expressão para o número de Nusselt médio ($\overline{Nu}_D = \bar{h}D/k$) correspondente para a transferência de calor em um disco isotérmico exposto ao escoamento descrito anteriormente. Se $a = 1{,}2$ e $n = 5{,}5$, qual é a taxa de transferência de calor em um disco com diâmetro D = 20 mm e temperatura superficial $T_s = 125$°C, exposto a uma corrente de ar com $Re_D = 5 \times 10^4$ e $T_\infty = 25$°C? Tipicamente, o desenvolvimento da camada limite a partir de um ponto de estagnação fornece um coeficiente convectivo decrescente com o aumento da distância do ponto de estagnação. Dê uma explicação plausível para o motivo do comportamento oposto observado no disco.

6.58 Para reduzir a ameaça de predadores, o faisão da areia, um pássaro do Quênia, coloca seus ovos em locais distantes de fontes de água. Para trazer água para os seus filhotes, o pássaro voa até a fonte mais próxima e, pela submersão da parte inferior de seu corpo, molha a sua plumagem. O pássaro, então, retorna para o seu ninho e os filhotes absorvem a água da plumagem. Obviamente, se o tempo de vôo for muito longo, as perdas por evaporação podem causar uma redução significativa da quantidade de água na plumagem e os filhotes podem acabar morrendo por desidratação.

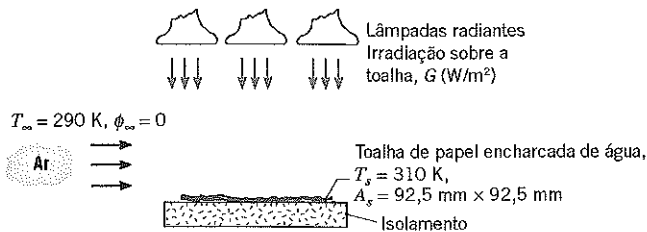
Para adquirir uma melhor compreensão da transferência por convecção durante o vôo, estudos em um túnel de vento foram efetuados usando modelos moldados do pássaro. Pelo aquecimento da porção do modelo correspondente à da plumagem que armazena a água, um coeficiente de transferência de calor por convecção médio foi determinado. Resultados para diferentes velocidades do ar e tamanhos do modelo foram, então, usados para desenvolver uma correlação empírica com a forma

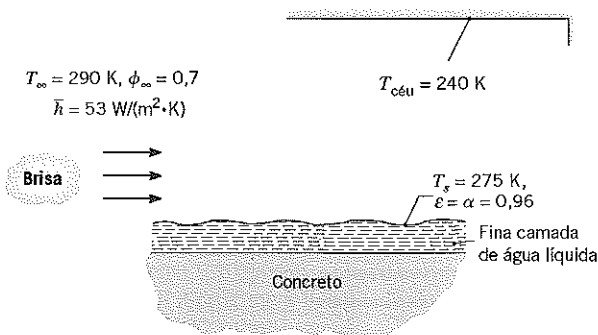
$$\overline{Nu}_L = 0{,}034 Re_L^{4/5}\, Pr^{1/3}$$

A área da superfície efetiva da porção da plumagem que armazena água é designada por A_s e o comprimento característico é definido por $L = (A_s)^{1/2}$.

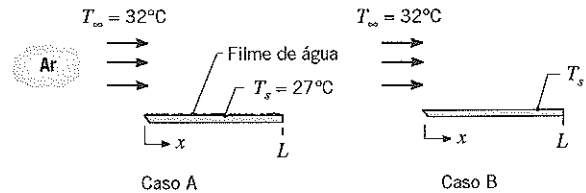
Considere condições nas quais um pássaro absorveu 0,05 kg de água na sua plumagem com $A_s = 0{,}04$ m² e está retornando ao seu ninho a uma velocidade constante $V = 30$ m/s. O ar ambiente está em repouso e a uma temperatura e umidade relativa de $T_\infty = 37$°C e $\phi_\infty = 25\%$, respectivamente. Se durante todo o vôo a superfície A_s estiver coberta por uma

película de água líquida a $T_s = 32°C$, qual é a distância máxima permitida entre o ninho e a fonte de água, se o pássaro deve retornar com pelos menos 50% do seu suprimento inicial de água? As propriedades do ar e da mistura ar-vapor podem ser consideradas iguais a $\nu = 16{,}7 \times 10^{-6}$ m²/s e $D_{AB} = 26{,}0 \times 10^{-6}$ m²/s.

6.59 Um experimento de laboratório envolve transferência simultânea de calor e de massa em uma toalha embebida com água, submetida a irradiação proveniente de um conjunto de lâmpadas radiantes e a um escoamento paralelo de ar sobre a sua superfície. Usando uma correlação convectiva a ser apresentada no Capítulo 7, o coeficiente de transferência de calor por convecção médio é estimado em $\bar{h} = 28{,}7$ W/(m²·K). Considere as propriedades radiantes da toalha iguais às da água, $\alpha = \varepsilon = 0{,}96$. A vizinhança se encontra a 300 K.

(a) Determine a taxa de evaporação na toalha, n_A(kg/s).
(b) Efetue um balanço de energia na toalha para determinar a taxa líquida de transferência por radiação, q_{rad}(W), para a toalha. Determine a irradiação G(W/m²).

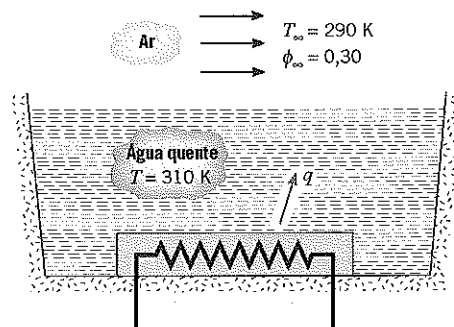
6.60 Na primavera, muitas vezes superfícies de concreto, como calçadas e estradas, ficam muito molhadas no período da manhã, mesmo na ausência de chuva durante a noite. Condições típicas para o período noturno são mostrados na figura.

(a) Determine os fluxos térmicos associados à convecção, q''_{conv}, à evaporação, q''_{evap}, e à troca radiante com o céu, q''_{rad}.
(b) Os seus cálculos sugerem a razão de o concreto estar molhado ao invés de seco? Explique sucintamente.
(c) O calor flui da camada de líquido para o concreto? Ou do concreto para a camada de líquido? Determine o fluxo térmico condutivo entrando ou saindo do concreto.

6.61 Ar seco a 32°C escoa sobre uma placa úmida (água) com área de 0,2 m². O coeficiente convectivo médio é de $\bar{h} = 20$ W/(m²·K) e a potência do aquecedor necessária para manter a placa a uma temperatura de 27°C é de 432 W. Estime a potência necessária para manter a placa úmida a uma temperatura de 37°C em ar seco a 32°C, se os coeficientes convectivos se mantiverem inalterados.

6.62 Ar seco a 32°C escoa sobre uma placa molhada com 200 mm de comprimento e largura de 1 m (caso A). Um aquecedor elétrico embutido na placa fornece 432 W e a temperatura na superfície é de 27°C.

(a) Qual é a taxa de evaporação de água na placa (kg/h)?
(b) Após um longo período de operação, toda a água é evaporada e a superfície da placa fica seca (caso B). Para as mesmas condições na corrente livre e a mesma potência do aquecedor no caso A, estime a temperatura da placa, T_s.

Resfriamento Evaporativo

6.63 Uma esfera com 20 mm de diâmetro está suspensa em uma corrente de ar seco com uma temperatura de 22°C. A potência fornecida a um aquecedor elétrico embutido no interior da esfera é de 2,51 W, quando a temperatura em sua superfície é de 32°C. Quanta potência é necessária para manter a esfera a 32°C, se a sua superfície externa tem uma fina cobertura porosa saturada com água? Determine as propriedades do ar e o coeficiente de difusão da mistura ar–vapor d'água a 300 K.

6.64 Um bem-sucedido engenheiro californiano instalou em seu jardim uma banheira de hidromassagem circular e avaliou que, para as condições de operação típicas descritas a seguir, a água deve ser reposta a uma taxa de 0,001 kg/s de modo a manter o nível de líquido constante na banheira.

Sendo os lados e o fundo da banheira isolados termicamente e a temperatura da água de reposição igual à da água que se encontra no interior da banheira, em qual taxa os aquecedores elétricos devem fornecer energia para manter a temperatura da água na banheira a 310 K?

6.65 Sabe-se que em noites claras a temperatura do ar não precisa ser inferior a 0°C para que uma fina camada de água sobre o solo se congele. Considere uma dessas camadas de água sobre o solo em uma noite clara, na qual a temperatura efetiva do céu é de −30°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção, devido ao vento, é de $h = 25$ W/(m²·K). Pode-se considerar que a água possua uma emissividade igual a 1,0 e que esteja isolada do solo no que se refere à transferência de calor por condução.
(a) Desprezando a evaporação, determine a menor temperatura que o ar pode ter para que não haja congelamento da água.
(b) Para as condições dadas, estime o coeficiente de transferência de massa para a evaporação da água h_m (m/s).
(c) Levando em conta agora o efeito da evaporação, qual a menor temperatura que o ar pode ter para que não haja congelamento da água? Considere que o ar esteja seco.

6.66 Uma expressão para a pressão parcial de vapor d'água real em termos das temperaturas de bulbo úmido e de bulbo seco, conhecida por equação de Carrier, é dada por

$$p_v = p_{\text{sat,bu}} - \frac{(p - p_{\text{sat,bu}})(T_{bs} - T_{bu})}{1810 - T_{bu}}$$

onde p_v, $p_{\text{sat,bu}}$ e p são a pressão parcial real, a pressão de saturação na temperatura de bulbo úmido e a pressão total (todas em bars), respectivamente, enquanto T_{bs} e T_{bu} são as temperaturas de bulbo seco e bulbo úmido, em kelvins. Considere ar a uma pressão de 1 atm e a uma temperatura de 37,8°C escoando sobre um termômetro de bulbo úmido que indica 21,1°C.

(a) Usando a equação de Carrier, calcule a pressão parcial do vapor d'água na corrente livre. Qual é a umidade relativa?
(b) Consulte uma carta psicrométrica e obtenha diretamente a umidade relativa para as condições indicadas. Compare o resultado com o obtido na parte (a).
(c) Use a Equação 6.65 para determinar a umidade relativa. Compare o resultado com as partes (a) e (b).

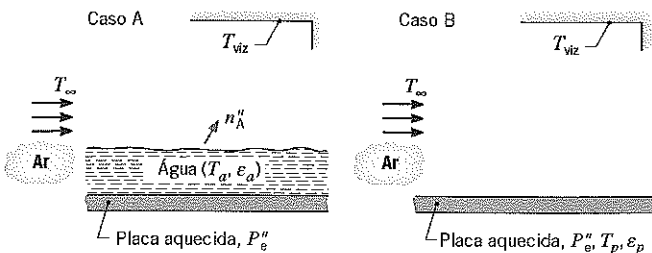
6.67 Um termômetro de bulbo úmido é um termômetro de vidro contendo mercúrio, cujo bulbo é coberto por um tecido umedecido (com água). Quando suspenso em uma corrente de ar, a leitura do termômetro em regime estacionário indica a temperatura de bulbo úmido, T_{bu}. Obtenha uma expressão para determinar a umidade relativa do ar a partir do conhecimento da temperatura do ar (T_∞), da temperatura de bulbo úmido e das propriedades pertinentes para o ar e o vapor d'água. Se $T_\infty = 45°C$ e $T_{bu} = 25°C$, qual é a umidade relativa da corrente de ar?

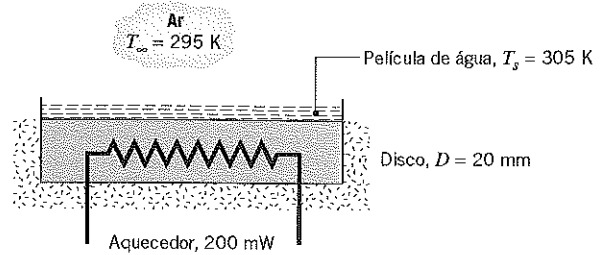
6.68 Um processo industrial envolve a evaporação de uma fina película de água sobre uma superfície curva, através do seu aquecimento pela sua parte inferior e pelo escoamento forçado de ar na parte superior. Medidas em laboratório nesta superfície forneceram a seguinte correlação para a transferência de calor:

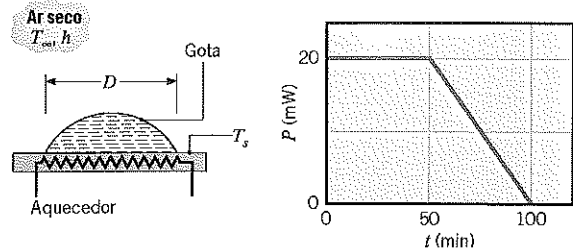
$$\overline{Nu}_L = 0{,}43 Re_L^{0,58}\, Pr^{0,4}$$

O ar escoando sobre a superfície possui uma temperatura de 290 K, uma velocidade de 10 m/s e encontra-se completamente seco ($\phi_\infty = 0$). A superfície possui um comprimento de 1 m e uma área de 1 m². Energia é fornecida ao sistema em quantidade suficiente para manter a temperatura de 310 K em regime estacionário.

(a) Determine o coeficiente de transferência de calor e a taxa na qual a superfície perde calor por convecção.
(b) Determine o coeficiente de transferência de massa e a taxa de evaporação (kg/h) da água na superfície.
(c) Determine a taxa de energia que deve ser fornecida à superfície para manter essas condições.

6.69 Uma camada de água, com 2 mm de espessura, sobre uma placa eletricamente aquecida é mantida a uma temperatura de $T_a = 340$ K, enquanto ar seco a $T_\infty = 300$ K escoa sobre a sua superfície (caso A). O conjunto é circundado por uma grande vizinhança que também está a 300 K.

(a) Se o fluxo de evaporação na superfície da água para o ar for de $n''_A = 0{,}030$ kg/(s·m²), qual é o valor correspondente do coeficiente de transferência de massa por convecção? Quanto tempo demorará para a água evaporar completamente?
(b) Quais são os valores correspondentes do coeficiente de transferência de calor por convecção e da taxa na qual a potência elétrica deve ser fornecida, por unidade de área da placa, para manter a temperatura da água especificada? Valores das propriedades do ar são: $\rho = 1{,}08$ kg/m³, $c_p = 1008$ J/(kg·K) e $k = 0{,}028$ W/(m·K). O coeficiente de difusão binária para o ar e o vapor d'água é de $D_{AB} = 0{,}29 \times 10^{-4}$ m²/s e a emissividade da água é de $\varepsilon_a = 0{,}95$.
(c) Se a potência elétrica determinada na parte (b) for mantida após a completa evaporação da água (caso B), qual é a temperatura resultante da placa, cuja emissividade é de $\varepsilon_p = 0{,}60$?

6.70 Um disco com 20 mm de diâmetro está coberto por uma película de água. Sob condições de regime estacionário, um aquecedor com potência de 200 mW é necessário para manter o sistema disco-película de água a 305 K em meio ao ar seco a 295 K. A taxa de evaporação observada é igual a $2{,}55 \times 10^{-4}$ kg/h.

(a) Calcule o coeficiente de transferência de massa por convecção médio, $\overline{h}_m$, para o processo de evaporação.
(b) Calcule o coeficiente de transferência de calor por convecção médio, $\overline{h}$.
(c) Os valores de $\overline{h}_m$ e $\overline{h}$ satisfazem à analogia termo-mássica?
(d) Sendo a umidade relativa do ar ambiente, a 295 K, aumentada de 0 (ar seco) para 0,50, mas o suprimento de energia para o aquecedor mantido em 200 mW, a taxa de evaporação aumenta ou diminui? A temperatura no disco aumenta ou diminui?

6.71 Um experimento é conduzido para determinar o coeficiente convectivo de transferência de massa médio em uma pequena gota usando um aquecedor controlado para operar a uma temperatura constante. O histórico da potência requerida para evaporar completamente a gota a uma temperatura de 37°C é mostrado na figura. Foi observado que, à medida que a gota seca, o seu diâmetro molhado sobre a superfície do aquecedor permanece praticamente constante em um valor de 4 mm.

(a) Calcule o coeficiente convectivo de transferência de massa médio baseado na área molhada durante o processo de evaporação, para condições nas quais a gota, o aquecedor e o ar ambiente *seco* estão a 37°C.
(b) Quanta energia será necessária para evaporar a gota se a temperatura do ar ambiente *seco* for de 27°C, enquanto a temperatura do sistema gota-aquecedor se mantém nos 37°C?

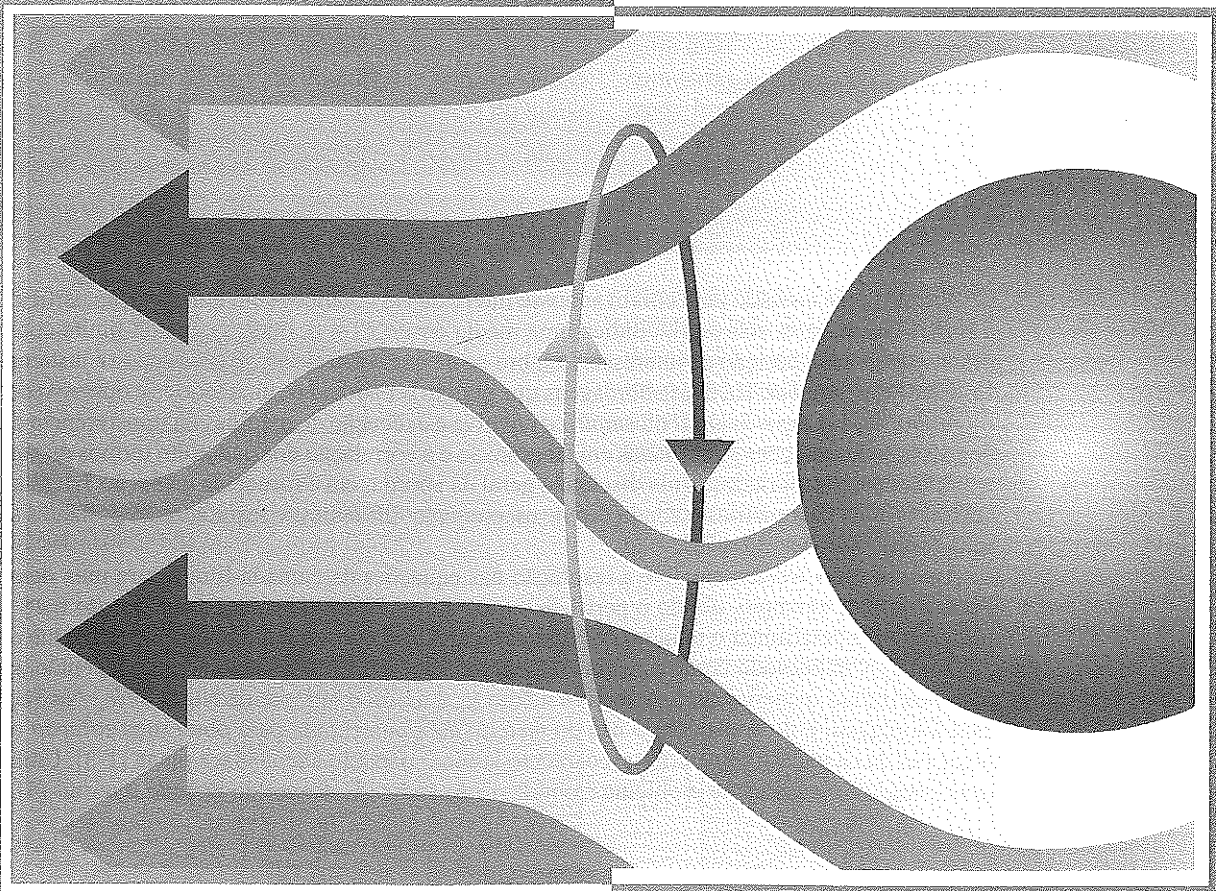
6.72 Deseja-se desenvolver um modelo simples para prever o histórico temperatura-tempo de uma placa durante o ciclo de secagem em uma lava-louças. Após o ciclo de lavagem, a placa encontra-se a $T_p(t) = T_p(0) = 65°C$ e o ar no interior da lava-lou-

ças está completamente saturado ($\phi_\infty = 1{,}0$) a $T_\infty = 55°C$. Os valores da área superficial, A_s, da massa, M, e do calor específico, c, da placa são tais que $Mc/A_s = 1600$ J/(m²·K).

(a) Supondo que a placa esteja completamente coberta por uma fina película de água e desprezando as resistências térmicas na placa e na película líquida, deduza uma equação diferencial para estimar a temperatura da placa em função do tempo.

(b) Para a condição inicial ($t = 0$) fornecida, determine a variação da temperatura na placa com o tempo, dT/dt (°C/s) considerando que o coeficiente de transferência de calor médio sobre a placa seja igual a 3,5 W/(m²·K).

CAPÍTULO 7

Escoamento Externo

Neste capítulo focalizamos o problema de calcular taxas de transferência de calor e de massa entrando ou saindo de uma superfície em contato com um *escoamento externo*. Nesses escoamentos, as camadas-limite se desenvolvem livremente, sem restrições impostas por superfícies adjacentes. Conseqüentemente, existirá sempre uma região do escoamento externa à camada-limite, na qual os gradientes de velocidade, temperatura e/ou concentração são desprezíveis. Exemplos incluem o movimento de um fluido sobre uma placa plana (inclinada ou paralela à direção da velocidade na corrente livre) e o escoamento sobre superfícies curvas, tais como uma esfera, um cilindro, aerofólios ou pás de turbinas.

No momento, concentraremos nossa atenção nos problemas de *convecção forçada*, com *baixas velocidades* e *sem mudança de fase* no fluido. Além disso, não consideraremos efeitos potenciais de micro e nanoescalas no interior do fluido, como descrito na Seção 2.2 deste capítulo. Na convecção *forçada*, o movimento relativo entre o fluido e a superfície é mantido por meios externos, tais como um ventilador/soprador ou uma bomba, e não pelas forças de empuxo devidas aos gradientes de temperatura no fluido (convecção *natural*). *Escoamentos internos*, *convecção natural* e *convecção com mudança de fase* são tratados nos Capítulos 8, 9 e 10, respectivamente.

Nosso principal objetivo é determinar os coeficientes convectivos em diferentes geometrias de escoamento. Em particular, desejamos obter formas específicas para as funções que representam esses coeficientes. Pela adimensionalização das equações da camada-limite no Capítulo 6, chegamos à conclusão de que os coeficientes convectivos locais e médios podem ser correlacionados por equações com as formas

Transferência de Calor:

$$Nu_x = f(x^*, Re_x, Pr) \tag{6.49}$$

$$\overline{Nu}_x = f(Re_x, Pr) \tag{6.50}$$

Transferência de Massa:

$$Sh_x = f(x^*, Re_x, Sc) \tag{6.53}$$

$$\overline{Sh}_x = f(Re_x, Sc) \tag{6.54}$$

O subscrito x foi incluído para enfatizar nosso interesse em condições em uma posição particular sobre a superfície. A barra sobrescrita indica uma média desde $x^* = 0$, onde a camada-limite começa a se desenvolver, até a posição de interesse. Lembre-se de que o *problema da convecção* é justamente o de se obter essas funções. Há duas abordagens que podem ser adotadas, uma teórica e outra experimental.

A *abordagem experimental* ou *empírica* envolve a execução de medidas da transferência de calor e de massa sob condições controladas em laboratório e a correlação dos dados em termos de parâmetros adimensionais apropriados. Uma discussão geral da abordagem é fornecida na Seção 7.1. Ela foi aplicada em muitas geometrias e condições de escoamento diferentes, e resultados importantes são apresentados nas Seções 7.2 a 7.8.

A *abordagem teórica* envolve a resolução das equações da camada-limite para uma determinada geometria. Por exemplo, obtido o perfil de temperaturas T^* em tal solução, a Equação 6.48 pode ser utilizada para determinar o número de Nusselt local Nu_x e, conseqüentemente, o coeficiente convectivo local h_x. Conhecendo como h_x varia ao longo da superfície, a Equação 6.13 pode, então, ser usada para determinar o coeficiente convectivo médio $\overline{h}_x$, e assim o número de Nusselt $\overline{Nu}_x$. Na Seção 7.2.1 essa abordagem é ilustrada com o uso do *método da similaridade* para obter uma *solução exata* das equações da camada-limite para o escoamento laminar paralelo a uma placa plana [1-3]. Uma *solução aproximada* para o mesmo problema é obtida no Apêndice F através do *método integral* [4].

7.1 *O Método Empírico*

A maneira pela qual uma correlação para a transferência de calor por convecção pode ser obtida experimentalmente está ilustrada na Figura 7.1. Se uma geometria específica, como a placa plana em um escoamento paralelo, for aquecida eletricamente de modo a manter $T_s > T_\infty$, transferência de calor por convecção ocorre da superfície para o fluido. Seria uma tarefa simples medir T_s e T_∞, assim como a potência elétrica, $E{\cdot}I$, que é igual à taxa de transferência de calor total q. O coeficiente convectivo $\bar{h}_L$, que é uma média associada a toda a placa, poderia então ser calculado pela lei do resfriamento de Newton, Equação 6.12. Além disso, com o conhecimento do comprimento característico L e das propriedades do fluido, os números de Nusselt, Reynolds e Prandtl poderiam ser determinados a partir de suas definições, Equações 6.50, 6.41 e 6.42, respectivamente.

O procedimento anterior poderia ser repetido para uma variedade de condições de teste. Poderíamos variar a velocidade u_∞ e o comprimento da placa L, assim como a natureza do fluido, usando, por exemplo, ar, água e óleo de máquina, que possuem números de Prandtl substancialmente diferentes. Teríamos, então, muitos diferentes valores do número de Nusselt correspondentes a uma ampla faixa dos números de Reynolds e de Prandtl, e os resultados poderiam ser colocados em um gráfico em uma escala *log-log*, como mostrado na Figura 7.2*a*. Cada símbolo representa um conjunto específico de condições de teste. Como ocorre com freqüência, os resultados associados a um dado fluido e, portanto, a um número de Prandtl fixo, situam-se próximos a uma linha reta. Isso indica uma dependência do número de Nusselt em relação ao número de Reynolds na forma de uma lei de potência. Considerando todos os fluidos, os dados podem então ser representados por uma expressão algébrica com a forma

$$\overline{Nu}_L = C\,Re_L^m\,Pr^n \tag{7.1}$$

Como os valores de C, m e n são freqüentemente independentes da natureza do fluido, a família de linhas retas correspondentes a diferentes números de Prandtl pode ser concentrada em uma única linha ao representar-se os resultados em termos da razão $\overline{Nu}_L/Pr^n$, como mostrado na Figura 7.2*b*.

Como a Equação 7.1 é inferida a partir de dados experimentais, ela é chamada de uma *correlação empírica*. Os valores específicos do coeficiente C e os expoentes m e n variam com a natureza da geometria da superfície e o tipo de escoamento.

Em muitos casos especiais usaremos expressões com a forma dada pela Equação 7.1, e é importante observar que a hipótese de *propriedades do fluido constantes* está freqüentemente implícita nos resultados. Entretanto, sabemos que as propriedades do fluido variam com a temperatura através da camada-limite e que essa variação pode certamente influenciar a taxa de transferência de calor. Essa influência pode ser tratada em uma entre duas maneiras. Em um método, a Equação 7.1 é utilizada com todas as propriedades avaliadas a uma temperatura da camada-limite média T_f, chamada de *temperatura do filme*.

$$T_f \equiv \frac{T_s + T_\infty}{2} \tag{7.2}$$

O método alternativo é avaliar todas as propriedades a T_∞ e multiplicar o lado direito da Equação 7.1 por um parâmetro adicional para levar em conta a variação das propriedades. O parâmetro possui comumente a forma $(Pr_\infty/Pr_s)^r$ ou $(\mu_\infty/\mu_s)^r$, onde os subscritos ∞ e s indicam a avaliação das propriedades nas temperaturas da corrente livre e da superfície, respectivamente. Os dois métodos são utilizados nos resultados a seguir.

Finalmente, observamos que experimentos também podem ser executados para a obtenção de correlações da transferência de

FIGURA 7.1 Experimento para a medida do coeficiente de transferência de calor por convecção médio $\bar{h}_L$.

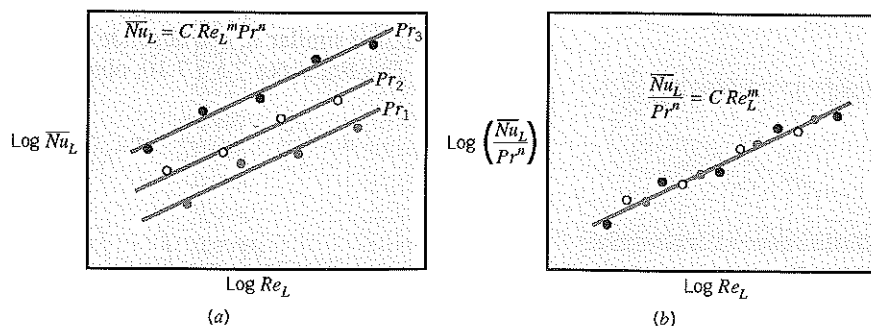



FIGURA 7.2 Representação adimensional de medidas da transferência de calor por convecção.

massa por convecção. Contudo, em condições nas quais a analogia entre as transferências de calor e de massa (Seção 6.7.1) pode ser aplicada, a correlação da transferência de massa assume a mesma forma da correlação da transferência de calor correspondente. Assim, antecipamos correlações com a forma

$$\overline{Sh}_L = C\,Re_L^m\,Sc^n \quad (7.3)$$

onde, para uma dada geometria e condição de escoamento, os valores de C, m e n são os mesmos que aparecem na Equação 7.1.

7.2 A Placa Plana em Escoamento Paralelo

Apesar de sua simplicidade, o escoamento paralelo sobre uma placa plana (Figura 7.3) ocorre em numerosas aplicações da engenharia. Como discutido na Seção 6.3, o desenvolvimento da camada-limite laminar começa na aresta frontal ($x = 0$) e a transição para o regime turbulento pode ocorrer em uma posição (x_c) a jusante, na qual um número de Reynolds crítico $Re_{x,c}$ é atingido. Iniciamos analisando as condições no interior da camada-limite laminar.

7.2.1 Escoamento Laminar sobre uma Placa Isotérmica: Uma Solução por Similaridade

Os principais parâmetros da convecção podem ser obtidos através da resolução de formas apropriadas das equações da camada-limite. Supondo escoamento *laminar*, *incompressível* e *em regime estacionário*, de um fluido com *propriedades constantes* e *dissipação viscosa desprezível*, e reconhecendo ainda que $dp/dx = 0$, as equações da camada-limite (Equações 6.27, 6.28, 6.29 e 6.30) se reduzem a

Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7.4)$$

Momento:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7.5)$$

Energia:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7.6)$$

Espécie (A):

$$u\frac{\partial \rho_A}{\partial x} + v\frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2} \quad (7.7)$$

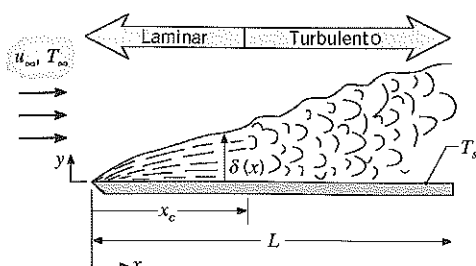



FIGURA 7.3 A placa plana em escoamento paralelo.

A solução dessas equações é simplificada pelo fato de que, para propriedades constantes, as condições na camada-limite de velocidade (fluidodinâmica) são independentes da temperatura e da concentração da espécie. Dessa forma, podemos começar resolvendo o problema fluidodinâmico, Equações 7.4 e 7.5, sem levar em conta as Equações 7.6 e 7.7. Uma vez resolvido o problema fluidodinâmico, as soluções para as Equações 7.6 e 7.7, que dependem de u e v, podem ser obtidas.

A solução fluidodinâmica segue o método de Blasius [1, 2]. Os componentes da velocidade são definidos em termos de uma função corrente $\psi(x, y)$,

$$u \equiv \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{e} \quad v \equiv -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7.8)$$

de modo que a Equação 7.4 é automaticamente satisfeita e, assim, não mais necessária. As novas variáveis dependente e independente, f e η, respectivamente, são então definidas de tal forma que

$$f(\eta) \equiv \frac{\psi}{u_\infty\sqrt{\nu x/u_\infty}} \quad (7.9)$$

$$\eta \equiv y\sqrt{u_\infty/\nu x} \quad (7.10)$$

Como iremos verificar, o uso dessas variáveis simplifica a questão através da redução da equação diferencial parcial, Equação 7.5, para uma equação diferencial ordinária.

A solução de Blasius é dita uma *solução por similaridade*, e η é uma *variável similar*. Essa terminologia é usada porque, apesar do crescimento da camada-limite com a distância x da aresta frontal, o perfil de velocidades u/u_∞ permanece *geometricamente similar*. Essa similaridade possui a forma funcional

$$\frac{u}{u_\infty} = \phi\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

onde δ é a espessura da camada-limite. Descobriremos pela solução de Blasius que δ varia como $(\nu x/u_\infty)^{1/2}$; assim, tem-se que

$$\frac{u}{u_\infty} = \phi(\eta) \quad (7.11)$$

Assim, o perfil de velocidades é unicamente determinado pela variável similar η, que depende de x e y.

Das Equações 7.8 a 7.10, obtemos

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = u_\infty\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}\frac{df}{d\eta}\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} = u_\infty\frac{df}{d\eta} \quad (7.12)$$

e

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\left(u_\infty\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{u_\infty}{2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty x}}f\right)$$

$$v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu u_\infty}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta} - f\right) \quad (7.13)$$

Diferenciando os componentes da velocidade, também pode ser mostrado que

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u_\infty}{2x}\eta\frac{d^2f}{d\eta^2} \tag{7.14}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}\frac{d^2f}{d\eta^2} \tag{7.15}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_\infty^2}{\nu x}\frac{d^3f}{d\eta^3} \tag{7.16}$$

Substituindo essas expressões na Equação 7.5, obtemos então

$$2\frac{d^3f}{d\eta^3} + f\frac{d^2f}{d\eta^2} = 0 \tag{7.17}$$

Assim, o problema da camada-limite fluidodinâmica é reduzido à solução de uma equação diferencial ordinária, não-linear, de terceira ordem. As condições de contorno apropriadas são

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad \text{e} \quad u(x, \infty) = u_\infty$$

ou, em termos das variáveis de similaridade,

$$\left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=0} = f(0) = 0 \quad \text{e} \quad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta\to\infty} = 1 \tag{7.18}$$

A solução da Equação 7.17, submetida às condições da Equação 7.18, pode ser obtida por uma expansão em série [2] ou por integração numérica [3]. Resultados selecionados estão apresentados na Tabela 7.1, a partir dos quais informações úteis podem ser extraídas. Primeiramente observamos que, com uma boa aproximação, $(u/u_\infty) = 0{,}99$ para $\eta = 5{,}0$. Definindo a espessura da camada-limite δ como o valor de y no qual $(u/u_\infty) = 0{,}99$, tem-se da Equação 7.10 que

$$\delta = \frac{5{,}0}{\sqrt{u_\infty/\nu x}} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \tag{7.19}$$

Da Equação 7.19 fica claro que δ aumenta com o aumento de x e ν, mas diminui com o aumento de u_∞ (quanto maior a velocidade na corrente livre, *mais estreita* a camada-limite). Além disso, pela Equação 7.15, a tensão de cisalhamento na parede pode ser representada por

$$\tau_s = \mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu u_\infty\sqrt{u_\infty/\nu x}\left.\frac{d^2f}{d\eta^2}\right|_{\eta=0}$$

Assim, da Tabela 7.1

$$\tau_s = 0{,}332u_\infty\sqrt{\rho\mu u_\infty/x}$$

O coeficiente de atrito *local* é, então,

$$C_{f,x} \equiv \frac{\tau_{s,x}}{\rho u_\infty^2/2} = 0{,}664Re_x^{-1/2} \tag{7.20}$$

A partir do conhecimento das condições na camada-limite de velocidade, as equações de conservação da energia e da espécie podem agora ser resolvidas. Para resolver a Equação 7.6, introduzimos a temperatura adimensional $T^* \equiv [(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]$ e supomos uma solução similar com a forma $T^* = T^*(\eta)$. Efetuando as substituições necessárias, a Equação 7.6 se reduz a

$$\frac{d^2T^*}{d\eta^2} + \frac{Pr}{2}f\frac{dT^*}{d\eta} = 0 \tag{7.21}$$

Observe a dependência da solução térmica em relação às condições fluidodinâmicas através da presença da variável f na Equação 7.21. As condições de contorno apropriadas são

$$T^*(0) = 0 \quad \text{e} \quad T^*(\infty) = 1 \tag{7.22}$$

Submetida às condições da Equação 7.22, a Equação 7.21 pode ser resolvida por integração numérica para diferentes valores do número de Prandtl. Uma conseqüência importante dessa solução é que, para $Pr \gtrsim 0{,}6$, resultados para o gradiente de temperatura na superfície $dT^*/d\eta|_{\eta=0}$ podem ser correlacionados pela seguinte relação:

$$\left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0{,}332Pr^{1/3}$$

Representando o coeficiente convectivo local por

$$h_x = \frac{q_s''}{T_s - T_\infty} = -\frac{T_\infty - T_s}{T_s - T_\infty}k\left.\frac{\partial T^*}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$h_x = k\left(\frac{u_\infty}{\nu x}\right)^{1/2}\left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0}$$

segue-se que o número de Nusselt *local* tem a forma

$$Nu_x \equiv \frac{h_x x}{k} = 0{,}332\,Re_x^{1/2}\,Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6 \tag{7.23}$$

TABELA 7.1 Funções da camada-limite laminar sobre uma placa plana [3]

$\eta = y\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$	f	$\frac{df}{d\eta} = \frac{u}{u_\infty}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0,332
0,4	0,027	0,133	0,331
0,8	0,106	0,265	0,327
1,2	0,238	0,394	0,317
1,6	0,420	0,517	0,297
2,0	0,650	0,630	0,267
2,4	0,922	0,729	0,228
2,8	1,231	0,812	0,184
3,2	1,569	0,876	0,139
3,6	1,930	0,923	0,098
4,0	2,306	0,956	0,064
4,4	2,692	0,976	0,039
4,8	3,085	0,988	0,022
5,2	3,482	0,994	0,011
5,6	3,880	0,997	0,005
6,0	4,280	0,999	0,002
6,4	4,679	1,000	0,001
6,8	5,079	1,000	0,000

A partir da solução da Equação 7.21, tem-se também que a razão entre as espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica é

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3} \qquad (7.24)$$

onde δ é fornecida pela Equação 7.19.

A equação da camada-limite de uma espécie, Equação 7.7, tem a mesma forma da equação da camada-limite de energia, Equação 7.6, com D_{AB} substituindo α. Introduzindo uma massa específica normalizada da espécie A, $\rho_A^* \equiv [(\rho_A - \rho_{A,s})/(\rho_{A,\infty} - \rho_{A,s})]$ e observando que, para uma concentração da espécie na superfície fixa

$$\rho_A^*(0) = 0 \quad \text{e} \quad \rho_A^*(\infty) = 1 \qquad (7.25)$$

também vemos que as condições de contorno para a espécie têm a mesma forma das condições de contorno para a temperatura dadas pela Equação 7.22. Conseqüentemente, como discutido na Seção 6.7.1, a analogia das transferências de calor e de massa pode ser aplicada, pois a equação diferencial e as condições de contorno para a concentração da espécie têm a mesma forma do que para a temperatura. Assim, com base na Equação 7.23,

$$Sh_x \equiv \frac{h_{m,x}x}{D_{AB}} = 0{,}332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3} \qquad Sc \gtrsim 0{,}6 \qquad (7.26)$$

Por analogia da Equação 7.24, tem-se também que a razão das espessuras das camadas-limite é

$$\frac{\delta}{\delta_c} \approx Sc^{1/3} \qquad (7.27)$$

Os resultados anteriores podem ser usados para calcular importantes parâmetros da camada-limite *laminar* para $0 < x < x_c$, onde x_c é a distância da aresta frontal na qual a transição inicia. As Equações 7.20, 7.23 e 7.26 implicam que $\tau_{s,x}$, h_x e $h_{m,x}$ são, a princípio, infinitos na aresta frontal e diminuem com $x^{-1/2}$ no sentido do escoamento. As Equações 7.24 e 7.27 também implicam que, para valores de Pr e Sc próximos à unidade, o que é o caso da maioria dos gases, as três camadas-limite apresentam crescimento praticamente idêntico.

A partir dos resultados locais anteriores, parâmetros médios da camada-limite podem ser determinados. Com o coeficiente de atrito médio definido por

$$\overline{C}_{f,x} \equiv \frac{\overline{\tau}_{s,x}}{\rho u_\infty^2/2} \qquad (7.28)$$

onde

$$\overline{\tau}_{s,x} \equiv \frac{1}{x}\int_0^x \tau_{s,x}\,dx$$

a forma de $\tau_{s,x}$ pode ser obtida da Equação 7.20 e a integração efetuada para obter

$$\overline{C}_{f,x} = 1{,}328 Re_x^{-1/2} \qquad (7.29)$$

Além disso, com base nas Equações 6.14 e 7.23, o coeficiente de transferência de calor *médio* para o escoamento laminar é

$$\overline{h}_x = \frac{1}{x}\int_0^x h_x\,dx = 0{,}332\left(\frac{k}{x}\right)Pr^{1/3}\left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2}\int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}}$$

Integrando e substituindo a Equação 7.23, tem-se que $\overline{h}_x = 2h_x$. Assim,

$$\overline{Nu}_x \equiv \frac{\overline{h}_x x}{k} = 0{,}664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6 \qquad (7.30)$$

Empregando a analogia das transferências de calor e de massa, tem-se que

$$\overline{Sh}_x \equiv \frac{\overline{h}_{m,x}x}{D_{AB}} = 0{,}664 Re_x^{1/2} Sc^{1/3} \qquad Sc \gtrsim 0{,}6 \qquad (7.31)$$

Se o escoamento for laminar ao longo de toda a superfície, o subscrito x pode ser substituído por L, e as Equações 7.29 a 7.31 podem ser usadas para prever as condições médias em toda a superfície.

Nas expressões anteriores vemos que, para o escoamento laminar sobre uma placa plana, os coeficientes de atrito e convectivos *médios* a partir da aresta frontal até o ponto x sobre a superfície são o *dobro* dos coeficientes *locais* naquele ponto. Também observamos que, ao usarmos essas expressões, o efeito de propriedades variáveis pode ser tratado pela avaliação de todas as propriedades na *temperatura do filme*, Equação 7.2.

Para fluidos com número de Prandtl pequeno, os *metais líquidos*, a Equação 7.23 não se aplica. Contudo, nesse caso o desenvolvimento da camada-limite térmica é muito mais rápido do que o desenvolvimento da camada-limite de velocidade ($\delta_t \gg \delta$) e é razoável admitir velocidade uniforme ($u = u_\infty$) ao longo da camada-limite térmica. A partir de uma solução para a equação da camada-limite térmica baseada nessa hipótese [5], pode-se então, mostrar que

$$Nu_x = 0{,}565 Pe_x^{1/2} \qquad Pr \lesssim 0{,}05, \quad Pe_x \gtrsim 100 \qquad (7.32)$$

onde $Pe_x \equiv Re_x Pr$ é o *número de Peclet* (Tabela 6.2). Apesar da natureza corrosiva e reativa dos metais líquidos, suas propriedades peculiares (ponto de fusão e pressão de vapor reduzidos, bem como elevadas capacidade e condutividade térmicas) os tornam candidatos a refrigerantes em aplicações que exigem elevadas taxas de transferência de calor.

Uma expressão única, que se aplica a todos os números de Prandtl, foi recomendada por Churchill e Ozoe [6]. Para o escoamento laminar sobre uma placa isotérmica, o coeficiente convectivo local pode ser obtido em

$$Nu_x = \frac{0{,}3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \qquad Pe_x \gtrsim 100 \qquad (7.33)$$

com $\overline{Nu}_x = 2Nu_x$.

7.2.2 Escoamento Turbulento sobre uma Placa Isotérmica

De experimentos [2] sabe-se que, para escoamentos turbulentos com números de Reynolds de até aproximadamente 10^8, o coe-

ficiente de atrito *local* é correlacionado com 15% de precisão por uma expressão na forma

$$C_{f,x} = 0{,}0592 Re_x^{-1/5} \qquad Re_{x,c} \leq Re_x \lesssim 10^8 \qquad (7.34)$$

Além disso, sabe-se que, com uma aproximação razoável, a espessura da camada-limite de velocidade pode ser representada por

$$\delta = 0{,}37x\, Re_x^{-1/5} \qquad (7.35)$$

Comparando esses resultados com aqueles para a camada-limite laminar, Equações 7.19 e 7.20, verificamos que o crescimento da camada-limite turbulenta é muito mais rápido (δ varia com $x^{4/5}$ em contraste com $x^{1/2}$ para o escoamento laminar) e que o decréscimo do coeficiente de atrito é mais gradual ($x^{-1/5}$ contra $x^{-1/2}$). Para o escoamento turbulento, o desenvolvimento da camada-limite é fortemente influenciado por flutuações aleatórias no fluido e não pela difusão molecular. Dessa forma, o crescimento relativo das camadas-limite não depende do valor de Pr ou Sc, e a Equação 7.35 pode ser usada para fornecer as espessuras das camadas-limite térmica e de concentração, bem como da camada-limite de velocidade. Isto é, para o escoamento turbulento, $\delta \approx \delta_t \approx \delta_c$.

Usando a Equação 7.34 com a analogia de Reynolds modificada, ou analogia de Chilton-Colburn, Equações 6.70 e 6.71, o número de Nusselt *local* para o escoamento turbulento é

$$Nu_x = St\, Re_x\, Pr = 0{,}0296 Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \qquad 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60 \qquad (7.36)$$

e o número de Sherwood *local* é

$$Sh_x = St_m Re_x Sc = 0{,}0296 Re_x^{4/5}\, Sc^{1/3} \qquad 0{,}6 \lesssim Sc \lesssim 3000 \qquad (7.37)$$

A melhor mistura causa um crescimento mais rápido da camada-limite turbulenta, quando comparado ao da camada-limite laminar, e faz com que ela tenha maiores coeficientes de atrito e convectivos.

Expressões para os coeficientes médios podem, agora, ser determinadas. Entretanto, como a camada-limite turbulenta é geralmente precedida por uma camada-limite laminar, analisaremos primeiramente condições de camada-limite *mista*.

7.2.3 Condições de Camada-Limite Mista

Para o escoamento laminar sobre toda a placa, as Equações 7.29 a 7.31 podem ser usadas para calcular os coeficientes médios. Além disso, se a transição ocorrer próximo à aresta de saída (traseira) da placa, por exemplo, no intervalo $0{,}95 \lesssim (x_c/L) \lesssim 1$, essas equações podem ser usadas na determinação dos coeficientes médios com uma aproximação razoável. Contudo, quando a transição ocorre suficientemente a montante da aresta de saída da placa, $(x_c/L) \lesssim 0{,}95$, os coeficientes médios na superfície serão influenciados pelas condições tanto na camada-limite laminar quanto na camada-limite turbulenta.

No caso da camada-limite mista (Figura 7.3), a Equação 6.14 pode ser usada para obter o coeficiente de transferência de calor por convecção médio em toda a placa. Integrando ao longo da região laminar ($0 \leq x \leq x_c$) e então ao longo da região turbulenta ($x_c < x \leq L$), essa equação pode ser escrita na forma:

$$\overline{h}_L = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_c} h_{\text{lam}}\, dx + \int_{x_c}^{L} h_{\text{turb}}\, dx\right)$$

onde admite-se que a transição ocorre abruptamente em $x = x_c$. Substituindo as Equações 7.23 e 7.36 para h_{lam} e h_{turb}, respectivamente, obtemos

$$\overline{h}_L = \left(\frac{k}{L}\right)\left[0{,}332\left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2}\int_0^{x_c}\frac{dx}{x^{1/2}} + 0{,}0296\left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{4/5}\int_{x_c}^{L}\frac{dx}{x^{1/5}}\right]Pr^{1/3}$$

Integrando, temos então

$$\overline{Nu}_L = (0{,}037\, Re_L^{4/5} - A)\, Pr^{1/3} \qquad (7.38)$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60 \\ Re_{x,c} \lesssim Re_L \lesssim 10^8 \end{bmatrix}$$

onde as relações entre colchetes indicam a faixa de aplicabilidade e a constante A é determinada pelo valor do número de Reynolds crítico, $Re_{x,c}$. Isto é,

$$A = 0{,}037 Re_{x,c}^{4/5} - 0{,}664 Re_{x,c}^{1/2} \qquad (7.39)$$

Analogamente, o coeficiente de atrito médio pode ser encontrado usando a expressão

$$\overline{C}_{f,L} = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_c} C_{f,x,\text{lam}}\, dx + \int_{x_c}^{L} C_{f,x,\text{turb}}\, dx\right)$$

Substituindo as expressões para $C_{f,x,\text{lam}}$ e $C_{f,x,\text{turb}}$, Equações 7.20 e 7.34, respectivamente, e efetuando a integração obtém-se uma expressão com a forma

$$\overline{C}_{f,L} = 0{,}074 Re_L^{-1/5} - \frac{2A}{Re_L} \qquad (7.40)$$

$$[Re_{x,c} \lesssim Re_L \lesssim 10^8]$$

A aplicação da analogia entre as transferências de calor e de massa na Equação 7.38 fornece

$$\overline{Sh}_L = (0{,}037 Re_L^{4/5} - A)\, Sc^{1/3} \qquad (7.41)$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}6 \lesssim Sc \lesssim 60 \\ Re_{x,c} \lesssim Re_L \lesssim 10^8 \end{bmatrix}$$

Para uma camada-limite completamente turbulenta ($Re_{x,c} = 0$), $A = 0$. Tal condição pode ser obtida pela *perturbação* da camada-limite na aresta frontal, usando um arame fino ou outro promotor de turbulência. Para um número de Reynolds de transição de $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $A = 871$.

Todas as correlações anteriores exigem a avaliação das propriedades do fluido na temperatura do filme, Equação 7.2.

7.2.4 Comprimento Inicial Não-Aquecido

Todas as expressões para o número de Nusselt anteriores estão restritas a situações nas quais a temperatura superficial T_s é uniforme. Uma exceção comum envolve a existência de um com-

primento inicial não-aquecido ($T_s = T_\infty$) a montante da seção aquecida ($T_s \neq T_\infty$). Como mostrado na Figura 7.4, o crescimento da camada-limite de velocidade inicia em $x = 0$, enquanto o desenvolvimento da camada-limite térmica começa em $x = \xi$. Assim, não há transferência de calor emS` $\leq x \leq \xi$. Através do uso de uma solução integral de camada-limite [5], sabe-se que, para o escoamento laminar,

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} \quad (7.42)$$

onde $Nu_x|_{\xi=0}$ é dado pela Equação 7.23. Em Nu_x e em $Nu_x|_{\xi=0}$, o comprimento característico x é medido a partir da aresta frontal do comprimento inicial não-aquecido. Determinou-se também que, para o escoamento turbulento,

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} \quad (7.43)$$

onde $Nu_x|_{\xi=0}$ é dado pela Equação 7.36. Resultados da transferência de massa análogos são obtidos substituindo (Nu_x, Pr) por (Sh_x, Sc).

Usando a Equação 6.14 com os coeficientes convectivos locais dados pelas relações anteriores, podem ser obtidas expressões para o *número de Nusselt médio* em uma placa isotérmica com um comprimento inicial não-aquecido [7]. Para uma placa com comprimento total L, com escoamento laminar *ou* turbulento sobre toda a superfície, a expressão tem a forma

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L|_{\xi=0} \frac{L}{L-\xi}[1 - (\xi/L)^{(p+1)/(p+2)}]^{p/(p+1)} \quad (7.44)$$

onde $p = 2$ para o escoamento laminar e $p = 8$ para o escoamento turbulento. A grandeza $\overline{Nu}_x|_{\xi=0}$ é o número de Nusselt médio para uma placa de comprimento L quando o aquecimento inicia na aresta frontal da placa. Para o escoamento laminar, ele pode ser obtido da Equação 7.30 (com x substituído por L); para o escoamento turbulento ele é dado pela Equação 7.38 com $A = 0$ (supondo escoamento turbulento sobre toda a superfície). Note que $\overline{Nu}_L$ é igual a $\bar{h}L/k$, onde $\bar{h}$ é a média somente sobre a porção aquecida da placa, que tem comprimento ($L - \xi$). Conseqüentemente, o valor correspondente de $\bar{h}_L$ deve ser multiplicado pela área da seção aquecida para determinar a taxa total de transferência de calor na placa.

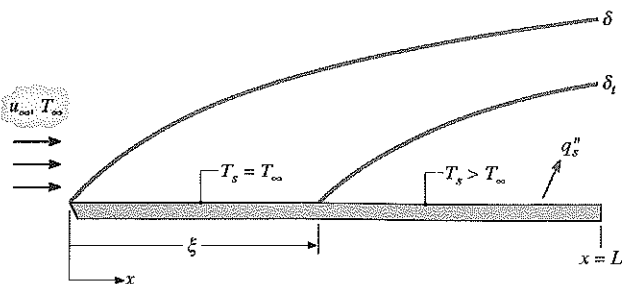



FIGURA 7.4 Placa plana em escoamento paralelo com comprimento inicial não-aquecido.

7.2.5 Placas Planas com Condições de Fluxo Térmico Constante

Também é possível ter um fluxo térmico uniforme, em vez de uma temperatura uniforme, imposto na placa. Para o escoamento laminar, pode ser mostrado que [5]

$$Nu_x = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6 \quad (7.45)$$

enquanto para o escoamento turbulento

$$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \qquad 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60 \quad (7.46)$$

Assim, o número de Nusselt é 36% e 4% superior do que o resultado para temperatura na superfície constante para os regimes laminar e turbulento, respectivamente. A correção para o efeito da existência de um comprimento inicial não-aquecido pode ser feita com o uso das Equações 7.45 e 7.46, em conjunto com as Equações 7.42 e 7.43, respectivamente. Se o fluxo térmico for conhecido, o coeficiente convectivo pode ser usado para determinar a temperatura superficial local

$$T_s(x) = T_\infty + \frac{q_s''}{h_x} \quad (7.47)$$

Como a taxa total de transferência de calor é facilmente determinada pelo produto do fluxo térmico uniforme pela área superficial, $q = q_s'' A_s$, não é necessário a introdução de um coeficiente convectivo médio com o propósito de determinar q. Contudo, pode-se ainda desejar determinar uma *temperatura superficial média* através de uma expressão com a forma

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{1}{L}\int_0^L (T_s - T_\infty)dx = \frac{q_s''}{L}\int_0^L \frac{x}{k\,Nu_x}dx$$

onde Nu_x é obtido a partir de uma correlação convectiva apropriada. Substituindo a Equação 7.45, tem-se que

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{q_s'' L}{k\overline{Nu}_L} \quad (7.48)$$

onde

$$\overline{Nu}_L = 0{,}680 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (7.49)$$

Esse resultado é apenas 2% superior ao obtido pela avaliação da Equação 7.30 em $x = L$. As diferenças são ainda menores para o escoamento turbulento, sugerindo que qualquer resultado para $\overline{Nu}_L$, obtido para temperatura superficial uniforme, pode ser usado com a Equação 7.48 para determinar $\overline{(Ts - T_\infty)}$. Expressões para a temperatura média de uma placa que é submetida a um fluxo térmico uniforme a jusante de uma seção inicial não-aquecida foram obtidas por Ameel [7].

7.2.6 Limitações no Uso de Coeficientes Convectivos

Embora as equações desta seção sejam adequadas para a maioria dos cálculos de engenharia, na prática elas raramente fornecem valores exatos para os coeficientes convectivos. As condi-

ções variam de acordo com a turbulência na corrente livre e com a rugosidade da superfície, e erros de até 25% podem ser causados pelo uso das expressões. Uma descrição detalhada dos efeitos da turbulência na corrente livre é fornecida por Blair [8].

7.3 Metodologia para um Cálculo de Convecção

Embora tenhamos discutido apenas correlações para o escoamento paralelo sobre uma placa plana, a seleção e a aplicação de uma correlação da convecção para *qualquer situação de escoamento* são facilitadas ao se seguir poucas regras simples.

1. *Reconheça imediatamente a geometria do escoamento.* O problema envolve o escoamento sobre uma placa plana, uma esfera ou um cilindro? A forma específica da correlação da convecção depende, obviamente, da geometria.
2. *Especifique a temperatura de referência apropriada e determine as propriedades do fluido pertinentes naquela temperatura.* Para diferenças de temperatura na camada-limite moderadas, a temperatura do filme, Equação 7.2, pode ser usada com esse propósito. Entretanto, iremos considerar correlações que exigem a determinação das propriedades na temperatura da corrente livre e incluem razões entre propriedades para levarem em conta os efeitos de propriedades não constantes.
3. *Nos problemas de transferência de massa, as propriedades pertinentes do fluido são aquelas da espécie B.* No nosso tratamento da transferência de massa por convecção, lidaremos apenas com *misturas binárias diluídas*. Isto é, os problemas envolvem o transporte de uma espécie A, para a qual $x_A \ll 1$. Com uma boa aproximação, as propriedades da mistura podem, então, ser consideradas como as propriedades do componente B. O número de Schmidt, por exemplo, seria $Sc = \nu_B/D_{AB}$, e o número de Reynolds seria $Re_L = (VL/\nu_B)$.
4. *Calcule o número de Reynolds.* As condições na camada-limite são fortemente influenciadas por esse parâmetro. Se a geometria for a de uma placa plana em escoamento paralelo, determine se o escoamento é laminar ou turbulento.
5. *Decida se um coeficiente local ou um coeficiente médio na superfície é necessário.* Lembre-se de que para temperatura ou massa específica do vapor constante na superfície, o coeficiente local é usado para determinar o fluxo em um ponto específico sobre a superfície, enquanto o coeficiente médio determina a taxa de transferência em toda a superfície.
6. *Selecione a correlação apropriada.*

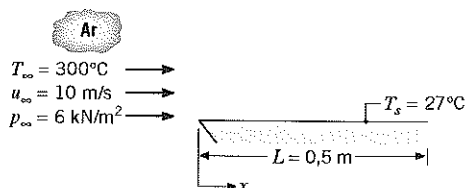
Exemplo 7.1

Ar, a uma pressão de 6 kN/m² e a uma temperatura de 300°C, escoa com uma velocidade de 10 m/s sobre uma placa plana com 0,5 m de comprimento. Determine a taxa de resfriamento, por unidade de largura da placa, necessária para mantê-la com uma temperatura superficial de 27°C.

Solução

Dados: Escoamento de ar sobre uma placa plana isotérmica.

Achar: Taxa de resfriamento, por unidade de largura da placa, q' (W/m).

Esquema:

Ar
$T_\infty = 300°C$
$u_\infty = 10$ m/s
$p_\infty = 6$ kN/m²
$T_s = 27°C$
$L = 0,5$ m
x

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Efeitos radiantes desprezíveis.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_f = 437$ K, $p = 1$ atm): $\nu = 30,84 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 36,4 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $Pr = 0,687$. Com uma excelente aproximação, propriedades como k, Pr e μ podem ser consideradas independentes da pressão. Contudo, para um gás, a viscosidade cinética $\nu = \mu/\rho$ irá variar com a pressão através de sua dependência em relação à massa específica. Da lei do gás ideal, $\rho = p/RT$, tem-se que a razão entre as viscosidades cinemáticas de um gás a uma mesma temperatura, porém a pressões diferentes, p_1 e p_2, é $(\nu_1/\nu_2) = (p_2/p_1)$. Assim, a viscosidade cinemática do ar a 437 K e $p_\infty = 6 \times 10^3$ N/m² é

$$\nu = 30,84 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s} \times \frac{1,0133 \times 10^5\,\text{N/m}^2}{6 \times 10^3\,\text{N/m}^2}$$
$$= 5,21 \times 10^{-4}\,\text{m}^2/\text{s}$$

Análise: Para uma placa de largura unitária, vem da lei do resfriamento de Newton que a taxa de transferência de calor por convecção *para* a placa é

$$q' = \bar{h}L(T_\infty - T_s)$$

Para determinar a correlação da convecção apropriada para calcular $\bar{h}$, o número de Reynolds deve, em primeiro lugar, ser determinado

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{10\,\text{m/s} \times 0,5\,\text{m}}{5,21 \times 10^{-4}\,\text{m}^2/\text{s}} = 9597$$

Assim, o escoamento é laminar sobre toda a placa e a correlação apropriada é dada pela Equação 7.30.

$$\overline{Nu}_L = 0,664 Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3} = 0,664(9597)^{1/2}(0,687)^{1/3} = 57,4$$

O coeficiente convectivo médio é, então,

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L k}{L} = \frac{57{,}4 \times 0{,}0364 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}5 \text{ m}} = 4{,}18 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

e a taxa de resfriamento necessária, por unidade de largura da placa, é

$$q' = 4{,}18 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}5 \text{ m } (300 - 27)°\text{C} = 570 \text{ W/m} \quad \triangleleft$$

Comentários: Os resultados da Tabela A.4 se aplicam aos gases à pressão atmosférica. Com exceção da viscosidade cinemática, da massa específica e da difusividade térmica, eles podem, em geral, ser utilizados em outras pressões sem correção. A viscosidade cinemática e a difusividade térmica para pressões diferentes de 1 atm podem ser obtidas pela divisão do valor tabelado pela pressão (atm).

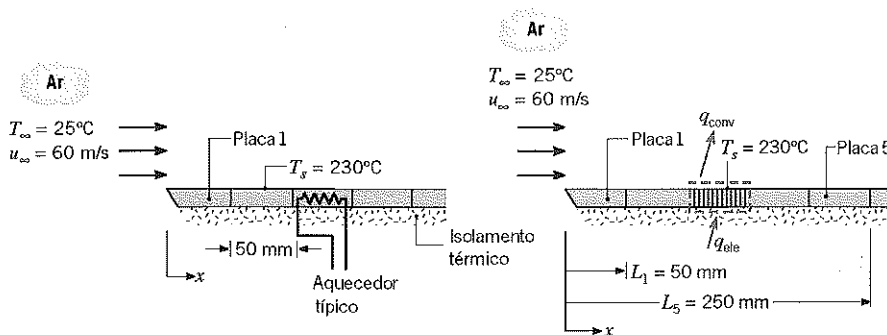
EXEMPLO 7.2

Uma placa plana com largura $w = 1$ m é mantida a uma temperatura superficial uniforme, $T_s = 230°$C, pelo uso de fitas aquecedoras controladas independentemente, cada uma com 50 mm de comprimento. Se ar atmosférico a 25°C escoa sobre a placa a uma velocidade de 60 m/s, em qual aquecedor o fornecimento de eletricidade é máximo? Qual o valor desse fornecimento?

SOLUÇÃO

Dados: Escoamento de ar sobre uma placa plana com fitas aquecedoras independentes.

Achar: Potência máxima requerida no aquecedor.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Efeitos radiantes desprezíveis.
3. Superfície inferior da placa adiabática.

Propriedades: Tabela A.4, ar (T_f = 400 K, p = 1 atm): $\nu = 26{,}41 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}0338$ W/(m·K), $Pr = 0{,}690$.

Análise: O local do aquecedor que necessita a potência elétrica máxima pode ser determinado através da determinação, em primeiro lugar, do ponto da transição na camada-limite. O número de Reynolds baseado no comprimento L_1 do primeiro aquecedor é

$$Re_1 = \frac{u_\infty L_1}{\nu} = \frac{60 \text{ m/s} \times 0{,}05 \text{ m}}{26{,}41 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}} = 1{,}14 \times 10^5$$

Se o número de Reynolds de transição for considerado $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, tem-se que a transição ocorrerá no quinto aquecedor, ou mais precisamente em

$$x_c = \frac{\nu}{u_\infty} Re_{x,c} = \frac{26{,}41 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}}{60 \text{ m/s}} 5 \times 10^5 = 0{,}22 \text{ m}$$

O aquecedor que exige a potência elétrica máxima é aquele no qual o coeficiente convectivo médio é o maior. Conhecendo a forma como o coeficiente convectivo local varia com a distância da aresta frontal, concluímos que existem três possibilidades:

1. O aquecedor 1, uma vez que ele corresponde ao maior coeficiente convectivo local no regime laminar.
2. O aquecedor 5, uma vez que ele corresponde ao maior coeficiente convectivo local no regime turbulento.
3. O aquecedor 6, uma vez que condições turbulentas estão presentes em toda a sua extensão.

Para cada um desses aquecedores, a conservação de energia exige que

$$q_{\text{ele}} = q_{\text{conv}}$$

Para o primeiro aquecedor,

$$q_{\text{conv},1} = \bar{h}_1 L_1 w (T_s - T_\infty)$$

onde $\bar{h}_1$ é determinado pela Equação 7.30,

$$\overline{Nu}_1 = 0{,}664 Re_1^{1/2} Pr^{1/3} = 0{,}664(1{,}14 \times 10^5)^{1/2}(0{,}69)^{1/3} = 198$$

Donde

$$\bar{h}_1 = \frac{\overline{Nu}_1 k}{L_1} = \frac{198 \times 0{,}0338 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}05 \text{ m}} = 134 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

e

$$q_{\text{conv},1} = 134 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}(0{,}05 \times 1) \text{ m}^2 (230 - 25)°\text{C} = 1370 \text{ W}$$

A exigência de potência para o quinto aquecedor pode ser obtida pela subtração de toda a perda de calor associada aos quatro primeiros aquecedores daquela associada aos cinco primeiros. Conseqüentemente,

$$q_{\text{conv},5} = \bar{h}_{1-5} L_5 w (T_s - T_\infty) - \bar{h}_{1-4} L_4 w (T_s - T_\infty)$$

$$q_{\text{conv},5} = (\bar{h}_{1-5} L_5 - \bar{h}_{1-4} L_4) w (T_s - T_\infty)$$

O valor de $\bar{h}_{1-4}$ pode ser obtido pela Equação 7.30, onde

$$\overline{Nu}_4 = 0{,}664 Re_4^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

Com $Re_4 = 4Re_1 = 4{,}56 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_4 = 0{,}664(4{,}56 \times 10^5)^{1/2}(0{,}69)^{1/3} = 396$$

Donde

$$\bar{h}_{1-4} = \frac{\overline{Nu}_4 k}{L_4} = \frac{396 \times 0{,}0338\ \text{W/(m·K)}}{0{,}2\ \text{m}} = 67\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Por sua vez, o quinto aquecedor é caracterizado por condições de camada-limite mista e $\bar{h}_{1-5}$ deve ser obtido usando a Equação 7.38, com $A = 871$. Com $Re_5 = 5Re_1 = 5{,}70 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_5 = (0{,}037 Re_5^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

$$\overline{Nu}_5 = [0{,}037(5{,}70 \times 10^5)^{4/5} - 871](0{,}69)^{1/3} = 546$$

Assim,

$$\bar{h}_{1-5} = \frac{\overline{Nu}_5\, k}{L_5} = \frac{546 \times 0{,}0338\ \text{W/(m·K)}}{0{,}25\ \text{m}} = 74\ \text{W/(m}^2\text{·K)}$$

A taxa de transferência de calor no quinto aquecedor é, então,

$$q_{\text{conv},5} = (74\ \text{W/(m}^2\text{·K)} \times 0{,}25\ \text{m} - 67\ \text{W/(m}^2\text{·K)} \times 0{,}20\ \text{m}) \times 1\ \text{m}\,(230 - 25)°\text{C}$$

$$q_{\text{conv},5} = 1050\ \text{W}$$

Analogamente, a exigência de potência para o sexto aquecedor pode ser obtida pela subtração da perda térmica total associada aos cinco primeiros aquecedores daquela associada aos seis primeiros. Dessa forma,

$$q_{\text{conv},6} = (\bar{h}_{1-6} L_6 - \bar{h}_{1-5} L_5) w (T_s - T_\infty)$$

onde $\bar{h}_{1-6}$ pode ser obtido pela Equação 7.38. Com $Re_6 = 6Re_1 = 6{,}84 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_6 = [0{,}037(6{,}84 \times 10^5)^{4/5} - 871](0{,}69)^{1/3} = 753$$

Donde

$$\bar{h}_{1-6} = \frac{\overline{Nu}_6\, k}{L_6} = \frac{753 \times 0{,}0338\ \text{W/(m·K)}}{0{,}30\ \text{m}} = 85\ \text{W/(m}^2\text{·K)}$$

e

$$q_{\text{conv},6} = (85\ \text{W/(m}^2\text{·K)} \times 0{,}30\ \text{m} - 74\ \text{W/(m}^2\text{·K)} \times 0{,}25\ \text{m}) \times 1\ \text{m}\,(230 - 25)°\text{C}$$

$$q_{\text{conv},6} = 1440\ \text{W} \qquad \triangleleft$$

Assim, $q_{\text{conv},6} > q_{\text{conv},1} > q_{\text{conv},5}$, e a sexta placa tem a maior exigência de potência.

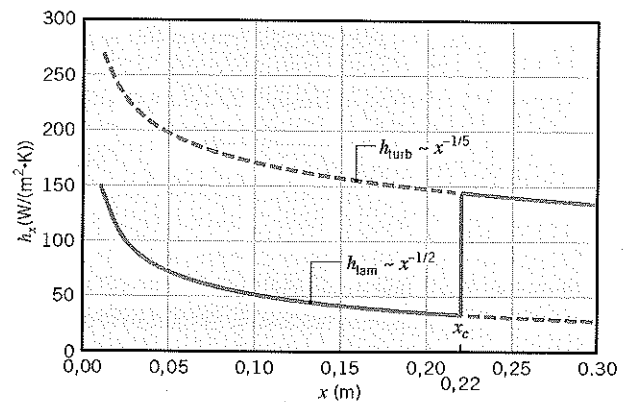
Comentários:

1. Um método alternativo menos preciso para encontrar a taxa de transferência de calor por convecção em uma determinada fita aquecedora envolve a estimativa de um coeficiente convectivo médio local para a sua superfície. Por exemplo, a Equação 7.36 poderia ser usada para determinar o coeficiente convectivo local no ponto central da sexta placa. Com $x = 0{,}275$ m, $Re_x = 6{,}25 \times 10^5$, $Nu_x = 1130$ e $h_x = 139$ W/(m²·K), a taxa de transferência de calor por convecção na sexta placa é

$$q_{\text{conv},6} = h_x (L_6 - L_5) w (T_s - T_\infty)$$

$$q_{\text{conv},6} = 139\ \text{W/(m}^2\text{·K)}\,(0{,}30 - 0{,}25)\ \text{m} \times 1\ \text{m}\,(230 - 25)°\text{C} = 1430\ \text{W}$$

Esse procedimento tem que ser usado com grande precaução e somente quando a variação do coeficiente convectivo local com a distância é gradual, como ocorre no escoamento turbulento. Ele pode levar a erros significativos quando usado em uma superfície onde ocorre a transição.

2. A variação do coeficiente convectivo local ao longo da placa plana pode ser determinada pelas Equações 7.23 e 7.36 para os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente, e os resultados estão representados na figura pela curva cheia:

Presume-se que o decaimento $x^{-1/2}$ do coeficiente convectivo laminar termine abruptamente em $x_c = 0{,}22$ m, onde a transição mais do que quadruplica o coeficiente convectivo local. Para $x > x_c$, o decaimento do coeficiente convectivo é mais gradual ($x^{-1/5}$). As linhas tracejadas representam extensões das distribuições que seriam utilizadas caso o valor de x_c fosse alterado. Por exemplo, se a turbulência na corrente livre fosse maior e/ou se a superfície fosse mais rugosa, $Re_{x,c}$ iria diminuir. O menor valor de x_c faria com que as distribuições laminar e turbulenta se estendessem ao longo de frações menores e maiores da placa, respectivamente. Um efeito semelhante pode ser obtido pelo aumento de u_∞. Nesse caso, valores maiores de h_x estariam associados às distribuições laminar e turbulenta ($h_{\text{lam}} \sim u_\infty^{1/2}$, $h_{\text{turb}} \sim u_\infty^{4/5}$).

EXEMPLO 7.3

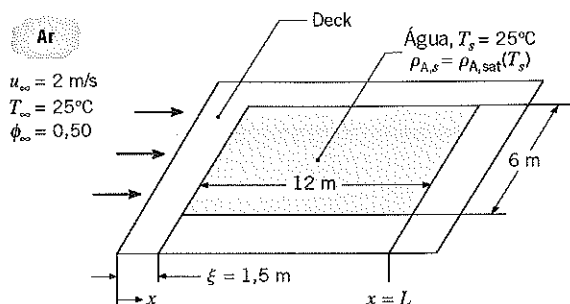
Condições de estiagem no sudoeste dos Estados Unidos levaram o governo local a questionar se a operação de piscinas residenciais deveria ser permitida. Como engenheiro chefe de um município que possui um grande número de piscinas, você deve estimar

a perda de água *diária* nas piscinas devido à evaporação. Para condições representativas, você pode supor temperaturas da água e do ar ambiente iguais a 25°C e umidade relativa do ar ambiente de 50%. Dimensões típicas da superfície da piscina são de 6 m por 12 m. Há um *deck* com 1,5 de largura ao redor da piscina, um pouco acima do solo. O vento sopra na direção do lado mais longo da piscina com uma velocidade de 2 m/s. Você pode admitir que a turbulência do ar na corrente livre seja desprezível, que a superfície da água da piscina seja lisa e esteja nivelada com o *deck* e que o *deck* seja seco. Qual é a taxa de perda de água na piscina, em quilogramas por dia?

SOLUÇÃO

Dados: Condições do ar ambiente acima de uma piscina, dimensões da piscina e do *deck*.

Achar: Perda de água diária por evaporação.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Superfície da água lisa e turbulenta na corrente livre desprezível.
3. *Deck* seco.
4. Analogia das transferências de calor e de massa aplicável.
5. Escoamento transformado em turbulento na aresta frontal do *deck*.
6. Comportamento de gás ideal do vapor d'água na corrente livre.

Propriedades: Tabela A.4, ar (25°C): $\nu = 15{,}7 \times 10^{-6}$ m²/s. Tabela A.8, vapor d'água-ar (25°C): $D_{AB} = 0{,}26 \times 10^{-4}$ m²/s, $Sc = \nu/D_{AB} = 0{,}60$. Tabela A.6, vapor d'água saturado (25°C): $\rho_{A,sat} = v_g^{-1} = 0{,}0226$ kg/m³.

Análise: A aresta frontal da camada-limite de velocidade está na aresta do *deck* e a aresta de saída da piscina está a uma distância de $L = 13{,}5$ m da aresta frontal. O número de Reynolds nesse ponto é

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{2 \text{ m/s} \times 13{,}5 \text{ m}}{15{,}7 \times 10^{-6} \text{m}^2\text{/s}} = 1{,}72 \times 10^6$$

A aplicação da analogia das transferências de calor e de massa na Equação 7.44 fornece

$$\overline{Sh}_L = \overline{Sh}_L|_{\xi=0} \frac{L}{L-\xi}[1 - (\xi/L)^{(p+1)/(p+2)}]^{p/(p+1)} \quad (1)$$

O número de Sherwood médio, $\overline{Sh}_L|_{\xi=0}$, é determinado pela Equação 7.41 com $A = 0$, pois a camada-limite é tornada turbulenta pela aresta frontal do *deck*

$$\overline{Sh}_L|_{\xi=0} = 0{,}037 Re_L^{4/5} Sc^{1/3}$$

$$\overline{Sh}_L|_{\xi=0} = 0{,}037(1{,}72 \times 10^6)^{4/5} \times (0{,}60)^{1/3} = 3040$$

Com $p = 8$ para o escoamento turbulento, a Equação 1 pode ser avaliada como

$$\overline{Sh}_L = 3040 \frac{13{,}5 \text{ m}}{(13{,}5 \text{ m} - 1{,}5 \text{ m})} [1 - (1{,}5 \text{ m}/13{,}5 \text{ m})^{(8+1)/(8+2)}]^{8/(8+1)} = 2990$$

Tem-se que

$$\overline{h}_{m,L} = \overline{Sh}_L\left(\frac{D_{AB}}{L}\right) = 2990 \frac{0{,}26 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{/s}}{13{,}5 \text{ m}} = 5{,}77 \times 10^{-3} \text{ m/s}$$

A taxa de evaporação na piscina é, então,

$$n_A = \overline{h}_m A(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})$$

onde A é a área da piscina (não incluindo o *deck*). Com o vapor d'água na corrente livre considerado um gás ideal,

$$\phi_\infty = \frac{\rho_{A,\infty}}{\rho_{A,sat}(T_\infty)}$$

e com $\rho_{A,s} = \rho_{A,sat}(T_s)$,

$$n_A = \overline{h}_m A[\rho_{A,sat}(T_s) - \phi_\infty \rho_{A,sat}(T_\infty)]$$

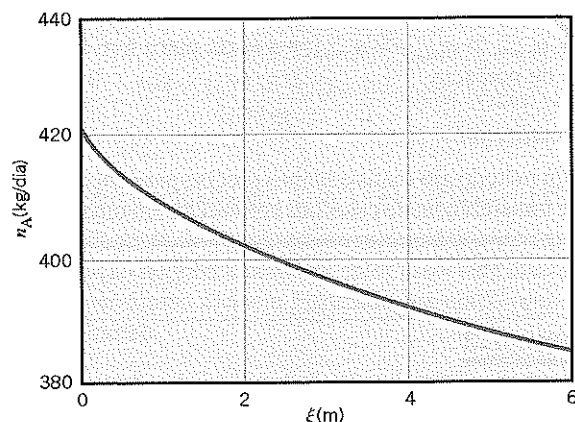
Como $T_s = T_\infty = 25°\text{C}$, tem-se que

$$n_A = \overline{h}_m A \rho_{A,sat}(25°\text{C})[1 - \phi_\infty]$$

Donde

$$n_A = 5{,}77 \times 10^{-3} \text{ m/s} \times 72 \text{ m}^2 \times 0{,}0226 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}5 \times 86.400 \text{ s/dia} \quad n_A = 405 \text{ kg/dia} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. É provável que a temperatura da superfície da água seja ligeiramente inferior à temperatura do ar devido ao efeito do resfriamento evaporativo.
2. O volume perdido, com a massa específica da água de 996 kg/m³, é de $n_A/\rho = 0{,}4$ m³/dia. Isso significaria uma queda do nível da piscina de 6 mm por dia. Naturalmente, a perda seria maior no verão quando a temperatura do ar é maior.
3. A influência do comprimento do *deck* na evaporação diária é mostrada a seguir. Na medida em que o comprimento do *deck* é aumentado, a taxa total de evaporação é reduzida devido ao deslocamento da aresta frontal da camada-limite de velocidade para mais longe da piscina.

7.4 O Cilindro em Escoamento Cruzado

7.4.1 Considerações sobre o Escoamento

Outro escoamento externo comum envolve o movimento de um fluido na direção normal ao eixo de um cilindro circular. Como mostrado na Figura 7.5, o fluido da corrente livre é levado ao repouso no *ponto de estagnação frontal*, com um correspondente aumento de pressão. A partir desse ponto, a pressão diminui com o aumento de x, a coordenada da linha de corrente, e a camada-limite se desenvolve sob a influência de um *gradiente de pressão favorável* ($dp/dx < 0$). Contudo, a pressão tem que atingir um mínimo e na direção da parte de trás do cilindro a continuação do desenvolvimento da camada-limite ocorre na presença de um *gradiente de pressão adverso* ($dp/dx > 0$).

Na Figura 7.5, a distinção entre a velocidade a montante V e a velocidade do fluido na corrente livre u_∞ deve ser observada. De forma distinta das condições para a placa plana em escoamento paralelo, essas velocidades são diferentes, com u_∞ dependendo agora da distância x do ponto de estagnação. A partir da equação de Euler para o escoamento invíscido [9], $u_\infty(x)$ deve exibir um comportamento oposto ao de $p(x)$. Isto é, a partir de $u_\infty = 0$ no ponto de estagnação, o fluido acelera devido ao gradiente de pressão favorável ($du_\infty/dx > 0$ quando $dp/dx < 0$), atinge uma velocidade máxima quando $dp/dx = 0$, e desacelera devido ao gradiente de pressão adverso ($du_\infty/dx < 0$ quando $dp/dx > 0$). À medida que o fluido desacelera, o gradiente de velocidade na superfície, $\partial u/\partial y|_{y=0}$, acaba se tornando igual a zero (Figura 7.6). Nesse local, conhecido por *ponto de separação*, o fluido próximo à superfície carece de momento suficiente para superar o gradiente de pressão e a continuação do movimento para jusante se torna impossível. Uma vez que o fluido, ao chegar continuamente a esse ponto, obstrui o escoamento na direção inversa, tem que haver a *separação da camada-limite*. Essa é uma condição na qual a camada-limite descola da superfície e uma *esteira* é formada na região a jusante. O escoamento nessa região é caracterizado pela formação de vórtices e é altamente irregular. O *ponto de separação* é o local no qual $\partial u/\partial y|_{y=0} = 0$. Uma excelente revisão das condições de escoamento na esteira de um cilindro circular é fornecida por Coutanceau e Defaye [10].

FIGURA 7.5 Formação e separação da camada-limite sobre um cilindro circular em escoamento cruzado.

A ocorrência de *transição na camada-limite*, que depende do número de Reynolds, influencia significativamente a posição do ponto de separação. Para o cilindro circular, o comprimento característico é o diâmetro e o número de Reynolds é definido como

$$Re_D \equiv \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

Como o momento do fluido em uma camada-limite turbulenta é maior do que o momento em uma camada-limite laminar, é razoável esperar que a transição retarde a ocorrência da separação. Se $Re_D \lesssim 2 \times 10^5$, a camada-limite permanece laminar e a separação ocorre em $\theta \approx 80°$ (Figura 7.7). Entretanto, se $Re_D \gtrsim 2 \times 10^5$, ocorre transição na camada-limite e a separação é retardada até $\theta \approx 140°$.

Os processos anteriores influenciam fortemente a força de arrasto, F_D, que atua sobre o cilindro. Essa força possui duas contribuições, uma das quais devida à tensão de cisalhamento da camada-limite sobre a superfície (*arrasto de atrito* ou *arrasto viscoso*). A outra contribuição é devida a um diferencial de pressão no sentido do escoamento resultante da formação da esteira (*arrasto de forma* ou *arrasto de pressão*). Um *coeficiente de arrasto*, C_D, adimensional pode ser definido como

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)} \tag{7.50}$$

onde A_f é a área frontal do cilindro (área projetada no plano perpendicular à velocidade a montante). O coeficiente de arrasto é uma função do número de Reynolds e alguns resultados são apresentados na Figura 7.8. Para $Re_D \lesssim 2$, os efeitos da separação são desprezí-

FIGURA 7.6 Perfil de velocidades associado à separação sobre um cilindro circular em escoamento cruzado.

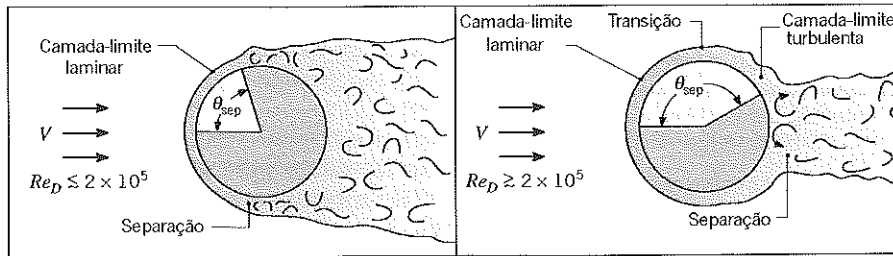



FIGURA 7.7 O efeito da turbulência na separação.

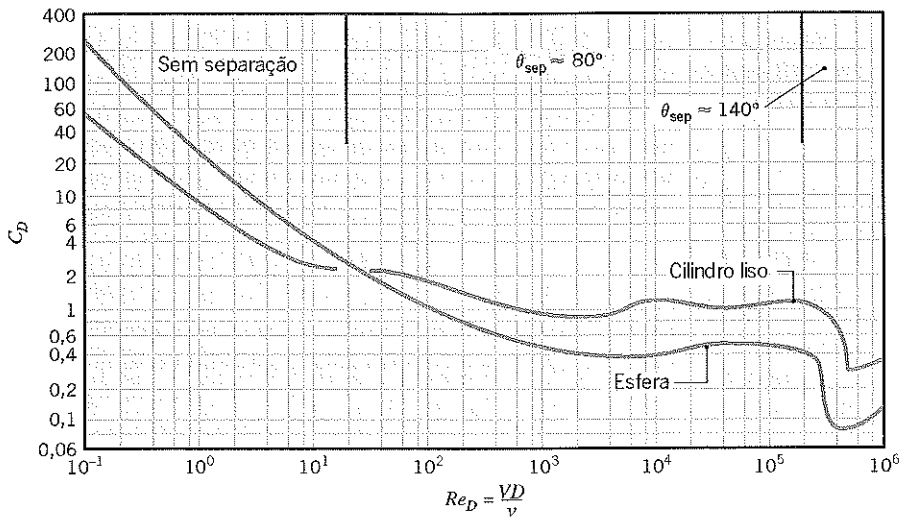



FIGURA 7.8 Coeficientes de arrasto para um cilindro circular liso em escoamento cruzado e para uma esfera [2]. Os ângulos de separação da camada-limite são para um cilindro. Adaptado com permissão.

veis e as condições são dominadas pelo arrasto viscoso. Contudo, com o aumento do número de Reynolds, o efeito da separação, e portanto do arrasto de forma, se torna mais importante. A grande redução no C_D que ocorre em $Re_D \gtrsim 2 \times 10^5$ é devida à transição na camada-limite, que retarda a separação, assim reduzindo a extensão da região da esteira e a magnitude do arrasto de forma.

7.4.2 Transferência de Calor e de Massa por Convecção

Resultados experimentais para a variação do número de Nusselt local com θ para um cilindro em um escoamento cruzado de ar são mostrados na Figura 7.9. Como esperado, os resultados são fortemente influenciados pela natureza do desenvolvimento da camada-limite sobre a superfície. Considere condições nas quais $Re_D \lesssim 10^5$. Partindo do ponto de estagnação, Nu_θ diminui com o aumento de θ como um resultado do desenvolvimento da camada-limite laminar. Contudo, um valor mínimo é atingido em $\theta \approx 80°$, onde a separação ocorre e Nu_θ passa a aumentar com θ devido à mistura associada à formação de vórtices na esteira. Em contraste, para $Re_D \gtrsim 10^5$, a variação de Nu_θ com θ é caracterizada pela existência de dois mínimos. O declínio de Nu_θ a partir do seu valor no ponto de estagnação é novamente devido ao desenvolvimento da camada-limite laminar, porém o aumento brusco que ocorre entre 80° e 100° é causado pela transição para o regime turbulento. Com o posterior desenvolvimento da camada-limite turbulenta, Nu_θ começa novamente a diminuir. Por fim, ocorre a separação ($\theta \approx 140°$) e Nu_θ aumenta como um resultado da mistura na região da esteira. O aumento de Nu_θ com o aumento de Re_D é devido a uma redução correspondente na espessura da camada-limite.

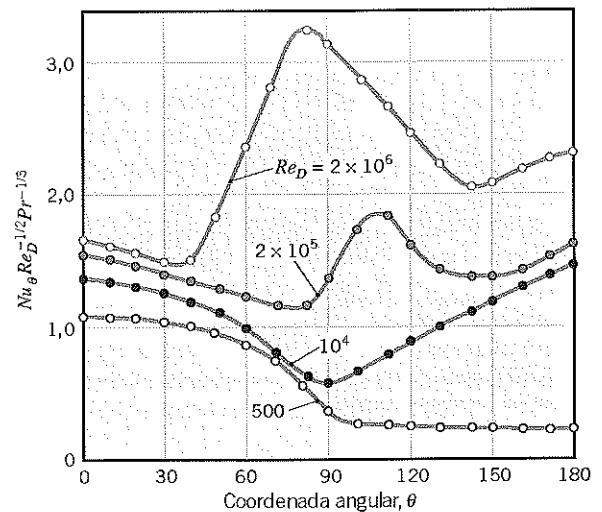



FIGURA 7.9 Número de Nusselt local para o escoamento de ar normal a um cilindro circular. Adaptado com permissão de Zukauskas, A., "Convective Heat Transfer in Cross Flow," in: S. Kakac, R.K.Shah e W.Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Wiley, Nova York, 1987.

Correlações podem ser obtidas para o número de Nusselt local e no ponto de estagnação frontal, para $Pr \gtrsim 0,6$, uma análise de camada-limite [5] fornece uma expressão com a forma a se-

guir, que é mais precisa em baixos números de Reynolds:

$$Nu_D(\theta = 0) = 1{,}15 Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad (7.51)$$

Contudo, do ponto de vista dos cálculos de engenharia, estamos mais interessados nas condições médias globais. A correlação empírica proposta por Hilpert [11],

$$\overline{Nu}_D \equiv \frac{\bar{h}D}{k} = C\, Re_D^m\, Pr^{1/3} \qquad (7.52)$$

é amplamente utilizada para $Pr \gtrsim 0{,}7$. As constantes C e m estão listadas na Tabela 7.2. A Equação 7.52 também pode ser empregada para o escoamento sobre cilindros com seção transversal não-circular, com o comprimento característico D e as constantes obtidas na Tabela 7.3. Ao trabalhar com as Equações 7.51 e 7.52, todas as propriedades são avaliadas na temperatura do filme.

Outras correlações foram sugeridas para o cilindro circular em escoamento cruzado [14, 15, 16]. A correlação proposta por Zukauskas [15] tem a forma

$$\overline{Nu}_D = C\, Re_D^m\, Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4} \qquad (7.53)$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 500 \\ 1 \lesssim Re_D \lesssim 10^6 \end{bmatrix}$$

onde todas as propriedades são avaliadas a T_∞ com exceção de Pr_s, que é avaliado a T_s. Os valores de C e m estão listados na Tabela 7.4. Se $Pr \lesssim 10$, $n = 0{,}37$; se $Pr \gtrsim 10$, $n = 0{,}36$. Churchill e Bernstein [16] propuseram uma única equação que cobre toda a faixa de Re_D na qual há dados disponíveis, bem como ampla faixa de Pr. A equação é recomendada para $Re_D Pr \gtrsim 0{,}2$ e possui a forma

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (7.54)$$

onde todas as propriedades são avaliadas na temperatura do filme.

Mais uma vez alertamos o leitor para não considerar qualquer uma das correlações anteriores como verdade absoluta. Cada correlação é razoável dentro de uma certa faixa de condições, mas para a maioria dos cálculos de engenharia não se deve esperar uma precisão melhor do que 20%. Uma vez que elas são baseadas em resultados mais recentes, que englobam uma ampla faixa de condições, as Equações 7.53 e 7.54 são usadas nos cálculos neste livro. Uma revisão detalhada das muitas correlações que foram desenvolvidas para o cilindro circular é fornecida por Morgan [17].

Finalmente, observamos que, pelo uso da analogia das transferências de calor e de massa, as Equações 7.51 a 7.54 podem ser utilizadas em problemas envolvendo a transferência de massa convectiva em um cilindro em escoamento cruzado. Simplesmente deve-se substituir $\overline{Nu}_D$ por $\overline{Sh}_D$ e Pr por Sc. Em problemas de transferência de massa, variações nas propriedades na camada-limite são tipicamente pequenas. Assim, quando for usada a relação de transferência de massa análoga à Equação 7.53, a razão entre propriedades, que leva em conta os efeitos de sua variação, pode ser desprezada.

Tabela 7.2 Constantes da Equação 7.52 para o cilindro circular em escoamento cruzado [11, 12]

Re_D	C	m
0,4–4	0,989	0,330
4–40	0,911	0,385
40–4000	0,683	0,466
4000–40.000	0,193	0,618
40.000–400.000	0,027	0,805

Tabela 7.3 Constantes da Equação 7.52 para cilindros não-circulares em escoamento cruzado de um gás [13]

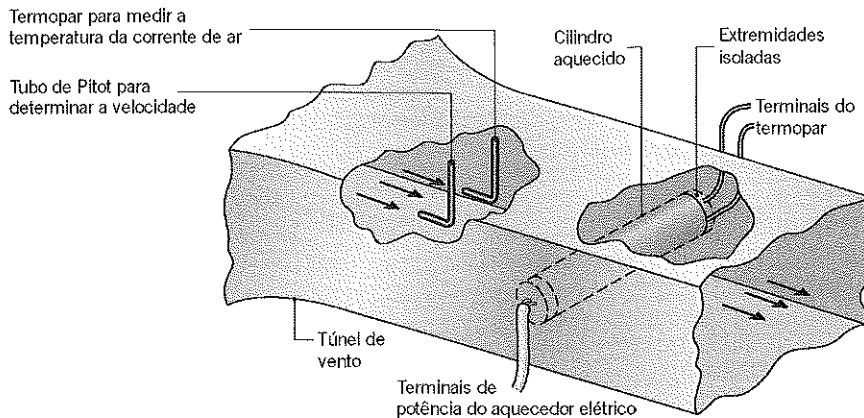
Geometria	Re_D	C	m
Quadrado ($V \rightarrow$ ◇, D)	5×10^3–10^5	0,246	0.588
Quadrado ($V \rightarrow$ □, D)	5×10^3–10^5	0,102	0,675
Hexágono ($V \rightarrow$, D)	5×10^3–$1{,}95 \times 10^4$	0,160	0,638
	$1{,}95 \times 10^4$–10^5	0,0385	0,782
Hexágono ($V \rightarrow$, D)	5×10^3–10^5	0,153	0,638
Placa vertical ($V \rightarrow$, D)	4×10^3–$1{,}5 \times 10^4$	0,228	0,731

Tabela 7.4 Constantes da Equação 7.53 para o cilindro circular em escoamento cruzado [16]

Re_D	C	m
1–40	0,75	0,4
40–1000	0,51	0,5
10^3–2×10^5	0,26	0,6
2×10^5–10^6	0,076	0,7

Exemplo 7.4

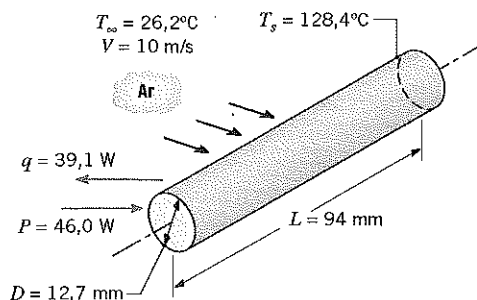
Experimentos foram conduzidos com um cilindro metálico de 12,7 mm de diâmetro e 94 mm de comprimento. O cilindro é aquecido internamente por um aquecedor elétrico e é submetido a um escoamento cruzado de ar no interior de um túnel de vento de baixas velocidades. Sob um conjunto específico de condições operacionais, nas quais a velocidade e a temperatura do ar na

corrente a montante do cilindro são mantidas em $V = 10$ m/s e 26,2°C, respectivamente, a dissipação de potência no aquecedor foi de $P = 46$ W, enquanto a temperatura média na superfície do cilindro era de $T_s = 128{,}4$°C. Estima-se que 15% da dissipação de potência sejam perdidos em função dos efeitos cumulativos da radiação na superfície e da condução pelos terminais nas extremidades do cilindro.

1. Determine o coeficiente de transferência de calor por convecção a partir das observações experimentais.
2. Compare o resultado experimental com o coeficiente de transferência de calor calculado por uma correlação apropriada.

SOLUÇÃO

Dados: Condições operacionais para um cilindro aquecido.

Achar:
1. Coeficiente convectivo associado às condições operacionais.
2. Coeficiente convectivo com uma correlação apropriada.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Temperatura na superfície do cilindro uniforme.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_\infty = 26{,}2$°C ≈ 300 K): $\nu = 15{,}89 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 26{,}3 \times 10^{-3}$ W/(m·K); $Pr = 0{,}707$. Tabela A.4, ar ($T_f \approx 350$ K): $\nu = 20{,}92 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 30 \times 10^{-3}$ W/(m·K); $Pr = 0{,}700$. Tabela A.4, ar ($T_s = 128{,}4$°C = 401 K): $Pr = 0{,}690$.

Análise:

1. O coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser determinado a partir dos dados experimentais através do uso da lei do resfriamento de Newton. Isto é,

$$\bar{h} = \frac{q}{A(T_s - T_\infty)}$$

Com $q = 0{,}85P$ e $A = \pi DL$, segue-se que

$$\bar{h} = \frac{0{,}85 \times 46\ \text{W}}{\pi \times 0{,}0127\ \text{m} \times 0{,}094\ \text{m}\ (128{,}4 - 26{,}2)°\text{C}}$$

$$= 102\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \triangleleft$$

2. Trabalhando com a relação de Zukauskas, Equação 7.53,

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

com todas as propriedades, exceto Pr_s, avaliadas a T_∞. Conseqüentemente,

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10\ \text{m/s} \times 0{,}0127\ \text{m}}{15{,}89 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}} = 7992$$

Assim, da Tabela 7.4, $C = 0{,}26$ e $m = 0{,}6$. Também, como $Pr < 10$, $n = 0{,}37$. Tem-se, então,

$$\overline{Nu}_D = 0{,}26(7992)^{0,6}(0{,}707)^{0,37}\left(\frac{0{,}707}{0{,}690}\right)^{0,25} = 50{,}5$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D\frac{k}{D} = 50{,}5\,\frac{0{,}0263\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}0127\ \text{m}} = 105\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Usando a relação de Churchill, Equação 7.54,

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

Com todas as propriedades avaliadas a T_f, $Pr = 0{,}70$ e

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10\ \text{m/s} \times 0{,}0127\ \text{m}}{20{,}92 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}} = 6071$$

Dessa forma, o número de Nusselt e o coeficiente convectivo são

$$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62(6071)^{1/2}(0,70)^{1/3}}{[1+(0,4/0,70)^{2/3}]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{6071}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 40,6$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 40,6\frac{0,030\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0,0127\ \text{m}} = 96,0\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Alternativamente, pela correlação de Hilpert, Equação 7.52,

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^{1/3}$$

Com todas as propriedades avaliadas na temperatura do filme, $Re_D = 6071$ e $Pr = 0,70$. Assim, da Tabela 7.2, $C = 0,193$ e $m = 0,618$. O número de Nusselt e o coeficiente convectivo são então

$$\overline{Nu}_D = 0,193(6071)^{0,618}(0,700)^{0,333} = 37,3$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 37,3\frac{0,030\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0,0127\ \text{m}} = 88\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

2. Incertezas associadas à medição da velocidade do ar, à estimativa da perda de calor pelas extremidades do cilindro e à consideração de temperatura média na superfície do cilindro, que varia axial e circunferencialmente, fazem com que o resultado experimental não apresente incerteza inferior a 15%. Conseqüentemente, cálculos baseados em cada uma das três correlações encontram-se dentro da incerteza experimental do resultado medido.
3. Reconheça a importância de usar a temperatura apropriada ao avaliar as propriedades do fluido.

EXEMPLO 7.5

Como a massa molar do hidrogênio é muito pequena, armazenar quantidades significativas na sua forma gasosa requer vasos de alta pressão muito grandes. Em situações nas quais o uso de tais vasos não é possível, como em aplicações automotivas, o H_2 é tipicamente armazenado pela sua *adsorção* em pó de um hidreto metálico. O hidrogênio é posteriormente *dessorvido* quando necessário, pelo aquecimento do hidreto metálico ao longo de seu volume.

Hidrogênio gasoso dessorvido está presente nas regiões intersticiais do pó a uma pressão que depende da temperatura do hidreto metálico na forma

$$p_{H_2} = \exp^{(-3550/T+12,9)}$$

onde p_{H_2} é a pressão de hidrogênio em atmosferas e T é a temperatura do hidreto metálico em kelvins. O processo de dessorção é uma reação química *endotérmica* correspondente a uma taxa de geração térmica escrita como

$$\dot{E}_g = -\dot{m}_{H_2} \times (29,5 \times 10^3\,\text{kJ/kg})$$

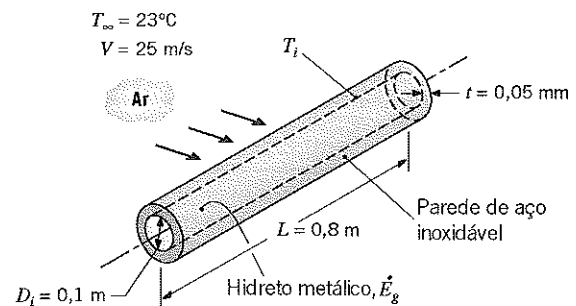
onde $\dot{m}_{H_2}$ é a taxa de dessorção do hidrogênio (kg/s). Energia térmica tem que ser fornecida ao hidreto metálico com objetivo de manter uma temperatura de operação suficientemente alta. A temperatura de operação é determinada pela necessidade de que a pressão de hidrogênio permaneça acima de 1 atm, de tal forma que o hidrogênio possa ser enviado para a célula combustível, que opera a $p_{cc} = 1$ atm.

Na velocidade de cruzeiro $V = 25$ m/s em regime estacionário, num automóvel a célula de combustível consome $\dot{m}_{H_2} = 1,35 \times 10^{-4}$ kg/s de hidrogênio, que é fornecido por um tanque cilíndrico de aço inoxidável com diâmetro interno $D_i = 0,1$ m, comprimento $L = 0,8$ m e espessura de parede $t = 0,5$ mm. O tanque, que é carregado com pó de um hidreto metálico, está instalado no veículo de tal forma que está submetido ao escoamento cruzado de ar a $V = 25$ m/s e $T_\infty = 23°C$. Determine quanto aquecimento adicional, além do propiciado pela convecção vinda do ar morno, deve ser fornecido ao tanque para que $p_{H_2} > p_{cc}$.

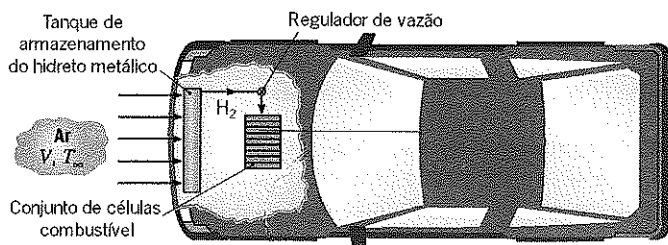
SOLUÇÃO

Dados: Tamanho de um tanque de armazenamento de hidrogênio, taxa de dessorção de hidrogênio, pressão de operação do hidrogênio requerida, velocidade e temperatura do ar em escoamento cruzado.

Achar: A transferência de calor por convecção para o tanque e o aquecimento adicional necessário para manter $p_{H_2} > p_{cc}$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Temperatura na superfície do cilindro uniforme.
3. Ganho de calor pelas laterais do cilindro desprezível.
4. Temperatura do hidreto metálico uniforme.
5. Resistência de contato desprezível entre a parede do tanque e o hidreto metálico.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_f \approx 285$ K): $\nu = 14,56 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 25,2 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $Pr = 0,712$. Tabela A.1, aço inoxidável AISI 316($T_{ai} \approx 300$ K): $k_{ai} = 13,4$ W/(m·K).

Análise: Começamos achando a temperatura de operação mínima permitida do hidreto metálico, T_{min}, correspondente a $p_{H_2,min} = 1$ atm. A relação entre a temperatura de operação e a pressão pode ser rearranjada para fornecer

$$T_{min} = \frac{-3550}{\ln(p_{H_2,min}) - 12{,}9} = \frac{-3550}{\ln(1) - 12{,}9} = 275{,}2 \text{ K}$$

Simplificando a Equação 3.29, encontramos

$$q_{conv} = \frac{T_\infty - T_i}{\dfrac{1}{\pi L(D_i + 2t)\bar{h}} + \dfrac{\ln[(D_i + 2t)/D_i]}{2\pi k_{al} L}}$$

ou, substituindo os valores,

$$q_{conv} = \frac{296 \text{ K} - 275{,}2 \text{ K}}{\dfrac{1}{\pi(0{,}8\text{ m})(0{,}1\text{ m} + 2\times 0{,}005\text{ m})(72{,}6\text{ W/(m}^2\cdot\text{K))}} + \dfrac{\ln[(0{,}1\text{ m} + 2\times 0{,}005\text{ m})/0{,}1\text{ m}]}{2\pi(13{,}4\text{ W/(m}\cdot\text{K))}(0{,}8\text{ m})}}$$

$$= 406 \text{ W}$$

A taxa de geração de energia térmica associada com a dessorção do hidrogênio do hidreto metálico na taxa mássica requerida é

$$\dot{E}_g = -(1{,}35 \times 10^{-4} \text{ kg/s}) \times (29{,}5 \times 10^6 \text{ J/kg}) = -3982 \text{ W}$$

Para determinar a taxa de transferência de calor por convecção, iniciamos calculando o número de Reynolds:

$$Re_D = \frac{V(D_i + 2t)}{\nu} = \frac{23 \text{ m/s} \times (0{,}1 \text{ m} + 2 \times 0{,}005 \text{ m})}{14{,}56 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}}$$
$$= 173.760$$

Usando a Equação 7.54

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

tem-se

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62(173.760)^{1/2}(0{,}712)^{1/3}}{[1 + (0{,}4/0{,}712)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{173.760}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$
$$= 315{,}8$$

Conseqüentemente, o coeficiente de transferência de calor convectivo médio é

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{(D_i + 2t)} = 315{,}8 \times \frac{25{,}3 \times 10^{-3} \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{(0{,}1 \text{ m} + 2 \times 0{,}005 \text{ m})}$$
$$= 72{,}6 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

A energia térmica adicional, q_{ad}, que tem que ser fornecida ao tanque para manter a temperatura de operação em regime estacionário, pode ser determinada por um balanço de energia, $q_{ad} + q_{conv} + \dot{E}_g = 0$. Conseqüentemente,

$$q_{ad} = -q_{conv} - \dot{E}_g = -406\text{W} + 3982 \text{ W} = 3576 \text{ W} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Aquecimento adicional irá ocorrer por radiação, pela condução através do sistema de suporte do tanque e linhas de combustível, e possivelmente pela condensação de vapor d'água sobre o tanque frio. O calor rejeitado pela célula combustível (veja Exemplo 3.11) pode também ser usado como uma fonte de energia térmica para o tanque de armazenamento de hidrogênio.
2. As resistências térmicas associadas à condução na parede do tanque e à convecção são 0,0014 K/W e 0,053 K/W, respectivamente. A resistência convectiva domina e pode ser reduzida pela adição de aletas na superfície externa do tanque.
3. A quantidade necessária de aquecimento adicional aumentará se o automóvel se deslocar a uma velocidade maior, pois o consumo de hidrogênio aumenta com V^3, enquanto o coeficiente de transferência de calor por convecção aumenta com $V^{0,7}$ a $V^{0,8}$. Aquecimento adicional é também necessário quando o automóvel é operado em um clima mais frio.

7.5 A Esfera

Os efeitos da camada-limite associados ao escoamento sobre uma esfera são muito semelhantes àqueles no cilindro circular, com a transição e a separação representando papéis importantes. Resultados para o coeficiente de arrasto, que é definido pela Equação 7.50, são apresentados na Figura 7.8. No limite para números de Reynolds muito pequenos (*escoamento lento*), o coeficiente de arrasto é inversamente proporcional ao número de Reynolds e a relação específica é conhecida por *lei de Stokes*

$$C_D = \frac{24}{Re_D} \qquad Re_D \lesssim 0{,}5 \qquad (7.55)$$

Numerosas correlações da transferência de calor foram propostas e Whitaker [14] recomenda uma expressão com a forma

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0{,}4 Re_D^{1/2} + 0{,}06 Re_D^{2/3}) Pr^{0,4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4} \qquad (7.56)$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}71 \lesssim Pr \lesssim 380 \\ 3{,}5 \lesssim Re_D \lesssim 7{,}6 \times 10^4 \\ 1{,}0 \lesssim (\mu/\mu_s) \lesssim 3{,}2 \end{bmatrix}$$

Todas as propriedades, exceto μ_s, são avaliadas a T_∞ e o resultado pode ser aplicado para problemas de transferência de massa simplesmente pela substituição de $\overline{Nu}_D$ e Pr por $\overline{Sh}_D$ e Sc, respectivamente. Um caso especial de transferência de calor e de

massa por convecção em esferas está relacionado ao transporte em gotas em queda livre, e a correlação de Ranz e Marshall [18] é freqüentemente usada

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0{,}6Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3} \qquad (7.57)$$

No limite quando $Re_D \to 0$, as Equações 7.56 e 7.57 se reduzem a $\overline{Nu}_D = 2$, que corresponde à transferência de calor por condução de uma superfície esférica para um meio infinito e estacionário ao redor da superfície, como pode ser deduzido do Caso 1 da Tabela 4.1.

EXEMPLO 7.6

O filme plástico decorativo sobre uma esfera de cobre com 10 mm de diâmetro é curado em um forno a 75°C. Com a remoção do forno, a esfera é submetida a uma corrente de ar a 1 atm e 23°C, que possui uma velocidade de 10 m/s. Estime quanto tempo será necessário para resfriar a esfera até 35°C.

SOLUÇÃO

Dados: Resfriamento de uma esfera em uma corrente de ar.

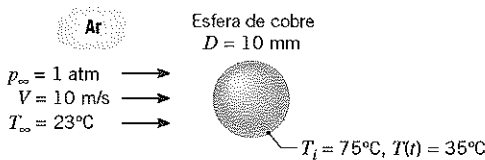
Achar: Tempo t necessário para resfriar de $T_i = 75°C$ a $T(t) = 35°C$.

Esquema:

Ar

Esfera de cobre
$D = 10$ mm

$p_\infty = 1$ atm
$V = 10$ m/s
$T_\infty = 23°C$

$T_i = 75°C$, $T(t) = 35°C$

Considerações:

1. Resistência e capacitância térmicas no filme plástico desprezíveis.
2. Esfera espacialmente isotérmica.
3. Efeitos radiantes desprezíveis.

Propriedades: Tabela A.1, cobre ($T \approx 328$ K): $\rho = 8933$ kg/m³, $k = 399$ W/(m·K), $c_p = 388$ J/(kg·K). Tabela A.4, ar ($T_\infty = 296$ K): $\mu = 182{,}6 \times 10^{-7}$ N·s/m²; $\nu = 15{,}53 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}0251$ W/(m·K), $Pr = 0{,}708$. Tabela A.4, ar ($T_s \approx 328$ K): $\mu = 197{,}8 \times 10^{-7}$ N·s/m².

Análise: O tempo necessário para completar o processo de resfriamento pode ser obtido para uma capacitância global. Em particular, das Equações 5.4 e 5.5

$$t = \frac{\rho V c_p}{\bar{h} A_s} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

ou, com $V = \pi D^3/6$ e $A_s = \pi D^2$,

$$t = \frac{\rho c_p D}{6\bar{h}} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

Da Equação 7.56

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0{,}4Re_D^{1/2} + 0{,}06Re_D^{2/3})Pr^{0{,}4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

onde

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10\ \text{m/s} \times 0{,}01\ \text{m}}{15{,}53 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 6440$$

Assim, o número de Nusselt e o coeficiente convectivo são

$$\overline{Nu}_D = 2 + [0{,}4(6440)^{1/2} + 0{,}06(6440)^{2/3}](0{,}708)^{0{,}4} \times \left(\frac{182{,}6 \times 10^{-7}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2}{197{,}8 \times 10^{-7}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2}\right)^{1/4} = 47{,}1$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 47{,}1 \frac{0{,}0251\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}01\ \text{m}} = 118\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

O tempo necessário para o resfriamento é, então,

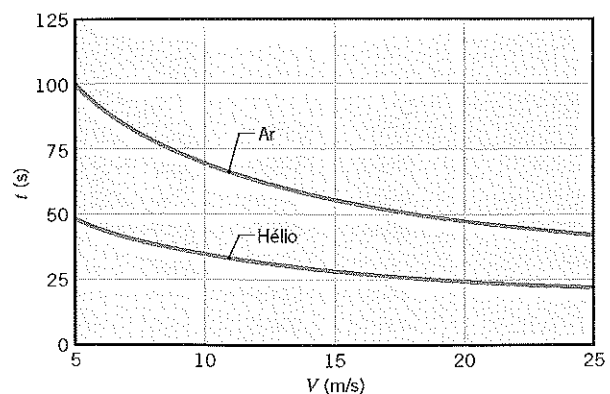
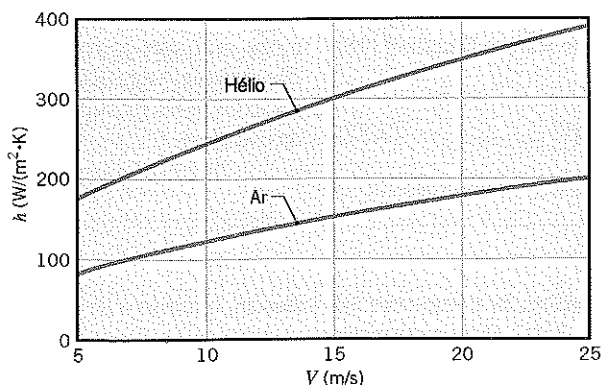
$$t = \frac{8933\ \text{kg/m}^3 \times 387\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} \times 0{,}01\ \text{m}}{6 \times 118\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} \ln\left(\frac{75-23}{35-23}\right) = 71{,}8\ \text{s} \quad \lhd$$

Comentários:

1. A validade do método da capacitância global pode ser determinada pelo cálculo do número de Biot. Da Equação 5.10

$$Bi = \frac{\bar{h}L_c}{k_s} = \frac{\bar{h}(r_o/3)}{k_s} = \frac{118\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}005\ \text{m/3}}{399\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 4{,}9 \times 10^{-4}$$

e o critério é satisfeito.

2. Embora suas definições sejam semelhantes, o número de Nusselt é definido em termos da condutividade térmica do fluido, enquanto o número de Biot é definido em termos da condutividade térmica do sólido.
3. Opções para melhorar as taxas de produção incluem a aceleração do processo de resfriamento através do aumento da velocidade do fluido e/ou pelo uso de um fluido diferente. Aplicando os procedimentos anteriores, o tempo de resfriamento é calculado e representado graficamente para o ar e para o hélio, em uma faixa de velocidades de $5 \leq V \leq 25$ m/s.

Embora os números de Reynolds para o hélio sejam muito menores do que aqueles para o ar, a condutividade térmica do hélio é muito maior e, como mostrado a seguir, a transferência de calor por convecção é aumentada.

Assim, as taxas de produção poderiam ser aumentadas pela substituição do ar pelo hélio, apesar do aumento significativo no custo.

7.6 *Escoamento Externo Cruzado em Matrizes Tubulares*

A transferência de calor em uma matriz (ou feixe) de tubos em um escoamento cruzado é relevante em inúmeras aplicações industriais, tais como geração de vapor em uma caldeira ou resfriamento de ar na serpentina de um condicionador de ar. O arranjo geométrico é mostrado esquematicamente na Figura 7.10. Tipicamente, um fluido se move sobre os tubos, enquanto um segundo fluido, a uma temperatura diferente, escoa no interior dos tubos. Nesta seção estamos especificamente interessados na transferência de calor por convecção associada ao escoamento cruzado sobre os tubos.

As fileiras (colunas) de tubos estão *alternadas* ou *alinhadas* na direção da velocidade do fluido V (Figura 7.11). A configuração (arranjo) é caracterizada pelo diâmetro dos tubos D, e pelos *passos transversal* S_T e *longitudinal* S_L, medidos entre os centros dos tubos. As condições do escoamento no interior da matriz são dominadas pelos efeitos de separação da camada-limite e por interações das esteiras, que, por sua vez, influenciam a transferência de calor por convecção.

O coeficiente de transferência de calor associado a um tubo é determinado pela sua posição na matriz. O coeficiente em um tubo na primeira coluna é aproximadamente igual àquele em um único tubo em escoamento cruzado, enquanto coeficientes de transferência de calor maiores estão associados aos tubos localizados nas colunas internas. Os tubos localizados nas primeiras

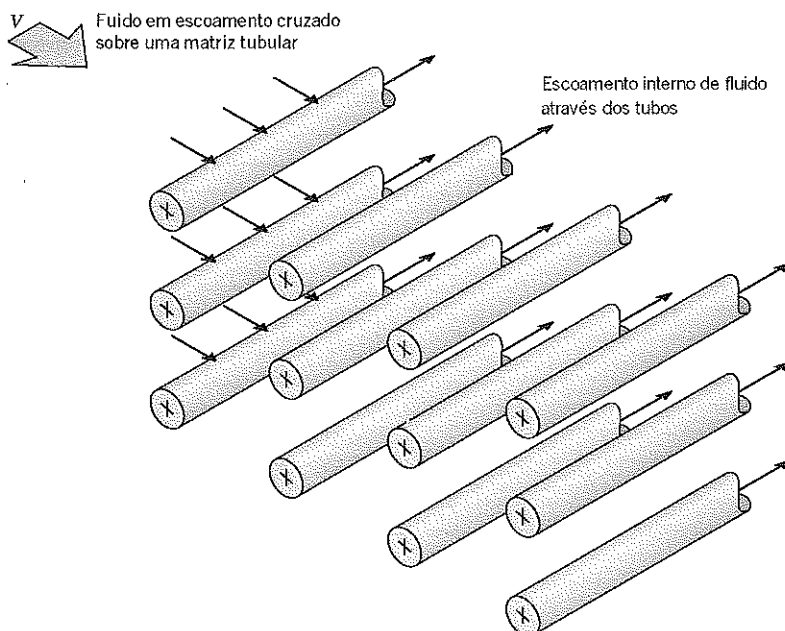



FIGURA 7.10 Esboço de uma matriz tubular em escoamento cruzado.

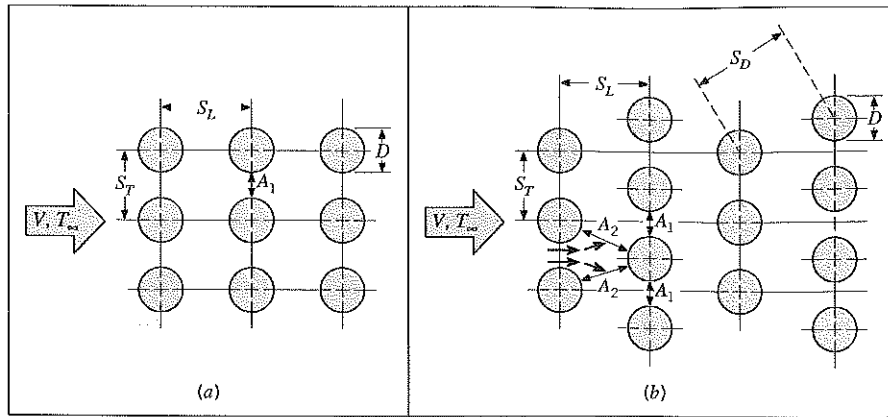



FIGURA 7.11 Arranjo dos tubos em uma matriz tubular. (*a*) Alinhado. (*b*) Alternados.

colunas atuam como uma malha geradora de turbulência, que aumenta o coeficiente de transferência de calor nos tubos localizados nas colunas seguintes. Na maioria das configurações, contudo, as condições de transferência de calor se estabilizam, de tal modo que ocorre apenas uma pequena mudança no coeficiente de transferência de calor nos tubos que se encontram além da quarta ou quinta coluna.

Geralmente, desejamos conhecer o coeficiente de transferência de calor *médio* para a *totalidade* da matriz tubular. Para o escoamento de ar através de matrizes de tubos compostas por *10 ou mais colunas* ($N_L \geq 10$), Grimison [19] obteve uma correlação na forma

$$\overline{Nu}_D = C_1\, Re^m_{D,\max} \qquad \begin{bmatrix} N_L \geq 10 \\ 2000 \lesssim Re_{D,\max} \lesssim 40.000 \\ Pr = 0,7 \end{bmatrix} \tag{7.58}$$

onde C_1 e m estão listados na Tabela 7.5 e

$$Re_{D,\max} = \frac{\rho V_{\max} D}{\mu} \tag{7.59}$$

Tornou-se prática comum estender esse resultado para outros fluidos através da introdução do fator 1,13 $Pr^{1/3}$, assim

$$\overline{Nu}_D = 1,13 C_1\, Re^m_{D,\max}\, Pr^{1/3} \tag{7.60}$$

$$\begin{bmatrix} N_L \geq 10 \\ 2000 \lesssim Re_{D,\max} \lesssim 40.000 \\ Pr \gtrsim 0,7 \end{bmatrix}$$

Todas as propriedades que aparecem nas equações anteriores são avaliadas na temperatura do filme. Se $N_L < 10$, um fator de correção pode ser utilizado, de tal modo que

TABELA 7.5 **Constantes das Equações 7.58 e 7.60 para o escoamento de ar sobre uma matriz tubular de 10 ou mais colunas [19]**

	S_T/D							
	1,25		1,5		2,0		3,0	
S_L/D	C_1	m	C_1	m	C_1	m	C_1	m
Alinhada								
1,25	0,348	0,592	0,275	0,608	0,100	0,704	0,0633	0,752
1,50	0,367	0,586	0,250	0,620	0,101	0,702	0,0678	0,744
2,00	0,418	0,570	0,299	0,602	0,229	0,632	0,198	0,648
3,00	0,290	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581	0,286	0,608
Alternada								
0,600	—	—	—	—	—	—	0,213	0,636
0,900	—	—	—	—	0,446	0,571	0,401	0,581
1,000	—	—	0,497	0,558	—	—	—	—
1,125	—	—	—	—	0,478	0,565	0,518	0,560
1,250	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556	0,522	0,562
1,500	0,451	0,568	0,460	0,562	0,452	0,568	0,488	0,568
2,000	0,404	0,572	0,416	0,568	0,482	0,556	0,449	0,570
3,000	0,310	0,592	0,356	0,580	0,440	0,562	0,428	0,574

TABELA 7.6 Fator de correção C_2 da Equação 7.61 para $N_L < 10$ [20]

N_L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alinhada	0,64	0,80	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
Alternada	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

$$\overline{Nu}_D\Big|_{(N_L<10)} = C_2\overline{Nu}_D\Big|_{(N_L\geq 10)} \tag{7.61}$$

onde C_2 é dado na Tabela 7.6.

O número de Reynolds $Re_{D,\max}$ nas correlações anteriores é baseado na *velocidade do fluido máxima* no interior da matriz tubular. No arranjo alinhado, $V_{\max}$ ocorre no plano transversal A_1 mostrado na Figura 7.11*a* e a partir da exigência de conservação da massa em um fluido incompressível

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D}V \tag{7.62}$$

No arranjo alternado, a velocidade máxima pode ocorrer tanto no plano transversal A_1 quanto no plano diagonal A_2 da Figura 7.11*b*. Ela irá ocorrer em A_2 se as colunas estiverem espaçadas de modo que

$$2(S_D - D) < (S_T - D)$$

O fator 2 resulta da bifurcação experimentada pelo fluido ao escoar do plano A_1 para os planos A_2. Assim, $V_{\max}$ ocorre em A_2 se

$$S_D = \left[S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2\right]^{1/2} < \frac{S_T + D}{2}$$

e, nesse caso, é fornecida por

$$V_{\max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)}V \tag{7.63}$$

Se $V_{\max}$ ocorre em A_1 para o arranjo alternado, mais uma vez ela pode ser calculada pela Equação 7.62.

Resultados mais recentes foram obtidos e Zukauskas [15] propôs uma correlação com a seguinte forma

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_{D,\max}^m\,Pr^{0,36}\left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4} \tag{7.64}$$

$$\begin{bmatrix} N_L \geq 20 \\ 0.7 \lesssim Pr \lesssim 500 \\ 1000 \lesssim Re_{D,\max} \lesssim 2\times 10^6 \end{bmatrix}$$

onde todas as propriedades, com exceção de Pr_s, são avaliadas na média aritmética das temperaturas de entrada e de saída do fluido, e as constantes C e m estão listadas na Tabela 7.7. A necessidade de se avaliar as propriedades do fluido na média aritmética das temperaturas de entrada ($T_{ent} = T_\infty$) e de saída (T_{sai}) é ditada pelo fato de que a temperatura do fluido irá diminuir ou aumentar, respectivamente, devido à transferência de calor com os tubos. Se a variação na temperatura do fluido, $|T_{ent} - T_{sai}|$, for grande, um erro significativo pode resultar da avaliação das propriedades na temperatura de entrada. Se $N_L < 20$, um fator de correção pode ser utilizado de tal modo que

$$\overline{Nu}_D\Big|_{(N_L<20)} = C_2\,\overline{Nu}_D\Big|_{(N_L\geq 20)} \tag{7.65}$$

onde C_2 é fornecido na Tabela 7.8.

O escoamento ao redor dos tubos da primeira coluna de uma matriz tubular corresponde àquele em um único (isolado) cilindro em escoamento cruzado. Contudo, para as colunas subseqüentes, o escoamento depende fortemente do arranjo da matriz tubular (Figura 7.12). Tubos alinhados a jusante da primeira coluna encontram-se no interior das esteiras turbulentas dos tubos a montante e, para valores moderados de S_L, os coeficientes convectivos associados às colunas a jusante são aumentados pela turbulência do escoamento. Tipicamente, o coeficiente convectivo de uma coluna aumenta com o aumento do número da colu-

TABELA 7.7 Constantes da Equação 7.64 para a matriz tubular em escoamento cruzado [15]

Arranjo	$Re_{D,\max}$	C	m
Alinhada	10–10^2	0,80	0,40
Alternada	10–10^2	0,90	0,40
Alinhada	10^2–10^3	Aproximado como único cilindro (isolado)	
Alternada	10^2–10^3	Aproximado como único cilindro (isolado)	
Alinhada ($S_T/S_L > 0,7$)[a]	10^3–2×10^5	0,27	0,63
Alternada ($S_T/S_L < 2$)	10^3–2×10^5	$0,35(S_T/S_L)^{1/5}$	0,60
Alternada ($S_T/S_L > 2$)	10^3–2×10^5	0,40	0,60
Alinhada	2×10^5–2×10^6	0,021	0,84
Alternada	2×10^5–2×10^6	0,022	0,84

[a] Para $S_T/S_L < 0,7$, a transferência de calor é ineficiente e tubos alinhados não devem ser usados.

TABELA 7.8 Fator de correção C_2 da Equação 7.65 para $N_L < 20$ ($Re_{D,\max} \gtrsim 10^3$) [15]

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Alinhada	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
Alternada	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

(*a*)

(*b*)

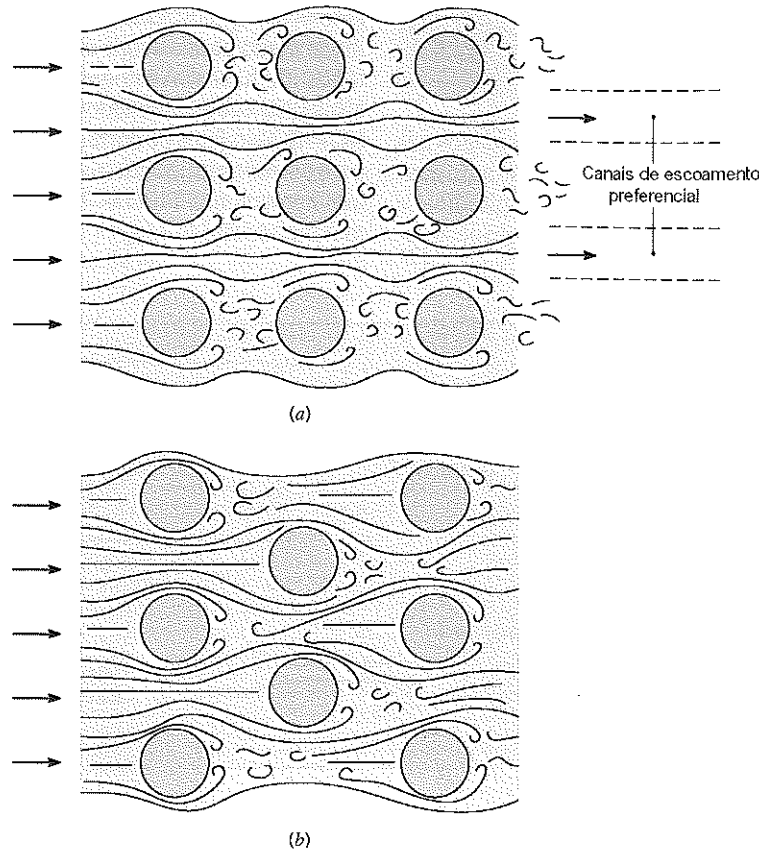



FIGURA 7.12 Condições de escoamento em tubos (*a*) alinhados e (*b*) alternados.

na, até aproximadamente a quinta. Nas colunas seguintes há pequena variação na turbulência e, portanto, no coeficiente convectivo. Entretanto, para pequenos valores de S_T/S_L, as colunas a montante, na realidade, protegem as colunas a jusante da maior parte do escoamento, afetando de forma adversa a transferência de calor. Isto é, a trajetória preferencial do escoamento é em canais entre os tubos e grande parte da superfície dos tubos não fica exposta ao escoamento principal. Por esse motivo, a operação de matrizes tubulares alinhadas com $S_T/S_L < 0{,}7$ (Tabela 7.7) não é desejável. Para o arranjo alternado, contudo, a trajetória do escoamento principal é mais tortuosa e uma maior porção da área superficial dos tubos a jusante permanece nessa trajetória. Em geral, o aumento na transferência de calor é favorecido pelo escoamento mais tortuoso em um arranjo alternado, particularmente para pequenos números de Reynolds ($Re_D < 100$).

Como o fluido pode experimentar uma grande variação de temperatura à medida que escoa através da matriz tubular, a taxa de transferência de calor pode ser significativamente superestimada pelo uso de $\Delta T = T_s - T_\infty$ como a diferença de temperaturas na lei do resfriamento de Newton. À medida que o fluido escoa através da matriz, sua temperatura se aproxima de T_s e $|\Delta T|$ diminui. No Capítulo 11 é mostrado que a forma apropriada para ΔT é a *média logarítmica das diferenças de temperatura*,

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_{ent}) - (T_s - T_{sai})}{\ln\left(\dfrac{T_s - T_{ent}}{T_s - T_{sai}}\right)} \tag{7.66}$$

onde T_{ent} e T_{sai} são as temperaturas do fluido na entrada e na saída da matriz, respectivamente. A temperatura de saída, necessária para determinar ΔT_{ml}, pode ser estimada pela expressão

$$\frac{T_s - T_{sai}}{T_s - T_{ent}} = \exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T c_p}\right) \tag{7.67}$$

onde N é o número total de tubos na matriz e N_T é o número de tubos no plano transversal. Uma vez conhecida ΔT_{ml}, a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento dos tubos pode ser calculada por

$$q' = N(\bar{h}\pi D \Delta T_{lm}) \tag{7.68}$$

Os resultados anteriores podem ser usados para determinar as taxas de transferência de massa associadas à evaporação ou à sublimação nas superfícies de uma matriz de cilindros em escoamento cruzado. Mais uma vez, é preciso somente substituir $\overline{Nu}_D$ e Pr por $\overline{Sh}_D$ e Sc, respectivamente.

Encerramos reconhecendo que, em geral, existe tanto interesse na queda de pressão associada ao escoamento através de uma matriz tubular quanto na taxa de transferência de calor global. A potência necessária para deslocar o fluido através da matriz corresponde, com freqüência, um custo operacional relevante e é diretamente proporcional à queda de pressão, que pode ser representada por [15]

$$\Delta p = N_L \chi \left(\frac{\rho V_{max}^2}{2} \right) f \qquad (7.69)$$

O fator de atrito f e o fator de correção χ estão representados nas Figuras 7.13 e 7.14. A Figura 7.13 corresponde a um arranjo quadrado, com os tubos alinhados, no qual os passos longitudinal e transversal adimensionais, $P_L \equiv S_L/D$ e $P_T \equiv S_T/D$, respectivamente, são iguais. O fator de correção χ, representado no detalhe, é usado para corrigir os resultados para outros arranjos com tubos alinhados. Analogamente, a Figura 7.14 aplica-se a um arranjo de tubos alternado na forma de um triângulo eqüilátero ($S_T = S_D$) e o fator de correção permite a extensão dos resultados para outros arranjos alternados. Note que o número de Reynolds que aparece nas Figuras 7.13 e 7.14 é baseado na velocidade máxima do fluido V_{max}.

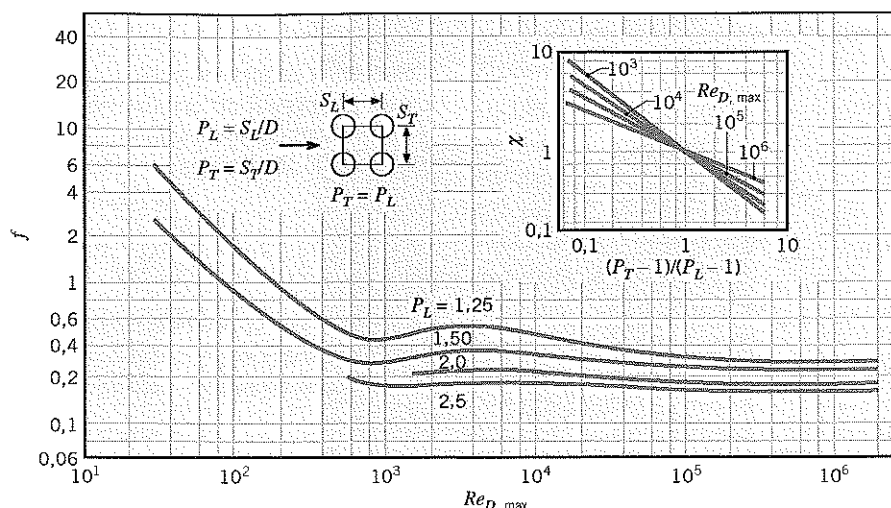



FIGURA 7.13 Fator de atrito f e fator de correção χ para a Equação 7.69. Arranjo da matriz tubular alinhado [15]. Usado com permissão.

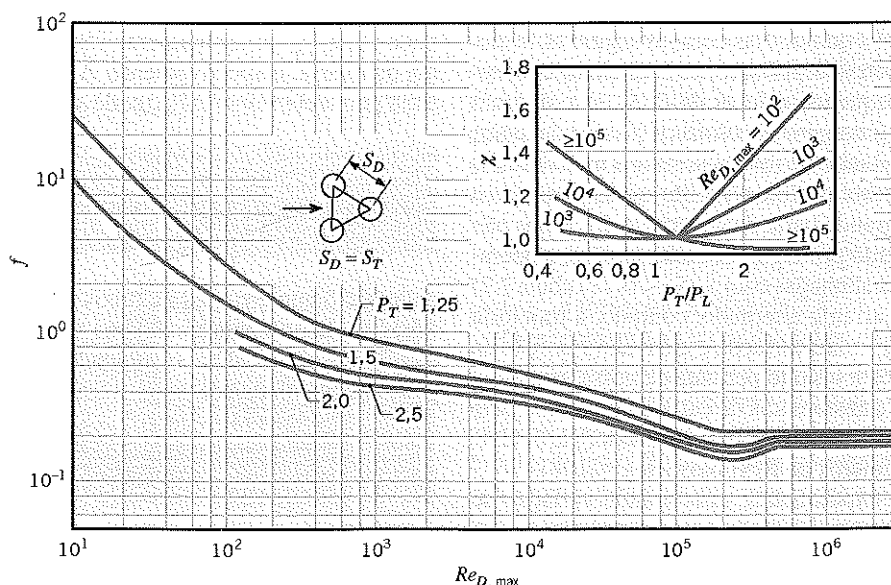



FIGURA 7.14 Fator de atrito f e fator de correção χ para a Equação 7.69. Arranjo da matriz tubular alternado [15]. Usado com permissão.

EXEMPLO 7.7

Com freqüência água pressurizada está disponível a temperaturas elevadas e pode ser usada para o aquecimento ambiental ou em processos industriais. Em tais casos é comum se utilizar um feixe de tubos no qual a água é passada pelo interior dos tubos, enquanto o ar escoa em escoamento cruzado pelo lado externo. Considere um arranjo alternado, no qual o diâmetro externo dos

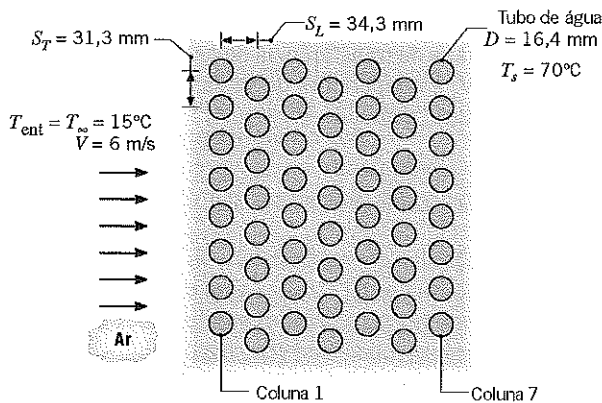
tubos é de 16,4 mm e os passos longitudinal e transversal são $S_L = 34{,}3$ mm e $S_T = 31{,}3$ mm. Há sete colunas de tubos na direção do escoamento do ar e oito tubos por coluna. Sob condições operacionais típicas, a temperatura na superfície externa dos tubos é de 70°C, enquanto a temperatura e a velocidade do ar na corrente a montante do feixe são 15°C e 6 m/s, respectivamente. Determine o coeficiente de transferência de calor por convecção no lado do ar e a taxa de transferência de calor no feixe de tubos. Qual é a queda de pressão na corrente de ar?

SOLUÇÃO

Dados: Geometria e condições de operação de uma matriz tubular.

Achar:

1. Coeficiente convectivo no lado do ar e taxa de transferência de calor.
2. Queda de pressão.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Efeitos radiantes desprezíveis.
3. Efeito da variação da temperatura do ar ao atravessar a matriz tubular nas propriedades do ar desprezível.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_\infty = 15$°C): $\rho = 1{,}217$ kg/m³, $c_p = 1007$ J/(kg·K), $\nu = 14{,}82 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}0253$ W/(m·K), $Pr = 0{,}710$. Tabela A.4, ar ($T_s = 70$°C): $Pr = 0{,}701$. Tabela A.4, ar ($T_f = 43$°C): $\nu = 17{,}4 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}0274$ W/(m·K), $Pr = 0{,}705$.

Análise:

1. Das Equações 7.64 e 7.65, o número de Nusselt no lado do ar é

$$\overline{Nu}_D = C_2 C \, Re_{D,\max}^m \, Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

Como $S_D = [S_L^2 + (S_T/2)^2]^{1/2} = 37{,}7$ mm é maior do que $(S_T + D)/2$, a velocidade máxima ocorre no plano transversal, A_1, da Figura 7.11. Dessa forma, pela Equação 7.62,

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V = \frac{31{,}3\,\text{mm}}{(31{,}3 - 16{,}4)\,\text{mm}} 6\,\text{m/s} = 12{,}6\,\text{m/s}$$

com

$$Re_{D,\max} = \frac{V_{\max} D}{\nu} = \frac{12{,}6\,\text{m/s} \times 0{,}0164\,\text{m}}{14{,}82 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}} = 13.943$$

e

$$\frac{S_T}{S_L} = \frac{31{,}3\,\text{mm}}{34{,}3\,\text{mm}} = 0{,}91 < 2$$

segue-se das Tabelas 7.7 e 7.8 que

$$C = 0{,}35\left(\frac{S_T}{S_L}\right)^{1/5} = 0{,}34, \quad m = 0{,}60, \quad \text{e} \quad C_2 = 0{,}95$$

Donde

$$\overline{Nu}_D = 0{,}95 \times 0{,}34(13.943)^{0,60}(0{,}71)^{0,36}\left(\frac{0{,}710}{0{,}701}\right)^{0,25} = 87{,}9$$

e

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 87{,}9 \times \frac{0{,}0253\,\text{W/(m·K)}}{0{,}0164\,\text{m}} = 135{,}6\,\text{W/(m}^2\text{·K)} \quad \triangleleft$$

Da Equação 7.67

$$T_s - T_{sai} = (T_s - T_{ent}) \exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T c_p}\right)$$

$$T_s - T_{sai} = (55°\text{C}) \exp\left(-\frac{\pi(0{,}0164\,\text{m})\,56\,(135{,}6\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)})}{1{,}217\,\text{kg/m}^3\,(6\,\text{m/s})\,8\,(0{,}0313\,\text{m})\,1007\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}}\right)$$

$$T_s - T_{sai} = 44{,}5°\text{C}$$

Assim, das Equações 7.66 e 7.68

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_s - T_{ent}) - (T_s - T_{sai})}{\ln\left(\dfrac{T_s - T_{ent}}{T_s - T_{sai}}\right)} = \frac{(55 - 44{,}5)°\text{C}}{\ln\left(\dfrac{55}{44{,}5}\right)} = 49{,}6°\text{C}$$

e

$$q' = N(\bar{h}\pi D \Delta T_{lm}) = 56\pi \times 135{,}6\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 0{,}0164\,\text{m} \times 49{,}6°\text{C} \quad \triangleleft$$

$$q' = 19{,}4\,\text{kW/m}$$

2. A queda de pressão pode ser obtida com a Equação 7.69.

$$\Delta p = N_L \chi \left(\frac{\rho V_{\max}^2}{2}\right) f$$

Com $Re_{D,\max} = 13943$; $P_T = (S_T/D) = 1{,}91$ e $(P_T/P_L) = 0{,}91$; tem-se que da Figura 7.14 que $\chi \approx 1{,}04$ e $f \approx 0{,}35$. Portanto, com $N_L = 7$

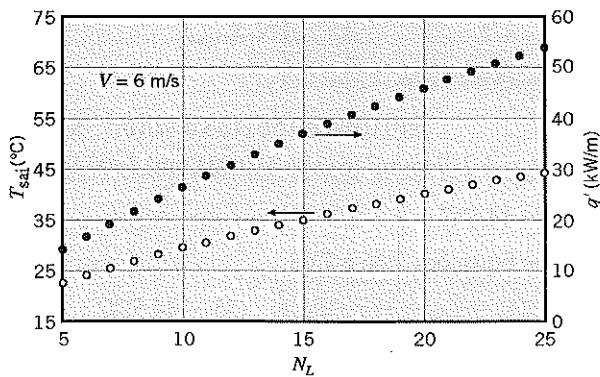
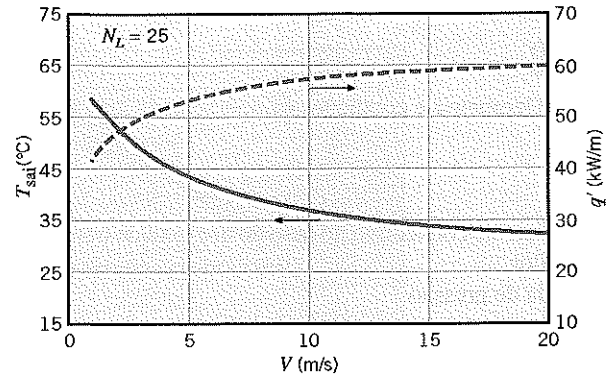
$$\Delta p = 7 \times 1{,}04\left[\frac{1{,}217\,\text{kg/m}^3(12{,}6\,\text{m/s})^2}{2}\right]0{,}35$$

$$\Delta p = 246\,\text{N/m}^2 = 2{,}46 \times 10^{-3}\,\text{bar} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Com as propriedades avaliadas em T_f, $Re_{D,\max} = 11.876$. Com $S_T/D \approx 2$ e $S_L/D \approx 2$, tem-se das Tabelas 7.5 e 7.6 que $C_1 = 0{,}482$, $m = 0{,}556$, e $C_2 = 0{,}97$. Das Equações 7.60 e 7.61, o número de Nusselt é, então, $\overline{Nu}_D = 86{,}7$ e $\bar{h} = 144{,}8$ W/(m²·K). Os valores de $\bar{h}$ obtidos com as Equações 7.60 e 7.64

apresentam, conseqüentemente, diferença na faixa de 7%, perfeitamente dentro de suas incertezas.

2. Caso $\Delta T_{ent} \equiv T_s - T_{ent}$ houvesse sido usada em lugar de ΔT_{ml} na Equação 7.68, a taxa de transferência de calor por convecção teria sido superestimada em 11%.
3. Como a previsão de aumento na temperatura do ar é de somente 10,5°C, a avaliação das propriedades do ar a $T_{ent} = 15°C$ é uma aproximação razoável. Contudo, se uma maior precisão for desejada, os cálculos deveriam ser repetidos com as propriedades reavaliadas a $(T_{ent} + T_{sai})/2 = 20,25°C$. Uma exceção é representada pela massa específica ρ no termo exponencial da Equação 7.67. Como ela aparece no denominador deste termo, ρ está ligada à velocidade na entrada fornecendo um produto (ρV) que está relacionado à vazão mássica de ar entrando na matriz tubular. Assim, nesse termo, ρ deve ser avaliado a T_{ent}.
4. A temperatura de saída do ar e a taxa de transferência de calor podem ser aumentadas pelo aumento no número de colunas de tubos e, para um número fixo de colunas, elas podem ser mudadas pelo ajuste da velocidade do ar. Para $5 \leq N_L \leq 25$ e $V = 6$ m/s, cálculos variando o parâmetro N_L, baseados nas Equações 7.64 a 7.68 fornecem os seguintes resultados:

Com o aumento de N_L, a temperatura de saída do ar irá se aproximar assintoticamente da temperatura da superfície, quando a taxa de transferência de calor total atinge um valor constante. Assim, não há vantagem adicional em se acrescentar mais colunas de tubos. Observe que Δp aumenta linearmente com o aumento de N_L. Para $N_L = 25$ e $1 \leq V \leq 20$ m/s, obtemos

Embora a taxa de transferência de calor aumente com o aumento de V, a temperatura de saída do ar diminui, aproximando-se de T_{ent} quando $V \rightarrow \infty$.

7.7 Jatos Colidentes

Um único jato de gás ou uma série de jatos, colidindo perpendicularmente sobre uma superfície, podem ser usados para melhorar os coeficientes no aquecimento por convecção, no resfriamento ou na secagem. As aplicações incluem a têmpera de placas de vidro, o tratamento térmico de chapas metálicas, a secagem de produtos têxteis e de papel, o resfriamento de componentes aquecidos em motores de turbinas a gás e o degelo de sistemas em aeronaves.

7.7.1 Considerações Fluidodinâmicas e Geométricas

Como mostrado na Figura 7.15, jatos de gás são tipicamente descarregados em um ambiente estagnado a partir de um *bocal* circular, com diâmetro D, ou de um bocal na forma de uma fenda retangular, com largura W. Normalmente, o jato é turbulento e, na saída do bocal, é caracterizado por um perfil de velocidades uniforme. Contudo, com o aumento da distância da saída do bocal, a transferência de momento entre o jato e o ambiente causa o alargamento da fronteira livre do jato e o *núcleo potencial*, no interior do qual a velocidade do jato na saída do bocal é mantida, se contrai. A jusante do núcleo potencial, o perfil de velocidade é não-uniforme em toda a seção transversal do jato e a velocidade máxima (no centro) diminui com o aumento da distância da saída do bocal. A região do escoamento na qual as condições não são afetadas pela superfície de colisão (superfície alvo) é conhecida por *jato livre*.

No interior da *zona de estagnação* ou *de colisão*, o escoamento é influenciado pela superfície alvo e é desacelerado e acelerado nas direções normal (z) e transversal (r ou x), respectivamente. Contudo, como o escoamento continua arrastando fluido do ambiente que possui momento nulo, a aceleração transversal não pode continuar indefinidamente e o escoamento acelerado na zona de estagnação é transformado em um *jato de parede* desacelerado. Assim, com o aumento de r ou x, os componentes da velocidade paralelos à superfície aumentam de zero até algum

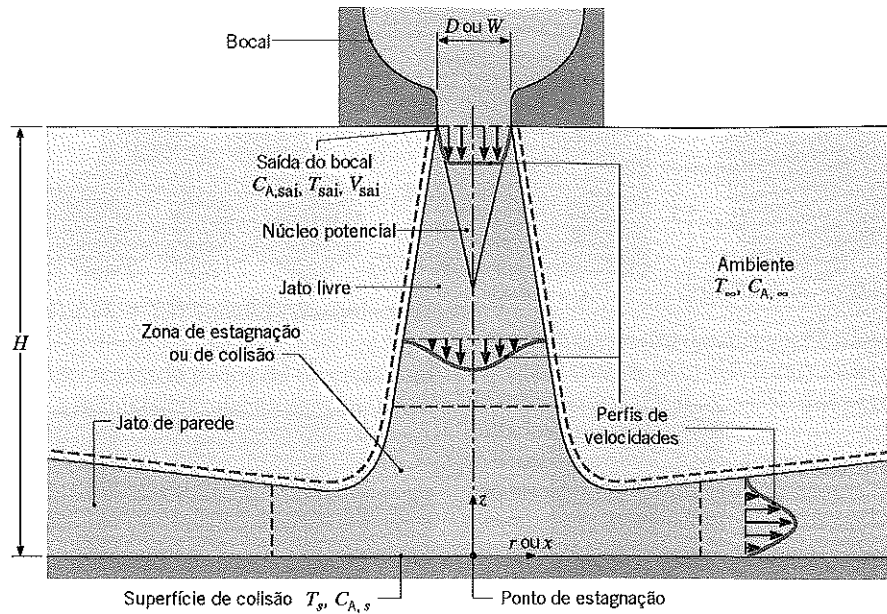



FIGURA 7.15 Colisão em uma superfície de um jato de gás circular ou retangular.

valor máximo e posteriormente decaem para zero. Os perfis de velocidades no interior do jato de parede são caracterizados por velocidade nula na superfície de colisão e na superfície livre. Se $T_s \neq T_{sai}$ e/ou $C_{A,s} \neq C_{A,sai}$, há transferência de calor e/ou de massa por convecção nas regiões de estagnação e de jato de parede.

Muitos esquemas de transferência de calor (massa) por colisão de jatos envolvem uma série de jatos, como, por exemplo, a série de jatos retangulares mostrada na Figura 7.16. Além do escoamento originado em cada bocal com as respectivas regiões de jato livre, de estagnação e de jato de parede, existem zonas de estagnação secundárias resultantes das interações entre regiões de jato de parede adjacentes. Em muitos desses esquemas, os jatos são descarregados no interior de um volume restrito, delimitado pela superfície alvo e pela placa dos bocais, de onde são originados os jatos. A taxa de transferência de calor (massa) global depende fortemente da forma pela qual o *gás esgotado*, cuja temperatura (concentração da espécie) encontra-se entre os valores associados ao da saída do bocal e ao da superfície de colisão, é retirado do sistema. Para a configuração da Figura 7.16, o gás esgotado não pode escoar para cima por entre os bocais, mas, em vez disso, tem que escoar simetricamente nas direções $\pm y$. Como a temperatura (resfriamento superficial) ou a concentração da espécie (evaporação superficial) do gás aumenta com o aumento de $|y|$, a diferença local de temperaturas ou de concentrações entre a superfície e o gás diminui, causando uma redução nos fluxos convectivos locais. Uma situação preferível é a presença de aberturas para o ambiente entre bocais adjacentes, permitindo dessa forma um escoamento ascendente contínuo e a descarga direta do gás esgotado.

FIGURA 7.16 Superfície de colisão de uma série de jatos retangulares.

Na Figura 7.17 são mostradas vistas frontais de um bocal circular e de um bocal retangular, bem como de séries regulares de bocais circulares e retangulares. Para os bocais isolados (Figura 7.17*a*, *d*), os coeficientes convectivos local e médio estão associados a quaisquer $r > 0$ e $x > 0$. Nas séries, com a descarga do gás esgotado na direção vertical (z), a simetria dita a equivalência entre os valores locais e médios em cada uma das células unitárias delimitadas pelas linhas tracejadas. Para um grande número de jatos circulares em uma configuração alinhada quadrada (Figura 7.17*b*) ou alternada eqüilátera (Figura 7.17*c*), as células unitárias correspondem a um quadrado ou a um hexágono, respectivamente. Um parâmetro geométrico pertinente é a área relativa do bocal, que é definida como a razão entre a área da seção transversal da saída do bocal e a área superficial da célula ($A_r \equiv A_{st,sai}/A_{célula}$). Em cada caso, S representa o passo da série de bocais.

7.7.2 Transferência de Calor e de Massa por Convecção

Nos resultados a seguir, presume-se que o jato de gás saia do bocal a uma velocidade V_{sai}, temperatura T_{sai} e concentração de espécie $C_{A,sai}$ uniformes. Por hipótese, o jato encontra-se em equilíbrio térmico e de composição com o ambiente ($T_{sai} = T_\infty$, $C_{A,sai} = C_{A,\infty}$), enquanto a transferência de calor e/ou de massa por convecção pode ocorrer na superfície de colisão, que possui temperatura e/ou composição uniformes ($T_s \neq T_{sai}$, $C_{A,s} \neq C_{A,sai}$). A lei

FIGURA 7.17 Vista frontal de características pertinentes de (*a*) um jato circular, (*b*) uma série alinhada de jatos circulares, (*c*) uma série alternada de jatos circulares, (*d*) um jato retangular e (*e*) uma série de jatos retangulares.

do resfriamento de Newton e a sua análoga na transferência de massa são, então, representadas por

$$q'' = h(T_s - T_{sai}) \tag{7.70}$$

$$N''_A = h_m(C_{A,s} - C_{A,sai}) \tag{7.71}$$

Supõe-se que as condições não sejam influenciadas pelo nível de turbulência na saída do bocal e que a superfície encontre-se estacionária. Contudo, essa exigência pode ser relaxada para velocidades da superfície muito menores do que a velocidade de impacto do jato.

Uma extensa revisão dos dados disponíveis para o coeficiente convectivo em jatos colidentes de gás foi executada por Martin [21], e, para um único bocal circular ou retangular, as distribuições dos números de Nusselt *locais* têm as formas características mostradas na Figura 7.18. O comprimento característico é o *diâmetro hidráulico* do bocal, definido como quatro vezes a sua área de seção transversal dividida pelo seu perímetro molhado ($D_h \equiv 4\,A_{sr,sai}/P$). Assim, o comprimento característico é o diâmetro em um bocal circular e, supondo $L \gg W$, ele é o dobro da

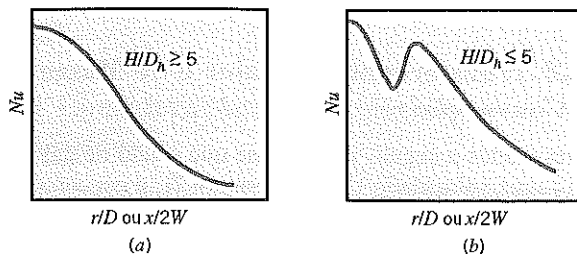
FIGURA 7.18 Distribuição de números de Nusselt locais associados a um único bocal circular ou retangular para (*a*) grandes e (*b*) pequenas distâncias relativas entre o bocal e a placa.

largura de um bocal retangular. Tem-se, então, que $Nu = hD/k$ para bocais circulares e $Nu = h(2W/k)$ para bocais retangulares. Para grandes distâncias entre o bocal e a placa, Figura 7.18*a*, a distribuição é caracterizada por uma curva em forma de sino (sinusóide), na qual *Nu* diminui monotonamente desde um valor máximo no *ponto de estagnação*, r/D ou $(x/2W)$ igual a zero.

Para pequenas separações, Figura 7.18*b*, a distribuição é caracterizada por um segundo máximo, cujo valor aumenta com o aumento do número de Reynolds para o jato, podendo até mesmo exceder o valor do primeiro máximo. A separação limite de $H/D \approx 5$, abaixo da qual há o segundo máximo, está de certa forma associada ao comprimento do núcleo potencial (Figura 7.15). O surgimento do segundo máximo é atribuído a um aumento brusco no nível de turbulência que acompanha a transição de um escoamento acelerado na região de estagnação para o jato de parede, onde há desaceleração [21]. Máximos adicionais foram observados e atribuídos à formação de vórtices na zona de estagnação, bem como à transição para o regime turbulento no jato de parede [22].

Máximos secundários do *Nu* estão também associados à interação entre jatos de parede em uma série de bocais [21, 23]. Entretanto, as distribuições são bidimensionais, exibindo, por exemplo, variações com x e y na série de jatos retangulares mostrada na Figura 7.16. Variações com x poderiam ser esperadas para fornecer máximos na linha de centro do jato e a meia-distância entre jatos adjacentes, enquanto restrições ao escoamento de esgotamento na direção $\pm y$ induziriam aceleração com o aumento de $|y|$ e, portanto, um aumento monotônico de *Nu* com $|y|$. Entretanto, variações com y diminuem com o aumento da área da seção transversal do escoamento de esgotamento e podem ser desprezadas se $S \times H \geq W \times L$ [21].

Números de Nusselt médios podem ser obtidos pela integração dos resultados locais na área superficial apropriada. As cor-

relações resultantes são apresentadas na forma

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr, A_r, H/D_h) \quad (7.72)$$

onde

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{h}D_h}{k} \quad (7.73)$$

$$Re = \frac{V_{sai}\, D_h}{\nu} \quad (7.74)$$

e $D_h = D$ (bocais circulares) e $D_h = 2W$ (bocais retangulares).

Bocais Circulares Tendo acessado dados de diversas fontes, Martin [21] recomenda a seguinte correlação para um *bocal circular único* ($A_r = D^2/(4r^2)$)

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0,42}} = G\left(A_r, \frac{H}{D}\right)[2Re^{1/2}(1 + 0{,}005Re^{0,55})^{1/2}] \quad (7.75)$$

onde

$$G = 2A_r^{1/2}\frac{1 - 2{,}2A_r^{1/2}}{1 + 0{,}2(H/D - 6)A_r^{1/2}} \quad (7.76)$$

Os intervalos de validade são

$$\begin{bmatrix} 2000 \lesssim Re \lesssim 400.000 \\ 2 \lesssim H/D \lesssim 12 \\ 0{,}004 \lesssim A_r \lesssim 0{,}04 \end{bmatrix}$$

Para $A_r \gtrsim 0{,}04$, os resultados para $\overline{Nu}$ estão disponíveis em forma gráfica [21].

Para uma *série de bocais circulares* ($A_r = \pi D^2/(4S^2)$ ou $\pi D^2/(2\sqrt{3}S^2)$ para arranjos alinhados ou alternados, respectivamente),

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0,42}} = 0{,}5K\left(A_r, \frac{H}{D}\right)G\left(A_r, \frac{H}{D}\right)Re^{2/3} \quad (7.77)$$

onde

$$K = \left[1 + \left(\frac{H/D}{0{,}6/A_r^{1/2}}\right)^6\right]^{-0,05} \quad (7.78)$$

e G é a função do bocal isolado, dada pela Equação 7.76. A função K leva em consideração o fato de que, para $H/D \geq 0{,}6/A_r^{1/2}$, o número de Nusselt médio para a série diminui mais rapidamente com o aumento de H/D do que para um bocal isolado. A correção é válida nos intervalos

$$\begin{bmatrix} 2000 \lesssim Re \lesssim 100.000 \\ 2 \lesssim H/D \lesssim 12 \\ 0{,}004 \lesssim A_r \lesssim 0{,}04 \end{bmatrix}$$

Bocais Retangulares Para um *bocal retangular isolado* ($A_r = W/(2x)$), a correlação recomendada é

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0,42}} = \frac{3{,}06}{0{,}5/A_r + H/W + 2{,}78}Re^m \quad (7.79)$$

onde

$$m = 0{,}695 - \left[\left(\frac{1}{4A_r}\right) + \left(\frac{H}{2W}\right)^{1,33} + 3{,}06\right]^{-1} \quad (7.80)$$

e os intervalos de validade são

$$\begin{bmatrix} 3000 \lesssim Re \lesssim 90.000 \\ 2 \lesssim H/W \lesssim 10 \\ 0{,}025 \lesssim A_r \lesssim 0{,}125 \end{bmatrix}$$

Como uma *primeira aproximação*, a Equação 7.79 também pode ser usada para $A_r \gtrsim 0{,}125$, fornecendo estimativas para o ponto de estagnação ($x = 0$, $A_r \to \infty$) que se encontram a 40% dos resultados medidos.

Para uma *série de bocais retangulares* ($A_r = W/S$), a correlação recomendada é

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0,42}} = \frac{2}{3}A_{r,sai}^{3/4}\left(\frac{2Re}{A_r/A_{r,sai} + A_{r,sai}/A_r}\right)^{2/3} \quad (7.81)$$

onde

$$A_{r,sai} = \left[60 + 4\left(\frac{H}{2W} - 2\right)^2\right]^{-1/2} \quad (7.82)$$

A correlação está vinculada a condições nas quais o escoamento de esgotamento do gás está restrito às direções $\pm y$ da Figura 7.16 e a área para este escoamento é grande o suficiente para satisfazer a exigência de que $(S \times H)/(W \times L) \gtrsim 1$. Restrições adicionais são

$$\begin{bmatrix} 1500 \lesssim Re \lesssim 40.000 \\ 2 \lesssim H/W \lesssim 80 \\ 0{,}008 \lesssim A_r \lesssim 2{,}5A_{r,sai} \end{bmatrix}$$

Uma configuração *ótima* de bocais seria aquela na qual os valores de H, S e D_h fornecessem o maior valor de $\overline{Nu}$ para uma dada vazão total de gás, por unidade de área da superfície alvo. Para H fixo e para montagens com bocais circulares ou retangulares, valores ótimos de D_h e S foram determinados [21], sendo

$$D_{h,op} \approx 0{,}2H \quad (7.83)$$

$$S_{op} \approx 1{,}4H \quad (7.84)$$

O valor ótimo de $(D_h/H)^{-1} \approx 5$ coincide aproximadamente com o comprimento do núcleo potencial. Além do núcleo potencial, a velocidade no eixo central do jato diminui, causando uma redução correspondente nos coeficientes convectivos.

Recorrendo à analogia entre as transferências de calor e de massa, com a colocação de $\overline{Sh}/Sc^{0,42}$ no lugar de $\overline{Nu}/Pr^{0,42}$, as correlações anteriores também podem ser utilizadas na transferência de massa por convecção. Entretanto, tanto para a transferência de calor quanto para a transferência de massa, a aplicação das equações deve estar restrita às condições para as quais elas foram desenvolvidas. Por exemplo, nas suas formas presentes, as correlações não podem ser usadas se os jatos emanam de orifícios com arestas vivas, e sim com jatos originados em bocais com arestas em forma de sino. O jato que sai do orifício é fortemente afetado pelo fenômeno de contração do escoamento que altera as transferências de calor ou de massa [21, 22]. No caso da transferência de calor por convecção, as condições também são in-

fluenciadas por diferenças entre as temperaturas na saída do jato e do ambiente ($T_{sai} \neq T_\infty$). A temperatura de saída é então uma temperatura inapropriada para ser usada na lei do resfriamento de Newton, Equação 7.70, e deve ser substituída pela comumente chamada temperatura de recuperação ou de parede adiabática [24, 25].

7.8 Leitos Recheados

O escoamento de um gás através de um *leito recheado* de partículas sólidas (Figura 7.19) é relevante em muitos processos industriais, que incluem a transferência e o armazenamento de energia térmica, reações catalíticas heterogêneas e secagem. O termo *leito recheado* se refere a uma condição na qual a posição das partículas é fixa. Em contraste, um *leito fluidizado* é aquele no qual as partículas encontram-se em movimento devido à advecção com o fluido.

Em um leito recheado, uma grande área superficial para a transferência de calor ou de massa pode ser obtida em um pequeno volume, e o escoamento irregular que existe nos espaços vazios do leito melhora o transporte através da mistura turbulenta. Muitas correlações que foram desenvolvidas para diferentes formas e tamanhos de partículas, e massas específicas de empacotamento estão descritas na literatura [26-29]. Uma dessas correlações, que foi recomendada para o escoamento de um gás em um leito de esferas, tem a seguinte forma

$$\varepsilon \bar{j}_c = \varepsilon \bar{j}_m = 2{,}06 Re_D^{-0{,}575} \quad \begin{bmatrix} Pr\,(\text{ou}\, Sc) \approx 0{,}7 \\ 90 \lesssim Re_D \lesssim 4000 \end{bmatrix} \tag{7.85}$$

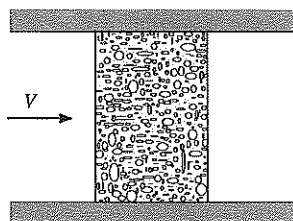



FIGURA 7.19 Escoamento de um gás através de um leito recheado de partículas sólidas.

onde $\bar{j}_c$ e $\bar{j}_m$ são os fatores j de Colburn definidos pelas Equações 6.70 e 6.71. O número de Reynolds $Re_D = VD/\nu$ é definido em termos do diâmetro das esferas e da velocidade V a montante do leito, velocidade que estaria presente no canal vazio sem o recheio. A grandeza ε é a *porosidade*, ou *fração de vazio*, do leito (volume do espaço vazio por unidade de volume do leito) e o seu valor situa-se tipicamente na faixa de 0,30 a 0,50. A correlação pode ser utilizada para outros recheios não-esféricos através da multiplicação do lado direito por um fator de correção apropriado. Para um leito de cilindros de tamanho uniforme, com razão entre comprimento e diâmetro igual a 1, o fator é de 0,79; para um leito de cubos, o seu valor é de 0,71.

Ao usar a Equação 7.85, as propriedades devem ser avaliadas na temperatura média aritmética das temperaturas do fluido na entrada e na saída do leito. Se as partículas estiverem a uma temperatura uniforme T_s, a taxa de transferência de calor para o leito pode ser calculada a partir de

$$q = \bar{h} A_{p,t} \Delta T_{lm} \tag{7.86}$$

onde $A_{p,t}$ é a área superficial total das partículas e ΔT_{ml} é a média logarítmica da diferença de temperaturas, definida pela Equação 7.66. A temperatura de saída, que é necessária para calcular ΔT_{ml}, pode ser estimada pela expressão

$$\frac{T_s - T_{sai}}{T_s - T_{ent}} = \exp\left(-\frac{\bar{h} A_{p,t}}{\rho V A_{st,e} c_p}\right) \tag{7.87}$$

onde ρ e V são as massas específicas e velocidade na entrada, respectivamente, e $A_{st,l}$ é a área de seção transversal do leito (do canal).

7.9 Resumo

Neste capítulo analisamos a transferência de calor e de massa por *convecção forçada* em uma importante classe de problemas envolvendo *escoamentos externos* com velocidades baixas a moderadas. Foram consideradas várias geometrias comuns, nas quais os coeficientes convectivos dependem da natureza do desenvolvimento da camada-limite. Você pode testar o seu entendimento de conceitos relacionados a esse assunto respondendo às questões a seguir.

- O que é um *escoamento externo*?
- Como a espessura da camada-limite de velocidade varia com a distância da aresta frontal no *escoamento laminar* sobre uma placa plana? E no *escoamento turbulento*? O que determina a espessura relativa das camadas-limite de velocidade, térmica e de concentração no escoamento laminar? E no escoamento turbulento?
- Como o coeficiente convectivo *local* de transferência de calor e de massa varia com a distância da aresta frontal no *escoamento laminar* sobre uma placa plana? E no *escoamento turbulento*? E em escoamentos nos quais a *transição* para turbulência ocorre sobre a placa?
- Como a transferência de calor local na superfície de uma placa plana é afetada pela existência de um *comprimento inicial não-aquecido*?
- Quais são as manifestações da *separação da camada-limite* da superfície de um cilindro circular em escoamento cruza-

do? Como a separação é afetada se o escoamento a montante for laminar ou turbulento?

- Como a variação do coeficiente convectivo local na superfície de um cilindro circular com escoamento cruzado é afetada pela separação da camada-limite? E pela transição da camada-limite? Onde ocorrem máximos e mínimos locais do coeficiente convectivo sobre a superfície?
- Como o coeficiente convectivo médio em um tubo varia com a sua localização em uma matriz tubular?
- Na colisão de um jato sobre uma superfície, quais são as características que distinguem o *jato livre*? E o *núcleo potencial*? E a *zona de colisão*? E o *jato de parede*?
- Em qual local sobre a superfície atingida por um jato colidente sempre haverá um máximo do coeficiente convectivo? Sob quais condições haverá um máximo secundário?
- Em uma *série* de jatos colidentes, como o escoamento e a transferência de calor são afetados pela forma na qual o *fluido após a colisão* é descarregado do sistema?
- Qual é a diferença entre um *leito recheado* e um *leito fluidizado* de partículas sólidas?
- O que é uma correlação empírica da transferência de calor ou de massa? Quais são os parâmetros adimensionais inerentes da convecção forçada?
- O que é a *temperatura do filme*?
- Que diferença de temperaturas tem que ser usada quando do cálculo da taxa de transferência de calor total em uma matriz tubular ou em um leito recheado?

Neste capítulo também compilamos correlações da convecção que podem ser usadas para estimar taxas de transferência convectivas em uma variedade de condições de escoamentos externos. Para geometrias superficiais simples, esses resultados podem ser deduzidos a partir de uma análise da camada-limite, mas na maioria dos casos eles foram obtidos de generalizações baseadas em experimentos. Você deve saber quando e como usar as várias expressões e deve estar familiarizado com a metodologia geral de um cálculo envolvendo convecção. Para facilitar o seu uso, as correlações são resumidas na Tabela 7.9.

Tabela 7.9 Resumo de correlações para a transferência de calor por convecção no escoamento externo[a, b]

Correlação		Geometria	Condições[c]
$\delta = 5x\,Re_x^{-1/2}$	(7.19)	Placa plana	Laminar, T_f
$C_{f,x} = 0{,}664Re_x^{-1/2}$	(7.20)	Placa plana	Laminar, local, T_f
$Nu_x = 0{,}332Re_x^{1/2}\,Pr^{1/3}$	(7.23)	Placa plana	Laminar, local, T_f, $Pr \gtrsim 0{,}6$
$\delta_t = \delta Pr^{-1/3}$	(7.24)	Placa plana	Laminar, T_f
$\overline{C}_{f,x} = 1{,}328Re_x^{-1/2}$	(7.29)	Placa plana	Laminar, médio, T_f
$\overline{Nu}_x = 0{,}664Re_x^{1/2}\,Pr^{1/3}$	(7.30)	Placa plana	Laminar, médio, T_f, $Pr \gtrsim 0{,}6$
$Nu_x = 0{,}565Pe_x^{1/2}$	(7.32)	Placa plana	Laminar, local, T_f, $Pr \lesssim 0{,}05$, $Pe_x \gtrsim 100$
$C_{f,x} = 0{,}0592Re_x^{-1/5}$	(7.34)	Placa plana	Turbulento, local, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$
$\delta = 0{,}37x\,Re_x^{-1/5}$	(7.35)	Placa plana	Turbulento, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$
$Nu_x = 0{,}0296Re_x^{4/5}\,Pr^{1/3}$	(7.36)	Placa plana	Turbulento, local, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$, $0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60$
$\overline{C}_{f,L} = 0{,}074Re_L^{-1/5} - 1742Re_L^{-1}$	(7.40)	Placa plana	Mista, médio, T_f, $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \lesssim 10^8$
$\overline{Nu}_L = (0{,}037Re_L^{4/5} - 871)Pr^{1/3}$	(7.38)	Placa plana	Mista, médio, T_f, $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \lesssim 10^8$, $0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60$
$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^{1/3}$ (Tabela 7.2)	(7.52)	Cilindro	Médio, T_f, $0{,}4 \lesssim Re_D \lesssim 4 \times 10^5$, $Pr \gtrsim 0{,}7$
$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^n(Pr/Pr_s)^{1/4}$ (Tabela 7.4)	(7.53)	Cilindro	Médio, T_∞, $1 \lesssim Re_D \lesssim 10^6$, $0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 500$
$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + [0{,}62Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3} \times [1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{-1/4}] \times [1 + (Re_D/282.000)^{5/8}]^{4/5}$	(7.54)	Cilindro	Médio, T_f, $Re_D\,Pr \gtrsim 0{,}2$
$\overline{Nu}_D = 2 + (0{,}4Re_D^{1/2} + 0{,}06Re_D^{2/3})Pr^{0{,}4} \times (\mu/\mu_s)^{1/4}$	(7.56)	Esfera	Médio, T_∞, $3{,}5 \lesssim Re_D \lesssim 7{,}6 \times 10^4$, $0{,}71 \lesssim Pr \lesssim 380$

(*continua*)

TABELA 7.9 **(Continuação)**

Correlação		Geometria	Condições
$\overline{Nu}_D = 2 + 0{,}6Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3}$	(7.57)	Gota caindo	Médio, T_∞
$\overline{Nu}_D = 1{,}13C_1C_2\,Re_{D,\max}^m\,Pr^{1/3}$ (Tabelas 7.5, 7.6)	(7.60), (7.61)	Matriz tubular[d]	Médio, $\overline{T}_f$, $2000 \lesssim Re_{D,\max} \lesssim 4 \times 10^4$, $Pr \gtrsim 0{,}7$
$\overline{Nu}_D = CC_2\,Re_{D,\max}^m\,Pr^{0,36}(Pr/Pr_s)^{1/4}$ (Tabelas 7.7, 7.8)	(7.64), (7.65)	Matriz tubular[d]	Médio, $\overline{T}$, $1000 \lesssim Re_D \lesssim 2 \times 10^6$, $0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 500$
Um bocal circular	(7.75)	Jato colidente	Médio, T_f, $2000 \lesssim Re \lesssim 4 \times 10^5$, $2 \lesssim (H/D) \lesssim 12$, $2{,}5 \lesssim (r/D) \lesssim 7{,}5$
Um bocal retangular	(7.79)	Jato colidente	Médio, T_f, $3000 \lesssim Re \lesssim 9 \times 10^4$, $2 \lesssim (H/W) \lesssim 10$, $4 \lesssim (x/W) \lesssim 20$
Série de bocais circulares	(7.77)	Jato colidente	Médio, T_f, $2000 \lesssim Re \lesssim 10^5$, $2 \lesssim (H/D) \lesssim 12$, $0{,}004 \lesssim A_r \lesssim 0{,}04$
Série de bocais retangulares	(7.81)	Jato colidente	Médio, T_f, $1500 \lesssim Re \lesssim 4 \times 10^4$, $2 \lesssim (H/W) \lesssim 80$, $0{,}008 \lesssim A_r \lesssim 2{,}5A_{r,sai}$
$\varepsilon\overline{j}_c = \varepsilon\overline{j}_m = 2{,}06Re_D^{-0,575}$	(7.85)	Leito recheado de esferas[d]	Médio, $\overline{T}$, $90 \lesssim Re_D \lesssim 4000$, Pr (ou Sc) $\approx 0{,}7$

[a]Correlações nessa tabela são para superfícies isotérmicas; para casos especiais envolvendo um comprimento inicial não-aquecido ou fluxo térmico na superfície uniforme, veja as Seções 7.2.4 ou 7.2.5.
[b]Quando a analogia da transferência de calor e de massa se aplica, as correlações da transferência de massa correspondentes podem ser obtidas pela substituição de Nu e Pr por Sh e Sc, respectivamente.
[c]A temperatura listada na coluna "Condições" é a temperatura na qual as propriedades devem ser avaliadas.
[d]Em matrizes tubulares e leitos recheados, as propriedades são avaliadas na temperatura do fluido média, $\overline{T} = (T_{ent} + T_{sai})/2$, ou na temperatura do filme média, $\overline{T}_f = (T_s + \overline{T})/2$.

Referências

1. Blasius, H., *Z. Math. Phys.*, **56**, 1, 1908. English translation in National Advisory Committee for Aeronautics Technical Memo No. 1256.
2. Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, Springer, New York, 2000.
3. Howarth, L., *Proc. R. Soc. Lond., Ser. A*, **164**, 547, 1938.
4. Pohlhausen, E., *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 115, 1921.
5. Kays, W. M., M. E. Crawford, and B. Weigand, *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th ed. McGraw-Hill Higher Education, Boston, 2005.
6. Churchill, S. W., and H. Ozoe, *J. Heat Transfer*, **95**, 78, 1973.
7. Ameel, T. A., *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **24**, 1113, 1997.
8. Blair, M. F., *J. Heat Transfer*, **105**, 33 and 41, 1983.
9. Fox, R. W., A. T. McDonald, and P. J. Pritchard, *Introduction to Fluid Mechanics*, 6th ed., Wiley, New York, 2003.
10. Coutanceau, M., and J. -R. Defaye, *Appl. Mech. Rev.*, **44**, 255, 1991.
11. Hilpert, R., *Forsch. Geb. Ingenieurwes.*, **4**, 215, 1933.
12. Knudsen, J. D., and D. L. Katz, *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1958.
13. Jakob, M., *Heat Transfer*, Vol. 1, Wiley, New York, 1949.
14. Whitaker, S., *AIChE J.*, **18**, 361, 1972.
15. Zukauskas, A., "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow," in J. P. Hartnett and T. F. Irvine, Jr., Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 8, Academic Press, New York, 1972.
16. Churchill, S. W., and M. Bernstein, *J. Heat Transfer*, **99**, 300, 1977.
17. Morgan, V. T., "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders," in T. F. Irvine, Jr. and J. P. Hartnett, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 11, Academic Press, New York, 1975.
18. Ranz, W., and W. Marshall, *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 141, 1952.
19. Grimison, E. D., *Trans. ASME*, **59**, 583, 1937.
20. Kays, W. M., and R. K. Lo, Stanford University Technical Report No. 15, 1952.
21. Martin, H., "Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces," in J. P. Hartnett and T. F. Irvine, Jr., Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 13, Academic Press, New York, 1977.
22. Popiel, Cz. O., and L. Bogusiawski, "Mass or Heat Transfer in Impinging Single Round Jets Emitted by a Bell-Shaped Nozzle and Sharp-Ended Orifice," in C. L. Tien, V. P. Carey, and J. K. Ferrell, Eds., *Heat Transfer 1986*, Vol. 3, Hemisphere Publishing, New York, 1986.
23. Goldstein, R. J., and J. F. Timmers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **25**, 1857, 1982.
24. Hollworth, B. R., and L. R. Gero, *J. Heat Transfer*, **107**, 910, 1985.
25. Goldstein, R. J., A. I. Behbahani, and K. K. Heppelman, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **29**, 1227, 1986.
26. Bird, R. B., W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2nd ed. Wiley, New York, 2002.
27. Jakob, M., *Heat Transfer*, Vol. 2, Wiley, New York, 1957.
28. Geankopplis, C. J., *Mass Transport Phenomena*, Holt, Rinehart & Winston, New York, 1972.
29. Sherwood, T. K., R. L. Pigford, and C. R. Wilkie, *Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1975.

Problemas

Placa Plana em Escoamento Paralelo

7.1 Considere os fluidos a seguir a uma temperatura do filme de 300 K, em escoamento paralelo sobre uma placa plana com uma velocidade de 1 m/s: ar atmosférico, água, óleo de motor e mercúrio.

(a) Para cada fluido, determine as espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica a uma distância de 40 mm da aresta frontal.

(b) Para cada um dos fluidos especificados e nas mesmas coordenadas, represente em um gráfico as espessuras das camadas-limite em função da distância da aresta frontal em uma placa com 40 mm de comprimento.

7.2 Óleo de motor a 100°C e a uma velocidade de 0,1 m/s escoa sobre as duas superfícies de uma placa plana com 1 m de comprimento mantida a 20°C. Determine:

(a) As espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica na aresta de saída da placa.

(b) O fluxo térmico local e a tensão de cisalhamento local na superfície na aresta de saída da placa.

(c) A força de arrasto e a taxa de transferência de calor totais, por unidade de largura da placa.

(d) Represente graficamente as espessuras das camadas-limite e os valores locais da tensão de cisalhamento na superfície, do coeficiente convectivo e do fluxo térmico como uma função de x, para $0 \leq x \leq 1$ m.

7.3 Seja o escoamento paralelo e em regime estacionário de ar atmosférico sobre uma placa plana. O ar possui uma temperatura e uma velocidade na corrente livre de 300 K e 25 m/s.

(a) Calcule a espessura da camada-limite a distâncias de $x = 1$; 10 e 100 mm da aresta frontal da placa. Se uma segunda placa for instalada paralelamente e a uma distância de 3 mm da primeira placa, qual é a distância da aresta frontal na qual irá ocorrer a fusão das camadas-limite das duas placas?

(b) Calcule a tensão de cisalhamento superficial e a componente da velocidade na direção y na fronteira externa da camada-limite, para a placa sozinha, em $x = 1$; 10 e 100 mm.

(c) Comente sobre a validade das aproximações de camada-limite.

7.4 Considere um metal líquido ($Pr \ll 1$), com condições na corrente livre u_∞ e T_∞, escoando paralelamente sobre uma placa plana isotérmica a T_s. Admitindo que $u = u_\infty$ ao longo de toda a camada-limite térmica, escreva a forma correspondente da equação da energia na camada-limite. Aplicando condições inicial ($x = 0$) e de contorno apropriadas, resolva essa equação para o campo de temperaturas na camada-limite, $T(x,y)$. Use o resultado para obter uma expressão para o número de Nusselt local Nu_x. *Sugestão*: Esse problema é análogo à transferência de calor unidimensional em um meio semi-infinito com uma mudança súbita na sua temperatura superficial.

7.5 Seja o perfil de velocidade na camada-limite de velocidade sobre uma placa plana representado por $u = C_1 + C_2 y$. Utilizando condições de contorno apropriadas, obtenha uma expressão para o perfil de velocidades em termos da espessura da camada-limite δ e da velocidade na corrente livre u_∞. Usando a forma integral da equação do momento na camada-limite (Apêndice F), obtenha expressões para a espessura da camada-limite e para o coeficiente de atrito local, expressando o seu resultado em termos do número de Reynolds local. Compare os seus resultados com aqueles obtidos com a solução exata (Seção 7.2.1) e pela solução integral com um perfil cúbico (Apêndice F).

7.6 Considere uma camada-limite turbulenta, em regime estacionário, sobre uma placa plana isotérmica a uma temperatura T_s. A camada-limite é "perturbada" na aresta frontal, $x = 0$, por um fio fino. Suponha propriedades físicas constantes e perfis de velocidade e temperatura nas formas

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad \text{e} \quad \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} = 1 - \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^{1/7}$$

(a) Com base em experimentos, sabe-se que a tensão de cisalhamento na superfície está relacionada à espessura da camada-limite por uma expressão que tem a forma

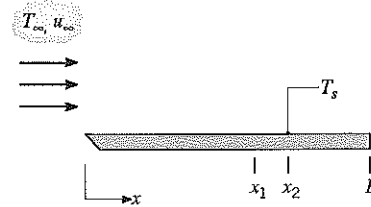
$$\tau_s = 0{,}0228\rho u_\infty^2 \left(\frac{u_\infty \delta}{\nu}\right)^{-1/4}$$

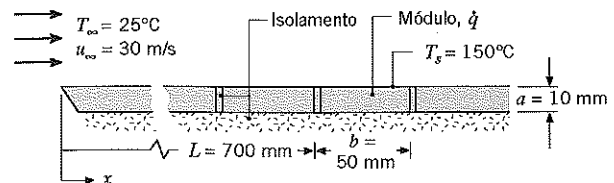
Partindo da equação integral do momento (Apêndice F), mostre que

$$\delta/x = 0{,}376 Re_x^{-1/5}.$$

Determine o coeficiente de atrito médio $\overline{C}_{f,x}$.

(b) Partindo da equação integral da energia, obtenha uma expressão para o número de Nusselt local Nu_x e use esse resultado para calcular o número de Nusselt médio $\overline{Nu}_x$.

7.7 Seja o escoamento sobre uma placa plana no qual deseja-se determinar o coeficiente de transferência de calor médio em uma pequena seção entre x_1 e x_2, $\overline{h}_{1-2}$, onde $(x_2 - x_1) \ll L$.

Forneça três expressões diferentes que possam ser usadas para determinar $\overline{h}_{1-2}$ em termos (a) do coeficiente local em $x = (x_1 + x_2)/2$, (b) dos coeficientes locais em x_1 e x_2, e (c) dos coeficientes médios em x_1 e x_2. Indique qual das expressões é aproximada. Considerando as possibilidades de escoamento laminar, turbulento ou misto, indique quando o uso de cada uma das equações é apropriado ou não.

7.8 Uma placa plana, com largura de 1 m, é mantida a uma temperatura superficial uniforme de $T_s = 150$°C pelo uso de módulos retangulares geradores de calor, com espessura $a = 10$ mm e comprimento $b = 50$ mm, que são controlados independentemente. Cada módulo encontra-se isolado de seus vizinhos, bem como em sua superfície inferior. Ar atmosférico a 25°C escoa sobre a superfície da placa a uma velocidade de 30 m/s. As propriedades termofísicas dos módulos são $k = 5{,}2$ W/(m·K), $c_p = 320$ J/(kg·K) e $\rho = 2300$ kg/m³.

(a) Determine a geração de energia necessária, $\dot{q}$ (W/m³), em um módulo posicionado a uma distância de 700 mm da aresta frontal.

(b) Determine a temperatura máxima T_{max} neste módulo de geração.

7.9 Um aquecedor elétrico de ar é constituído por um conjunto horizontal de finas tiras metálicas que possuem, cada uma, 10 mm de comprimento na direção do escoamento do ar, que é paralelo à superfície superior das tiras. Cada tira possui 0,2 m de largura, e 25 tiras são posicionadas lado a lado, formando uma superfície lisa e contínua sobre a qual o ar escoa a uma velocidade de 2 m/s. Durante a operação, cada tira é mantida a 500°C e o ar está a 25°C.

(a) Qual é a taxa de transferência de calor por convecção na primeira tira? E na quinta tira? Na décima tira? Em todas as tiras?

(b) Para velocidades do ar de 2, 5 e 10 m/s, determine as taxas de transferência de calor por convecção em todas as posições da parte (a). Represente os seus resultados na forma de uma tabela ou de um gráfico de barras.

(c) Repita a parte (b), porém sob condições nas quais o escoamento é completamente turbulento ao longo de todo o conjunto de tiras.

7.10 Considere ar atmosférico a 25°C e a uma velocidade de 25 m/s escoando sobre as duas superfícies de uma placa plana com 1 m de comprimento, mantida a 125°C. Determine a taxa de transferência de calor saindo da placa, por unidade de largura, para valores do número de Reynolds crítico de 10^5, 5×10^5 e 10^6.

7.11 Seja uma placa plana sujeita a um escoamento paralelo (superior e inferior) caracterizado por $u_\infty = 5$ m/s, $T_\infty = 20$°C.

(a) Determine os coeficientes de transferência de calor por convecção médios, as taxas de transferência de calor por convecção e as forças de arrasto associadas a uma placa plana com um comprimento $L = 2$ m e largura $w = 2$ m, para o escoamento de ar e temperaturas superficiais de $T_s = 50$°C e 80°C.

(b) Determine os coeficientes de transferência de calor por convecção médios, as taxas de transferência de calor por convecção e as forças de arrasto associadas a uma placa plana com um comprimento $L = 0{,}1$ m e largura $w = 0{,}1$ m, para o escoamento de água e temperaturas superficiais de $T_s =$ 50°C e 80°C.

7.12 Considere água a 27°C em escoamento paralelo sobre uma placa plana isotérmica com 1 m de comprimento, a uma velocidade de 2 m/s.

(a) Represente graficamente a variação do coeficiente convectivo local, $h_x(x)$, com a distância ao longo da placa para três condições de escoamento correspondentes aos seguintes números de Reynolds de transição (i) 5×10^5, (ii) 3×10^5 e (iii) 0 (somente escoamento e todo turbulento).

(b) Represente graficamente a variação do coeficiente convectivo médio, $\bar{h}_x(x)$, com a distância para as três condições de escoamento da parte (a).

(c) Quais são os coeficientes convectivos médios para toda a placa, $\bar{h}_L$, nas três condições de escoamento da parte (a)?

7.13 Explique sob quais condições a taxa de transferência de calor total em uma placa plana isotérmica com dimensões L por $2L$ seria a mesma, independentemente do fato do escoamento paralelo sobre a placa ser direcionado ao longo do lado com comprimento L ou do lado com comprimento $2L$. Com um número de Reynolds crítico de 5×10^5, para quais valores de Re_L a taxa de transferência de calor total seria independente da orientação?

7.14 Em pilhas de células combustível, é desejável operar sob condições que promovam temperaturas superficiais uniformes nas membranas eletrolíticas. Isso é especialmente verdade em células combustível de alta temperatura nas quais a membrana é construída com um material cerâmico frágil. Reações eletroquímicas nas membranas eletrolíticas geram energia térmica, enquanto gases escoando acima e abaixo das membranas as resfriam. O projetista da pilha pode especificar os escoamentos na parte superior e na inferior, que podem estar em direções iguais, opostas ou ortogonais. Um estudo preliminar do efeito das direções relativas dos escoamentos é efetuado, no qual uma *fina* folha de material com 150 mm × 150 mm, produzindo um fluxo térmico uniforme de 100 W/m², é resfriada (superfícies superior e inferior) com ar com temperatura e velocidade na corrente livre de 25°C e 2 m/s, respectivamente.

(a) Determine as temperaturas locais máxima e mínima na membrana para os escoamentos nas superfícies superior e inferior em direções iguais, opostas e ortogonais. Que configuração de escoamento minimiza a temperatura na membrana? *Sugestão*: Para os casos de escoamentos opostos e ortogonais , as camadas-limite estão submetidas a condições de contorno que não são de temperatura uniforme nem de fluxo térmico uniforme. Contudo, é razoável esperar que as temperaturas resultantes estariam *entre as que seriam obtidas* com base nas condições de contorno de fluxo térmico constante e de temperatura constante.

(b) Represente a distribuição de temperaturas superficiais $T(x)$ para os casos envolvendo escoamentos na mesma direção e direções opostas. Estresses térmicos são indesejáveis e estão relacionados aos gradientes de temperatura espaciais ao longo da membrana. Que configuração minimiza os gradientes de temperatura espaciais?

7.15 Ar, a uma pressão de 1 atm e temperatura de 50°C, encontra-se em escoamento paralelo sobre a superfície superior de uma placa plana que é aquecida até uma temperatura uniforme de 100°C. A placa tem um comprimento de 0,20 m (na direção do escoamento) e uma largura de 0,10 m. O número de Reynolds baseado no comprimento da placa é de 40000. Qual é a taxa de transferência de calor da placa para o ar? Se a velocidade na corrente livre do ar for dobrada e a pressão for aumentada para 10 atm, qual será a taxa de transferência de calor?

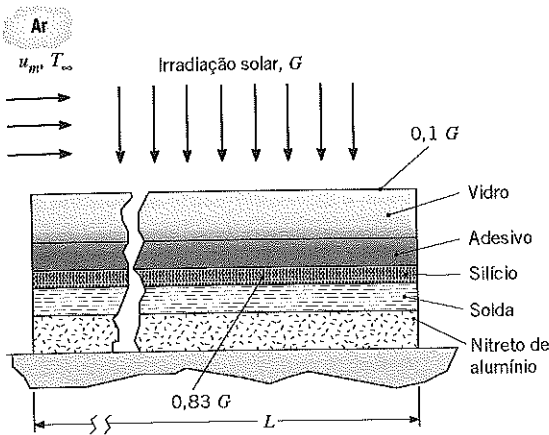
7.16 Considere uma aleta retangular que é usada para resfriar o motor de uma motocicleta. A aleta possui 0,15 m de comprimento e está a uma temperatura de 250°C, quando a motocicleta desloca-se a uma velocidade de 80 km/h em ar a 27°C. O ar encontra-se em escoamento paralelo às superfícies da aleta e condições de escoamento turbulento podem ser admitidas ao longo de toda a superfície.

(a) Qual é a taxa de remoção de calor por unidade de largura da aleta?

(b) Gere um gráfico da taxa de remoção de calor por unidade de largura da aleta para velocidades da motocicleta entre 10 e 100 km/h.

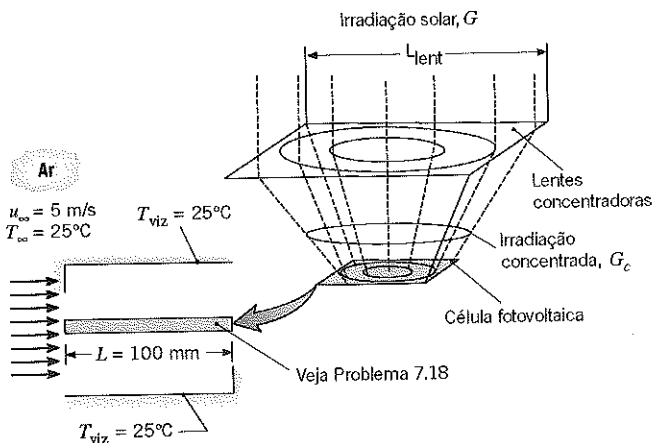
7.17 O Canal do Tempo informa que é um dia quente e úmido, com uma temperatura do ar de 90°F, uma brisa de 10 mph na direção sudoeste e sol claro com uma insolação de 400 W/m². Considere a parede de uma construção metálica sobre a qual o vento sopra. O comprimento da parede na direção do vento é de 10 m e a emissividade da parede é de 0,93. Suponha que toda a irradiação solar seja absorvida, que a irradiação do céu seja desprezível e que o escoamento seja turbulento sobre a parede. Determine a temperatura média da parede.

7.18 Um painel solar fotovoltaico é constituído pelas seguintes camadas (do topo para o fundo): vidro dopado com cério com 3 mm de espessura ($k_v = 1{,}4$ W/(m·K)), adesivo de qualidade ótica com 0,1 de espessura ($k_a = 145$ W/(m·K)), material semicondutor de silício *muito fino*, solda com 0,1 mm de espessura ($k_s = 50$ W/(m·K)) e substrato de nitreto de alumínio com 2 mm de espessura ($k_{na} = 120$ W/(m·K)). A eficiência da conversão de energia solar em energia elétrica no semicondutor depende da temperatura do silício, T_{si}, e é descrita pela expressão $\eta = 0{,}28 - 0{,}001\, T_{si}$, onde T_{si} está em °C e varia entre 25°C $\leq T_{si} \leq$ 250°C. Dez por cento da irradiação solar é absorvida na superfície superior do vidro, enquanto 83% da irradiação solar é transmitida até o silício onde é absorvida (os 7% restantes são

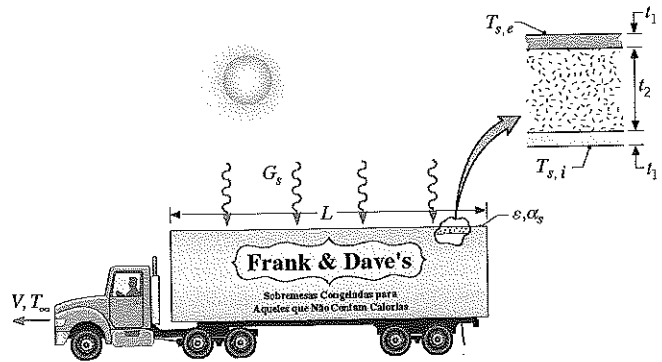
refletidos para fora da célula). O vidro tem uma emissividade de 0,90.

(a) Considere uma célula solar com comprimento $L = 1$ m e largura $w = 0,1$ m que se encontra colocada sobre uma superfície isolada termicamente. Determine a temperatura do silício e a potência elétrica produzida pela célula solar para uma velocidade do ar de 4 m/s paralela à direção do comprimento, com as temperaturas do ar e da vizinhança iguais a 25°C. A irradiação solar é de 700 W/m². A camada-limite é levada a uma condição turbulenta na aresta frontal do painel.

(b) Repita a parte (a), agora com o painel orientado de tal forma que o seu lado menor encontra-se paralelo ao escoamento do ar, isto é, $L = 0,1$ e $w = 1$ m em relação à figura.

(c) Represente graficamente a produção de potência elétrica e a temperatura do silício versus a velocidade do ar na faixa de $0 \leq u_m \leq 10$ m/s, para o caso $L = 0,1$ m e $w = 1$ m.

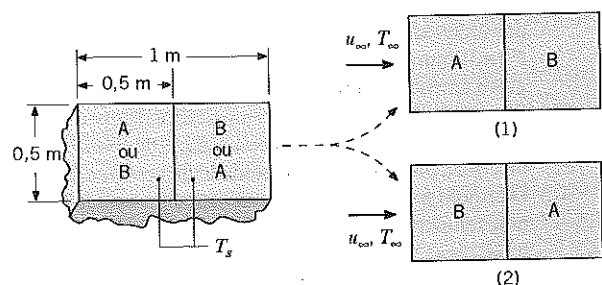
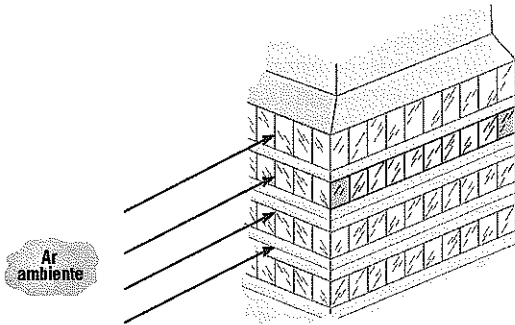
7.19 A concentração da luz solar sobre células fotovoltaicas é desejável, pois os espelhos e lentes concentradores são menos caros do que o material fotovoltaico. Considere a célula fotovoltaica do Problema 7.18. Uma célula fotovoltaica de 100 mm × 100 mm é irradiada com energia solar concentrada. Como as lentes concentradoras são feitas em vidro, elas absorvem 10% da irradiação no lugar da superfície superior da célula solar, como no Problema 7.18. A irradiação restante é refletida para fora do sistema (7%) ou é absorvida no material semicondutor de silício da célula (83%). A célula é resfriada por ar direcionado paralelamente às suas superfícies superior e inferior. A temperatura e a velocidade do ar são 25°C e 5 m/s, respectivamente, e a superfície inferior é coberta com uma tinta de alta emissividade, $\varepsilon_i = 0,95$.

(a) Determine a potência elétrica produzida por uma célula fotovoltaica e a temperatura do silício, em um sistema que tem uma lente concentradora quadrada com $L_{lent} = 400$ mm, que concentra a irradiação nela incidente para a área menor da célula fotovoltaica. Suponha que a temperatura da lente concentradora seja de 25°C e que ela não interfere no desenvolvimento da camada-limite sobre a superfície superior da célula. As camadas-limite nas superfícies superior e inferior são levadas a condições turbulentas na aresta frontal do material fotovoltaico.

[(b)] Determine a potência elétrica produzida pela célula e a temperatura do silício na faixa de 100 mm $\leq L_{lent} \leq$ 600 mm.

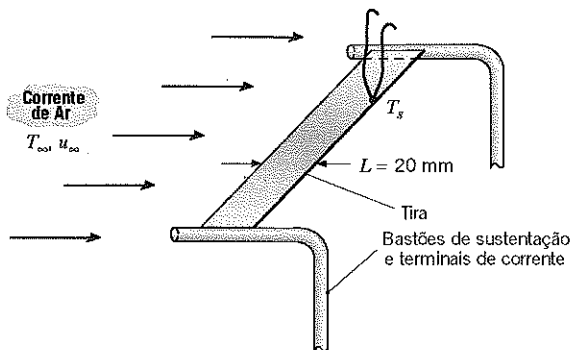
7.20 O teto do baú de um caminhão refrigerado é construído com um material composto, sendo constituído por uma camada de isolante de espuma de uretano ($t_2 = 50$ mm, $k_i = 0,026$ W/(m·K)) entre painéis de liga de alumínio ($t_1 = 5$ mm, $k_p = 180$ W/(m·K)). O comprimento e largura do teto são $L = 10$ m e $W = 3,5$ m, respectivamente, e a temperatura da superfície interna é $T_{s,i} = -10$°C. Sejam condições nas quais o caminhão se desloca a uma velocidade de $V = 105$ km/h, a temperatura do ar é $T_\infty = 32$°C e a irradiação é $G_s = 750$ W/m². Escoamento turbulento pode ser suposto ao longo de todo o teto.

(a) Para valores equivalentes da absortividade solar e da emissividade da superfície externa ($\alpha_S = \varepsilon = 0,5$), determine a temperatura média da superfície externa $T_{s,e}$. Qual é a carga térmica correspondente imposta ao sistema de refrigeração?

(b) Um acabamento especial ($\alpha_S = 0,15$, $\varepsilon = 0,8$) pode ser aplicado na superfície externa. Que efeito teria tal aplicação na temperatura superficial e na carga térmica?

(c) Se, com $\alpha_S = \varepsilon = 0,5$, o teto não estiver isolado ($t_2 = 0$), quais são os valores correspondentes da temperatura superficial e da carga térmica?

7.21 A superfície superior de um compartimento aquecido possui uma porção muito lisa (A) e outra acentuadamente rugosa (B), e encontra-se em contato com uma corrente de ar atmosférico. Com o interesse de minimizar a transferência de calor por convecção total na superfície, qual das duas orientações, (1) ou (2), é preferível? Se $T_s = 100$°C, $T_\infty = 20$°C e $u_\infty = 20$ m/s, qual é a taxa de transferência de calor por convecção em toda a superfície para essa orientação?

7.22 Considere condições climáticas nas quais os ventos dominantes sopram ao longo de um prédio elevado. O comprimento do prédio na direção do vento é de 10 m e existem 10 janelas nesta lateral.

(a) Calcule o coeficiente convectivo médio para a primeira, a terceira e a décima janelas quando a velocidade do vento é de 5 m/s. Use uma temperatura do filme de 300 K para avaliar as propriedades termofísicas necessárias na correlação. Seria este um valor adequado para a temperatura do filme no caso de temperaturas do ar ambiente na faixa de $-15 \leq T_\infty \leq 38°C$?

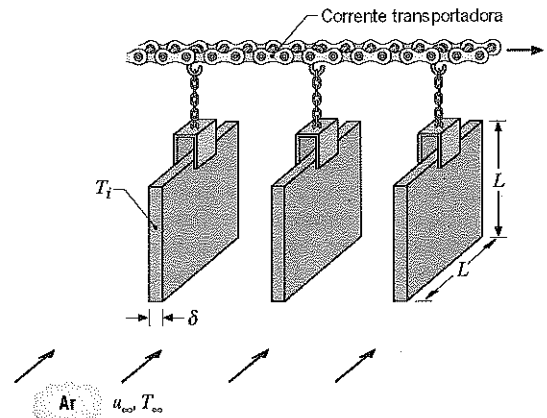
(b) Para a primeira, a terceira e a décima janelas, represente em um gráfico a variação do coeficiente convectivo médio com a velocidade do vento para o intervalo $5 \leq u_\infty \leq 100$ km/h. Explique as principais características de cada curva e as suas magnitudes relativas.

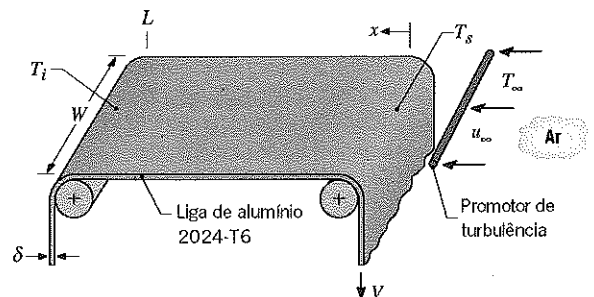
7.23 O projeto proposto de um anemômetro para determinar a velocidade de uma corrente de ar em um túnel de vento compreende uma fina tira metálica, cujas extremidades são sustentadas por bastões rígidos que servem como eletrodos para a passagem de uma corrente elétrica, utilizada para aquecer a tira. Um termopar de fio fino é fixado à aresta de saída da tira e serve como o sensor para um sistema que controla a potência necessária para manter a tira a uma temperatura de operação constante para diferentes velocidades da corrente de ar. As condições de projeto especificam uma corrente de ar a $T_\infty = 25°C$ e $1 \leq u_\infty \leq 50$ m/s, com uma temperatura na tira de $T_s = 35°C$.

(a) Determine a relação entre a dissipação de potência elétrica por unidade de comprimento da tira na direção transversal, P'(mW/mm) e a velocidade da corrente de ar. Represente graficamente essa relação para a faixa de u_∞ especificada.

(b) Se a precisão com a qual a temperatura de operação da tira pode ser medida e mantida constante é de ±0,2°C, qual é a incerteza na medida da velocidade da corrente de ar?

(c) O projeto proposto está baseado em uma operação da tira a uma temperatura constante para a qual a velocidade da corrente de ar está relacionada à potência medida. Considere agora um modo alternativo, no qual a tira recebe uma potência constante, por exemplo, de 30 mW/mm, e a velocidade da corrente de ar está relacionada à temperatura medida na tira T_s. Para esse modo de operação, mostre graficamente a relação entre a temperatura na tira e a velocidade da corrente de ar. Se a temperatura pode ser medida com uma precisão de ±0,2°C, qual é a incerteza na velocidade da corrente de ar?

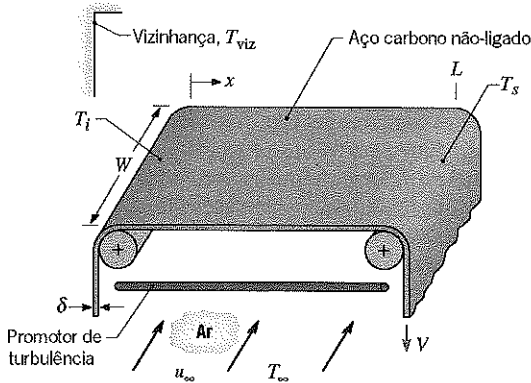
(d) Compare as características associadas a cada um dos modos de operação do anemômetro.

7.24 Placas de aço (AISI 1010), de espessura $\delta = 6$ mm e lados com comprimento $L = 1$ m, são transportadas na saída de um processo de tratamento térmico e simultaneamente resfriadas por ar atmosférico com velocidade $u_\infty = 10$ m/s e $T_\infty = 20°C$ em escoamento paralelo sobre as placas.

Para uma temperatura da placa inicial de $T_i = 300°C$, qual é a taxa de transferência de calor saindo da placa? Qual é a taxa de variação da temperatura da placa correspondente? A velocidade do ar é muito maior do que a velocidade da placa.

7.25 Na produção de folhas metálicas ou plásticas, é costume resfriar o material antes que ele deixe o processo de produção para armazenamento ou embarque para o cliente. Tipicamente, o processo é contínuo, com uma folha de espessura δ e largura W sendo resfriada enquanto transita por uma distância L e com uma velocidade V entre dois rolos. Neste problema, consideramos o resfriamento de uma liga de alumínio (2024-T6) por uma corrente de ar, que se move a uma velocidade u_∞ no sentido oposto ao da velocidade da folha e sobre a sua superfície superior. Um promotor de turbulência é usado para propiciar um desenvolvimento de camada-limite turbulenta sobre toda a superfície.

(a) Aplicando a conservação de energia em uma superfície de controle de comprimento dx, que se move com a folha *ou* é estacionária e através da qual a folha passa, deduza uma equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas ao longo da folha. Em função da baixa emissividade do alumínio, os efeitos radiantes podem ser desprezados. Escreva o seu resultado em termos da velocidade, da espes-

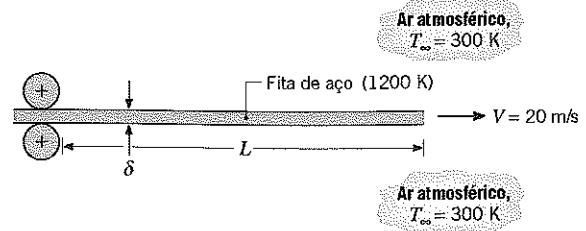
sura e das propriedades da folha (V, δ, ρ, c_p), do coeficiente convectivo local $\bar{h}_x$ associado ao escoamento oposto e da temperatura do ar. Para uma temperatura da folha (T_i) no início do resfriamento conhecida e influência desprezível da velocidade da folha no desenvolvimento da camada-limite, resolva a equação e obtenha uma expressão para a temperatura na saída T_s.

(b) Para $\delta = 2$ mm, $V = 0{,}10$ m/s, $L = 5$ m, $W = 1$ m, $u_\infty = 20$ m/s, $T_\infty = 20°C$ e $T_i = 300°C$, qual é a temperatura na saída T_s?

7.26 Na produção de folhas metálicas ou plásticas, é costume resfriar o material antes que ele deixe o processo de produção para armazenamento ou embarque para o cliente. Tipicamente, o processo é contínuo, com uma folha de espessura δ e largura W sendo resfriada enquanto transita por uma distância L e com uma velocidade V entre dois rolos. Neste problema, consideramos o resfriamento de aço carbono não-ligado por uma corrente de ar, que se move a uma velocidade u_∞ em escoamento cruzado sobre as superfícies superior e inferior da folha. Um promotor de turbulência é usado para propiciar um desenvolvimento de camada-limite turbulenta sobre toda a superfície.

(a) Aplicando a conservação de energia em uma superfície de controle diferencial de comprimento dx, que se move com a folha *ou* é estacionária e através da qual a folha passa, e supondo uma temperatura da placa uniforme na direção do escoamento do ar, deduza uma equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas, $T(x)$, ao longo da folha. Considere os efeitos radiantes, assim como os convectivos, e escreva o seu resultado em termos da velocidade, da espessura e das propriedades da folha (V, δ, ρ, c_p, ε), do coeficiente convectivo médio $\bar{h}_W$ associado ao escoamento cruzado e as temperaturas ambientes (T_∞, T_{viz}).

(b) Desprezando a radiação, obtenha uma solução em forma fechada para a equação anterior. Para $\delta = 3$ mm, $V = 0{,}10$ m/s, $L = 10$ m, $W = 1$ m, $u_\infty = 20$ m/s, $T_\infty = 20°C$ e uma temperatura da folha no início do resfriamento de $T_i = 500°C$, qual é a temperatura na saída T_s? Suponha influência desprezível da velocidade da folha no desenvolvimento da camada-limite na direção do escoamento do ar. A massa específica e o calor específico da folha são $\rho = 7850$ kg/m³ e $c_p = 620$ J/(kg·K), enquanto as propriedades do ar podem ser consideradas iguais a $k = 0{,}044$ W/(m·K), $\nu = 4{,}5 \times 10^{-5}$ m²/s, $Pr = 0{,}68$.

(c) Levando em conta os efeitos da radiação, com $\varepsilon = 0{,}70$ e $T_{viz} = 20°C$, integre numericamente a equação diferencial deduzida na parte (a) e determine a temperatura da folha em $L = 10$ m. Estude o efeito de V na distribuição de temperaturas ao longo da folha.

7.27 Uma fita de aço emerge da seção de laminação a quente de uma usina siderúrgica a uma velocidade de 20 m/s e a uma temperatura de 1200 K. Seu comprimento e espessura são $L = 100$ m e $\delta = 0{,}003$ m, respectivamente, e a sua massa específica e calor específico são 7900 kg/m³ e 640 J/(kg·K), respectivamente.

Levando em consideração a transferência de calor nas superfícies superior e inferior da fita, e desprezando efeitos da radiação e da condução na fita, determine a taxa de variação com o tempo da temperatura da fita a uma distância de 1 m da aresta frontal e na aresta de saída. Determine a distância da aresta frontal onde ocorre a taxa mínima de resfriamento.

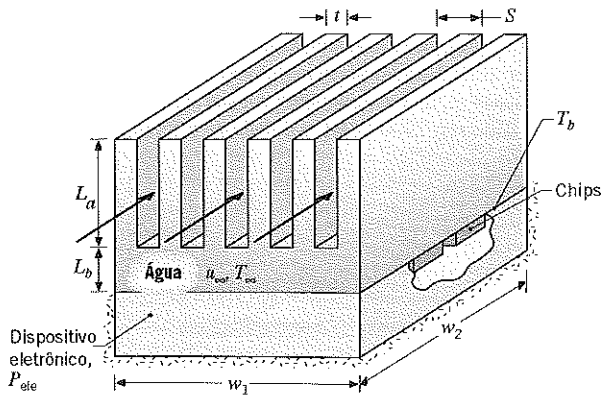
7.28 No Problema 7.23, um projeto de um anemômetro foi analisado e a hipótese de temperatura na tira uniforme foi feita. Essa é uma boa hipótese quando o coeficiente de transferência de calor é baixo ou a condutividade térmica da tira é alta, pois a condução na tira redistribui o calor e torna a temperatura da tira uniforme. Entretanto, na medida em que o coeficiente de transferência de calor aumenta ou a condutividade térmica da tira diminui, o calor gerado em um ponto da tira deixa a superfície próximo a esse ponto e a condição térmica é mais próxima da de fluxo térmico uniforme na superfície.

(a) Desenvolva as equações de calibração para as condições de fluxo térmico na superfície constante e temperatura na superfície constante, isto é, ache as equações que prevêem a velocidade como uma função da potência por unidade de largura da tira, P'(mW/mm), e da temperatura medida na aresta traseira (como no Problema 7.23). Suponha condições de escoamento laminar.

(b) Se a condição real for de fluxo térmico na superfície uniforme, mas a calibração para temperatura superficial uniforme for usada, qual o erro percentual que ocorrerá na determinação da velocidade?

(c) Onde o termopar poderia ser colocado de tal forma que a calibração fique insensível em relação às condições térmicas de temperatura superficial uniforme ou fluxo térmico na superfície uniforme?

7.29 Uma série de *chips* eletrônicos é montada no interior de um recipiente retangular fechado e o resfriamento é implementado pela fixação de um dissipador de calor de alumínio ($k = 180$ W/(m·K)). A base do dissipador tem dimensões de $w_1 = w_2 = 100$ mm, enquanto as 6 aletas têm espessura $t = 10$ mm e passo $S = 18$ mm. O comprimento das aletas é de $L_a = 50$ mm e a base do dissipador de calor tem uma espessura de $L_b = 10$ mm.

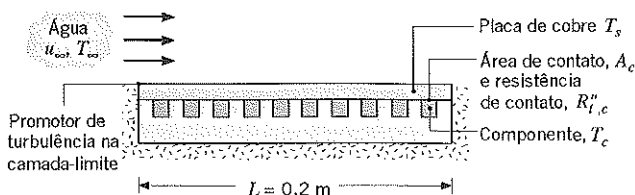
Se o resfriamento é promovido pelo escoamento de água através do dissipador de calor com $u_\infty = 3$ m/s e $T_\infty = 17°C$, qual é a temperatura da base do dissipador T_b quando a potência dissipada pelos *chips* for de $P_{ele} = 1800$ W? O coeficiente convectivo médio nas superfícies das aletas e na base exposta pode ser determinado supondo escoamento paralelo sobre uma placa plana. As propriedades da água podem ser aproximadas por $k = 0{,}62$ W/(m·K), $\nu = 7{,}73 \times 10^{-7}$ m²/s e $Pr = 5{,}2$.

7.30 O dissipador de calor do Problema 7.29 é considerado para uma aplicação na qual a dissipação de potência é de apenas 70 W e o engenheiro propõe o uso no resfriamento de ar a $T_\infty = 20°C$. Se a temperatura da base tem que permanecer abaixo de 70°C, qual velocidade do ar é necessária? As propriedades do ar podem ser aproximadas por $k = 0{,}027$ W/(m·K), $\nu = 16{,}4 \times 10^{-6}$ m²/s e $Pr = 0{,}706$. *Sugestão*: Há necessidade de uma solução iterativa. Uma abordagem é considerar que a eficiência das aletas seja igual a um para iniciar as iterações.

7.31 Considere o aparelho fotovoltaico concentrador do Problema 7.19. O aparelho deve ser instalado em um ambiente desértico, de tal forma que o espaço entre as lentes concentradoras e o topo da célula fotovoltaica é fechado para proteger a célula da abrasão por areia em condições de ventos. Como o resfriamento por convecção no topo da célula é reduzido pelo envoltório, um engenheiro propõe resfriar a célula fotovoltaica através da fixação de um dissipador de calor de alumínio na sua superfície inferior. As dimensões do dissipador de calor e o material são os mesmos do Problema 7.29. Há uma resistência de contato de $0{,}5 \times 10^{-4}$ m²·K/W na interface célula/dissipador de calor e um líquido dielétrico ($k = 0{,}064$ W/(m·K), $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 25$) escoa entre as aletas do dissipador com $u_\infty = 3$ m/s e $T_\infty = 25°C$.

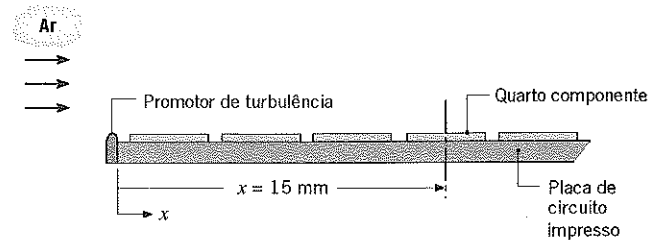
(a) Determine a potência elétrica produzida pela célula fotovoltaica e a temperatura do silício para uma lente concentradora quadrada com $L_{lent} = 400$ mm.

(b) Compare as potências elétricas produzidas pela célula com o dissipador de calor no lugar e com a superfície inferior resfriada diretamente pelo fluido dielétrico (isto é, sem o dissipador) para $L_{lent} = 1{,}5$ m.

(c) Determine a potência elétrica produzida e a temperatura do silício na faixa 100 mm $\leq L_{lent} \leq$ 3000 mm com o dissipador de alumínio no lugar.

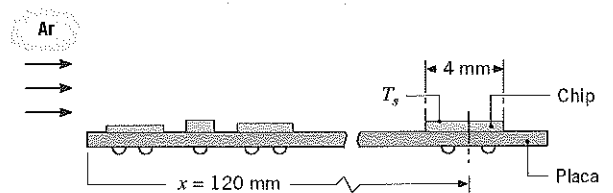
7.32 Cem componentes elétricos, cada um dissipando 25 W, estão fixados à superfície de uma placa quadrada de cobre (0,2 m × 0,2 m), e toda a energia dissipada é transferida para a água que se encontra em escoamento paralelo sobre a superfície oposta. Uma protuberância na aresta frontal da placa atua na *perturbação* da camada-limite e a placa pode ser considerada isotérmica. A velocidade e a temperatura da água são $u_\infty = 2$ m/s e $T_\infty = 17°C$, e as propriedades termofísicas da água podem ser aproximadas por $\nu = 0{,}96 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}620$ W/(m·K) e $Pr = 5{,}2$.

(a) Qual é a temperatura da placa de cobre?

(b) Se cada componente possui uma área superficial de contato com a placa de cobre igual a 1 cm² e a resistência térmica de contato correspondente é igual a 2×10^{-4} m²·K/W, qual é a temperatura dos componentes? Despreze a variação de temperatura ao longo da espessura da placa de cobre.

7.33 Ar, a 27°C e com uma velocidade na corrente livre de 10 m/s, é usado para resfriar componentes eletrônicos montados sobre uma placa de circuito impresso. Cada componente, com 4 mm por 4 mm, dissipa 40 mW, que são removidos pela superfície superior dos componentes. Um gerador de turbulência está localizado na aresta frontal da placa, fazendo com que a camada-limite seja turbulenta.

(a) Estime a temperatura da superfície do quarto componente, localizado a 15 mm da aresta frontal da placa.

(b) Gere um gráfico da temperatura da superfície dos quatro primeiros componentes como uma função da velocidade na corrente livre para $5 \leq u_\infty \leq 15$ m/s.

(c) Qual é a velocidade mínima na corrente livre se a temperatura superficial do componente mais quente não pode ultrapassar 80°C?

7.34 Ar forçado a 25°C e 10 m/s é usado para resfriar componentes eletrônicos montados sobre uma placa de circuito impresso. Considere um *chip* com 4 mm de comprimento e 4 mm de largura, localizado a 120 mm da aresta frontal. Como a superfície da placa é irregular, o escoamento é perturbado e a correlação de convecção apropriada possui a forma $Nu_x = 0{,}04Re_x^{0{,}85}Pr^{0{,}33}$.

Estime a temperatura da superfície do *chip*, T_s, se a sua taxa de dissipação de calor for de 30 mW.

7.35 Ar a pressão atmosférica e a uma temperatura de 25°C escoa paralelamente, com velocidade de 5 m/s, sobre uma placa plana com 1 m de comprimento que é aquecida com um fluxo térmico uniforme de 1250 W/m². Suponha que o escoamento seja turbulento ao longo de todo o comprimento da placa.

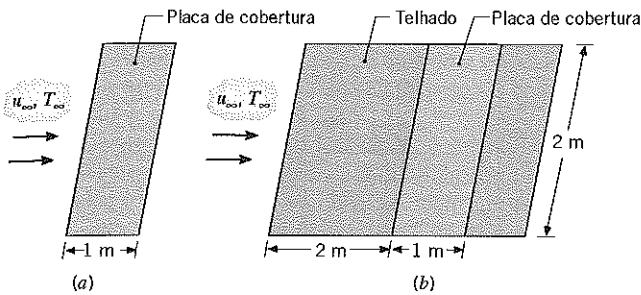
(a) Calcule a temperatura da superfície da placa, $T_s(L)$, e o coeficiente convectivo local, $h_x(L)$, na aresta traseira, $x = L$.

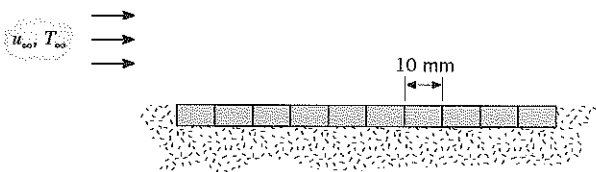
(b) Calcule a temperatura média da superfície da placa, $\overline{T}_s$.

(c) Represente graficamente a variação da temperatura da superfície, $T_s(x)$, e do coeficiente convectivo, $h_x(L)$, com a distância no mesmo gráfico. Explique as características principais dessas distribuições.

7.36 Considere ar atmosférico a $u_\infty = 2$ m/s e $T_\infty = 300$ K em escoamento paralelo sobre uma placa plana isotérmica de comprimento $L = 1$ m e temperatura $T_s = 350$ K.

(a) Calcule o coeficiente convectivo local nas arestas frontal e de saída da placa aquecida, com e sem um comprimento inicial sem aquecimento de $\xi = 1$ m.
(b) Calcule o coeficiente convectivo médio na placa para as mesmas condições da parte (a).
(c) Represente graficamente a variação do coeficiente convectivo local ao longo da placa, com e sem um comprimento inicial sem aquecimento.

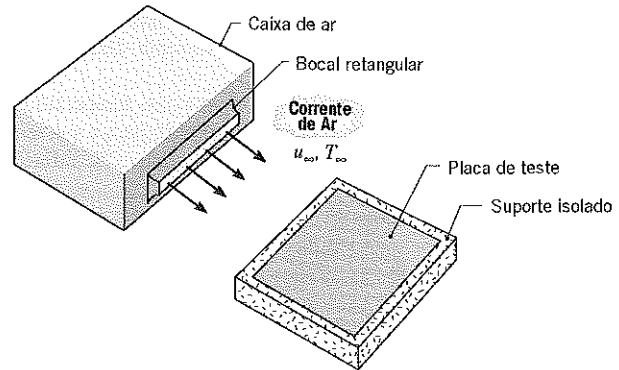
7.37 A placa de cobertura de um coletor solar plano encontra-se a 15°C, enquanto ar ambiente a 10°C escoa paralelamente a sua superfície superior com uma velocidade de $u_\infty = 2$ m/s.

(a) Qual é a taxa de perda de calor por convecção na placa de cobertura?
(b) Se a placa estiver instalada a 2 m da aresta frontal do telhado e encontrar-se alinhada com a sua superfície, qual é a taxa de perda de calor por convecção?

7.38 Uma série de 10 circuitos integrados (*chips*) de silício, cada um com comprimento $L = 10$ mm, é isolada em uma de suas superfícies e resfriada pela superfície oposta com ar atmosférico, em escoamento paralelo, com $T_\infty = 24$°C e $u_\infty = 40$ m/s. Quando em operação, a mesma potência elétrica é dissipada em cada *chip*, mantendo um fluxo térmico uniforme ao longo de toda a superfície resfriada.

Se a temperatura em cada chip não pode ultrapassar 80°C, qual é a potência máxima permitida em cada *chip*? Qual é a potência máxima permitida se um promotor de turbulência for utilizado para perturbar a camada-limite na aresta frontal? Seria preferível orientar a série de chips em uma direção normal ao escoamento do ar em vez de na direção paralela?

7.39 Um chip de silício quadrado (10 mm × 10 mm) é isolado termicamente em um de seus lados e resfriado no lado oposto por ar atmosférico, em escoamento paralelo, com $u_\infty = 20$ m/s e $T_\infty = 24$°C. Quando em operação, a dissipação de potência elétrica no interior do chip mantém um fluxo térmico uniforme na superfície resfriada. Se a temperatura do chip não pode exceder 80°C em qualquer ponto de sua superfície, qual é a potência máxima permitida? Qual é a potência máxima permitida se o chip for instalado no interior de um substrato que fornece um comprimento inicial sem aquecimento de 20 mm? Nesta montagem, as superfícies do substrato e do chip são niveladas.

7.40 Trabalhando em grupos de dois, nossos estudantes projetam e executam experimentos de fenômenos relacionados à convecção forçada, usando o dispositivo geral mostrado esquematicamente. A caixa de ar possui dois ventiladores, uma câmara de equalização e retificadores de escoamento que descarregam uma corrente de ar praticamente uniforme sobre uma *placa de testes* plana. Os objetivos de um experimento foram medir o coeficiente de transferência de calor e comparar os resultados com os obtidos com correlações da convecção. A velocidade da corrente de ar foi medida usando-se um anemômetro baseado em um termistor e termopares foram empregados para determinar as temperaturas da corrente de ar e da *placa de testes*.

Com a corrente de ar saindo da caixa completamente estabilizada em $T_\infty = 20$°C, uma placa de alumínio foi preaquecida em um forno convectivo e rapidamente colocada no bloco suporte das placas de teste. O perfil histórico da temperatura da placa foi então determinado por medidas feitas com o termopar. Os perfis históricos obtidos para correntes de ar com velocidades de 3 e 9 m/s foram ajustados pelo seguinte polinômio:

$$T(t) = a + bt + ct^2 + dt^3 + et^4$$

A temperatura T e o tempo t possuem unidades de °C e s, respectivamente, e os valores apropriados para os coeficientes, referentes aos intervalos de duração dos respectivos experimentos, são apresentados na tabela a seguir:

Velocidade (m/s)	**3**	**9**
Tempo passado (s)	300	160
a (°C)	56,87	57,00
b (°C/s)	−0,1472	−0,2641
c (°C/s²)	3×10^{-4}	9×10^{-4}
d (°C/s³)	-4×10^{-7}	-2×10^{-6}
e (°C/s⁴)	2×10^{-10}	1×10^{-9}

A placa é quadrada, mede 133 mm de lado, possui uma espessura de 3,2 mm, e é feita de uma liga de alumínio altamente polida ($\rho = 2770$ kg/m³, $c = 875$ J/(kg·K), $k = 177$ W/(m·K)).
(a) Determine os coeficientes de transferência de calor nos dois casos, admitindo que a placa se comporte como um objeto espacialmente isotérmico.
(b) Calcule os coeficientes C e m em uma correlação com a forma

$$\overline{Nu}_L = C\, Re^m\, Pr^{1/3}$$

Compare esse resultado com o obtido por uma correlação padrão para placa plana. Comente a respeito da *qualidade* da comparação e explique quaisquer diferenças.

Cilindro em Escoamento Cruzado

7.41 Considere os fluidos a seguir, cada um com uma velocidade de $V = 5$ m/s e uma temperatura de $T_\infty = 20$°C, em escoamento cruzado sobre um cilindro com 10 mm de diâmetro, mantido a 50°C: ar atmosférico, água saturada e óleo de motor.
(a) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do cilindro, q', usando a correlação de Churchill-Bernstein.

(b) Gere um gráfico de q' como uma função da velocidade do fluido para $0,5 \leq V \leq 10$ m/s.

7.42 Um tubo circular, com diâmetro externo de 25 mm, é colocado em uma corrente de ar a 25°C e 1 atm de pressão. O ar está em escoamento cruzado em relação ao tubo com uma velocidade de 15 m/s, enquanto a superfície externa do tubo é mantida a 100°C. Qual é a força de arrasto exercida no tubo por unidade de comprimento? Qual é a taxa de transferência de calor saindo do tubo por unidade de comprimento?

7.43 Um elemento aquecedor elétrico, na forma de um longo cilindro, com diâmetro $D = 10$ mm, condutividade térmica $k = 240$ W/(m·K), massa específica $\rho = 2700$ kg/m^3 e calor específico $c_p = 900$ J/(kg·K), é instalado em um duto através do qual ar, a uma temperatura de 27°C e a uma velocidade de 10 m/s, escoa em escoamento cruzado em relação ao elemento aquecedor.

(a) Desprezando a radiação, calcule a temperatura superficial em regime estacionário quando, por unidade de comprimento do aquecedor, energia elétrica está sendo dissipada a uma taxa de 1000 W/m.

(b) Se o aquecedor for ativado estando a uma temperatura inicial de 27°C, estime o tempo necessário para a sua temperatura superficial atingir uma temperatura 10°C inferior ao seu valor em regime estacionário.

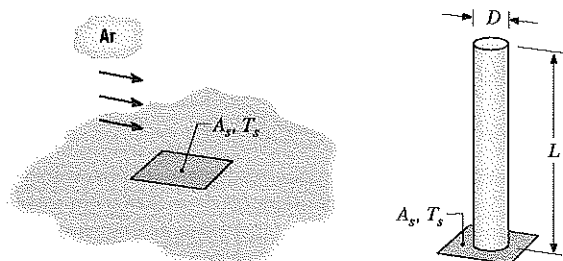
7.44 Considere as condições do Problema 7.43, porém agora leve em conta a troca de calor por radiação entre a superfície do elemento aquecedor ($\varepsilon = 0,8$) e as paredes do duto, que formam um grande recinto a 27°C.

(a) Calcule a temperatura superficial em condições de regime estacionário.

(b) Se o aquecedor for ativado estando a uma temperatura inicial de 27°C, calcule o tempo necessário para a sua temperatura superficial atingir uma temperatura 10°C inferior ao seu valor em regime estacionário.

(c) Para proteção contra o superaquecimento causado por possíveis problemas no funcionamento do soprador de ar, o controlador do aquecedor é projetado para manter uma temperatura superficial fixa de 275°C. Determine a dissipação de potência necessária para manter essa temperatura com velocidades no escoamento do ar na faixa de $5 \leq V \leq 10$ m/s.

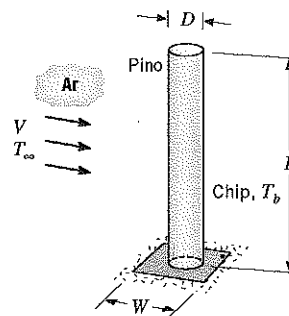
7.45 Um pino (aleta), com 10 mm de diâmetro, dissipa 30 W por convecção forçada para o ar que escoa em escoamento cruzado sobre sua superfície, com um número de Reynolds de 4000. Se o diâmetro do pino for dobrado e todas as demais condições permanecerem as mesmas, calcule a taxa de transferência de calor no pino. Admita que o pino possua comprimento infinito.

7.46 Ar, a 27°C e com uma velocidade de 5 m/s, passa sobre a pequena região A_s (20 mm × 20 mm) de uma grande superfície, que é mantida a $T_s = 127$°C. Nessas condições, uma taxa de 0,5 W é removida da superfície A_s. Com objetivo de aumentar a taxa de remoção de calor, um pino de aço inoxidável (AISI 304) com diâmetro de 5 mm é fixado sobre a superfície A_s que supostamente permanece a $T_s = 127$°C.

(a) Determine a taxa de remoção de calor máxima possível através do pino.

(b) Qual comprimento do pino propiciaria uma boa aproximação da taxa de transferência de calor máxima determinada na parte (a)? *Sugestão*: Veja o Exemplo 3.9.

(c) Determine a efetividade do pino, ε_a.

(d) Qual é o aumento percentual na taxa de transferência de calor na superfície A_s causado pela instalação do pino?

7.47 Para melhorar a dissipação térmica em um chip de silício, quadrado com $W = 4$ mm, um pino de cobre é fundido à superfície do chip. O comprimento e o diâmetro do pino são $L = 12$ mm e $D = 2$ mm, respectivamente, e ar atmosférico a $V = 10$ m/s e $T_\infty = 300$ K está em escoamento cruzado em relação ao pino. A superfície do chip, e portanto a base do pino, é mantida a uma temperatura de $T_b = 350$ K.

(a) Supondo que o chip cause um efeito desprezível sobre o escoamento ao redor do pino, qual é o coeficiente convectivo médio na superfície do pino?

(b) Desprezando a radiação e supondo que o coeficiente convectivo na extremidade do pino seja igual ao calculado na parte (a), determine a taxa de transferência de calor no pino.

(c) Desprezando a radiação e supondo que o coeficiente de transferência de calor na superfície exposta do chip seja igual ao calculado na parte (a), determine a taxa total de transferência de calor saindo do chip.

(d) Independentemente, determine e represente graficamente o efeito de aumentos na velocidade ($10 \leq V \leq 40$ m/s) e no diâmetro do pino ($2 \leq D \leq 4$ mm) na taxa total de transferência de calor saindo do chip. Qual é a taxa de transferência de calor para $V = 40$ m/s e $D = 4$ mm?

7.48 Seja o fio nicromo ($D = 1$ mm, $\rho_e = 10^{-6}$ Ω·m, $k = 25$ W/(m·K), $\varepsilon = 0,20$) usado para fabricar o aquecedor de ar do Problema 3.86, mas agora sob condições nas quais o coeficiente de transferência de calor por convecção deve ser determinado.

(a) Para o ar atmosférico a 50°C e uma velocidade do escoamento cruzado de 5 m/s, quais são as temperaturas na superfície e no eixo central do fio quando ele transporta uma corrente de 25 A e o envoltório do aquecedor encontra-se também a 50°C?

(b) Explore o efeito de variações na velocidade do escoamento e na corrente elétrica sobre as temperaturas superficial e no eixo central do fio.

7.49 Um fio metálico fino com diâmetro D está posicionado transversalmente a uma passagem para determinar a velocidade do escoamento a partir de características da transferência de calor. Uma corrente elétrica é passada através do fio para aquecê-lo e o calor é dissipado por convecção para o fluido em escoamento. A resistência elétrica do fio é determinada por medidas elétricas e sua temperatura é conhecida a partir desta resistência.

(a) Para um fluido com número de Prandtl arbitrário, desenvolva uma expressão para a sua velocidade em termos da diferença entre a temperatura do fio e a temperatura da corrente livre do fluido.

(b) Qual é a velocidade de uma corrente de ar a 1 atm e 25°C, se um fio com 0,5 mm de diâmetro atinge uma temperatura de 40°C enquanto dissipa 35 W/m?

7.50 Para determinar mudanças na velocidade do ar, propõe-se medir a corrente elétrica necessária para manter um fio de platina com 0,5 mm de diâmetro a uma temperatura constante de 77°C em meio a uma corrente de ar a 27°C.

(a) Admitindo números de Reynolds na faixa de $40 < Re_D < 1000$, desenvolva uma relação entre a corrente elétrica no fio e a velocidade do ar, que escoa normal à superfície do fio. Use esse resultado para estabelecer uma relação entre pequenas variações na corrente, $\Delta I/I$, e na velocidade do ar, $\Delta V/V$.

(b) Calcule a corrente necessária quando a velocidade do ar é de 10 m/s e a resistividade elétrica do fio de platina é de $17{,}1 \times 10^{-5}$ Ω·m.

7.51 Um código computacional está sendo desenvolvido para analisar um sensor de temperatura com 12,5 mm de diâmetro, sobre o qual água escoa normal à superfície, com uma temperatura na corrente livre de 80°C e velocidade variável. Deduza uma expressão para o coeficiente de transferência de calor por convecção em função da temperatura superficial do sensor T_s no intervalo $20 < T_s < 80°C$ e para velocidades V na faixa de $0{,}005 < V < 0{,}20$ m/s. Use a correlação de Zukauskas para o intervalo $40 < Re_D < 1000$ e admita que o número de Prandtl da água tem uma dependência linear com a temperatura.

7.52 Uma linha de alta tensão, com 25 mm de diâmetro, possui uma resistência elétrica de 10^{-4} Ω/m e está transmitindo uma corrente de 1000 A.

(a) Se ar ambiente, a 10°C e 5 m/s, encontra-se em escoamento cruzado sobre a linha, qual é a temperatura da sua superfície?

(b) Se a linha puder ser aproximada por um bastão de cobre sólido, qual é a temperatura no seu eixo central?

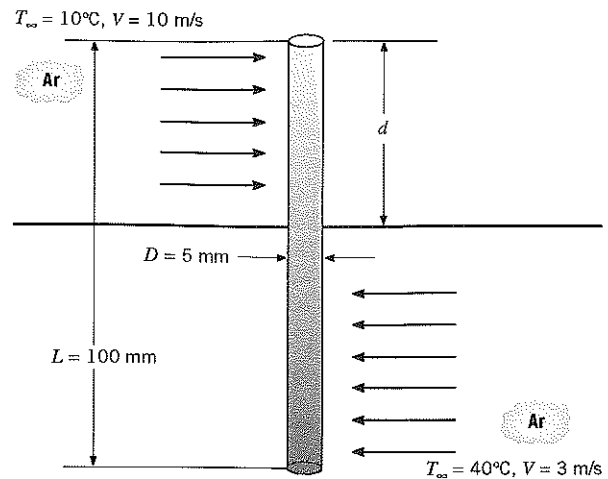
[(c)] Gere um gráfico que represente a variação da temperatura superficial com a velocidade do ar para $1 \leq V \leq 10$ m/s.

7.53 Uma linha de transmissão de alumínio com um diâmetro de 20 mm tem uma resistência elétrica de $R'_{ele} = 2{,}636 \times 10^{-4}$ Ω/m e transporta uma corrente de 700 A. A linha está sujeita a ventos cruzados freqüentes e severos, aumentando a probabilidade de contato entre linhas adjacentes, em conseqüência causando faíscas e criando um perigo potencial de fogo na vegetação próxima. A saída é isolar a linha, mas com o efeito adverso de aumentar a temperatura de operação do condutor.

(a) Calcule a temperatura do condutor quando a temperatura do ar é de 20°C e a linha está sujeita a um escoamento cruzado com uma velocidade de 10 m/s.

(b) Calcule a temperatura do condutor para as mesmas condições, mas estando isolado com 2 mm de espessura de um isolante com condutividade térmica de 0,15 W/(m·K).

[(c)] Calcule e represente graficamente as temperaturas dos condutores isolado e sem isolamento para velocidades do vento na faixa de 2 a 20 m/s. Comente sobre características das curvas e sobre o efeito da velocidade do vento na temperatura do condutor.

7.54 Para aumentar a transferência de calor entre dois fluidos escoando é proposta a inserção de uma aleta piniforme de alumínio 2024, com 100 mm de comprimento e 5 mm de diâmetro, através da parede que separa os dois fluidos. O pino é inserido até uma profundidade d no fluido 1. O fluido 1 é ar com uma temperatura média de 10°C e velocidade aproximadamente uniforme de 10 m/s. O fluido 2 é ar com uma temperatura média de 40°C e velocidade média de 3 m/s.

(a) Determine a taxa de transferência de calor do ar quente para o ar frio através do pino para d = 50 mm.

[(b)] Represente graficamente a variação da taxa de transferência de calor com a distância de inserção, d. Existe uma distância de inserção ótima?

7.55 Repita o Problema 7.54, com agora o fluido 1 sendo etileno glicol com uma temperatura média de 10°C e velocidade aproximadamente uniforme de 10 m/s. O fluido 2 é água com uma temperatura média de 40°C e velocidade média de 3 m/s.

7.56 Água quente a 50°C é transportada de um prédio no qual ela é gerada para um prédio adjacente no qual ela é usada para aquecimento ambiental. A transferência entre os prédios ocorre em tubo de aço (k = 60 W/(m·K)), com diâmetro externo de 100 mm e 8 mm de espessura de parede. Durante o inverno, condições ambientais representativas envolvem o ar a $T_\infty = -5°C$ e V = 3 m/s em escoamento cruzado sobre o tubo.

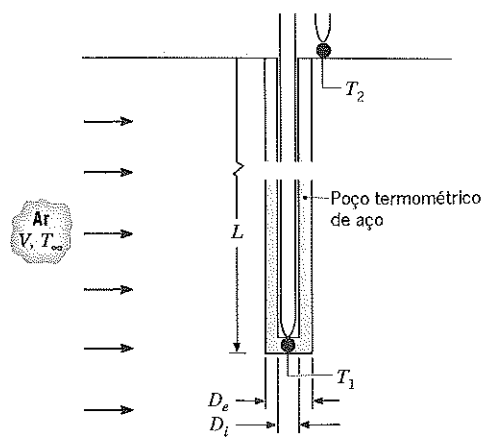
(a) Se o custo de produzir a água quente é de $0,05 por kW·h, qual é o custo diário representativo da perda térmica para o ar em um tubo não isolado, por metro de comprimento de tubo? A resistência convectiva associada ao escoamento da água no interior do tubo pode ser desprezada.

(b) Determine a economia associada à aplicação na superfície externa do tubo de um revestimento de 10 mm de espessura de isolante de uretano (k = 0,026 W/(m·K)).

7.57 Uma tubulação de vapor sem isolamento térmico é utilizada para transportar vapor a altas temperaturas de um prédio para outro. A tubulação tem 0,5 m de diâmetro, apresenta uma temperatura superficial de 150°C e está exposta ao ar ambiente a −10°C. O ar se move em escoamento cruzado sobre a tubulação com uma velocidade de 5 m/s.

(a) Qual é a perda de calor por unidade de comprimento do tubo?

[(b)] Analise o efeito de se isolar a tubulação com espuma de uretano rígida (k = 0,026 W/(m·K)). Calcule e represente graficamente a perda de calor em função da espessura δ da camada de isolamento térmico para $0 \leq \delta \leq 50$ mm.

7.58 Um termopar é inserido no interior de um duto de ar quente para medir a temperatura do ar. O termopar (T_1) está soldado à extremidade de um *poço termométrico* feito em aço e que possui comprimento L = 0,15 m e diâmetros interno e externo D_i = 5 mm e D_e = 10 mm, respectivamente. Um segundo termopar (T_2) é usado para medir a temperatura da parede do duto.

Considere condições nas quais a velocidade do ar no duto é de $V = 3$ m/s e os dois termopares registram temperaturas de $T_1 = 450$ K e $T_2 = 375$ K. Desprezando a radiação, determine a temperatura do ar T_∞. Admita que, para o aço, $k = 35$ W/(m·K), e, para o ar, $\rho = 0{,}774$ kg/m³, $\mu = 251 \times 10^{-7}$ N·s/m², $k = 0{,}0373$ W/(m·K) e $Pr = 0{,}686$.

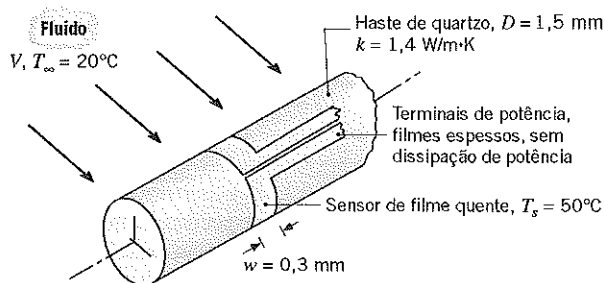
7.59 Considere condições nas quais um termômetro de mercúrio com bulbo de vidro, com 4 mm de diâmetro, é inserido até um comprimento L através da parede de um duto, através no qual ar escoa a 77°C. Se a haste do termômetro em contato com a parede do duto encontra-se à temperatura da parede, $T_p = 15$°C, condução térmica através do vidro faz com que a temperatura no bulbo seja inferior àquela na corrente de ar.

(a) Desenvolva uma relação para o erro de *imersão*, $\Delta T_i = T(L) - T_\infty$, como uma função da velocidade do ar, do diâmetro do termômetro e do comprimento de inserção L.

(b) Até qual comprimento L deve o termômetro ser inserido para que o erro devido à imersão não ultrapasse 0,25°C, quando a velocidade do ar for de 10 m/s?

(c) Usando o comprimento de inserção determinado na parte (b), calcule e represente graficamente o erro de imersão em função da velocidade do ar na faixa entre 2 e 20 m/s.

(d) Para um dado comprimento de inserção, o erro de imersão irá aumentar ou diminuir se o diâmetro do termômetro for aumentado? O erro de imersão é mais sensível a variações no diâmetro do termômetro ou na velocidade do ar?

7.60 Velocidades de escoamentos de fluido podem ser medidas através de sensores de filme quente e em um projeto usual o elemento sensor forma uma fina película ao redor da circunferência de uma haste de quartzo. O filme é tipicamente constituído por uma fina (~ 100 nm) camada de platina, cuja resistência elétrica é proporcional a sua temperatura. Assim, quando submerso em uma corrente de fluido, uma corrente elétrica pode ser passada através do filme para manter a sua temperatura acima daquela do fluido. A temperatura do filme é controlada pelo monitoramento de sua resistência elétrica e com as medidas simultâneas da corrente elétrica, a potência dissipada no filme pode ser determinada.

A operação apropriada é assegurada se o calor gerado no filme for transferido para o fluido, em vez de ser conduzido do filme para o interior da haste de quartzo. Termicamente, o filme deve então estar fortemente acoplado ao fluido e fracamente à haste de quartzo. Essa condução é satisfeita se o número de Biot for muito grande, $Bi = \bar{h}D/2k \gg 1$, onde $\bar{h}$ é o coeficiente convectivo entre o fluido e o filme, e k é a condutividade térmica da haste.

(a) Para os fluidos e as velocidades a seguir, calcule e represente graficamente os coeficientes convectivos como uma função da velocidade: (i) água, $0{,}5 \leq V \leq 5$ m/s; (ii) ar, $1 \leq V \leq 20$ m/s.

(b) Comente a respeito da aplicabilidade desse sensor de filme quente nas condições anteriores.

7.61 Considere o uso do sensor de filme quente descrito no Problema 7.60 para determinar a velocidade da água entrando no sistema de resfriamento de uma planta de potência elétrica, oriunda de um lago próximo. O sensor é montado no interior de um tubo de alimentação e o seu controle é especificado para manter uma temperatura do filme quente média 5°C maior do que a temperatura do fluido ($T_{s,fq} - T_\infty = 5$°C).

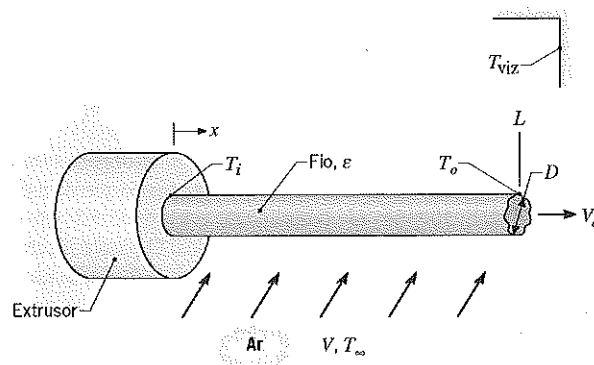
(a) Se uma medida independente da temperatura da água fornece um valor de $T_\infty = 17$°C, use a correlação de Churchill-Bernstein para estimar a velocidade da água sob condições nas quais a alimentação de potência do sensor mantém um fluxo térmico de $q''_{fq} = 4 \times 10^4$ W/m² do filme para a água.

(b) Se o sensor for exposto a água por um período extenso, sua superfície será *suja* pela acumulação de depósitos trazidos pela água. Considere condições nas quais os depósitos formam uma cobertura com 0,1 mm de espessura ao redor do sensor e têm uma condutividade térmica de $k_d = 2$ W/(m·K). Para $T_\infty = 17$°C e a velocidade do escoamento determinada na parte (a), qual fluxo térmico tem que ser fornecido ao sensor para manter a sua temperatura em $T_{s,fq} = 22$°C? Qual é o erro correspondente na medida da velocidade? *Nota*: A condução através dos depósitos pode ser aproximada como aquela através de uma parede plana.

7.62 Em um processo de fabricação, um longo bastão de plástico revestido ($\rho = 2200$ kg/m³, $c = 800$ J/(kg·K), $k = 1$ W/(m·K)) com diâmetro $D = 20$ mm está inicialmente a uma temperatura uniforme de 25°C e é subitamente exposto a um escoamento cruzado de ar a $T_\infty = 350$°C e $V = 50$ m/s.

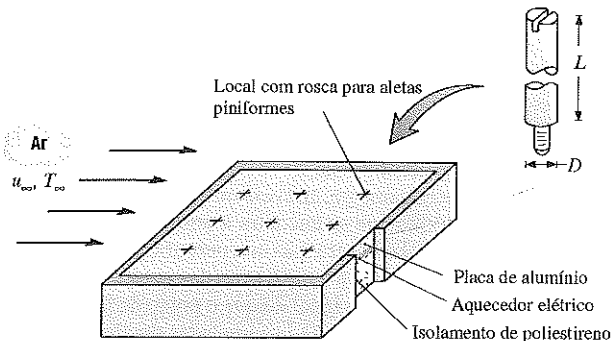
(a) Quanto tempo levará para a superfície do bastão atingir 175°C, a temperatura acima da qual o revestimento especial será curado?

(b) Gere um gráfico do tempo para atingir 175°C como uma função da velocidade do ar para $5 \leq V \leq 50$ m/s.

7.63 Em um processo de extrusão, um fio de cobre emerge do extrusor a uma velocidade V_e e é resfriado pela transferência de calor por convecção para o ar em escoamento cruzado sobre o fio, assim como por radiação para a vizinhança.

(a) Aplicando a conservação de energia em uma superfície de controle diferencial de comprimento dx, que se move com o fio *ou* é estacionária e através da qual o fio passa, deduza uma equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas, $T(x)$, ao longo do fio. Na sua dedução, o efeito da condução axial ao longo do fio pode ser desprezado. Escreva o seu resultado em termos da velocidade, do diâmetro e das propriedades da fio (V_e, D, ρ, c_p, ε), do coeficiente convectivo $\bar{h}$ associado ao escoamento cruzado e as temperaturas ambientes (T_∞, T_{viz}).

(b) Desprezando a radiação, obtenha uma solução em forma fechada para a equação anterior. Para $V_e = 0{,}2$ m/s, $D = 5$ mm, $V = 5$ m/s, $T_\infty = 25°C$ e uma temperatura do fio inicial de $T_i = 600°C$, calcule a temperatura T_o do fio em $x = L = 5$ m. A massa específica e o calor específico do cobre são $\rho = 8900$ kg/m³ e $c_p = 400$ J/(kg·K), enquanto as propriedades do ar podem ser consideradas iguais a $k = 0{,}037$ W/(m·K), $\nu = 3 \times 10^{-5}$ m²/s e $Pr = 0{,}69$.

(c) Levando em conta os efeitos da radiação, com $\varepsilon = 0{,}55$ e $T_{viz} = 25°C$, integre numericamente a equação diferencial deduzida na parte (a) e determine a temperatura do fio em $L = 5$ m. Estude os efeitos de V_e e ε na distribuição de temperaturas ao longo do fio.

7.64 O objetivo de um experimento executado por estudantes é o de determinar o efeito da presença de pinos (aletas piniformes) na resistência térmica entre uma placa plana e uma corrente de ar. Uma placa quadrada, feita em alumínio polido com 25,9 mm de lado, é submetida ao escoamento paralelo de uma corrente de ar a $T_\infty = 20°C$ e $u_\infty = 6$ m/s. Uma manta aquecedora elétrica é fixada à superfície inferior da placa e dissipa 15,5 W sob todas as condições. Pinos com diâmetro $D = 4{,}8$ mm e comprimento $L = 25{,}4$ mm são fabricados em latão e podem ser firmemente fixados à placa em várias posições ao longo de sua superfície. Termopares estão fixados à superfície da placa e na extremidade de uma das aletas.

As temperaturas medidas para cinco configurações de pinos são apresentadas na tabela a seguir.

Números de Aletas (Pinos)	Temperatura (°C) Extremidade da Aleta	Placa Base
0	—	70,2
1	40,6	67,4
2	39,5	64,7
5	36,4	57,4
8	34,2	52,1

(a) Usando as observações experimentais e desprezando o efeito da interação do escoamento entre os pinos, determine a resistência térmica entre a placa e a corrente de ar para as cinco configurações.

(b) Desenvolva um modelo para o sistema placa-pinos e, usando correlações apropriadas da transferência de calor por convecção, estime as resistências térmicas para as cinco configurações. Compare as suas estimativas com as observações e explique quaisquer diferenças.

(c) Use o seu modelo para prever as resistências térmicas quando a velocidade da corrente de ar é dobrada.

7.65 Sejam o recipiente retangular fechado e o dissipador de calor do Problema 7.30. O dissipador é rodado a 90° de tal forma que o ar não está mais alinhado com o espaço entre as aletas, mas sim normal a uma das superfícies $(L_b + L_a) \times w_2$. Determine a velocidade do ar requerida se a altura do recipiente for de $L_r = 10$ mm. Despreze a transferência de calor nas superfícies expostas do recipiente e suponha que as aletas sejam isotérmicas, que não haja transferência de calor nos espaços entre as aletas e que a transferência de calor na superfície a jusante $(L_b + L_a) \times w_2$ seja desprezível. Inclua a transferência de calor nas laterais $(L_b + L_a) \times w_1$ e nas extremidades das aletas.

Esferas

7.66 Ar a 25°C escoa sobre uma esfera, com 10 mm de diâmetro, com uma velocidade de 25 m/s, enquanto a superfície da esfera é mantida a 75°C.

(a) Qual é a força de arrasto na esfera?

(b) Qual é a taxa de transferência de calor saindo da esfera?

(c) Gere um gráfico da taxa de transferência de calor na esfera em função da velocidade do ar para o intervalo de 1 a 25 m/s.

7.67 Seja uma esfera com diâmetro de 20 mm e uma temperatura superficial de 60°C, que está imersa em um fluido a uma temperatura de 30°C e a uma velocidade de 2,5 m/s. Calcule a força de arrasto e a taxa de transferência de calor quando o fluido é (a) água e (b) ar a pressão atmosférica. Explique por que os resultados para os dois fluidos são tão diferentes?

7.68 Ar atmosférico, a 25°C e a uma velocidade de 0,5 m/s, escoa em torno de um bulbo incandescente de 50 W cuja temperatura superficial é de 140°C. O bulbo pode ser aproximado por uma esfera com 50 mm de diâmetro. Qual é a taxa de transferência de calor perdida por convecção para o ar?

7.69 Considere o experimento de processamento de material do Problema 5.24, com nitrogênio atmosférico usado para realizar o resfriamento por convecção. Entretanto, em vez de usar o valor especificado para o coeficiente convectivo, calcule o coeficiente com uma correlação apropriada.

(a) Desprezando a radiação, determine o tempo necessário para resfriar a esfera de 900°C até 300°C, se a velocidade e a temperatura do nitrogênio forem $V = 5$ m/s e $T_\infty = 25°C$.

(b) Levando em conta os efeitos da radiação e da convecção, com $\varepsilon = 0{,}6$ e $T_{viz} = 25°C$, determine o tempo necessário para resfriar a esfera. Explore o efeito da velocidade do escoamento em seus resultados.

7.70 Um recipiente esférico de instrumentos para medições submarinas, usado para sondagens e para medir condições da água, tem um diâmetro de 85 mm e dissipa 300 W.

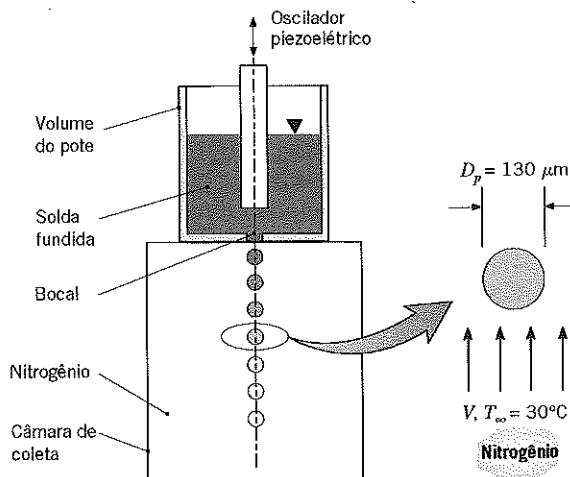
(a) Determine a temperatura superficial do recipiente quando suspenso em uma baia na qual a corrente é de 1 m/s e a temperatura da água é de 15°C.

(b) Inadvertidamente, o recipiente é retirado da água e suspenso no ar ambiente sem desativar a potência. Determine a temperatura superficial do recipiente com o ar a 15°C e uma velocidade do vento de 3 m/s.

7.71 Ao redor do mundo, mais de um bilhão de bolas de solda devem ser fabricadas diariamente para a montagem de pacotes eletrônicos. O método de *spray de gotas uniformes* usa um dispositivo piezoelétrico para vibrar um eixo em um pote de solda fundida que, por sua vez, ejeta pequenas gotas de solda através

de um bocal elaborado com precisão. Ao atravessarem a câmara de coleta, as gotas se resfriam e solidificam. Na câmara de coleta há um gás inerte, como o nitrogênio, para evitar a oxidação das superfícies das bolas de solda.

(a) Gotas de solda fundida de diâmetro 130 μm são ejetadas a uma velocidade de 2 m/s a uma temperatura inicial de 225°C em nitrogênio gasoso que se encontra a 30°C e a uma pressão um pouco acima da atmosférica. Determine a velocidade terminal das partículas e a distância por elas percorrida até que elas se tornam completamente solidificadas. As propriedades da solda são $\rho = 8230$ kg/m³, $c_p = 240$ J/(kg·K), $k = 38$ W/(m·K), $h_{sf} = 42$ kJ/kg. A temperatura de fusão da solda é igual a 183°C.

(b) O dispositivo piezoelétrico oscila a 1,8 kHz, produzindo 1800 partículas por segundo. Determine a distância de separação entre as partículas ao atravessarem o nitrogênio gasoso e o volume do pote necessário para produzir as bolas de solda continuamente durante uma semana.

7.72 Uma esfera de cobre puro, com diâmetro de 15 mm e uma emissividade de 0,5, está suspensa em um grande forno com as paredes a uma temperatura uniforme de 600°C. Ar escoa sobre a esfera a uma temperatura de 900°C e a uma velocidade de 7,5 m/s.

(a) Determine a temperatura da esfera no regime estacionário.

[(b)] Estime o tempo necessário para a esfera chegar a 5°C da temperatura do regime estacionário se ela estiver a uma temperatura inicial, uniforme, de 25°C.

[(c)] Com o objetivo de diminuir o tempo para aquecer a esfera, a velocidade do ar é dobrada, com todas as outras condições permanecendo as mesmas. Determine a temperatura da esfera no regime estacionário e o tempo necessário para ela atingir uma diferença de 5°C desse valor. Represente no mesmo gráfico o histórico da temperatura da esfera para as duas velocidades.

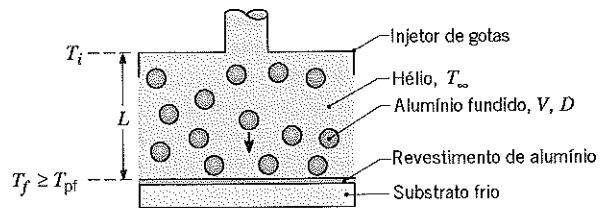
7.73 Esferas de cobre com 20 mm de diâmetro são resfriadas pela imersão em um tanque contendo água, que é mantida a 280 K. Pode-se considerar que as esferas atinjam a sua velocidade terminal ao se chocarem com a superfície da água e que elas se desloquem livremente através da água. Estime a velocidade terminal das esferas igualando as forças de arrasto e gravitacional que atuam nas esferas. Qual é a altura aproximada que o tanque de água deve possuir para resfriar as esferas desde uma temperatura inicial de 360 K até uma temperatura no centro de 320 K?

7.74 Para as condições fornecidas no Problema 7.73, quais são a velocidade terminal e a altura do tanque se óleo de motor a 300 K for usado como refrigerante no lugar da água?

7.75 Considere o processo de revestimento por pulverização de plasma citado no Problema 5.25. Além das condições especificadas, sabe-se que o jato de plasma de argônio possui uma velocidade média de $V = 400$ m/s, enquanto a velocidade inicial das partículas de alumina injetadas pode ser considerada igual a zero. A saída do bocal e o substrato estão separados por uma distância de $L = 100$ mm, e as propriedades pertinentes do plasma de argônio podem ser aproximadas por $k = 0{,}671$ W/(m·K), $c_p = 1480$ J/(kg·K), $\mu = 2{,}70 \times 10^{-4}$ kg/(s·m) e $\nu = 5{,}6 \times 10^{-3}$ m²/s.

(a) Supondo que o movimento das partículas arrastadas pelo jato de plasma seja governado pela lei de Stokes, deduza expressões para a velocidade das partículas, $V_p(t)$, e para a distância percorrida após a saída do bocal, $x_p(t)$, como uma função do tempo, t, onde $t = 0$ corresponde ao instante de injeção da partícula. Avalie o "tempo de vôo" necessário para que a partícula percorra a distância de separação, $x_p = L$, e a velocidade V_p nesse instante.

(b) Admitindo uma velocidade relativa média de $\overline{(V - V_p)} = 315$ m/s durante o percurso, estime o coeficiente convectivo associado à transferência de calor do plasma para a partícula. Usando esse coeficiente e supondo uma temperatura inicial da partícula de $T_i = 300$ K, estime o "tempo de vôo" necessário para aquecer a partícula até o seu ponto de fusão, T_{pf}, e, uma vez a T_{pf}, para que a partícula se funda completamente. O valor de L especificado é suficiente para assegurar a fusão completa da partícula antes do seu impacto com a superfície?

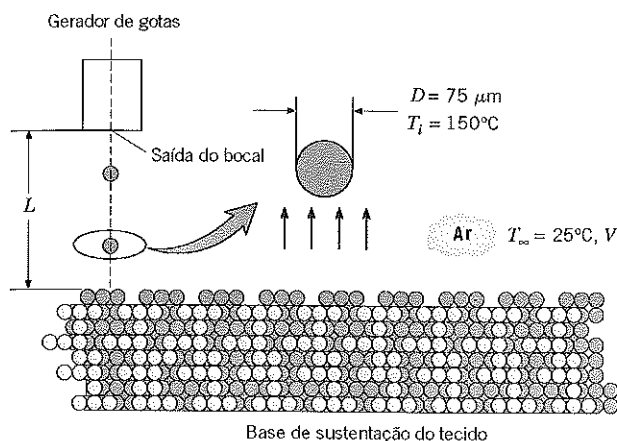
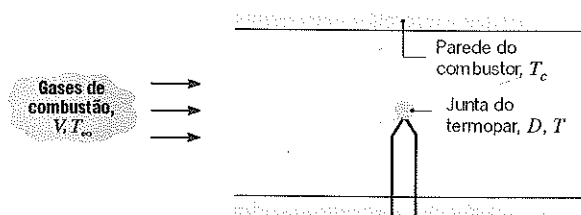
7.76 Revestimentos de alumínio altamente refletivos podem ser formados na superfície de um substrato pela aspersão da superfície com gotas de alumínio fundido. As gotas são geradas em um injetor, deslocam-se através de um gás inerte (hélio) e devem ainda estar no estado líquido no instante da colisão.

Considere condições nas quais as gotas com diâmetro, velocidade e temperatura inicial de $D = 500$ μm, $V = 3$ m/s e $T_i = 1100$ K, respectivamente, atravessam uma camada estagnada de hélio atmosférico que se encontra a uma temperatura de $T_\infty = 300$ K. Qual é a espessura máxima permitida para a camada de hélio para garantir que a temperatura das gotas colidindo com o substrato seja maior ou igual do que o ponto de fusão do alumínio ($T_f \geq T_{pf} = 933$ K)? As propriedades do alumínio fundido podem ser aproximadas por $\rho = 2500$ kg/m³, $c = 1200$ J/(kg·K) e $k = 200$ W/(m·K).

7.77 Bioengenharia tecidual envolve o desenvolvimento de substitutos biológicos que restauram ou melhoram a função de tecidos. Uma vez fabricados, os órgãos engenheirados podem ser implantados e crescem no interior do paciente, evitando a carência crônica de órgãos naturais que acontecem quando o transplante tradicional de órgãos é usado. A fabricação de um órgão artificial envolve duas etapas principais. Primeiramente, uma *base de sustentação* é fabricada com poros e uma distribuição de poros específica, assim como forma e tamanho. Em segundo lugar, a superfície externa da base de sustentação é semeada com células humanas que crescem no interior dos poros da base. O material da base é biodegradável e com o tempo é substituído por tecido sadio. O órgão artificial está, então, pronto para ser implantado no paciente.

As formas complexas dos poros, os tamanhos pequenos dos poros e as formas não-usuais dos órgãos proíbem o emprego de métodos de fabricação tradicionais para construir as bases de sus-

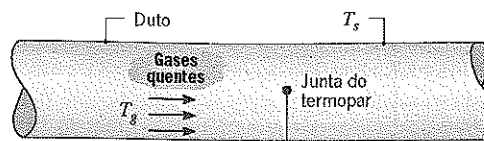
tentação. Um método que tem sido usado com sucesso é uma técnica de *solid freeform fabrication* na qual pequenas gotas esféricas são direcionadas para um substrato. As gotas estão inicialmente fundidas e se solidificam quando colidem com o substrato a temperatura do ambiente. Pelo controle do local da deposição da gota, bases de sustentação complexas podem ser construídas, de gota em gota. Um dispositivo similar ao do Problema 7.71 é usado para gerar gotas uniformes de 75 μm de diâmetro a uma temperatura inicial de $T_i = 150°C$. As partículas são enviadas através de ar estagnado a $T_\infty = 25°C$. As propriedades da gota são $\rho = 2200$ kg/m³ e $c = 700$ J/(kg·K).

(a) É desejável que as gotas saiam do bocal na sua velocidade terminal. Determine a velocidade terminal das gotas.

(b) É desejável que as gotas colidam a estrutura a uma temperatura $T_2 = 120°C$. Qual é a distância necessária entre a saída do bocal e a estrutura, L?

7.78 Uma junta de termopar esférica, com 1,0 mm de diâmetro, é inserida no interior de uma câmara de combustão para medir a temperatura T_∞ dos produtos de combustão. Os gases quentes possuem uma velocidade de $V = 5$ m/s.

(a) Se o termopar estiver a temperatura ambiente, T_i, quando for inserido na câmara, estime o tempo necessário para que a diferença de temperaturas, $T_\infty - T$, atinja 2% da diferença de temperaturas inicial, $T_\infty - T_i$. Despreze os efeitos da radiação e da condução através dos terminais do termopar. As propriedades da junta do termopar podem ser aproximadas por $k = 100$ W/(m·K), $c = 385$ J/(kg·K) e $\rho = 8920$ kg/m³, e as dos gases de combustão por $k = 0{,}05$ W/(m·K), $\nu = 50 \times 10^{-6}$ m²/s e $Pr = 0{,}69$.

(b) Se a junta do termopar possuir uma emissividade de 0,5 e as paredes resfriadas da câmara de combustão estiverem a $T_c = 400$ K, qual é a temperatura da junta em regime estacionário, estando os gases da combustão a 1000 K? A condução através dos terminais pode ser desprezada.

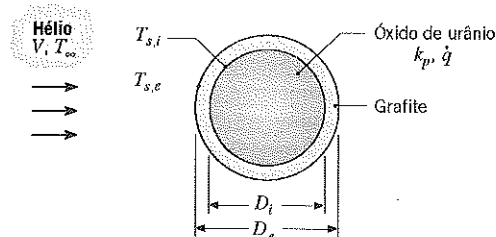
(c) Para determinar a influência da velocidade do gás no erro de medida do termopar, calcule a temperatura da junta do termopar, em regime estacionário, para velocidades na faixa de $1 \leq V \leq 25$ m/s. A emissividade da junta pode ser controlada através da aplicação de um fino revestimento. Para reduzir o erro de medida, deve a emissividade ser aumentada ou diminuída? Para $V = 5$ m/s, calcule a temperatura da junta em regime estacionário, para emissividades na faixa de $0{,}1 \leq \varepsilon \leq 1{,}0$.

7.79 Uma junta de termopar é inserida em um grande duto para medir a temperatura de gases quentes que escoam através do duto.

(a) Se a temperatura da superfície do duto T_s for menor do que a temperatura do gás T_g, o termopar irá medir uma temperatura menor, igual ou maior do que a temperatura T_g? Justifique a sua resposta com base em uma análise simplificada.

(b) Uma junta de termopar, na forma de uma esfera com 2 mm de diâmetro e com emissividade superficial de 0,60, é colocada em uma corrente de gás que escoa a 3 m/s. Se o termopar mede uma temperatura de 320°C quando a temperatura superficial do duto é de 175°C, qual é a temperatura real do gás? Pode-se considerar que o gás possua as propriedades do ar à pressão atmosférica.

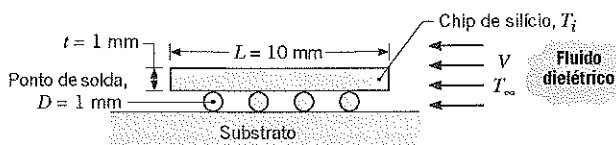
(c) De que maneira variações na velocidade do gás e na emissividade da junta afetam o erro da medida de temperatura? Determine o erro da medida para velocidades na faixa de $1 \leq V \leq 25$ m/s ($\varepsilon = 0{,}6$) e para emissividades na faixa de $0{,}1 \leq \varepsilon \leq 1{,}0$ ($V = 3$ m/s).

7.80 Considere uma medida de temperatura em uma corrente de gás com a junta de termopar descrita no Problema 7.79 ($D = 2$ mm, $\varepsilon = 0{,}60$). Se a velocidade e a temperatura do gás são de 3 m/s e 500°C, respectivamente, qual será a temperatura indicada pelo termopar se a temperatura da superfície do duto for de 200°C? O gás pode ser considerado como possuindo propriedades do ar atmosférico. Qual será a temperatura indicada pelo termopar se a pressão do gás for dobrada enquanto todas as demais condições permanecerem as mesmas?

7.81 Um reator de gases de alta temperatura (HTRG – *high-temperature gas reactor*) possui elementos combustíveis à base de óxido de urânio de formato *esférico*, nos quais há aquecimento volumétrico uniforme ($\dot{q}$). Cada elemento combustível encontra-se revestido por uma casca esférica de grafite, que é resfriada pelo escoamento de gás hélio a 1 atm.

Considere condições de regime estacionário nas quais os efeitos radiantes podem ser desprezados, a velocidade e temperatura do gás são de $V = 20$ m/s e $T_\infty = 500$ K, os diâmetros da partícula e da casca são de $D_i = 10$ mm e $D_e = 12$ mm, e a temperatura da superfície externa da casca é de $T_{s,e} = 1300$ K. O óxido de urânio e o grafite possuem condutividade térmica $k_p = k_g = 2$ W/(m·K).

(a) Qual é a taxa de transferência de calor para a corrente de gás a partir de uma única partícula?

(b) Qual é a taxa volumétrica de geração térmica na partícula e qual é a temperatura na interface entre a partícula e o grafite ($T_{s,i}$)?
(c) Obtenha uma expressão para a distribuição radial de temperaturas, $T(r)$, na partícula, apresentando o seu resultado em termos da temperatura no centro da partícula, $T(0)$. Calcule $T(0)$ para as condições especificadas.
(d) Determine $T_{s,e}$, $T_{s,i}$ e $T(0)$ como uma função da velocidade do gás para $5 \leq V \leq 20$ m/s e $\dot{q} = 1{,}50 \times 10^8$ W/m³.

7.82 Um *chip* de silício ($k = 150$ W/(m·K), $\rho = 2300$ kg/m³ e $c_p = 700$ J/(kg·K)), com 10 mm de lado e 1 mm de espessura, está ligado ao substrato por pontos de solda ($k = 40$ W/(m·K), $\rho = 10000$ kg/m³ e $c_p = 150$ J/(kg·K)) com 1 mm de diâmetro. Durante um teste acelerado de estresse térmico, o sistema é exposto ao escoamento de um fluido dielétrico ($k = 0{,}064$ W/(m·K), $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 25$). Como uma primeira aproximação, tome as superfícies superior e inferior do *chip* como placas planas em um escoamento paralelo e turbulento, e admita que o substrato e a superfície inferior do *chip* tenham influência desprezível no escoamento sobre os pontos de solda. Também suponha contato pontual entre o *chip* e a solda, desta forma desprezando a transferência de calor por condução entre os componentes.

(a) O teste de estresse inicia com os componentes na temperatura ambiente ($T_i = 20$°C) e prossegue com o aquecimento pelo fluido a $T_\infty = 80$°C. Sendo a velocidade do fluido $V = 0{,}2$ m/s, determine a razão entre as constantes de tempo do *chip* e do ponto de solda. Qual componente responde mais rapidamente ao processo de aquecimento?
(b) O estresse térmico agindo sobre o ponto de solda é proporcional à diferença de temperaturas entre o *chip* e a solda. Qual é a diferença de temperaturas 0,25 s após o início do aquecimento?

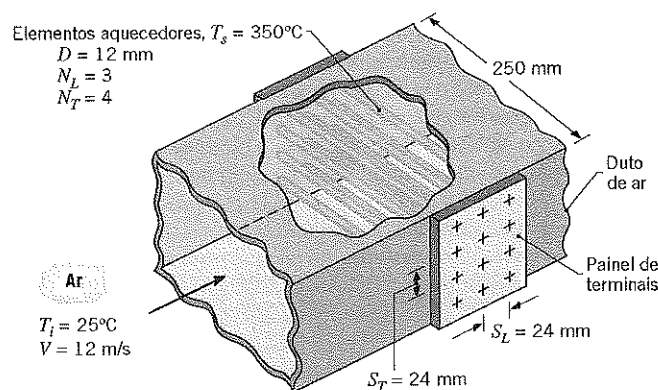
Matrizes de Tubos

7.83 Repita o Exemplo 7.7 para uma matriz tubular mais compacta na qual os passos longitudinal e transversal são $S_L = S_T = 20{,}5$ mm. Todas as demais condições permanecem idênticas?

7.84 Um preaquecedor utiliza vapor d'água saturado a 100°C, alimentado pelo lado interno dos tubos de uma matriz, para aquecer ar que entra no sistema a 1 atm e 25°C. O ar escoa em escoamento cruzado no lado externo dos tubos a 5 m/s. Cada tubo possui 1 m de comprimento e 10 mm de diâmetro externo. A matriz contém 196 tubos em um arranjo alinhado quadrado, no qual $S_T = S_L = 15$ mm. Qual é a taxa de transferência de calor total para o ar? Qual é a queda de pressão associada ao escoamento do ar?

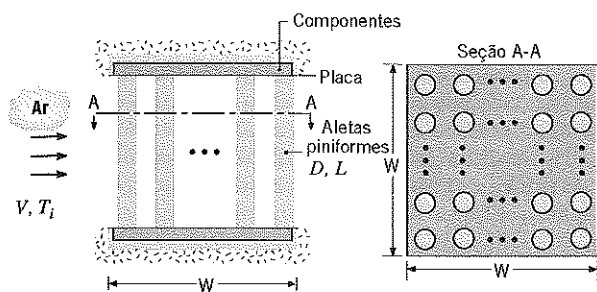
7.85 Seja a matriz alinhada de tubos do Problema 7.84 ($D = 10$ mm, $L = 1$ m e $S_T = S_L = 15$ mm), com vapor d'água em condensação usado para aquecer ar atmosférico entrando na matriz a $T_i = 25$°C e $V = 5$ m/s. Agora, a temperatura de saída requerida é conhecida, e não o número de colunas de tubos. Qual é o valor mínimo N_L necessário para atingir uma temperatura de saída $T_{sai} \geq 75$°C? Qual é a queda de pressão correspondente através da matriz tubular?

7.86 Uma matriz tubular utiliza um arranjo alinhado com tubos de 10 mm de diâmetro com $S_T = S_L = 20$ mm. Existem 10 fileiras de tubos contendo 50 tubos cada uma. Considere uma aplicação na qual água fria escoa através dos tubos, mantendo uma temperatura na superfície externa dos tubos de 27°C, enquanto gases de exaustão, a 427°C e a uma velocidade de 5 m/s, escoam em escoamento cruzado na matriz. As propriedades dos gases de exaustão podem ser aproximadas pelas do ar atmosférico a 427°C. Qual é a taxa de transferência de calor total, por unidade de comprimento dos tubos, no feixe?

7.87 Um duto de aquecimento de ar é constituído por um arranjo alinhado de elementos de aquecimento elétricos no qual os passos longitudinal e transversal são $S_L = S_T = 24$ mm. Há 3 colunas de elementos na direção do escoamento ($N_L = 3$) e 4 elementos por coluna ($N_T = 4$). Ar atmosférico com uma velocidade a montante de 12 m/s e uma temperatura de 25°C escoa em escoamento cruzado sobre os elementos, que têm um diâmetro de 12 mm, um comprimento de 250 mm e são mantidos com uma temperatura superficial de 350°C.

(a) Determine a transferência de calor total para o ar e a temperatura do ar deixando o duto aquecedor.
(b) Determine a queda de pressão ao longo da matriz de elementos e a potência necessária do ventilador.
(c) Compare o coeficiente convectivo médio obtido em sua análise com o valor para um elemento isolado (sozinho). Explique a diferença entre os resultados.
(d) Qual efeito teria o aumento dos passos longitudinal e transversal para 30 mm na temperatura de saída do ar, na taxa de transferência de calor e na queda de pressão?

7.88 Uma matriz de tubos possui um arranjo alinhado com tubos de 30 mm de diâmetro e 1 m de comprimento, com $S_T = S_L = 60$ mm. Existem 10 colunas de tubos na direção do escoamento ($N_L = 10$) e 7 tubos por coluna ($N_T = 7$). Ar com condições a montante da matriz iguais a $T_\infty = 27$°C e $V = 15$ m/s, escoa em escoamento cruzado sobre os tubos, cujas paredes são mantidas a 100°C pela condensação de vapor no seu interior. Determine a temperatura do ar ao deixar a matriz tubular, a queda de pressão ao longo da matriz e a potência necessária para o ventilador.

7.89 Componentes elétricos montados em duas placas isotérmicas são resfriadas pela passagem de ar atmosférico entre as placas. Uma configuração alinhada de pinos de alumínio entre as placas é usada para aumentar a transferência de calor para o ar.

Os pinos possuem diâmetro $D = 2$ mm, comprimento $L = 100$ mm e condutividade térmica $K = 240$ W/(m·K). Os passos longitudinal e transversal são $S_L = S_T = 4$ mm, formando uma matriz quadrada com 625 pinos ($N_T = N_L = 25$). As placas são quadradas e possuem, cada uma, 100 mm de lado. O ar entra na matriz de pinos com uma velocidade de 10 m/s e uma temperatura de 300 K.
(a) Avaliando as propriedades do ar a 300 K, estime o coeficiente convectivo médio na matriz de pinos.

(b) Admitindo um coeficiente convectivo uniforme em todas as superfícies de transferência de calor (placas e pinos), use o resultado da parte (a) para determinar a temperatura do ar na saída do sistema e a taxa de transferência de calor total, quando as placas são mantidas a 350 K. *Sugestão*: A temperatura de saída do ar é governada por uma relação exponencial que possui a forma $[(T_s - T_{sai})/(T_s - T_{ent})] = \exp[-(\bar{h}A_t\eta_o)/(\dot{m}c_p)]$, onde $\dot{m} = \rho VLN_T S_T$ é a vazão mássica de ar atravessando a matriz de pinos, A_t é a área superficial total para a transferência de calor (placas e pinos), e η_o é a eficiência global da superfície, como definida pela Equação 3.102.

7.90 Considere o sistema de resfriamento de *chips* descrito no Problema 3.134, porém com uma parede superior isolada termicamente colocada sobre as extremidades dos pinos com o objetivo de forçar o escoamento de ar através do arranjo. Ar entra no sistema a 20°C e com uma velocidade V, que pode ser modificada, mas não pode ultrapassar 10 m/s devido a limitações de queda de pressão. A geometria dos pinos, que inclui o número de pinos na matriz quadrada $N \times N$, bem como o diâmetro D_p e o comprimento L_p de cada pino, também pode ser modificada, sujeita à restrição de que o produto ND_p não pode exceder 9 mm. Desprezando a transferência de calor através da placa, avalie o efeito de variações na velocidade do ar, e portanto no $\bar{h}_e$, bem como na geometria dos pinos, na temperatura de saída do ar e na taxa de transferência de calor no *chip*, se as demais condições dos Problemas 3.134 e 3.27, incluindo a temperatura máxima permissível no chip de 75°C, permanecem válidas. Recomende condições de projeto e de operação do sistema nas quais o resfriamento do chip é melhorado. *Sugestão*: A temperatura de saída do ar é governada por uma relação que possui a forma $[(T_s - T_{sai})/(T_s - T_{ent})] = \exp[-(\bar{h}A_t\eta_o)/(\dot{m}c_p)]$, onde $\dot{m}$ é a vazão mássica de ar atravessando a matriz, A_t é a área superficial total para a transferência de calor (placas e pinos), e η_o é a eficiência global da superfície, como definida pela Equação 3.102.

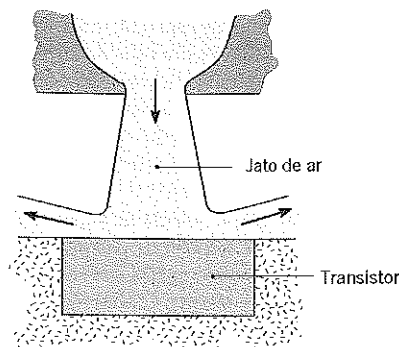
7.91 Um condensador resfriado a ar opera com ar em escoamento cruzado sobre uma matriz quadrada composta por 400 tubos alinhados ($N_L = N_T = 20$). O diâmetro externo dos tubos é de 20 mm e os passos longitudinal e transversal na matriz tubular são $S_L = 60$ mm e $S_T = 30$ mm, respectivamente. Vapor d'água saturado a uma pressão de 2,455 bar entra nos tubos e pode-se considerar que uma temperatura uniforme de $T_s = 390$ K seja mantida na superfície externa dos tubos em função da condensação no seu interior.

(a) Se a temperatura e a velocidade da corrente de ar a montante da matriz tubular são $T_{ent} = 300$ K e $V = 4$ m/s, qual é a temperatura T_{sai} do ar que deixa a matriz? Como uma primeira aproximação, avalie as propriedades do ar a 300 K.

(b) Se os tubos possuírem 2 m de comprimento, qual é a taxa de transferência de calor total na matriz? Qual é a taxa de condensação do vapor em kg/s?

(c) Avalie o efeito de dobrar o valor de N_L enquanto o valor de S_L é reduzido para 30 mm. Para essa configuração, explore o efeito de mudanças na velocidade do ar.

Jatos Colidentes

7.92 Um transistor circular com 10 mm de diâmetro é resfriado pela colisão de um jato de ar que sai de um bocal circular com 2 mm de diâmetro a uma velocidade de 20 m/s e a uma temperatura de 15°C. A saída do bocal e a superfície exposta do transistor estão separadas por uma distância de 10 mm.

Se o transistor se encontra isolado em todas as suas superfícies exceto na superfície exposta e a sua temperatura superficial não pode ultrapassar 85°C, qual é a potência operacional máxima permissível do transistor?

7.93 Uma longa placa retangular, feita em aço inoxidável AISI 304, encontra-se inicialmente a 1200 K e é resfriada por uma série de jatos retangulares (ver Figura 7.16). A largura do bocal e o passo entre os bocais são $W = 10$ mm e $S = 100$ mm, respectivamente, e a separação entre os bocais e a placa é de $H = 200$ mm. A espessura e a largura da placa são $t = 8$ mm e $L = 1$ m, respectivamente. Se o ar deixa os bocais a uma temperatura de 400 K e a uma velocidade de 30 m/s, qual é a taxa de resfriamento inicial da placa?

7.94 Ar, a 10 m/s e 15°C, é usado para resfriar uma placa quadrada de plástico, moldada a quente, que tem 0,5 m de lado e cuja superfície está a uma temperatura de 140°C. Para aumentar a produtividade do processo, propõe-se resfriar a placa usando-se uma série de bocais retangulares com largura e passo de 4 mm e 56 mm, respectivamente, com uma distância de separação entre os bocais e a placa de 40 mm. O ar sai dos bocais a uma temperatura de 15°C e a uma velocidade de 10 m/s.

(a) Determine a melhora na taxa de resfriamento que pode ser obtida ao se usar o arranjo de bocais quadrados em vez de uma corrente de ar, a 10 m/s e 15°C, em escoamento turbulento e paralelo sobre toda a placa.

(b) As taxas de transferência de calor nas duas configurações irão variar significativamente se a velocidade do ar for duplicada?

(c) Qual é a vazão mássica de ar necessária para a configuração de bocais retangulares?

7.95 Considere o Problema 7.94, no qual foi demonstrada a melhora no desempenho do resfriamento obtida com o uso de jatos retangulares no lugar de um escoamento paralelo sobre a placa. Projete uma configuração otimizada de uma série de bocais circulares, usando a mesma velocidade e temperatura do jato, 10 m/s e 15°C, respectivamente, e compare as taxas de resfriamento e as necessidades de fornecimento de ar. Discuta as características associadas a cada um dos três métodos relevantes na seleção de um deles para o resfriamento da peça de plástico.

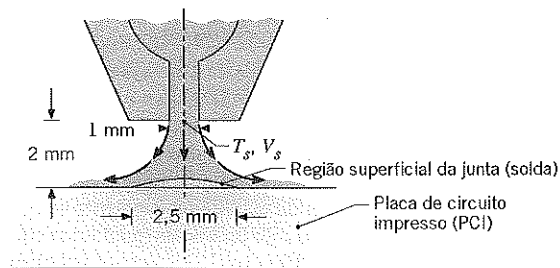
7.96 Considere o processo de pulverização de plasma discutido nos Problemas 5.25 e 7.75. Para um diâmetro de saída do bocal de $D = 10$ mm e um raio do substrato de $r = 25$ mm, *estime* a taxa de transferência de calor por convecção, q_{conv}, do plasma de

argônio para o substrato, se a temperatura do substrato for mantida a 300 K. A transferência de energia para o substrato também está associada à liberação de calor latente, q_{lat}, que ocorre durante a solidificação das gotículas fundidas após o seu impacto. Se a taxa mássica de colisão das gotículas é de $\dot{m}_p = 0{,}02$ kg/(s·m²), estime a taxa de liberação de calor latente.

7.97 Considere o jato de plasma do Problema 7.96. Quando novos materiais de revestimento cerâmico são desenvolvidos, *aspersões tentativas* são efetuadas usando substratos circulares pequenos chamados de *cupões*, que podem ser revestidos facilmente e posteriormente testados em relação às resistências dos novos materiais de revestimento à corrosão e ao uso. Seja um cupom de aço inoxidável 304, com um diâmetro de 50 mm e 3 mm de espessura, que deve ser testado em uma aspersão tentativa com o objetivo de obter um revestimento cerâmico com espessura de 100 μm.

(a) Para um cupom que é isolado na superfície inferior, determine quanto tempo a tocha de plasma pode estar em posição antes que o cupom funda. Qual seria a espessura da camada de cerâmica quando o cupom funde? O coeficiente de transferência de calor do plasma é de 609 W/(m²·K) e a taxa de transferência de calor devida às gotas colidentes é de 140 W. A temperatura inicial do cupom é de 300 K.

(b) É proposto resfriar a superfície inferior do cupom com um jato de ar com uma temperatura de saída e uma velocidade de $T_{sai,a} = 300$ K e $V_{sai,a} = 30$ m/s, respectivamente. O bocal do jato de ar tem diâmetro de $D_a = 10$ mm. O bocal e a superfície inferior do cupom são separados por uma distância $L_a = 50$ mm. Esse esquema aumentará de forma significativa a espessura da camada de cerâmica que pode ser depositada?

7.98 Foi solicitado a você que determinasse a viabilidade de usar um jato colidente em uma operação de solda para montagens eletrônicas. A figura ilustra o uso de um único bocal circular para direcionar ar quente, com alta velocidade, para um local onde uma junta *de superfície* deve ser formada.

No seu estudo considere um bocal circular com um diâmetro de 1 mm localizado a uma distância de 2 mm da região da junta de superfície, que tem um diâmetro de 2,5 mm.

(a) Para uma velocidade do jato de ar de 70 m/s e uma temperatura de 500°C, estime o coeficiente convectivo médio na superfície da junta de superfície.

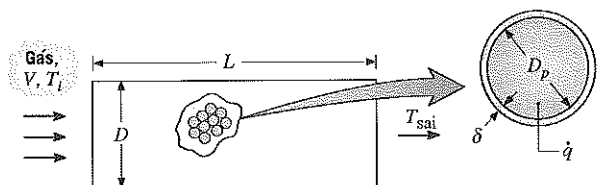
(b) Suponha que a região da junta de superfície na placa do circuito impresso (PCI) possa ser modelada como um meio semi-infinito, que encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme de 25°C e subitamente passa a ser aquecida por convecção pelo jato. Estime o tempo necessário para a superfície atingir 183°C. As propriedades termofísicas de uma solda típica são $\rho = 8333$ kg/m³, $c_p = 188$ J/(kg·K) e $k = 51$ W/(m·K).

(c) Para três temperaturas do jato de ar 500, 600 e 700°C, calcule e represente graficamente a temperatura da superfície como uma função do tempo para $0 \leq t \leq 150$ s. Nesse gráfico, identifique limites de temperatura importantes para o processo de solda: o limite inferior correspondente à temperatura eutética da solda, $T_{sol} = 183$°C e o limite superior correspondente à temperatura de transição do vidro, $T_{vi} = 250$°C, na qual a PCI se torna plástica. Comente sobre o resultado do seu estudo, a pertinência das hipóteses e a possibilidade de usar o jato para uma aplicação de soldagem.

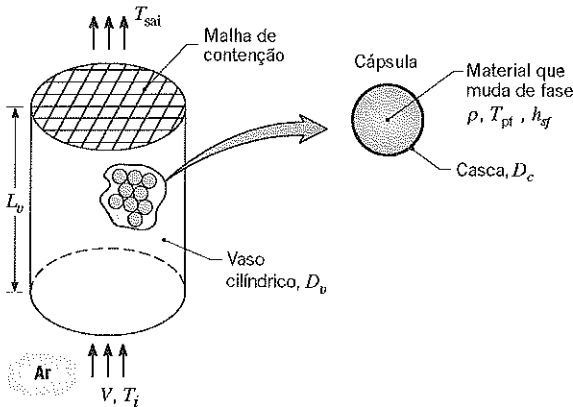
Leitos Recheados

7.99 Seja o leito recheado de esferas de alumínio descrito no Problema 5.12 sob condições nas quais o leito é carregado por ar quente com uma velocidade na entrada de $V = 1$ m/s e temperatura de $T_{g,ent} = 300$°C, mas o coeficiente convectivo é desconhecido. Sendo a porosidade do leito $\varepsilon = 0{,}40$ e a temperatura inicial das esferas $T_i = 25$°C, quanto tempo demora para uma esfera próxima a entrada do leito acumular 90% de sua energia máxima possível?

7.100 O uso de um sistema de armazenamento de energia térmica composto por um leito de rochas foi cogitado para aplicações envolvendo energia solar e em processos industriais. Um sistema em particular envolve um recipiente cilíndrico, com 2 m de comprimento por 1 m de diâmetro, no interior do qual rochas aproximadamente esféricas, com 0,03 m de diâmetro, encontram-se empacotadas. O leito possui uma fração de vazios de 0,42; e a massa específica e o calor específico das rochas são $\rho = 2300$ kg/m³ e $c_p = 879$ J/(kg·K), respectivamente. Considere condições nas quais ar atmosférico é fornecido ao leito de rochas a uma vazão mássica constante de 1 kg/s e a uma temperatura de 90°C. O ar escoa na direção axial através do recipiente. Se as rochas encontram-se a uma temperatura de 25°C, qual é a taxa de transferência de calor total do ar para o leito de rochas?

7.101 Uma câmara cilíndrica de um *reator nuclear de leito de partículas* tem comprimento $L = 10$ m e diâmetro $D = 3$ m. A câmara abriga um leito composto por partículas esféricas de óxido de urânio com um núcleo de diâmetro $D_p = 50$ mm. Cada partícula gera energia térmica em seu núcleo a uma taxa $\dot{E}_g$ e é coberta com uma camada de grafite, que não gera energia, e tem uma espessura $\delta = 5$ mm. O óxido de urânio e o grafite possuem ambos uma condutividade térmica de 2 W/(m·K). O leito recheado possui uma porosidade $\varepsilon = 0{,}40$. Hélio pressurizado a 40 bar é usado para absorver a energia térmica das partículas. O hélio entra no leito recheado a $T_{ent} = 450$°C com uma velocidade de 3,2 m/s. As propriedades do hélio podem ser consideradas como sendo $c_p = 5193$ J/(kg·K), $k = 0{,}3355$ W/(m·K), $\rho = 2{,}1676$ kg/m³, $\mu = 4{,}214 \times 10^{-5}$ kg/(s·m) e $Pr = 0{,}654$.

(a) Para uma taxa de transferência de energia térmica global desejada de $q = 125$ MW, determine a temperatura média do hélio que deixa o leito, T_{sai}, e a quantidade de energia térmica gerada em cada partícula, $\dot{E}_g$.

(b) A quantidade de energia gerada pelo combustível diminui se uma temperatura de operação máxima de aproximadamente 2100°C for ultrapassada. Determine a temperatura interna máxima da partícula mais quente no leito. Para números de Reynolds na faixa de $4000 \leq Re_D \leq 10000$, a Equação 7.85 pode ser substituída por $\varepsilon j_c = 2{,}876 Re_D^{-1} + 0{,}3023 Re_D^{-0{,}35}$.

7.102 *Cápsulas de calor latente* são cascas esféricas com parede fina no interior das quais um material que muda de fase sólido-líquido (MMF) com ponto de fusão T_{pf} e calor latente de fusão h_{sf} encontra-se confinado. Como mostrado na figura, as cápsulas podem estar empacotadas em um vaso cilíndrico através do qual há o escoamento de um fluido. Se o MMF estiver no seu estado sólido e $T_{pf} < T_{ent}$, calor é transferido do fluido para as cápsulas e energia latente é armazenada no MMF na medida em que ele funde. Inversamente, se o MMF for um líquido e $T_{pf} > T_{ent}$, energia é liberada pelo MMF na medida em que ele congela e calor é transferido para o fluido. Em ambas as situações, todas as cápsulas no leito permaneceriam a T_{pf} devido principalmente ao processo de mudança de fase, quando então a temperatura de saída permaneceria em um valor fixo T_{sai}.

Considere uma aplicação na qual ar é refrigerado ao passá-lo através de um leito recheado ($\varepsilon = 0{,}5$) de cápsulas ($D_c = 50$ mm) contendo um composto orgânico com ponto de fusão de $T_{pf} = 4°C$. O ar entra no vaso cilíndrico ($L_v = D_v = 0{,}40$ m) a $T_{ent} = 25°C$ e $V = 1{,}0$ m/s.

(a) Se o MMF em cada cápsula está no seu estado sólido a T_{pf} quando a fusão ocorre no interior da cápsula, qual é a temperatura de saída do ar? Se a massa específica e o calor latente de fusão do MMF são $\rho = 1200$ kg/m³ e $h_{sf} = 165$ kJ/kg, qual é a taxa mássica (kg/s) na qual o MMF é convertido de sólido para líquido no vaso?

[(b)] Explore o efeito da velocidade do ar na entrada e do diâmetro da cápsula na temperatura de saída.

(c) Em que local no interior do vaso ocorrerá primeiro a fusão completa do MMF em uma cápsula? Quando a fusão completa começa a ocorrer, como irá variar a temperatura de saída com o tempo e qual é o seu valor assintótico?

7.103 Seja o leito recheado ($\varepsilon = 0{,}5$) de cápsula de calor latente ($D_c = 50$ mm) descrito no Problema 7.102, porém agora em uma aplicação na qual o ar ambiente deve ser aquecido pela sua passagem através do leito. Nesse caso as cápsulas contêm um composto orgânico com um ponto de fusão de $T_{pf} = 50°C$ e o ar entra no vaso ($L_v = D_v = 0{,}40$ m) a $T_{ent} = 20°C$ e $V = 1{,}0$ m/s.

(a) Se o MMF em cada cápsula está no seu estado líquido a T_{pf} quando a solidificação ocorre no interior da cápsula, qual é a temperatura de saída da ar? Se a massa específica e o calor latente de fusão do MMF são $\rho = 900$ kg/m³ e $h_{sf} = 200$ kJ/kg, qual é a taxa mássica (kg/s) na qual o MMF é convertido de líquido para sólido no vaso?

[(b)] Explore o efeito da velocidade do ar na entrada e do diâmetro da cápsula na temperatura de saída.

(c) Em que local no interior do vaso ocorrerá primeiro o congelamento completo do MMF em uma cápsula? Quando o congelamento completo começa a ocorrer, como irá variar a temperatura de saída com o tempo e qual é o seu valor assintótico?

Transferência de Calor e Massa

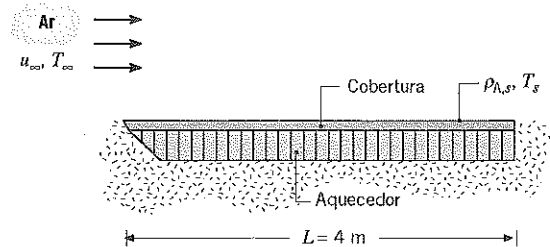
7.104 Considere a perda de massa na superfície de uma placa plana lisa e molhada, em função da convecção forçada à pressão atmosférica. A placa possui um comprimento de 0,5 m e uma largura de 3 m. Ar seco, a 300 K e com uma velocidade na corrente livre de 35 m/s, escoa sobre a superfície, que também se encontra a uma temperatura de 300 K. Estime o coeficiente de transferência de massa médio $\bar{h}_m$ e determine a taxa (kg/s) de perda de vapor d'água na placa.

7.105 Considere ar atmosférico seco em escoamento paralelo sobre uma placa com 0,5 m de comprimento cuja superfície encontra-se molhada. A velocidade do ar é de 35 m/s e tanto o ar quanto a água encontram-se a uma temperatura de 300 K.

(a) Estime a perda de calor e a taxa de evaporação por unidade de largura da placa, q' e n'_A, respectivamente.

[(b)] Admitindo que a temperatura do ar permaneça em 300 K, gere gráficos de q' e n'_A para uma faixa de temperatura da água entre 300 e 350 K, com velocidades do ar de 10, 20 e 35 m/s.

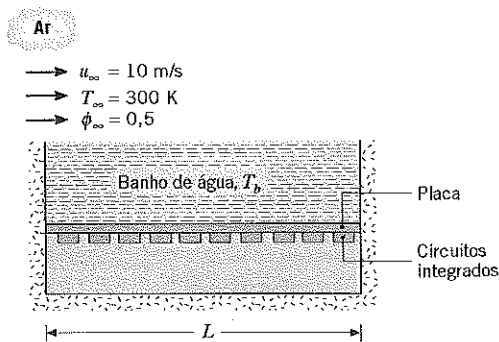
[(c)] Para as velocidades e a temperatura do ar da parte (b), determine as temperaturas da água nas quais a perda de calor será nula.

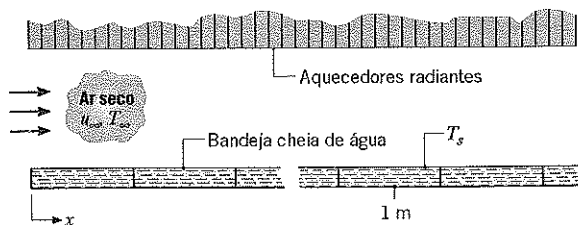
7.106 Uma placa plana coberta por uma substância volátil (espécie A) está exposta a um escoamento paralelo de ar atmosférico seco a $T_\infty = 20°C$ e com $u_\infty = 8$ m/s. A placa é mantida a uma temperatura constante de 134°C por um elemento aquecedor elétrico e a substância evapora na superfície. A placa possui uma largura de 0,25 m (normal ao plano da figura) e sua superfície inferior encontra-se isolada.

A massa molar e o calor latente de vaporização da espécie A são $M_A = 150$ kg/kmol e $h_{lv} = 5{,}44 \times 10^6$ J/kg, respectivamente, e a difusividade mássica é de $D_{AB} = 7{,}75 \times 10^{-7}$ m²/s. Se a pressão do vapor saturado da espécie é de 0,12 atm a 134°C, qual é a potência elétrica necessária para manter o sistema em condições de regime estacionário?

7.107 Ar seco a pressão atmosférica e temperatura de 350 K, com uma velocidade na corrente livre de 25 m/s, escoa sobre uma placa porosa lisa com 1 m de comprimento.

(a) Supondo que a placa esteja saturada com água líquida a 350 K, estime a taxa mássica de evaporação da água por unidade de largura da placa, n'_A(kg/(s·m)).

[(b)] Para temperaturas do ar e da água líquida de 300, 325 e 350 K, represente graficamente n'_A em função da velocidade na faixa entre 1 e 25 m/s.

7.108 Uma configuração para dissipar calor de uma série de $N = 100$ circuitos integrados envolve a fixação dos circuitos à superfície inferior de uma placa e a exposição da superfície superior a um banho de água. O recipiente de água possui um lado com comprimento $L = 100$ mm e tem a sua superfície superior exposta a um escoamento de ar. O escoamento é tornado turbulento pela borda saliente da parede lateral do recipiente.

Se as laterais e a superfície inferior do recipiente são isoladas da vizinhança e o calor é dissipado uniformemente em cada circuito integrado, a que taxa pode o calor ser dissipado em cada circuito, com a temperatura da água mantida a $T_b = 350$ K?

7.109 Uma série de bandejas contendo água, cada uma com 222 mm de comprimento, experimenta um processo evaporativo. Ar seco a $T_\infty = 300$ K escoa sobre as bandejas com uma velocidade de 15 m/s, enquanto aquecedores radiantes mantêm a temperatura superficial a $T_s = 330$ K.

(a) Qual é o fluxo de evaporação (kg/(s·m²)) a uma distância de 1 m da aresta frontal?
(b) Qual é a irradiação (W/m²) que deve ser fornecida à superfície da bandeja nesse local para manter a temperatura da água a 330 K?
(c) Admitindo que a temperatura da água seja uniforme na bandeja nessa posição, qual é a taxa de evaporação (kg/(s·m)) nesta bandeja por unidade de largura da bandeja?
(d) Qual irradiação deveria ser fornecida a cada uma das quatro primeiras bandejas de tal forma que as taxas de evaporação correspondentes sejam idênticas à encontrada na parte (c)?

7.110 Considere o sistema físico descrito no Problema 7.109 (uma série de bandejas com água aquecida por radiação), sob condições de operação nas quais cada bandeja tem 0,25 m de comprimento por 1 m de largura e é irradiada uniformemente, com $G = 10^4$ W/m². Ar seco a $T_\infty = 300$ K continua escoando sobre as bandejas a uma velocidade de 15 m/s.
(a) Qual é a taxa de perda de água (kg/s) nas primeira, terceira e quarta bandejas?
(b) Estime a temperatura da água em cada uma dessas bandejas.

7.111 O equipamento descrito no Problema 7.40 é usado por nossos estudantes para determinar experimentalmente coeficientes convectivos de transferência de calor e de massa, para confirmar a analogia termo-mássica e comparar resultados medidos com as estimativas baseadas em correlações padrões. A velocidade da corrente de ar, V, é medida usando-se um anemômetro à base de um termistor e a sua umidade relativa é determinada através de medidas das temperaturas de bulbo úmido e bulbo seco, T_{bu} e T_{bs}, respectivamente. Termopares são fixados à *placa de teste*, que é coberta com uma folha de papel úmido nos experimentos de transferência de massa.
(a) *Coeficiente de transferência de calor por convecção.* Usando os dados fornecidos no Problema 7.40, determine os coeficientes de transferência de calor para as duas velocidades, supondo que a placa se comporte como um objeto isotérmico. Calcule os coeficientes C e m para uma correlação com a forma $\overline{Nu}_L = C\,Re^m\,Pr^{1/3}$. Compare esse resultado com uma correlação padrão para a placa plana. Comente a respeito da qualidade da comparação e forneça as razões para quaisquer diferenças.
(b) *Coeficiente de transferência de massa por convecção.* Uma folha de papel saturada com água, com 133 mm de lado, foi usada como superfície de teste e teve a sua massa medida em dois instantes de tempo diferentes, $m(t)$ e $m(t + \Delta t)$. Termopares foram usados para monitorar a temperatura do papel como uma função do tempo. Com base nestes dados, a temperatura média, $\overline{T}_s$, foi determinada. As temperaturas de bulbo úmido e bulbo seco foram $T_{bu} = 13$°C e $T_{bs} = 27$°C, e os dados coletados para duas velocidades na corrente de ar foram os seguintes:

		Observações de Perda de Massa de Água		
V (m/s)	$\overline{T}_s$(°C)	$m(t)$ (g)	$m(t+\Delta t)$ (g)	Δt (s)
3	15,3	55,62	54,45	475
9	16,0	55,60	54,50	240

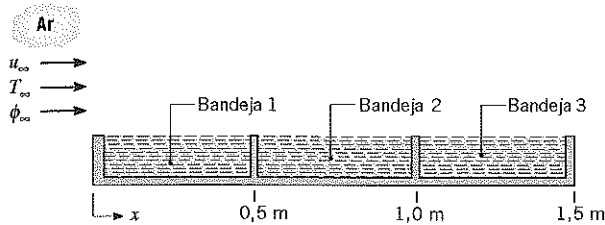
Determine os coeficientes de transferência de massa por convecção para as duas condições de escoamento. Calcule os coeficientes C e m para uma correlação do tipo $\overline{Sh}_L = C\,Re^m\,Sc^{1/3}$.
(c) Usando a analogia termo-mássica, compare os resultados experimentais entre si e com os obtidos usando correlações padrões. Comente a respeito da *qualidade* da comparação e forneça as razões para quaisquer diferenças.

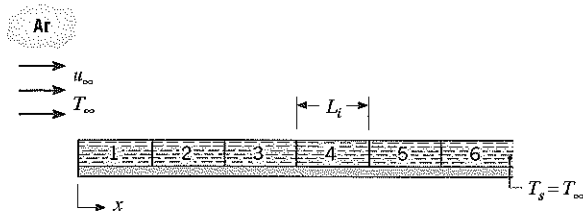
7.112 Ar seco, a 35°C e a uma velocidade de 20 m/s, escoa sobre uma placa molhada com comprimento de 500 mm e largura de 150 mm. Um aquecedor elétrico embutido fornece potência para manter a temperatura na superfície da placa a 20°C.
(a) Qual é a taxa de evaporação (kg/h) da água na placa? Qual é a potência elétrica necessária para manter condições de regime estacionário?
(b) Após um longo período de operação, toda a água é evaporada e a superfície da placa fica seca. Para as mesmas condições na corrente livre e com a potência dissipada no aquecedor determinada na parte (a), estime a temperatura da placa.

7.113 Uma pequena camionete trafegando a 90 km/h acabou de atravessar uma tempestade que deixou uma película de água com 0,1 mm de espessura sobre o seu teto. O teto pode ser considerado uma placa plana com 6 m de comprimento. Admita condições isotérmicas a 27°C, uma umidade relativa do ar ambiente de 80% e escoamento turbulento sobre toda a superfície. Qual posição sobre o teto da camionete será a última a secar? Qual é a taxa de evaporação da água por unidade de área (kg/(s·m²)) na aresta de saída do teto da camionete?

7.114 Benzeno, um conhecido composto cancerígeno, foi derramado sobre o chão do laboratório e se espalhou por 2 m de comprimento. Havendo a formação de uma película com 1 mm de espessura, quanto tempo será necessário para o benzeno se evaporar completamente? A ventilação no laboratório fornece um

escoamento de ar paralelo à superfície da película a 1 m/s e tanto o benzeno como o ar se encontram a 25°C. As massas específicas do benzeno nos estados de vapor saturado e líquido são 0,417 e 900 kg/m³, respectivamente.

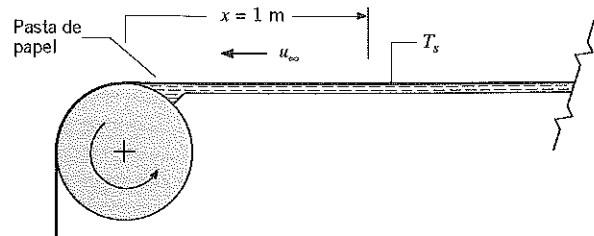
7.115 Ar atmosférico, com 40% de umidade relativa e temperatura de $T_\infty = 300$ K, encontra-se em escoamento paralelo sobre uma série de bandejas contendo água, com $u_\infty = 12$ m/s.

Qual é a taxa de energia que deve ser fornecida a cada uma das três primeiras bandejas a fim de manter a água a uma temperatura de 300 K?

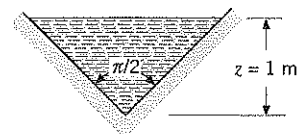
7.116 Uma corrente de ar atmosférico é usada para secar uma série de amostras biológicas sobre placas que possuem, cada uma, um comprimento de $L_i = 0{,}25$ m na direção do escoamento do ar. O ar está seco e a uma temperatura igual às das placas ($T_\infty = T_s = 50$°C). A velocidade do ar é $u_\infty = 9{,}1$ m/s.

(a) Esboce a variação do coeficiente de transferência de massa local $h_{m,x}$ com a distância x da aresta frontal. Indique a natureza específica da dependência em x.
(b) Qual das placas irá secar mais rápido? Calcule a taxa de secagem por metro de largura nesta placa (kg/(s·m)).
(c) A que taxa o calor deveria ser fornecido à placa que seca mais rápido para mantê-la a $T_s = 50$°C durante o processo de secagem?

7.117 A água de resfriamento para os condensadores de uma usina de potência é armazenada em uma lagoa com 1000 m de comprimento por 500 m de largura. Entretanto, devido às perdas por evaporação, torna-se necessária a adição periódica de água de reposição ("*makeup*" *water*) à lagoa, de modo a manter um nível de água adequado. Considerando condições isotérmicas a 27°C para a água e o ar, supondo que o ar na corrente livre esteja seco e movendo-se a uma velocidade de 2 m/s na direção do comprimento de 1000 m da lagoa, e ainda que a camada-limite sobre a superfície da água seja turbulenta desde o início, determine a quantidade de água de reposição que deve ser adicionada diariamente à lagoa.

7.118 Seja o sistema de transporte de placas do Problema 7.24, mas agora sob condições nas quais as placas estão sendo transportadas de um banho líquido usado para limpeza da superfície. A temperatura inicial da placa é de $T_i = 40$°C e suas superfícies estão cobertas por um fino filme de líquido. Sendo a velocidade do ar e a temperatura iguais a $u = 1$ m/s e $T_\infty = 20$°C, respectivamente, qual é a taxa de transferência de calor inicial saindo da placa? Qual é a taxa correspondente de mudança de temperatura da placa? O calor latente de vaporização do solvente, o coeficiente de difusão associado ao transporte de seu vapor no ar e a massa específica de seu vapor saturado a 40°C são $h_{fg} = 900$ kJ/kg, $D_{AB} = 10^{-5}$ m²/s e $\rho_{A,sat} = 0{,}75$ kg/m³, respectivamente. A velocidade da corrente pode ser desprezada em relação à velocidade do ar.

7.119 Em um processo de secagem de papel, o papel se move sobre uma esteira transportadora a 0,2 m/s, enquanto ar seco oriundo de uma fila de jatos circulares (Figura 7.17*b*) colide em direção normal à sua superfície. O diâmetro dos bocais e o passo são $D = 20$ mm e $S = 100$ mm, respectivamente, e a separação entre os bocais e o papel é de $H = 200$ mm. O ar sai do bocal a uma velocidade e uma temperatura de 20 m/s e 300 K, enquanto o papel úmido é mantido a 300 K. Em kg/(s·m²), qual é a taxa de secagem média do papel?

7.120 Em um processo de secagem em uma fábrica de papel, uma folha de pasta de papel (uma mistura de água e fibra) possui uma velocidade linear de 5 m/s quando é enrolada. Aquecedores radiantes mantêm a temperatura da folha em $T_s = 330$ K, enquanto há evaporação da água para o ar ambiente seco e a 300 K, acima e abaixo da folha.

(a) Qual é o fluxo de evaporação a uma distância $x = 1$ m da aresta frontal do rolo? Qual é o valor correspondente do fluxo radiante (irradiação G) que deve ser fornecido à folha para manter a sua temperatura em 330 K? A folha tem uma absortividade $\alpha = 1$.
(b) Para acelerar os processos de secagem e produção de papel, a velocidade e a temperatura da tira são aumentadas para 10 m/s e 340 K, respectivamente. Para manter uma temperatura uniforme na tira, a irradiação G deve ser variada com x ao longo da tira. Para $0 \le x \le 1$ m, calcule e represente graficamente as variações de $h_{m,x}(x)$, $N''_A(x)$ e $G(x)$.

7.121 Um canal com seção transversal triangular, que possui 25 m de comprimento e 1 m de profundidade, é usado para o armazenamento de água.

A água e o ar vizinho estão ambos a uma temperatura de 25°C, e a umidade relativa do ar é de 50%.
(a) Se o ar se move a uma velocidade de 5 m/s ao longo do comprimento do canal, qual é a taxa de perda de água devido à evaporação na superfície?
(b) Obtenha uma expressão para a taxa na qual a profundidade da água diminui com o tempo devido à evaporação. Para as condições acima, quanto tempo será necessário para que toda a água evapore?

7.122 Foram conduzidos experimentos de transferência de massa com um cilindro de naftaleno, com 18,4 mm de diâmetro e 88,9 mm de comprimento, submetido a um escoamento cruzado de ar em um túnel de vento de baixas velocidades. Após a exposição por 39 min a uma corrente de ar a uma temperatura de 26°C e a uma velocidade de 12 m/s, foi determinado que a massa do cilindro

diminuiu em 0,35 g. A pressão barométrica foi medida, sendo igual a 750,6 mm Hg. A pressão de saturação p_{sat} do naftaleno vapor em equilíbrio com o naftaleno sólido é dada pela relação $p_{sat} = p \times 10^E$, onde $E = 8{,}67 - (3766/T)$, com T(K) e p (bar) representando a temperatura e a pressão do ar, respectivamente. O naftaleno possui uma massa molar de 128,16 kg/kmol.

(a) Determine o coeficiente de transferência de massa por convecção a partir das observações experimentais.

(b) Compare esse resultado com uma estimativa feita com uma correlação apropriada para as condições de escoamento fornecidas.

7.123 Ar seco, a uma pressão de 1 atm e a uma velocidade de 15 m/s, deve ser umedecido pela sua passagem em escoamento cruzado sobre um cilindro poroso com diâmetro de $D = 40$ mm, que se encontra saturado com água.

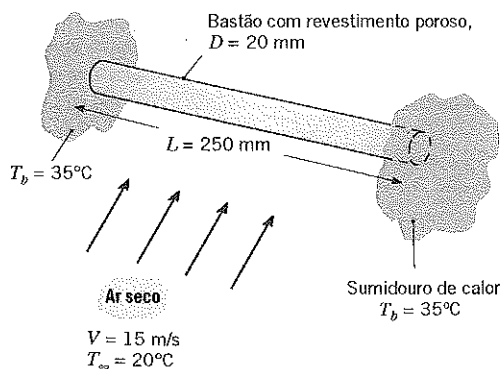
(a) Considerando que a água e o ar estejam a 300 K, calcule a taxa mássica de evaporação da água sob condições de regime estacionário na superfície do cilindro, por unidade de comprimento.

(b) Como a taxa de evaporação irá variar se o ar e a água forem mantidos a uma temperatura mais elevada? Gere um gráfico para o intervalo de temperaturas entre 300 e 350 K para ilustrar o efeito da temperatura na taxa de evaporação.

7.124 Ar seco, a 35°C e a uma velocidade de 15 m/s, escoa sobre um longo cilindro com 20 mm de diâmetro. O cilindro é coberto por um fino revestimento poroso que se encontra saturado com água e um aquecedor elétrico embutido no cilindro fornece potência para manter a temperatura na superfície do revestimento em 20°C.

(a) Qual é a taxa de evaporação da água no cilindro por unidade de comprimento (kg/(h·m))? Qual potência elétrica, por unidade de comprimento do cilindro (W/m), é necessária para manter condições de regime estacionário?

(b) Após um longo período de operação, toda a água do revestimento é evaporada e a sua superfície fica seca. Para as mesmas condições na corrente livre e de potência no aquecedor da parte (a), estime a temperatura da superfície.

7.125 Ar seco, a 20°C e a uma velocidade de 15 m/s, escoa sobre um bastão com 20 mm de diâmetro que é coberto com um fino revestimento poroso que se encontra saturado com água. O bastão ($k = 175$ W/(m·K)) possui 250 mm de comprimento e as suas extremidades são fixadas em sumidouros de calor que são mantidos a 35°C.

Efetue uma análise por diferenças finitas em regime estacionário no sistema bastão-revestimento poroso, levando em consideração a condução no bastão, bem como a transferência de energia na superfície por transferência convectiva de calor e de massa. Use a análise para estimar a temperatura no ponto intermediário do bastão e a taxa de evaporação na superfície. (*Sugestões*: Use 10 nós para representar a metade do comprimento do sistema. Estime o coeficiente de transferência de calor médio global baseado em uma temperatura média do filme para o sistema e use a analogia entre os processos de transferência de calor e de massa para determinar o coeficiente médio de transferência de massa por convecção. Valide o seu algoritmo usando-o para prever uma distribuição de temperaturas que concorde com a solução analítica para uma aleta sem evaporação.)

7.126 Aproxime o formato do corpo humano por um cilindro vertical descoberto com 0,3 m de diâmetro e 1,75 m de comprimento, com uma temperatura superficial de 30°C.

(a) Calcule a perda de calor em um vento com 10 m/s a 20°C.

(b) Qual é a perda de calor se a pele se encontra coberta por uma fina camada de água a 30°C e a umidade relativa do ar for de 60%?

7.127 Foi sugerido que a transferência de calor em uma superfície pode ser aumentada pelo seu umedecimento com água. Como um exemplo específico, considere um tubo horizontal que se encontra exposto a uma corrente transversal de ar seco. Você pode supor que o tubo, que é mantido a uma temperatura $T_s > T_\infty$, esteja completamente umedecido pelo seu lado externo por uma fina película de água. Deduza uma equação para determinar a extensão do aumento obtido na transferência de calor devido ao umedecimento da superfície. Avalie esse aumento para $V = 10$ m/s; $D = 10$ mm, $T_s = 320$ K e $T_\infty = 300$ K.

7.128 No primeiro estágio de um processo de secagem de papel, um cilindro com diâmetro de 0,15 m é coberto com papel com elevado teor de umidade. A temperatura do papel é mantida em 70°C por meio de aquecedores elétricos embutidos no cilindro. Ar seco, a uma velocidade de 10 m/s e a uma temperatura de 20°C, escoa sobre o cilindro.

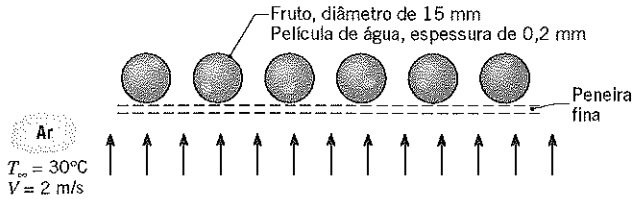
(a) Calcule a potência elétrica necessária e a taxa de evaporação por unidade de comprimento do cilindro, q' e n'_A, respectivamente.

(b) Represente graficamente q' e n'_A em função da velocidade do ar seco para $5 \leq V \leq 20$ m/s e para temperaturas do papel de 65°C, 70°C e 75°C.

7.129 Termômetros cilíndricos de bulbo seco e de bulbo úmido estão instalados em um duto de grande diâmetro com o objetivo de obter a temperatura T_∞ e a umidade relativa ϕ_∞ do ar úmido que escoa através do duto a uma velocidade V. O termômetro de bulbo seco possui uma superfície exposta de vidro com diâmetro D_{bs} e emissividade ε_v. O termômetro de bulbo úmido está coberto com um fino pavio que é mantido saturado com água que escoa continuamente por capilaridade a partir de um reservatório localizado abaixo do bulbo. Seu diâmetro e emissividade são designados por D_{bu} e ε_a, respectivamente. A superfície interna do duto encontra-se a uma temperatura conhecida T_s, que é menor do que T_∞. Desenvolva expressões que possam ser usadas para obter T_∞ e ϕ_∞ a partir do conhecimento das temperaturas de bulbo seco e de bulbo úmido, T_{bs} e T_{bu}, e dos parâmetros citados anteriormente. Determine T_∞ e ϕ_∞ quando $T_{bs} = 45$°C, $T_{bu} = 25$°C, $T_s = 35$°C, $p = 1$ atm, $V = 5$ m/s, $D_{bs} = 3$ mm, $D_{bu} = 4$ mm, e $\varepsilon_v = \varepsilon_a = 0{,}95$. Como uma primeira aproximação, estime as propriedades do ar para o bulbo seco e para o bulbo úmido a 45°C e 25°C, respectivamente.

7.130 O problema de poluição térmica está associado à descarga de água quente de plantas de potência elétrica ou de fontes industriais em um corpo natural de água. Métodos para minimizar esse problema envolvem o resfriamento da água quente antes de permitir o seu descarte. Dois desses métodos, envolvendo torres de resfriamento úmidas ou lagoas de pulverização, estão baseados na transferência de calor da água quente, na forma de gotículas, para a atmosfera vizinha. Para desenvolver uma melhor compreensão dos mecanismos que contribuem para esse resfriamento, considere uma gotícula esférica com diâmetro D e temperatura T, que está se movendo a uma velocidade V em relação ao ar que está a uma temperatura T_∞ e a uma umidade relativa ϕ_∞. A vizinhança é caracterizada por uma temperatura

T_{viz}. Desenvolva expressões para as taxas de evaporação e de resfriamento da gotícula. Calcule a taxa de evaporação (kg/s) e a taxa de resfriamento (K/s) quando $D = 3$ mm, $V = 7$ m/s, $T = 40°C$, $T_\infty = 25°C$, $T_{viz} = 15°C$ e $\phi_\infty = 0{,}60$. A emissividade da água é $\varepsilon_a = 0{,}96$.

7.131 Oxicocos (*cranberries*) são colhidos pelo alagamento dos atoleiros nos quais eles crescem e são classificados em tonéis para o transporte. Na planta de processamento, a umidade superficial dos frutos é removida na medida em que eles rolam sobre uma fina peneira através da qual ar morno é soprado. Os frutos têm um diâmetro médio de 15 mm e a espessura da camada de água é de 0,2 mm.

Sendo a velocidade e a temperatura do ar aquecido iguais a 2 m/s e 30°C, respectivamente, determine o tempo necessário para secar os frutos. Suponha que a película de água nos frutos também esteja a 30°C.

7.132 Uma gota d'água esférica com 0,5 mm de diâmetro cai a uma velocidade de 2,15 m/s através de ar seco em repouso a uma pressão de 1 atm. Estime a taxa instantânea de evaporação na gota, com a sua superfície a 60°C e o ar a 100°C.

7.133 Uma gotícula esférica de álcool, com 0,5 mm de diâmetro, cai livremente através de ar em repouso a uma velocidade de 1,8 m/s. A concentração de vapor de álcool na superfície da gotícula é de 0,0573 kg/m³ e o coeficiente de difusão do álcool no ar é de 10^{-5} m²/s. Desprezando a radiação e supondo condições de regime estacionário, calcule a temperatura superficial da gotícula se a temperatura do ar ambiente é de 300 K. O calor latente de vaporização do álcool é de $8{,}42 \times 10^5$ J/kg.

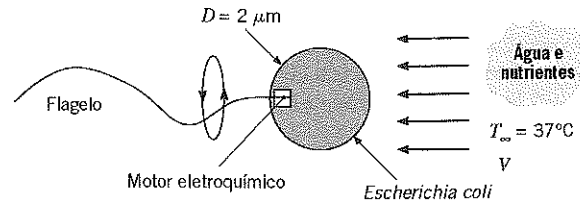
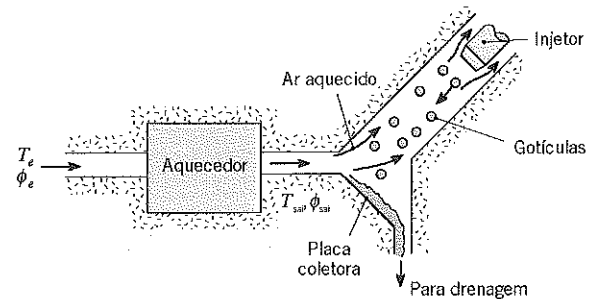
7.134 Como descrito no Problema 7.77, a segunda etapa na engenharia tecidual é a semeação da superfície superior da base de sustentação com células humanas que em seguida crescem no interior dos poros da base. Um método de semeação que foi proposto envolve o uso de um gerador de gotas similar ao do Problema 7.77 para gerar gotas com diâmetro $D_p = 50$ μm. O material no gerador de gotas é uma lama constituída por uma mistura de um líquido hospedeiro e células de fígado humano. O líquido hospedeiro tem propriedades similares às da água e as células de fígado são esféricas com diâmetro $D_{cf} = 20$ μm e massa específica $\rho_{cf} = 2400$ kg/m³. As gotas são injetadas no ar atmosférico com uma umidade relativa e uma temperatura de $\phi = 0{,}50$ e $T_\infty = 25°C$, respectivamente. As partículas são injetadas com uma temperatura inicial de $T_i = 25°C$.

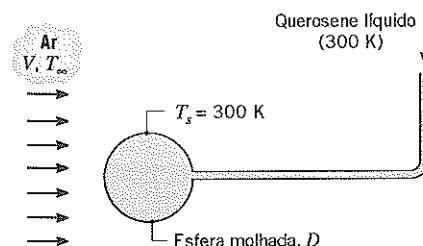
(a) É desejável que cada gota contenha uma célula de fígado. Determine a fração volumétrica, f, de células de fígado na lama e a velocidade terminal para uma gota contendo uma célula.

(b) A gota contendo uma célula é injetada na sua velocidade terminal. Determine o tempo de vôo para uma distância entre o bocal do ejetor e a base de sustentação de $L = 4$ mm.

(c) Determine a taxa de evaporação inicial na gota.

(d) O engenheiro tecidual está ciente de que a evaporação irá mudar a massa da gota e, por sua vez, irá afetar o seu tempo de vôo e a precisão com a qual as sementes podem ser colocadas na base de sustentação. Estime a máxima variação de massa devido à evaporação durante o tempo de vôo. Compare a variação de massa devida à evaporação com a variação associada à existência de uma a três células de fígado por gota. O que influencia a variabilidade da massa da gota de forma mais significativa, a evaporação ou a população de células por gota?

7.135 Bactérias móveis são equipadas com flagelos que são girados por minúsculos motores eletroquímicos biológicos que, por sua vez, impulsionam a bactéria através de um líquido hospedeiro. Considere a bactéria nominalmente esférica *Escherichia coli*, que tem diâmetro $D = 2$ μm. A bactéria está em uma solução aquosa a 37°C contendo um nutriente que é caracterizado por um coeficiente de difusão binária de $D_{AB} = 0{,}7 \times 10^{-9}$ m²/s e um valor energético alimentício de $\mathcal{N} = 16000$ kJ/kg. Há uma diferença de concentração do nutriente entre o fluido e o envoltório da bactéria de $\Delta\rho_A = 860 \times 10^{-12}$ kg/m³. Supondo uma eficiência de propulsão de $\eta = 0{,}5$, determine a velocidade máxima da *E. coli*. Apresente a sua resposta em diâmetros do corpo por segundo.

7.136 Em um sistema de umidificação de um forno doméstico, gotículas de água com diâmetro D são descarregadas na direção e em sentido oposto ao movimento do ar quente que emerge do aquecedor. O ar é umidificado pela evaporação nas gotículas e a água em excesso é coletada em uma *placa de coleta*, de onde é direcionada para um dreno.

Considere condições nas quais o ar entra no aquecedor a uma temperatura e umidade relativa de 17°C e 70%, respectivamente, e deixa o aquecedor a uma temperatura de 47°C. O diâmetro das gotículas é de 1 mm e a velocidade relativa entre as gotículas e o ar aquecido é de 15 m/s. Durante o tempo de vôo, a variação no diâmetro das gotículas pode ser desprezada e a temperatura da gotícula pode ser considerada constante, igual a 47°C. Qual é a taxa de evaporação em uma única gotícula?

7.137 A evaporação de gotículas de combustíveis líquidos é freqüentemente estudada em laboratório usando-se a técnica da esfera porosa, na qual o combustível é alimentado a uma taxa que é suficiente apenas para manter a superfície da esfera completamente molhada.

Considere o uso de querosene a 300 K com uma esfera porosa de 1 mm de diâmetro. Nessa temperatura, a massa específica do vapor saturado de querosene é de 0,015 kg/m³ e o seu calor latente de vaporização igual a 300 kJ/kg. A difusividade mássica para a mistura vapor-ar é de 10^{-5} m²/s. Se ar atmosférico seco escoa sobre a esfera com $V = 15$ m/s e $T_\infty = 300$ K, qual é a vazão mássica mínima de querosene que deve ser alimentada para manter a superfície molhada? Para essa condição, de quanto a temperatura T_∞ deve de fato exceder a temperatura T_s para manter a superfície molhada da esfera a 300 K?

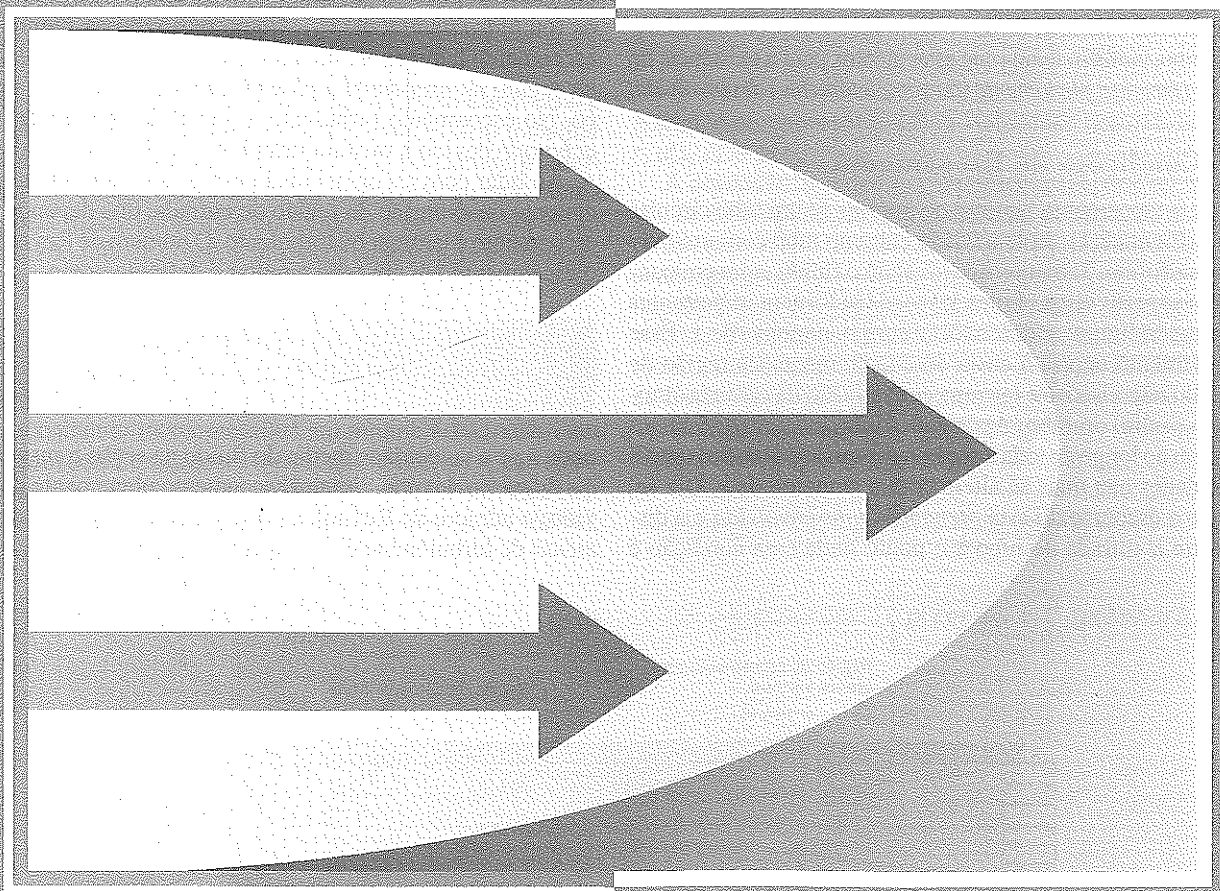
7.138 Seja um sistema de condicionamento de ar composto por um feixe de tubos montado normal ao ar que escoa no interior de um duto a uma vazão mássica de $\dot{m}_a$ (kg/s). Um refrigerante escoando através dos tubos é capaz de manter a sua temperatura superficial em um valor constante $T_s < T_{a,ent}$, onde $T_{a,ent}$ é a temperatura de admissão do ar (a montante do feixe de tubos). Foi sugerido que o sistema de refrigeração pode ser melhorado se uma fina e uniforme película de água for mantida sobre a superfície externa de cada tubo.

(a) Supondo que a película de água esteja a temperatura T_s, desenvolva uma expressão para a razão entre o resfriamento que ocorre com a presença da película de água e o resfriamento que ocorre sem a presença da película. A quantidade de resfriamento pode ser definida como $T_{a,ent} - T_{a,sai}$, onde $T_{a,sai}$ é a temperatura de saída do ar (a jusante do feixe de tubos). O ar a montante do sistema pode ser considerado seco e os potenciais motrizes para as transferências convectivas de calor e de massa podem ser aproximados por $(T_{a,ent} - T_s)$ e $\rho_{A,sat}(T_s)$, respectivamente. *Observação*: A taxa total de perda de calor do ar pode ser representada por $q = m_a c_{p,a}(T_{a,ent} - T_{a,sai})$. Estime o valor dessa razão sob condições para as quais $T_{a,ent} = 35°C$ e $T_s = 10°C$.

(b) Considere uma matriz tubular que tem uma profundidade de 5 colunas, com 12 tubos em cada coluna. Cada tubo tem 0,5 m de comprimento e 8 mm de diâmetro externo. Uma configuração alternada de tubos é utilizada, na qual $S_T = S_L = 24$ mm. Sob condições nas quais $\dot{m}_a = 0,5$ kg/s, $V = 3$ m/s, $T_{a,ent} = 35°C$ e $T_s = 10°C$, qual é o valor de $T_{a,sai}$ se os tubos estiverem molhados? Qual é a umidade específica do ar que deixa o feixe de tubos?

7.139 Em um processo de secagem de papel, o papel se move em uma esteira transportadora a uma velocidade de 0,2 m/s, enquanto ar seco proveniente de uma série de jatos retangulares (Figura 7.16) colide perpendicularmente com a sua superfície. A largura dos bocais e o passo são $W = 10$ mm e $S = 100$ mm, respectivamente, e a separação entre os bocais e a placa é de $H = 200$ mm. O papel molhado possui uma largura de $L = 1$ m e é mantido a 300 K, enquanto o ar sai dos bocais a uma temperatura de 300 K e a uma velocidade de 20 m/s. Em kg/(s·m²), qual é a taxa de secagem média por unidade de área superficial do papel?

CAPÍTULO 8

Escoamento Interno

Tendo adquirido meios para calcular taxas de transferência por convecção em escoamentos externos, agora analisamos o problema da transferência convectiva em *escoamentos internos*. Lembre que um escoamento externo é aquele no qual o desenvolvimento da camada-limite sobre uma superfície ocorre sem restrições externas, como na placa plana mostrada na Figura 6.6. Ao contrário, um escoamento interno, como o escoamento no interior de um tubo, é aquele no qual o fluido encontra-se *confinado* por uma superfície. Dessa forma, a camada-limite é incapaz de se desenvolver sem finalmente ter o seu desenvolvimento restringido. A configuração de escoamento interno representa uma geometria conveniente para o aquecimento e o resfriamento de fluidos usados em processos químicos, no controle ambiental e em tecnologia de conversão de energia.

Nossos objetivos são o desenvolvimento de uma avaliação dos fenômenos físicos associados ao escoamento interno e a obtenção de coeficientes convectivos para condições de escoamento de importância prática. Iniciaremos analisando efeitos de velocidade (efeitos hidrodinâmicos ou fluidodinâmicos) pertinentes aos escoamentos internos, concentrando-nos em certas características específicas do desenvolvimento da camada-limite. Os efeitos da camada-limite térmica são considerados em seguida e um balanço de energia global é utilizado para determinar as variações na temperatura do fluido no sentido do escoamento. Finalmente, são apresentadas correlações para estimar o coeficiente de transferência de calor por convecção para uma variedade de condições do escoamento interno.

8.1 Considerações Fluidodinâmicas

Ao analisar o escoamento externo, é necessário perguntar somente se o escoamento é laminar ou turbulento. Entretanto, em um escoamento interno, também temos que estar atentos para a existência de regiões *de entrada* e *plenamente* (*ou completamente*) *desenvolvida*.

8.1.1 Condições de Escoamento

Considere o escoamento laminar no interior de um tubo circular de raio r_0 (Figura 8.1), onde o fluido entra no tubo com uma velocidade uniforme. Sabemos que, quando o fluido entra em contato com a superfície, os efeitos viscosos se tornam importantes e uma camada-limite se desenvolve com o aumento de x. Esse desenvolvimento ocorre à custa do encolhimento da região de escoamento não viscoso e termina com a fusão da camada-limite no eixo central do tubo. Após essa fusão, os efeitos viscosos se estendem ao longo de toda a seção transversal do tubo e o perfil de velocidades não mais se altera com o aumento de x. Diz-se, então, que o escoamento está *plenamente desenvolvido* e a distância entre a entrada do tubo e o ponto onde essa condição é atingida é conhecida por *comprimento de entrada fluidodinâmica* (ou *hidrodinâmica*), $x_{cd,v}$. Como mostrado na Figura 8.1, no escoamento laminar em um tubo circular o *perfil de velocidades na região de escoamento plenamente desenvolvido* é parabólico. No escoamento turbulento, o perfil de velocidades é mais *achatado* devido à mistura turbulenta na direção radial.

Ao lidar com escoamentos internos, é importante ter conhecimento da extensão da região de entrada, que depende de se o escoamento é laminar ou turbulento. O número de Reynolds para o escoamento em um tubo circular é definido como

$$Re_D \equiv \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{u_m D}{\nu} \tag{8.1}$$

onde u_m é a velocidade média do fluido na seção transversal e D é o diâmetro do tubo. Em um escoamento plenamente desenvolvido, o número de Reynolds crítico, que corresponde ao *surgimento* de turbulência, é

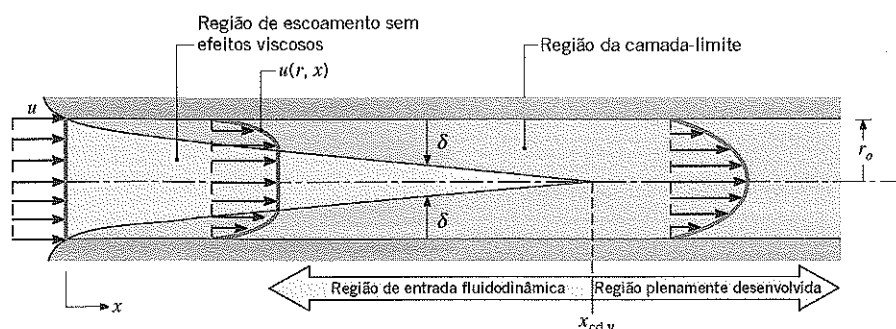



FIGURA 8.1 Desenvolvimento de camada-limite fluidodinâmica laminar em um tubo circular.

$$Re_{D,c} \approx 2300 \quad (8.2)$$

embora números de Reynolds muito maiores ($Re_D \approx 10000$) sejam necessários para a obtenção de condições plenamente turbulentas. Provavelmente, a transição para a turbulência tem início na camada-limite em desenvolvimento na região de entrada.

Para o escoamento laminar ($Re_D \lesssim 2300$), o comprimento de entrada fluidodinâmica pode ser obtido a partir de uma expressão com a forma [1]

$$\left(\frac{x_{cd,v}}{D}\right)_{lam} \approx 0{,}05\, Re_D \quad (8.3)$$

Essa expressão está baseada na premissa de que o fluido entra no tubo por uma entrada convergente arredondada, sendo então caracterizada por um perfil de velocidades aproximadamente uniforme na entrada (Figura 8.1). Embora não exista expressão geral satisfatória para o comprimento de entrada em um escoamento turbulento, sabemos que ele é aproximadamente independente do número de Reynolds e que, como uma primeira aproximação [2],

$$10 \lesssim \left(\frac{x_{cd,v}}{D}\right)_{turb} \lesssim 60 \quad (8.4)$$

Para os propósitos deste texto, admitiremos escoamento turbulento plenamente desenvolvido para $(x/D) > 10$.

8.1.2 A Velocidade Média

Uma vez que a velocidade varia ao longo da seção transversal e não há uma corrente livre bem-definida, é necessário trabalhar com uma velocidade média u_m ao lidar com escoamentos internos. Essa velocidade é definida de tal forma que, quando multiplicada pela massa específica do fluido ρ e pela área da seção transversal do tubo A_{tr}, obtém-se a vazão mássica do escoamento através do tubo. Assim,

$$\dot{m} = \rho u_m A_{tr} \quad (8.5)$$

Para o escoamento incompressível em regime estacionário em um tubo com área de seção transversal uniforme, $\dot{m}$ e u_m são constantes, independentes de x. Pelas Equações 8.1 e 8.5, fica evidente que, para o escoamento em um *tubo circular* ($A_{tr} = \pi D^2/4$), o número de Reynolds se reduz a

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad (8.6)$$

Como a vazão mássica também pode ser representada pela integral do fluxo de massa (ρu) na seção transversal

$$\dot{m} = \int_{A_{tr}} \rho u(r, x)\, dA_{tr} \quad (8.7)$$

segue-se que, para o escoamento *incompressível* em um tubo *circular*,

$$u_m = \frac{\int_{A_{tr}} \rho u(r,x)\, dA_{tr}}{\rho A_{tr}} = \frac{2\pi\rho}{\rho \pi r_o^2}\int_0^{r_o} u(r,x) r\, dr = \frac{2}{r_o^2}\int_0^{r_o} u(r,x) r\, dr \quad (8.8)$$

A expressão anterior pode ser usada para determinar u_m em qualquer posição axial x, a partir do conhecimento do perfil de velocidades $u(r)$ nessa posição.

8.1.3 Perfil de Velocidades na Região de Escoamento Plenamente Desenvolvido

A forma do perfil de velocidades pode ser facilmente determinada para o *escoamento laminar* de um *fluido incompressível com propriedades constantes*, na *região plenamente desenvolvida*, de um *tubo circular*. Uma característica importante das condições fluidodinâmicas na região plenamente desenvolvida é que o componente radial da velocidade, v, e o gradiente do componente axial da velocidade, $(\partial u/\partial x)$, são iguais a zero qualquer que seja a posição.

$$v = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0 \quad (8.9)$$

Assim, o componente axial da velocidade depende somente de r, $u(x, r) = u(r)$.

A dependência radial da velocidade axial pode ser obtida através da resolução da forma apropriada da equação do momento na direção x. Essa forma é determinada primeiramente reconhecendo que, para as condições da Equação 8.9, o fluxo de momento líquido é nulo em qualquer ponto na região plenamente desenvolvida. Portanto, a exigência de conservação do momento se reduz a um simples equilíbrio entre as forças de cisalhamento e as forças de pressão no escoamento. No elemento diferencial anular mostrado na Figura 8.2, esse equilíbrio de forças pode ser representado por

$$\tau_r(2\pi r\, dx) - \left\{\tau_r(2\pi r\, dx) + \frac{d}{dr}[\tau_r(2\pi r\, dx)]\, dr\right\} + p(2\pi r\, dr) - \left\{p(2\pi r\, dr) + \frac{d}{dx}[p(2\pi r\, dr)]\, dx\right\} = 0$$

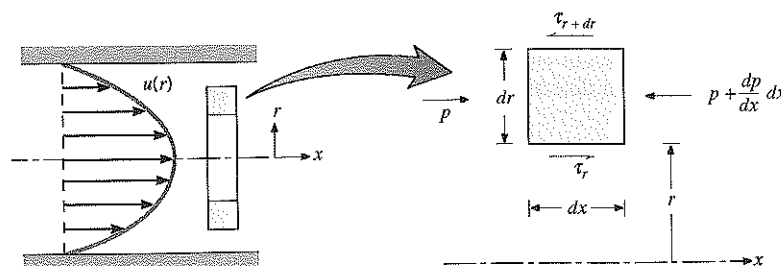



FIGURA 8.2 Balanço de forças em um elemento diferencial no escoamento laminar plenamente desenvolvido em um tubo circular.

que se reduz a

$$-\frac{d}{dr}(r\tau_r) = r\frac{dp}{dx} \qquad (8.10)$$

Com $y = r_0 - r$, a lei da viscosidade de Newton, Equação 6S.10, assume a forma

$$\tau_r = -\mu\frac{du}{dr} \qquad (8.11)$$

e a Equação 8.10 se torna

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{dp}{dx} \qquad (8.12)$$

Como o gradiente de pressão na direção axial é independente de r, a Equação 8.12 pode ser resolvida com duas integrações, obtendo-se

$$r\frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\frac{r^2}{2} + C_1$$

e

$$u(r) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

As constantes de integração podem ser determinadas com a utilização das condições de contorno

$$u(r_o) = 0 \qquad \text{e} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0} = 0$$

que impõem, respectivamente, as exigências de deslizamento nulo na superfície do tubo e de simetria radial em relação ao eixo central. É fácil a tarefa de determinar as constantes, chegando-se a

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)r_o^2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \qquad (8.13)$$

Portanto, o perfil de velocidades plenamente desenvolvido é *parabólico*. Note que o gradiente de pressão deve ser sempre negativo.

O resultado anterior pode ser usado para determinar a velocidade média do escoamento. Substituindo a Equação 8.13 na Equação 8.8 e integrando, obtém-se

$$u_m = -\frac{r_o^2}{8\mu}\frac{dp}{dx} \qquad (8.14)$$

Substituindo esse resultado na Equação 8.13, o perfil de velocidades é, então,

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \qquad (8.15)$$

Como u_m pode ser calculada a partir do conhecimento da vazão mássica, a Equação 8.14 pode ser usada para determinar o gradiente de pressão.

8.1.4 Gradiente de Pressão e Fator de Atrito no Escoamento Plenamente Desenvolvido

Com freqüência, o engenheiro está interessado na queda de pressão necessária para manter um escoamento interno, pois esse parâmetro determina a exigência de potência na bomba ou no soprador. Para determinar a queda de pressão, é conveniente trabalhar com o *fator de atrito de Moody* (ou de Darcy), que é um parâmetro adimensional definido pela expressão

$$f \equiv \frac{-(dp/dx)D}{\rho u_m^2/2} \qquad (8.16)$$

Essa grandeza não deve ser confundida com o *coeficiente de atrito*, algumas vezes também chamado de fator de atrito de Fanning, que é definido como

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_m^2/2} \qquad (8.17)$$

Como $\tau_s = -\mu(du/dr)_{r=r_o}$, tem-se pela Equação 8.13 que

$$C_f = \frac{f}{4} \qquad (8.18)$$

Substituindo as Equações 8.1 e 8.14 na Equação 8.16, tem-se que, para o escoamento laminar plenamente desenvolvido,

$$f = \frac{64}{Re_D} \qquad (8.19)$$

Para um escoamento turbulento plenamente desenvolvido, a análise é muito mais complicada e acabamos contando com resultados experimentais. Fatores de atrito para uma ampla faixa de números de Reynolds são apresentados no *diagrama de Moody*, mostrado na Figura 8.3. Além de depender do número de Reynolds, o fator de atrito é uma função das condições na superfície do tubo. Ele é um mínimo para superfícies *lisas* e aumenta com o aumento da rugosidade da superfície, e. Correlações que aproximam razoavelmente a condição de superfície lisa possuem as formas

$$f = 0{,}316 Re_D^{-1/4} \qquad Re_D \lesssim 2 \times 10^4 \qquad (8.20a)$$

$$f = 0{,}184 Re_D^{-1/5} \qquad Re_D \gtrsim 2 \times 10^4 \qquad (8.20b)$$

Alternativamente, uma única correlação válida em uma ampla faixa de números de Reynolds foi desenvolvida por Petukhov [4] e possui a forma

$$f = (0{,}790 \ln Re_D - 1{,}64)^{-2} \qquad 3000 \lesssim Re_D \lesssim 5 \times 10^6 \qquad (8.21)$$

Note que f, e portanto dp/dx, é uma constante na região plenamente desenvolvida. Pela Equação 8.16, a queda de pressão $\Delta p = p_1 - p_2$ associada ao escoamento plenamente desenvolvido de uma posição axial x_1 até x_2 pode, então, ser representada como

$$\Delta p = -\int_{p_1}^{p_2} dp = f\frac{\rho u_m^2}{2D}\int_{x_1}^{x_2} dx = f\frac{\rho u_m^2}{2D}(x_2 - x_1) \qquad (8.22a)$$

onde f é obtido na Figura 8.3 ou da Equação 8.19 para o escoamento laminar e da Equação 8.20 ou 8.21 para o escoamento turbulento em tubos lisos. A potência requerida na bomba ou no soprador para superar a resistência ao escoamento associada a essa queda de pressão pode ser representada por

$$P = (\Delta p)\dot{\forall} \qquad (8.22b)$$

onde a vazão volumétrica do escoamento $\dot{\forall}$ pode, por sua vez, ser expressa como $\dot{\forall} = \dot{m}/\rho$ para um fluido incompressível.

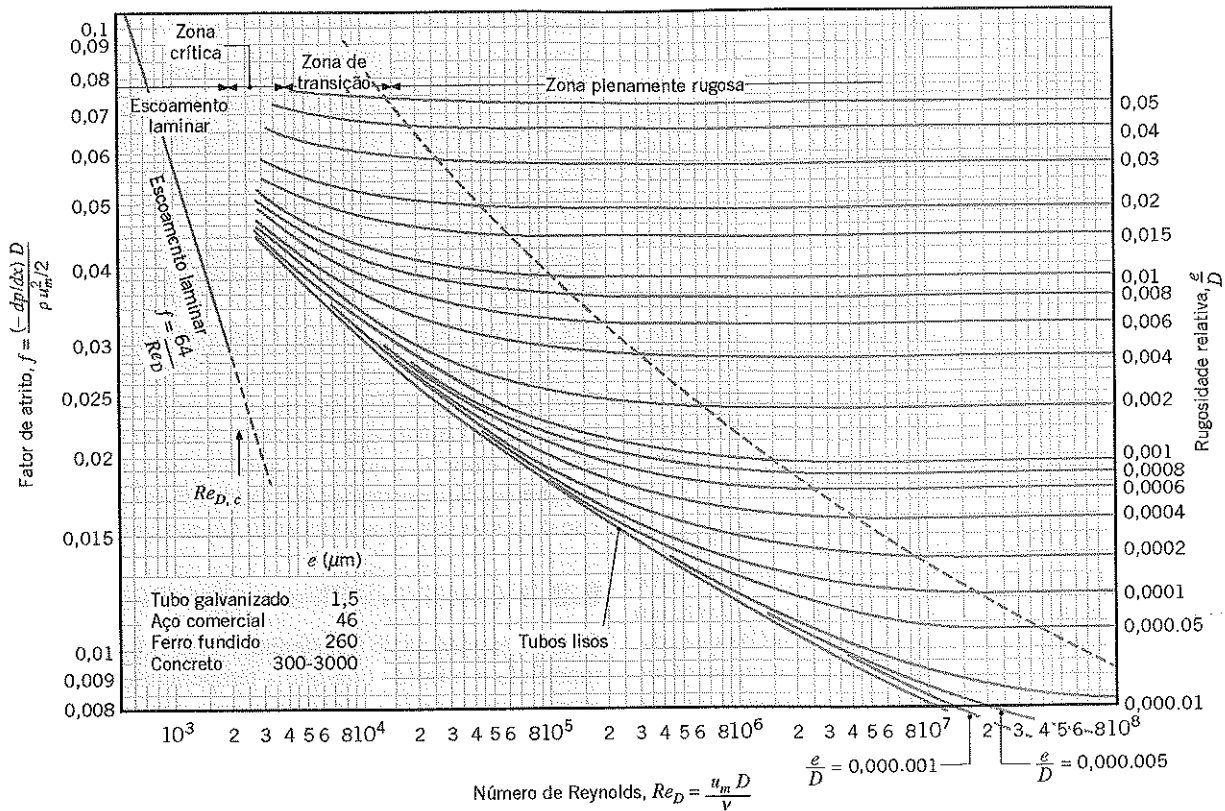



FIGURA 8.3 Fator de atrito para escoamentos plenamente desenvolvidos em um tubo circular [3]. Usado com permissão.

8.2 Considerações Térmicas

Tendo revisado a mecânica dos fluidos do escoamento interno, agora analisamos os efeitos térmicos. Se o fluido entra no tubo mostrado na Figura 8.4 a uma temperatura uniforme $T(r,0)$, que é menor do que a temperatura da superfície, ocorre transferência de calor por convecção e uma *camada-limite térmica* começa a se desenvolver. Ainda mais, se a condição na *superfície* do tubo for fixada pela imposição de uma temperatura uniforme (T_s é constante) ou de um fluxo térmico uniforme (q_s'' é constante), termina-se por atingir uma *condição térmica plenamente desenvolvida.* A forma do perfil de temperaturas plenamente desenvolvido, $T(r,x)$, difere em função da condição mantida na superfície, temperatura ou fluxo térmico uniformes. Entretanto, em ambas as condições superficiais, a diferença entre a temperatura do fluido e a temperatura na entrada aumenta com o aumento de x.

Para o escoamento laminar, o *comprimento de entrada térmico* pode ser representado por [2]

$$\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0{,}05 Re_D Pr \qquad (8.23)$$

Comparando as Equações 8.3 e 8.23, fica evidente que, se $Pr > 1$, a camada-limite fluidodinâmica se desenvolve mais rapida-

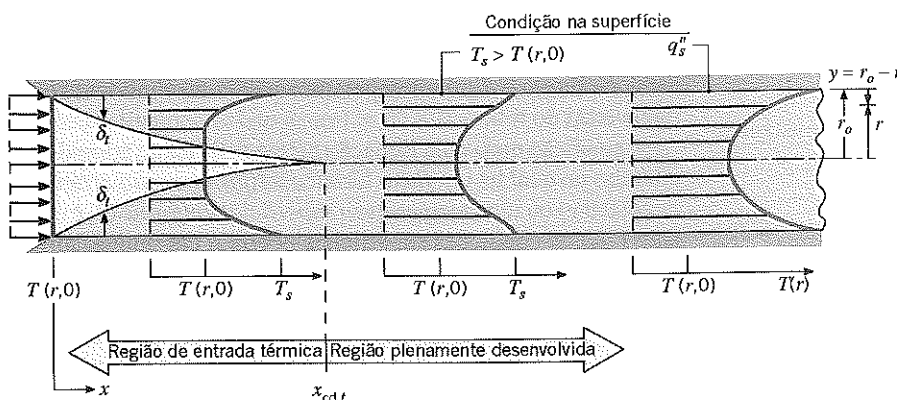



FIGURA 8.4 Desenvolvimento de camada-limite térmica em um tubo circular aquecido.

mente do que a camada-limite térmica ($x_{cd,v} < x_{cd,t}$), enquanto o inverso é verdadeiro quando $Pr < 1$. Para fluidos com número de Prandtl extremamente elevados, tais como óleos ($Pr \gtrsim 100$), $x_{cd,v}$ é muito menor do que $x_{cd,t}$, sendo então razoável admitir um perfil de velocidades plenamente desenvolvido ao longo de toda a região de entrada térmica. Ao contrário, no escoamento turbulento, as condições são praticamente independentes do número de Prandtl e, em uma primeira aproximação, podemos supor $(x_{cd,t}/D) = 10$.

As condições térmicas na região plenamente desenvolvida são marcadas por várias características interessantes e úteis. Entretanto, antes que possamos analisar essas características (Seção 8.2.3), é necessário apresentar o conceito de uma temperatura média, bem como a forma apropriada para a lei do resfriamento de Newton.

8.2.1 A Temperatura Média

Da mesma forma que a ausência de uma velocidade na corrente livre requer o uso de uma velocidade média para descrever um escoamento interno, a ausência de uma temperatura fixa na corrente livre exige o uso de uma *temperatura média* (ou *média de mistura*). Para fornecer uma definição para a temperatura média, começamos retornando à Equação 1.11*e*:

$$q = \dot{m} c_p (T_{sai} - T_{ent}) \tag{1.11e}$$

Lembre de que os termos no lado direito representam a energia térmica para um líquido incompressível ou a entalpia (energia térmica mais trabalho de escoamento) para um gás ideal, que é carregada pelo fluido. Ao desenvolver essa equação, implicitamente estava suposto que a temperatura era uniforme nas seções transversais na entrada e na saída. Na realidade, isso não é verdadeiro se ocorrer transferência de calor por convecção. Nós *definimos* a temperatura média de tal forma que o termo $\dot{m} c_p T_m$ seja igual à taxa real de advecção de energia térmica (ou entalpia) integrada na seção transversal. Essa taxa real de advecção pode ser obtida pela integração do produto entre o fluxo de massa (ρu) e a energia interna (ou entalpia) por unidade de massa, $c_p T$, na seção transversal do escoamento. Conseqüentemente, definimos T_m a partir de

$$\dot{m} c_p T_m = \int_{A_{tr}} \rho u c_p T dA_{tr} \tag{8.24}$$

ou

$$T_m = \frac{\int_{A_{tr}} \rho u c_p T dA_{tr}}{\dot{m} c_p} \tag{8.25}$$

Para o escoamento em um tubo circular com ρ e c_p constantes, tem-se das Equações 8.5 e 8.25 que

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u T r dr \tag{8.26}$$

É importante observar que, quando multiplicada pela vazão mássica e pelo calor específico, T_m fornece a taxa na qual a energia térmica (ou entalpia) é carregada pelo fluido à medida que ele escoa ao longo do tubo.

8.2.2 Lei do Resfriamento de Newton

A temperatura média T_m é uma temperatura de referência conveniente para escoamentos internos, desempenhando um papel muito semelhante àquele da temperatura na corrente livre T_∞ nos escoamentos externos. Conseqüentemente, a lei do resfriamento de Newton pode ser representada por

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \tag{8.27}$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor *local*. No entanto, há uma diferença essencial entre T_m e T_∞. Enquanto T_∞ é constante no sentido do escoamento, T_m tem que variar neste sentido. Isto é, dT_m/dx nunca é igual a zero se estiver ocorrendo transferência de calor. O valor de T_m aumenta com x se a transferência de calor for da superfície para o fluido ($T_s > T_m$); ela diminui com x se o oposto estiver acontecendo ($T_s < T_m$).

8.2.3 Condições Plenamente Desenvolvidas

Como a existência de transferência convectiva de calor entre a superfície e o fluido dita que a temperatura do fluido deve se alterar com x, pode-se legitimamente questionar se condições térmicas plenamente desenvolvidas serão de fato atingidas. A situação é certamente diferente do caso fluidodinâmico, no qual $(\partial u/\partial x) = 0$ na região plenamente desenvolvida. Ao contrário, se houver transferência de calor, (dT_m/dx), assim como $(\partial T/\partial x)$ em qualquer raio r, são diferentes de zero. Conseqüentemente, o perfil de temperaturas $T(r)$ está continuamente mudando com x, deixando parecer que uma condição plenamente desenvolvida nunca poderá ser atingida. Essa contradição aparente pode ser reanalisada definindo-se uma forma adimensional da temperatura.

A análise pode ser simplificada trabalhando-se com diferenças de temperaturas adimensionais, como na transferência de calor por condução em regime transiente (Capítulo 5) e na equação da conservação de energia (Capítulo 6). Introduzindo uma diferença de temperaturas adimensional, na forma $(T_s - T)/(T_s - T_m)$, sabe-se que há condições nas quais essa razão se torna independente de x [2]. Isto é, embora o perfil de temperaturas $T(r)$ continue variando com x, a forma *relativa* desse perfil permanece inalterada e diz-se que o escoamento está *termicamente plenamente desenvolvido*. A exigência para tal condição é formalmente estabelecida por

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right]_{cd,t} = 0 \tag{8.28}$$

onde T_s é a temperatura da superfície do tubo, T é a temperatura local do fluido e T_m é a temperatura média do fluido na seção transversal do tubo.

A condição dada pela Equação 8.28 é finalmente atingida em um tubo no qual há um *fluxo térmico uniforme na superfície* (q_s'' é constante) ou uma *temperatura superficial uniforme* (T_s é constante). Essas condições superficiais ocorrem em muitas aplicações da engenharia. Por exemplo, um fluxo térmico constante na superfície existiria caso a parede do tubo fosse aquecida eletricamente ou se a sua superfície externa fosse uniformemente irradiada. Por outro lado, uma temperatura superficial constante existiria caso uma mudança de fase (devida à ebulição ou à con-

densação) estivesse ocorrendo na superfície externa. Note que é impossível impor na superfície *simultaneamente* as condições de fluxo térmico constante e de temperatura constante. Se q''_s for constante, T_s tem que variar com x; de forma inversa, se T_s for constante, q''_s tem que variar com x.

Algumas características importantes dos escoamentos termicamente desenvolvidos podem ser inferidas a partir da Equação 8.28. Como a razão entre temperaturas é independente de x, a derivada dessa razão em relação à r também deve ser independente de x. Efetuando essa derivada na superfície do tubo (note que T_s e T_m são constantes no que se refere à diferenciação em relação a r), obtemos então

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right)\Bigg|_{r=r_o} = \frac{-\partial T/\partial r|_{r=r_o}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

Substituindo $\partial T/\partial r$ obtida da lei de Fourier, que, de acordo com a Figura 8.4, assume a forma

$$q''_s = -k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=r_o}$$

e substituindo q''_s obtido da lei do resfriamento de Newton, Equação 8.27, temos que

$$\frac{h}{k} \neq f(x) \qquad (8.29)$$

Portanto, *no escoamento termicamente plenamente desenvolvido* de um fluido *com propriedades constantes*, o *coeficiente de transferência de calor por convecção local é uma constante, independente de x*.

A Equação 8.28 não é satisfeita na região de entrada, onde h varia com x, conforme mostrado na Figura 8.5. Como a espessura da camada-limite térmica é zero na entrada do tubo, o coeficiente convectivo é extremamente elevado em $x = 0$. Entretanto, h decai rapidamente à medida que a camada-limite térmica se desenvolve até que o valor constante, associado às condições plenamente desenvolvidas, seja atingido.

Simplificações adicionais estão associadas ao caso especial de *fluxo térmico na superfície uniforme*. Como tanto h quanto q''_s são constantes na região plenamente desenvolvida, tem-se da Equação 8.27 que

$$\frac{dT_s}{dx}\bigg|_{cd,t} = \frac{dT_m}{dx}\bigg|_{cd,t} \qquad q''_s = \text{constante} \qquad (8.30)$$

FIGURA 8.5 Variação axial do coeficiente de transferência de calor por convecção no escoamento em um tubo.

Se expandirmos a Equação 8.28 e explicitarmos $\partial T/\partial x$, segue-se também que

$$\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{cd,t} = \frac{dT_s}{dx}\bigg|_{cd,t} - \frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_s}{dx}\bigg|_{cd,t} + \frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_m}{dx}\bigg|_{cd,t} \qquad (8.31)$$

Utilizando a Equação 8.30, obtemos então

$$\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{cd,t} = \frac{dT_m}{dx}\bigg|_{cd,t} \qquad q''_s = \text{constante} \qquad (8.32)$$

Assim, o gradiente de temperatura na direção axial é independente da posição radial. Para o caso de temperatura superficial constante ($dT_s/dx = 0$), tem-se também, a partir da Equação 8.31, que

$$\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{cd,t} = \frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_m}{dx}\bigg|_{cd,t} \qquad T_s = \text{constante} \qquad (8.33)$$

onde o valor de $\partial T/\partial x$ depende da coordenada radial.

Pelos resultados anteriores, fica evidente que a temperatura média é uma variável muito importante em escoamentos internos. Para descrever tais escoamentos, sua variação com x deve ser conhecida. Essa variação pode ser obtida pela aplicação de um *balanço de energia global* no escoamento, como será mostrado na próxima seção.

EXEMPLO 8.1

Para o escoamento de um metal líquido através de um tubo circular, os perfis de velocidades e de temperaturas, em uma dada posição axial, podem ser aproximados como uniforme e parabólico, respectivamente. Isto é, $u(r) = C_1$ e $T(r) - T_s = C_2[1 - (r/r_o)^2]$, onde C_1 e C_2 são constantes. Qual é o valor do número de Nusselt Nu_D nessa posição?

SOLUÇÃO

Dados: Forma dos perfis de velocidades e de temperaturas em uma dada posição axial de um escoamento em um tubo circular.

Achar: Número de Nusselt na posição especificada.

Esquema:

Considerações: Escoamento incompressível com propriedades constantes.

Análise: O número de Nusselt pode ser obtido, determinando-se, primeiramente, o coeficiente convectivo, que, pela Equação 8.27, é dado por

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m}$$

Da Equação 8.26, a temperatura média é

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} uTr\,dr = \frac{2C_1}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} \left\{ T_s + C_2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \right\} r\,dr$$

ou, como $u_m = C_1$ pela Equação 8.8,

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} \left\{ T_s + C_2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \right\} r\,dr$$

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \left[T_s\frac{r^2}{2} + C_2\frac{r^2}{2} - \frac{C_2}{4}\frac{r^4}{r_o^2} \right] \Bigg|_0^{r_o}$$

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \left(T_s\frac{r_o^2}{2} + \frac{C_2}{2}r_o^2 - \frac{C_2}{4}r_o^2 \right) = T_s + \frac{C_2}{2}$$

O fluxo térmico pode ser obtido pela lei de Fourier, que neste caso fornece

$$q_s'' = k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=r_o} = -kC_2 2\frac{r}{r_o^2}\bigg|_{r=r_o} = -2C_2\frac{k}{r_o}$$

Donde

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m} = \frac{-2C_2(k/r_o)}{-C_2/2} = \frac{4k}{r_o}$$

e

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = \frac{(4k/r_o) \times 2r_o}{k} = 8 \quad \triangleleft$$

8.3 O Balanço de Energia

8.3.1 Considerações Gerais

Como o escoamento em um tubo é completamente confinado, um balanço de energia pode ser utilizado para determinar como a temperatura média $T_m(x)$ varia com a posição ao longo do tubo e como a transferência de calor por convecção total q_{conv} está relacionada à diferença entre as temperaturas na entrada e na saída do tubo. Considere o escoamento em um tubo mostrado na Figura 8.6. O fluido escoa a uma vazão mássica constante $\dot{m}$ e transferência de calor por convecção ocorre na superfície interna. Tipicamente, será razoável fazer uma das quatro suposições na Seção 1.3 que leva à equação da energia térmica em escoamentos em regime estacionário simplificada, Equação 1.11e. Por exemplo, é freqüente o caso da dissipação viscosa ser desprezível (veja o Problema 8.10) e do fluido poder ser modelado como um líquido incompressível ou um gás ideal com variação de pressão desprezível. Além disso, é usualmente razoável desprezar a transferência de calor por condução na direção axial, de tal forma que o termo da transferência de calor na Equação 1.11e inclui somente q_{conv}. Conseqüentemente, a Equação 11.1e pode ser escrita na forma

$$q_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,sai} - T_{m,ent}) \tag{8.34}$$

para um tubo de comprimento não-nulo. Esse simples balanço de energia global relaciona três importantes variáveis térmicas (q_{conv}, $T_{m,sai}$, $T_{m,ent}$). *Ela é uma expressão geral que se aplica independentemente da natureza das condições térmicas na superfície e no escoamento no tubo.*

Utilizando a Equação 1.11e no volume de controle diferencial da Figura 8.6 e relembrando que a temperatura média é definida de tal forma que $\dot{m}c_pT_m$ representa a taxa real de advecção de energia térmica (ou entalpia) integrada na seção transversal, obtemos

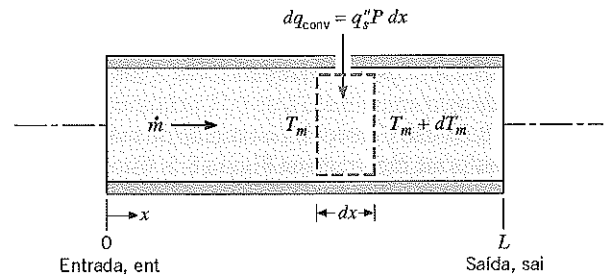



FIGURA 8.6 Volume de controle para o escoamento interno em um tubo.

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p[(T_m + dT_m) - T_m] \tag{8.35}$$

ou

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_m \tag{8.36}$$

A Equação 8.36 pode ser moldada em uma forma conveniente, representando a taxa de transferência de calor por convecção para o elemento diferencial por $dq_{conv} = q_s''P dx$, onde P é o perímetro da superfície ($P = \pi D$ para um tubo circular). Substituindo na Equação 8.27, tem-se que

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s''P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p}h(T_s - T_m) \tag{8.37}$$

Essa expressão é um resultado extremamente útil, a partir do qual a variação axial de T_m pode ser determinada. Se $T_s > T_m$, calor é transferido para o fluido e T_m aumenta com x; se $T_s < T_m$, ocorre o oposto.

A forma na qual as grandezas no lado direito da Equação 8.37 variam com x deve ser observada. Embora P possa variar com x, normalmente ela é uma constante (um tubo com área de seção

transversal constante). Dessa forma, a grandeza $(P/(\dot{m}c_p))$ é uma constante. Na região plenamente desenvolvida, o coeficiente convectivo $\bar{h}$ também é constante, embora ele varie com x na região de entrada (Figura 8.5). Finalmente, ainda que T_s possa ser constante, T_m deve sempre variar com x (exceto no caso trivial de ausência de transferência de calor, $T_s = T_m$).

A solução da Equação 8.37 para $T_m(x)$ depende da condição térmica na superfície. Lembre-se de que os dois casos particulares de interesse são *fluxo térmico constante na superfície* e *temperatura superficial constante*. Com uma aproximação razoável, é comum considerar a presença de uma dessas condições.

8.3.2 Fluxo Térmico na Superfície Constante

Para um fluxo térmico na superfície constante, primeiro observamos que é uma tarefa simples determinar a taxa de transferência de calor total q_{conv}. Como q_s'' é independente de x, tem-se que

$$q_{conv} = q_s''(P \cdot L) \tag{8.38}$$

Essa expressão pode ser usada com a Equação 8.34 para determinar a variação na temperatura do fluido, $T_{m,sai} - T_{m,ent}$.

Para q_s'' constante, tem-se também que a expressão central na Equação 8.37 é uma constante independente de x. Portanto,

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s''P}{\dot{m}c_p} \neq f(x) \tag{8.39}$$

Integrando desde $x = 0$, tem-se que

$$T_m(x) = T_{m,ent} + \frac{q_s''P}{\dot{m}c_p}x \qquad q_s'' = \text{constante} \tag{8.40}$$

Conseqüentemente, a temperatura média varia *linearmente* com x ao longo do tubo (Figura 8.7*a*). Além disso, pelas Equação 8.27 e Figura 8.5, esperamos também que a diferença de temperaturas $(T_s - T_m)$ varie com x, como mostrado na Figura 8.7*a*. Essa diferença é inicialmente pequena (devido ao grande valor de h próximo à entrada), mas aumenta com o aumento de x devido à diminuição do h que ocorre com o desenvolvimento da camada-limite. Entretanto, na região plenamente desenvolvida, sabemos que o h é independente de x. Dessa forma, da Equação 8.27 temos que $(T_s - T_m)$ também deve ser independente de x nessa região.

Deve ser observado que, se o fluxo térmico não for constante e sim uma função conhecida de x, a Equação 8.37 ainda pode ser integrada para fornecer a variação da temperatura média com x. Analogamente, a taxa total de transferência de calor pode ser obtida da exigência de que $q_{conv} = \int_0^L q_s''(x)pP\,dx$.

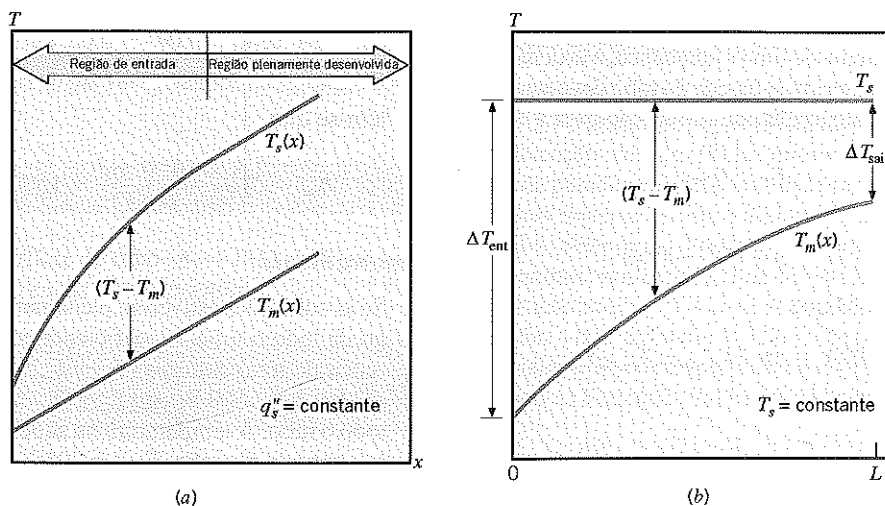



FIGURA 8.7 Variações de temperatura axiais na transferência de calor em um tubo. (a) Fluxo térmico na superfície constante. (b) Temperatura na superfície constante.

EXEMPLO 8.2

Um sistema para aquecer água de uma temperatura de entrada $T_{m,ent} = 20°C$ até uma temperatura de saída $T_{m,sai} = 60°C$ envolve a passagem da água através de um tubo de parede espessa, com diâmetros interno e externo de 20 e 40 mm. A superfície externa do tubo encontra-se isolada e aquecimento elétrico no interior da parede proporciona uma taxa de geração uniforme $\dot{q} = 10^6$ W/m³.

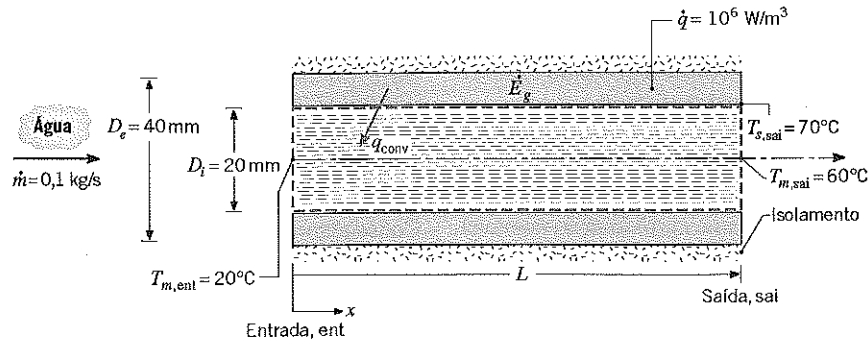
1. Para uma vazão mássica da água $\dot{m} = 0,1$ kg/s, qual deve ser o comprimento do tubo para que a temperatura de saída desejada seja alcançada?
2. Se a temperatura da superfície interna do tubo em sua saída for $T_s = 70°C$, qual é o coeficiente de transferência de calor por convecção local na saída do tubo?

SOLUÇÃO

Dados: Escoamento interno através de um tubo com parede espessa e geração de calor uniforme.

Achar:

1. Comprimento de tubo necessário para atingir a temperatura de saída desejada.
2. Coeficiente convectivo local na saída do tubo.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Fluxo térmico uniforme.
3. Líquido incompressível e dissipação viscosa desprezível.
4. Propriedades constantes.
5. Superfície externa do tubo adiabática.

Propriedades: Tabela A.6, água ($\overline{T}_m = 313$ K): $c_p = 4179$ J/(kg·K).

Análise:

1. Como a superfície externa do tubo é adiabática, a taxa na qual a energia é gerada no interior da parede do tubo deve ser igual à taxa na qual ela é transferida por convecção para a água.

$$\dot{E}_g = q_{conv}$$

Com

$$\dot{E}_g = \dot{q}\frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_i^2)L$$

tem-se da Equação 8.34 que

$$\dot{q}\frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_i^2)L = \dot{m}c_p(T_{m,sai} - T_{m,ent})$$

ou

$$L = \frac{4\dot{m}c_p}{\pi(D_e^2 - D_i^2)\dot{q}}(T_{m,sai} - T_{m,ent})$$

$$L = \frac{4 \times 0{,}1\ \text{kg/s} \times 4179\ \text{J/(k·K)}}{\pi(0{,}04^2 - 0{,}02^2)\ \text{m}^2 \times 10^6\ \text{W/m}^3}(60 - 20)°\text{C} = 17{,}7\ \text{m}$$

◁

2. Pela lei do resfriamento de Newton, Equação 8.27, o coeficiente convectivo local na saída do tubo é

$$h_{sai} = \frac{q_s''}{T_{s,sai} - T_{m,sai}}$$

Admitindo que a geração uniforme de calor na parede proporciona um fluxo térmico na superfície constante, com

$$q_s'' = \frac{\dot{E}_g}{\pi D_i L} = \frac{\dot{q}}{4}\frac{D_e^2 - D_i^2}{D_i}$$

$$q_s'' = \frac{10^6\ \text{W/m}^3}{4}\frac{(0{,}04^2 - 0{,}02^2)\ \text{m}^2}{0{,}02\ \text{m}} = 1{,}5 \times 10^4\ \text{W/m}^2$$

tem-se que

$$h_{sai} = \frac{1{,}5 \times 10^4\ \text{W/m}^2}{(70 - 60)°\text{C}} = 1500\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

◁

Comentários:

1. Se as condições estiverem plenamente desenvolvidas ao longo de todo o tubo, o coeficiente convectivo local e a diferença de temperaturas ($T_s - T_m$) são independentes de x. Assim, $h = 1500$ W/(m²·K) e ($T_s - T_m$) = 10°C ao longo de todo o tubo. A temperatura na superfície interna do tubo em sua entrada é, então, $T_{s,ent} = 30$°C.
2. O comprimento de tubo necessário L poderia ter sido calculado com a utilização da expressão para $T_m(x)$, Equação 8.40, em $x = L$.

8.3.3 Temperatura Superficial Constante

Resultados para a taxa de transferência de calor total e para a distribuição axial das temperaturas médias são inteiramente diferentes para a condição de *temperatura superficial constante*. Definindo ΔT como $T_s - T_m$, a Equação 8.37 pode ser escrita na forma

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p}h\,\Delta T$$

Separando variáveis e integrando da entrada do tubo até a sua saída,

$$\int_{\Delta T_{ent}}^{\Delta T_{sai}} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p}\int_0^L h\,dx$$

ou

$$\ln\frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_{ent}} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\left(\frac{1}{L}\int_0^L h\,dx\right)$$

A partir da definição do coeficiente de transferência de calor por convecção médio, Equação 6.13, segue-se que

$$\ln\frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_{ent}} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\overline{h}_L \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.41a}$$

onde $\bar{h}_L$, ou simplesmente $\bar{h}$, é o valor médio de h em todo o tubo. Reordenando,

$$\frac{\Delta T_{\text{sai}}}{\Delta T_{\text{ent}}} = \frac{T_s - T_{m,\text{sai}}}{T_s - T_{m,\text{ent}}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \quad T_s = \text{constante} \qquad (8.41b)$$

Caso tivéssemos integrado da entrada do tubo até alguma posição axial x no interior do tubo, teríamos obtido o resultado similar, porém mais geral, que

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,\text{ent}}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \quad T_s = \text{constante} \qquad (8.42)$$

onde $\bar{h}$ é agora o valor médio de h da entrada do tubo até x. Esse resultado nos diz que a diferença de temperaturas $(T_s - T_m)$ *decai exponencialmente* com a distância ao longo do eixo do tubo. As distribuições axiais das temperaturas superficiais e médias são, conseqüentemente, como mostradas na Figura 8.7*b*.

A determinação de uma expressão para a taxa de transferência de calor total q_{conv} é dificultada pela natureza exponencial da diminuição da temperatura. Expressando a Equação 8.34 na forma

$$q_{\text{conv}} = \dot{m}c_p[(T_s - T_{m,\text{ent}}) - (T_s - T_{m,\text{sai}})] = \dot{m}c_p(\Delta T_{\text{ent}} - \Delta T_{\text{sai}})$$

e substituindo uma expressão para $\dot{m}\,c_p$ retirada da Equação 8.41a, obtemos

$$q_{\text{conv}} = \bar{h}A_s\Delta T_{\text{ml}} \quad T_s = \text{constante} \qquad (8.43)$$

onde A_s é a área da superfície do tubo ($A_s = P \cdot L$) e ΔT_{ml} é a *média logarítmica das diferenças de temperatura*,

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_{\text{sai}} - \Delta T_{\text{ent}}}{\ln(\Delta T_{\text{sai}}/\Delta T_{\text{ent}})} \qquad (8.44)$$

A Equação 8.43 é a forma da lei do resfriamento de Newton para toda a extensão do tubo e ΔT_{ml} é a *média* apropriada das diferenças de temperaturas ao longo do comprimento do tubo. A natureza logarítmica dessa média das diferenças de temperaturas [em contraste, por exemplo, com uma *média aritmética das diferenças de temperatura* na forma $\Delta T_{\text{ma}} = (\Delta T_{\text{ent}} + \Delta T_{\text{sai}})/2$] é devida à natureza exponencial da diminuição da temperatura.

Antes de concluir essa seção, é importante observar que, em muitas aplicações, é a temperatura de um fluido *externo*, e não a temperatura superficial do tubo, que é especificada (Figura 8.8). Nestes casos, pode ser facilmente mostrado que os resultados dessa seção ainda podem ser usados se T_s for substituída por T_∞ (a temperatura na corrente livre do fluido externo) e $\bar{h}$ por $\bar{U}$ (o coeficiente global de transferência de calor médio). Para esses casos, tem-se que

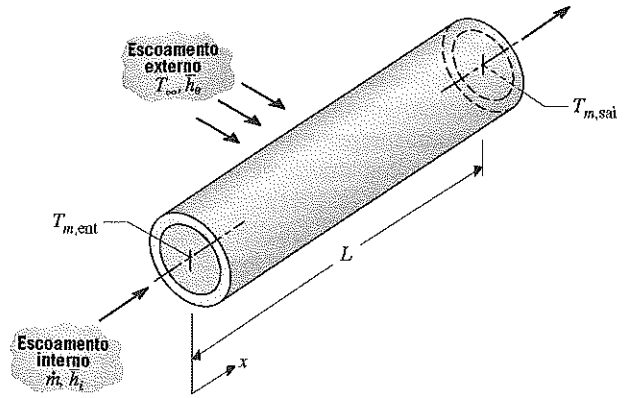



FIGURA 8.8 Transferência de calor entre um fluido escoando sobre um tubo e um fluido passando por dentro do tubo.

$$\frac{\Delta T_{\text{sai}}}{\Delta T_{\text{ent}}} = \frac{T_\infty - T_{m,\text{sai}}}{T_\infty - T_{m,\text{ent}}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right) \qquad (8.45a)$$

e

$$q = \bar{U}A_s\,\Delta T_{\text{ml}} \qquad (8.46a)$$

O coeficiente global de transferência de calor é definido na Seção 3.3.1 e nesta aplicação ele incluiria as contribuições devidas à convecção nas superfícies interna e externa do tubo. Para um tubo de parede espessa com pequena condutividade térmica, ele também deveria incluir o efeito da condução através da parede do tubo. Note que o produto $\bar{U}A_s$ fornece o mesmo resultado, independentemente do fato de ser definido em termos da área da superfície interna ($\bar{U}_iA_{s,i}$) ou da área da superfície externa ($\bar{U}_eA_{s,e}$) do tubo (veja Equação 3.32). Observe também que $(\bar{U}A_s)^{-1}$ é equivalente à resistência térmica total entre os dois fluidos, caso no qual as Equações 8.45a e 8.46a podem ser escritas como

$$\frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_{ent}} = \frac{T_\infty - T_{m,sai}}{T_\infty - T_{m,ent}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_pR_{\text{tot}}}\right) \qquad (8.45b)$$

e

$$q = \frac{\Delta T_{\text{ml}}}{R_{\text{tot}}} \qquad (8.46b)$$

Uma variação usual das condições anteriores é representada pela especificação de uma temperatura uniforme na superfície *externa*, $T_{s,e}$, no lugar da temperatura na corrente livre de um fluido externo, T_∞. Nas equações anteriores, T_∞ é então substituída por $T_{s,e}$ e a resistência total incorpora a resistência convectiva associada ao escoamento interno, assim como a resistência condutiva entre a superfície interna do tubo e a superfície que se encontra a temperatura $T_{s,e}$.

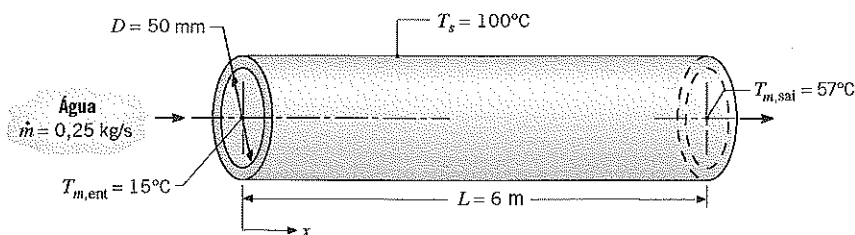
Exemplo 8.3

Vapor d'água condensando sobre a superfície externa de um tubo circular de parede fina, com diâmetro $D = 50$ mm e comprimento $L = 6$ m, mantém uma temperatura na superfície externa uniforme de 100°C. Água escoa através do tubo a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}25$ kg/s e suas temperaturas na entrada e na saída do tubo são $T_{m,\,ent} = 15°C$ e $T_{m,\,sai} = 57°C$. Qual é o coeficiente convectivo médio associado ao escoamento da água?

Solução

Dados: Vazão mássica e temperaturas de entrada e de saída da água escoando através de um tubo com dimensões e temperatura superficial especificadas.

Achar: Coeficiente de transferência de calor por convecção médio.

Esquema:

Considerações:

1. Resistência condutiva na parede do tubo desprezível.
2. Líquido incompressível e dissipação viscosa desprezível.
3. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.6, água (36°C); $c_p = 4178$ J/(kg·K).

Análise: Combinando o balanço de energia, Equação 8.34, com a equação da taxa, Equação 8.43, o coeficiente convectivo médio é dado por

$$\bar{h} = \frac{\dot{m}c_p}{\pi DL}\frac{(T_{m,\text{sai}} - T_{m,\text{ent}})}{\Delta T_{\text{ml}}}$$

Da Equação 8.44

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{(T_s - T_{m,\text{sai}}) - (T_s - T_{m,\text{ent}})}{\ln[(T_s - T_{m,\text{sai}})/(T_s - T_{m,\text{ent}})]}$$

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{(100 - 57) - (100 - 15)}{\ln[(100 - 57)/(100 - 15)]} = 61{,}6°\text{C}$$

Donde

$$\bar{h} = \frac{0{,}25\,\text{kg/s} \times 4178\,\text{J/(kg·K)}}{\pi \times 0{,}05\,\text{m} \times 6\,\text{m}}\frac{(57 - 15)°\text{C}}{61{,}6°\text{C}}$$

ou

$$\bar{h} = 755\ \text{W/(m}^2\text{·K)} \qquad \triangleleft$$

Comentários: Se as condições estivessem plenamente desenvolvidas ao longo de toda a extensão do tubo, o coeficiente convectivo local seria em qualquer ponto igual a 755 W/(m²·K).

8.4 Escoamento Laminar em Tubos Circulares: Análise Térmica e Correlações da Convecção

Para usar muitos dos resultados anteriores, os coeficientes convectivos devem ser conhecidos. Nessa seção apresentamos a forma na qual tais coeficientes podem ser obtidos teoricamente para o escoamento laminar em um tubo circular. Em seções subseqüentes, analisaremos correlações empíricas pertinentes ao escoamento turbulento em tubos circulares, assim como ao escoamento em tubos com seção transversal não-circular.

8.4.1 A Região Plenamente Desenvolvida

Aqui, o problema da transferência de calor em *escoamento laminar* de um *fluido incompressível com propriedades constantes* na *região plenamente desenvolvida* de um *tubo circular* é tratado teoricamente. A distribuição de temperaturas resultante é usada para determinar o coeficiente convectivo.

Uma equação diferencial que governa a distribuição de temperaturas é determinada pela aplicação da equação simplificada da energia térmica em escoamentos em regime estacionário, Equação 11.1e [$q = \dot{m}\,c_p(T_{\text{sai}} - T_{\text{ent}})$], no elemento diferencial anular da Figura 8.9. Se desprezarmos os efeitos da condução axial líquida, a entrada de calor, q, é devida somente à condução através das superfícies radiais. Como a velocidade radial é nula na região plenamente desenvolvida, não há advecção de energia térmica através das superfícies de controle radiais e a única advecção é na direção axial. Assim, a Equação 11.1e leva à Equação 8.47, que expressa um equilíbrio entre a condução radial e a advecção axial:

$$q_r - q_{r+dr} = (d\dot{m})c_p\left[\left(T + \frac{\partial T}{\partial x}dx\right) - T\right] \qquad (8.47a)$$

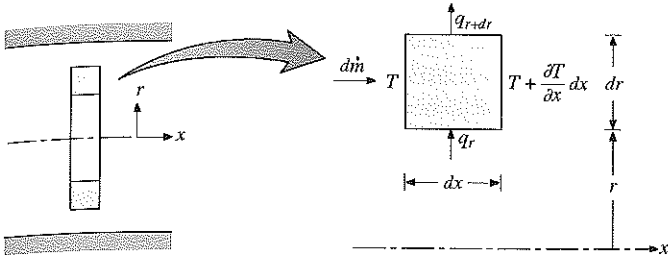



FIGURA 8.9 Balanço de energia térmica em um elemento diferencial no escoamento laminar plenamente desenvolvido em um tubo circular.

ou

$$(d\dot{m})c_p \frac{\partial T}{\partial x}dx = q_r - \left(q_r + \frac{\partial q_r}{\partial r}dr\right) = -\frac{\partial q_r}{\partial r}dr \quad (8.47b)$$

A vazão mássica diferencial na direção axial é $d\dot{m} = \rho u 2\pi r dr$ e a taxa de transferência de calor na direção radial é $q_r = -k(\partial T/\partial r)2\pi r dx$. Se supusermos propriedades constantes, a Equação 8.47b se torna

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad (8.48)$$

Agora continuamos, definindo o objetivo de determinar a distribuição de temperaturas no caso de *fluxo térmico na superfície constante*. Nesse caso, a hipótese de condução axial líquida desprezível é satisfeita exatamente, isto é, $(\partial^2 T/\partial x^2) = 0$. Substituindo o gradiente de temperatura axial da Equação 8.32 e o componente axial da velocidade, u, da Equação 8.15, a equação da energia, Equação 8.48, reduz-se a

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \quad q_s'' = \text{constante} \quad (8.49)$$

onde $T_m(x)$ varia linearmente com x e $(2u_m/\alpha)(dT_m/dx)$ é uma constante. Separando variáveis e integrando duas vezes, obtemos uma expressão para a distribuição de temperaturas radial:

$$T(r, x) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16r_o^2}\right] + C_1 \ln r + C_2$$

As constantes de integração podem ser determinadas utilizando condições de contorno apropriadas. Da exigência de que a temperatura permaneça finita em $r = 0$, tem-se que $C_1 = 0$. Da exigência de que $T(r_o) = T_s$, onde T_s varia com x, tem-se também que

$$C_2 = T_s(x) - \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left(\frac{3r_o^2}{16}\right)$$

Conseqüentemente, na região plenamente desenvolvida com fluxo térmico na superfície constante, o perfil de temperatura possui a forma

$$T(r, x) = T_s(x) - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_o}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \quad (8.50)$$

A partir do conhecimento do perfil de temperaturas, todos os demais parâmetros térmicos podem ser determinados. Por exemplo, se os perfis de velocidades e de temperaturas, Equações 8.15 e 8.50, respectivamente, forem substituídos na Equação 8.26 e a integração em r efetuada, determina-se a temperatura média

$$T_m(x) = T_s(x) - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m r_o^2}{\alpha}\right)\left(\frac{dT_m}{dx}\right) \quad (8.51)$$

Da Equação 8.39, onde $P = \pi D$ e $\dot{m} = \rho u_m(\pi D^2/4)$, obtemos então

$$T_m(x) - T_s(x) = -\frac{11}{48}\frac{q_s'' D}{k} \quad (8.52)$$

Combinando a lei do resfriamento de Newton, Equação 8.27, e a Equação 8.52, tem-se que

$$h = \frac{48}{11}\left(\frac{k}{D}\right)$$

ou

$$Nu_D \equiv \frac{hD}{k} = 4{,}36 \qquad q_s'' = \text{constante} \quad (8.53)$$

Assim, em um *tubo circular* caracterizado por um *fluxo térmico na superfície uniforme* e *condições de escoamento laminar e plenamente desenvolvido, o número de Nusselt é uma constante*, independente de Re_D, Pr e da posição axial.

Para *condições laminares e plenamente desenvolvidas* com uma *temperatura na superfície constante*, a suposição de condução axial desprezível é freqüentemente razoável. Substituindo o perfil de velocidades da Equação 8.15 e o gradiente axial de temperatura da Equação 8.33, a equação da energia se torna

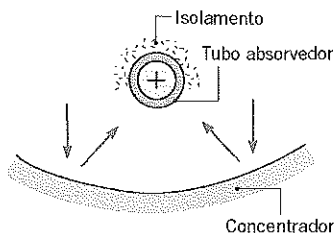
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)$$
$$\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \qquad T_s = \text{constante} \quad (8.54)$$

Uma solução para essa equação pode ser obtida através de um procedimento iterativo, que envolve fazer aproximações sucessivas para o perfil de temperaturas. O perfil resultante não é descrito por uma expressão algébrica simples, mas pode-se mostrar que o número de Nusselt resultante é [2]

$$Nu_D = 3{,}66 \qquad T_s = \text{constante} \quad (8.55)$$

Note que, ao usar a Equação 8.53 ou 8.55 para determinar h, a condutividade térmica deve ser avaliada a T_m.

Exemplo 8.4

Uma estratégia usada para a coleta de energia solar envolve a colocação de um tubo no eixo focal de um refletor parabólico e a passagem de um fluido através desse tubo.

O efeito líquido dessa configuração *pode ser aproximado* a uma condição de aquecimento uniforme da superfície do tubo. Isto é, o fluxo térmico resultante para o fluido q''_s pode ser considerado constante ao longo da circunferência e do eixo do tubo. Considere a operação com um tubo de diâmetro $D = 60$ mm em um dia ensolarado no qual $q''_s = 2000$ W/m².

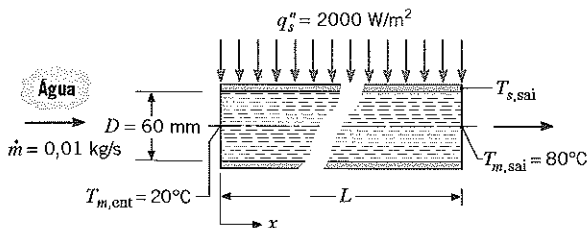
1. Se água pressurizada entra no tubo com $\dot{m} = 0{,}01$ kg/s e a $T_{m,\text{ent}} = 20°\text{C}$, qual comprimento do tubo L é necessário para se obter uma temperatura na saída de 80°C?
2. Qual é a temperatura superficial na saída do tubo, onde pode ser admitida a existência de condições plenamente desenvolvidas?

Solução

Dados: Escoamento interno com fluxo térmico na superfície uniforme.

Achar:

1. Comprimento do tubo L para atingir o aquecimento exigido.
2. Temperatura na superfície $T_s(L)$ na seção de saída, $x = L$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Líquido incompressível e dissipação viscosa desprezível.
3. Propriedades constantes.
4. Condições plenamente desenvolvidas na saída do tubo.

Propriedades: Tabela A.6, água ($\bar{T}_m = 323$ K): $c_p = 4181$ J/(kg·K). Tabela A.6, água ($T_{m,\text{sai}} = 353$ K): $k = 0{,}670$ W/(m·K), $\mu = 352 \times 10^{-6}$ N·s/m², $Pr = 2{,}2$.

Análise:

1. Para fluxo térmico na superfície constante, a Equação 8.38 pode ser usada com o balanço de energia, Equação 8.34, para obter

$$A_s = \pi DL = \frac{\dot{m}c_p(T_{m,\text{sai}} - T_{m,\text{ent}})}{q''_s}$$

$$L = \frac{\dot{m}c_p}{\pi D q''_s}(T_{m,\text{sai}} - T_{m,\text{ent}})$$

Donde

$$L = \frac{0{,}01\,\text{kg/s} \times 4181\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}}{\pi \times 0{,}060\,\text{m} \times 2000\,\text{W/m}^2}(80-20)°\text{C} = 6{,}65\,\text{m} \quad \triangleleft$$

2. A temperatura superficial na saída pode ser obtida pela lei do resfriamento de Newton, Equação 8.27, onde

$$T_{s,\text{sai}} = \frac{q''_s}{h} + T_{m,\text{sai}}$$

Para achar o coeficiente convectivo local na saída do tubo, a natureza das condições do escoamento deve ser estabelecida em primeiro lugar. Pela Equação 8.6,

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0{,}01\,\text{kg/s}}{\pi \times 0{,}060\,\text{m} \times 352 \times 10^{-6}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2} = 603$$

Portanto, o escoamento é laminar. Com a hipótese de condições plenamente desenvolvidas, a correlação da transferência de calor apropriada é, então,

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4{,}36$$

e

$$h = 4{,}36\frac{k}{D} = 4{,}36\frac{0{,}670\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}06\,\text{m}} = 48{,}7\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

A temperatura superficial na saída do tubo é, então,

$$T_{s,\text{sai}} = \frac{2000\,\text{W/m}^2}{48{,}7\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} + 80°\text{C} = 121°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentários: Para as condições fornecidas, $(x_{cd}/D) = 0{,}05Re_D\,Pr = 66{,}3$; enquanto $L/D = 110$. Assim, a hipótese de condições plenamente desenvolvidas está justificada. Note, contudo, que com $T_{s,\text{sai}} > 100°\text{C}$ pode ocorrer ebulição na superfície do tubo.

Exemplo 8.5

No corpo humano, o sangue escoa a partir do coração em uma série de vasos sanguíneos que se ramificam continuamente em vasos de menores diâmetros. Os capilares são os menores vasos sanguíneos. No desenvolvimento da equação do biocalor (Seção

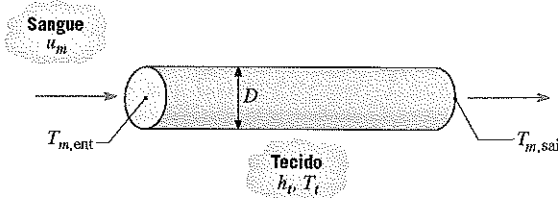
3.7), Pennes supôs que o sangue entra nos capilares na temperatura arterial e sai na temperatura do tecido ao redor. Esse problema testa essa hipótese [5,6]. Os diâmetros e as velocidades do sangue médias para três tipos de vasos sanguíneos são fornecidos na tabela a seguir. Para cada um desses vasos sanguíneos, estime o comprimento necessário para a temperatura do sangue média se aproximar bem da temperatura do tecido, especificamente, para satisfazer $(T_t - T_{m,\text{sai}})/(T_t - T_{m,\text{ent}}) = 0{,}05$. A transferência de calor entre a parede do vaso e o tecido ao redor pode ser aproximada por um coeficiente de transferência de calor efetivo, $h_t = k_t/D$, onde $k_t = 0{,}5$ W/(m·K).

Vaso Sanguneo	Diâmetro, D (mm)	Velocidade do Sangue, u_m (mm/s)
Artéria grande	3	130
Arteríola	0,02	3
Capilar	0,008	0,7

Solução

Dados: Diâmetro do vaso sanguíneo e velocidade do sangue média. Condutividade térmica e coeficiente de transferência de calor efetivo do tecido.

Achar: Comprimento do vaso sanguíneo necessário para satisfazer $(T_t - T_{m,\text{sai}})/(T_t - T_{m,\text{ent}}) = 0{,}05$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Propriedades constantes.
3. Resistência térmica na parede do vaso sanguíneo desprezível.
4. Propriedades térmicas do sangue podem ser aproximadas por aquelas da água.
5. O sangue é um líquido incompressível com dissipação viscosa desprezível.
6. Temperatura do tecido fixa.
7. Efeitos da pulsação do escoamento desprezíveis.

Propriedades: Tabela A.6, água ($\overline{T}_m = 310$ K): $\rho = v_f^{-1} = 993$ kg/m³, $c_p = 4178$ J/(kg·K), $\mu = 695 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k = 0{,}628$ W/(m·K), $Pr = 4{,}62$.

Análise: Como a temperatura do tecido está fixa e a transferência de calor entre o vaso sanguíneo e o tecido pode ser representada por um coeficiente de transferência de calor efetivo, a Equação 8.45a se aplica, com a temperatura da "corrente livre" igual à temperatura do tecido, T_t. Essa equação pode ser usada para achar o comprimento necessário L, pois $A_s = \pi DL$. Entretanto, devemos primeiramente achar $\overline{U}$, o que requer o conhecimento do coeficiente de transferência de calor no escoamento do sangue, h_{san}. Tomando a artéria grande como exemplo

$$Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{993\ \text{kg/m}^3 \times 130 \times 10^{-3}\ \text{m/s} \times 3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{695 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2} = 557$$

e, assim, o escoamento é laminar. Como os outros vasos sanguíneos têm diâmetros e velocidades menores, os seus escoamentos também serão laminares. Em função de ainda não sabermos o comprimento do vaso, não sabemos se o escoamento se torna plenamente desenvolvido. Contudo, iniciaremos supondo condições plenamente desenvolvidas. Além disso, como a situação não é de temperatura na superfície constante nem de fluxo térmico na superfície constante, estimaremos o comprimento necessário aproximando o número de Nusselt por $Nu \approx 4$, quando então $h_{san} = 4k_{san}/D$. Desprezando a resistência térmica na parede do vaso, para a artéria grande

$$\frac{1}{\overline{U}} = \frac{1}{h_{san}} + \frac{1}{h_t} = \frac{D}{4k_{san}} + \frac{D}{k_t} = \frac{3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{4 \times 0{,}628\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} + \frac{3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{,}5\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}$$

$$= 7{,}2 \times 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

ou

$$\overline{U} = 140\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

O comprimento pode, então, ser determinado através da Equação 8.45a, com $\dot{m} = \rho u_m \pi D^2/4$:

$$L = -\frac{\rho u_m D c_p}{4\overline{U}} \ln\left(\frac{T_t - T_{m,\text{sai}}}{T_t - T_{m,\text{ent}}}\right)$$

$$= -\frac{993\ \text{kg/m}^3 \times 130 \times 10^{-3}\ \text{m/s} \times 3 \times 10^{-3}\ \text{m} \times 4178\ \text{J/kg}\cdot\text{K)}}{4 \times 140\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} \ln(0{,}05)$$

$$= 8{,}7\ \text{m}$$

Agora podemos testar a hipótese de que o escoamento é fluidodinâmica e termicamente plenamente desenvolvido, usando as Equações 8.3 e 8.23:

$$x_{\text{cd},v} = 0{,}05 Re_D D = 0{,}05 \times 557 \times 3 \times 10^{-3}\ \text{m} = 0{,}08\ \text{m}$$

$$x_{\text{cd},t} = x_{\text{cd},v} Pr = 0{,}08\ \text{m} \times 4{,}62 = 0{,}4\ \text{m}$$

O escoamento, na realidade, seria plenamente desenvolvido no comprimento de 8,7 m. Os cálculos podem ser repetidos para os outros dois casos e os resultados estão apresentados na tabela a seguir.

Vaso Sanguíneo	Re_D	$\overline{U}$ (W/m²·K)	L (m)	$x_{\text{cd},v}$ (m)	$x_{\text{cd},t}$ (m)
Artéria grande	557	140	8,7	0,08	0,4
Arteríola	0,086	21.000	$8{,}9 \times 10^{-6}$	9×10^{-8}	4×10^{-7}
Capilar	0,0080	52.000	$3{,}3 \times 10^{-7}$	3×10^{-9}	1×10^{-8}

Comentários:

1. A temperatura do sangue na artéria grande se aproxima da temperatura do tecido muito lentamente. Isso é devido ao seu diâmetro relativamente grande, que leva a um coeficiente global de transferência de calor pequeno. Assim, a temperatura em grandes artérias permanece próxima à temperatura do sangue arterial em sua entrada.

2. Em arteríolas, a temperatura do sangue se aproxima da temperatura do tecido em um comprimento da ordem de 10 μm. Como as arteríolas têm comprimento da ordem de milímetros, a temperatura do sangue saindo delas seria essencialmente a mesma da temperatura do tecido. Então, não haveria mais queda de temperatura nos capilares, que são os próximos vasos ainda menores. Assim, é nas arteríolas e nos vasos um pouco maiores que a temperatura do sangue se iguala à temperatura do tecido, e não nos capilares, como Pennes descreveu. Apesar dessa falha, a equação do biocalor tem se mostrado uma ferramenta útil na análise da transferência de calor no corpo humano.
3. As propriedades do sangue são moderadamente próximas às da água. A propriedade que difere mais é a viscosidade, com o sangue sendo mais viscoso do que a água. Contudo, essa mudança não teria efeito nos cálculos anteriores. O número de Reynolds seria ainda menor, o escoamento permaneceria sendo laminar e a transferência de calor não seria afetada.
4. Células individuais do sangue têm dimensões da ordem do diâmetro do capilar. Assim, para os capilares, um modelo preciso do escoamento do sangue deveria levar em conta as células individuais circundadas pelo plasma.

8.4.2 A Região de Entrada

A equação da energia para a região de entrada é mais complicada do que a Equação 8.48, pois deve haver um termo de advecção radial (como $v \neq 0$ na região de entrada). Além disso, agora tanto a velocidade como a temperatura dependem de x, assim como de r, e o gradiente de temperatura na direção axial $\partial T/\partial x$ não pode mais ser simplificado através da Equação 8.32 ou 8.33. Contudo, duas soluções do comprimento de entrada diferentes foram obtidas. A solução mais simples é para o *problema do comprimento de entrada térmica* e está baseada na hipótese de que as condições térmicas se desenvolvem na presença de um *perfil de velocidades plenamente desenvolvido*. Tal situação estaria presente caso a posição onde a transferência de calor se inicia fosse precedida por um *comprimento inicial não-aquecido*. Ela também poderia ser considerada uma aproximação razoável para fluidos com números de Prandtl elevados, como os óleos. Mesmo na ausência de um comprimento inicial não-aquecido, o desenvolvimento da camada-limite de velocidade seria muito mais rápido do que o desenvolvimento da camada-limite térmica para fluidos com grandes números de Prandtl, e a aproximação de comprimento de entrada térmico poderia ser feita. Em contraste, o *problema do comprimento de entrada combinada* (térmica e fluidodinâmica) corresponde ao caso no qual os perfis de temperaturas e de velocidades se desenvolvem simultaneamente.

Soluções foram obtidas para ambas as condições de comprimento de entrada [2] e resultados selecionados são apresentados na Figura 8.10. Como evidente na Figura 8.10*a*, números de Nusselt locais, Nu_D, são, em princípio, infinitos em $x = 0$ e diminuem para os seus valores assintóticos (plenamente desenvolvidos) com o aumento de x. Quando representados graficamente em função do parâmetro adimensional $x\alpha/(u_m D^2) = x/(DRe_D Pr)$, que é o inverso do número de *Graetz*, $Gz_D \equiv (D/x)Re_D Pr$, a forma com que Nu_D varia com GZ_D^{-1} é independente de Pr para o problema do comprimento de entrada térmica, pois o perfil de velocidades plenamente desenvolvido, dado pela Equação 8.13,

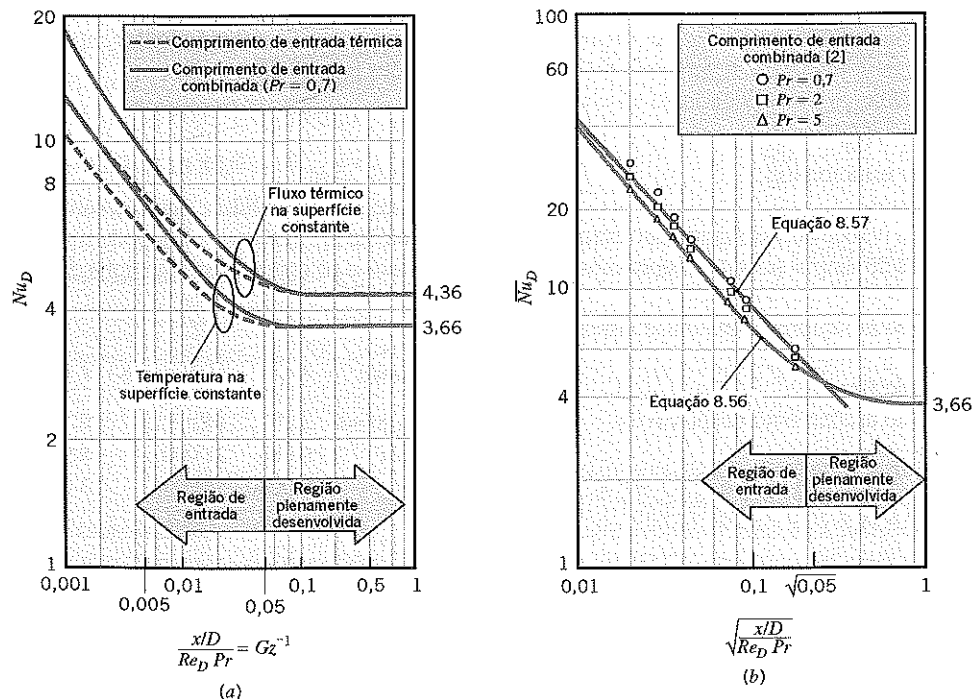



FIGURA 8.10 Resultados obtidos em soluções de comprimento de entrada para o escoamento laminar em um tubo circular: (*a*) números de Nusselt locais e (*b*) números de Nusselt médios [2].

é independente da viscosidade do fluido. Ao contrário, para o problema do comprimento de entrada combinada, os resultados dependem da forma como a distribuição de velocidades se desenvolve, que é altamente sensível em relação à viscosidade do fluido. Portanto, resultados da transferência de calor dependem do número de Prandtl para o caso da entrada combinada e são apresentados na Figura 8.10*a* para $Pr = 0{,}7$, que é representativo para a maioria dos gases. Em qualquer posição no interior da região de entrada, Nu_D diminui com o aumento de Pr e se aproxima da condição de comprimento de entrada térmica quando $Pr \to \infty$. Note que as condições plenamente desenvolvidas são atingidas para $[(x/D)/(Re_D Pr)] \approx 0{,}05$.

Para a condição de *temperatura da superfície constante*, é desejável conhecer o coeficiente convectivo *médio* para usá-lo com a Equação 8.43. Kays [7] apresenta uma correlação atribuída a Hausen [8], que possui a forma

$$\overline{Nu}_D = 3{,}66 + \frac{0{,}0668(D/L)Re_D Pr}{1 + 0{,}04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}} \qquad (8.56)$$

[comprimento de entrada térmica *ou* comprimento de entrada combinada com $Pr \gtrsim 5$]

onde $\overline{Nu}_D \equiv \bar{h}D/k$. Como esse resultado é para um comprimento de entrada térmica, ele se aplica a todas as situações nas quais o perfil de velocidades já se encontra plenamente desenvolvido. Para o comprimento de entrada combinada, uma correlação apropriada para uso com números de Prandtl moderados, proposta por Sieder e Tate [9], tem a forma

$$\overline{Nu}_D = 1{,}86\left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14} \qquad (8.57)$$

$$0{,}60 \lesssim Pr \lesssim 5$$

$$0{,}0044 \lesssim \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) \lesssim 9{,}75$$

A Equação 8.57 é recomendada para ser usada quando $0{,}60 \lesssim Pr \lesssim 5$, desde que $\overline{Nu}_D \gtrsim 3{,}66$ [2,10]. Se $\overline{Nu}_D$ cai abaixo deste valor, é razoável usar $\overline{Nu}_D = 3{,}66$, pois condições plenamente desenvolvidas cobrem a maioria do tubo. Para números de Prandtl maiores ($Pr \gtrsim 5$), as condições fluidodinâmicas se desenvolvem mais rapidamente do que as condições térmicas e a Equação 8.56 é recomendada no lugar da Equação 8.57 [2]. As Equações 8.56 e 8.57, juntamente com predições numéricas de $\overline{Nu}_D$ versus $\sqrt{x/(D\,Re_D\,Pr)}$ e Pr, são mostradas na Figura 8.10*b*. Todas as propriedades que aparecem nas Equações 8.56 e 8.57, com exceção de μ_s, devem ser estimadas no valor médio da temperatura média, $\overline{T}_m = (T_{m,\text{ent}} + T_{m,\text{sai}})/2$.

O assunto escoamento laminar em dutos vem sendo estudado extensivamente e numerosos resultados estão disponíveis para uma variedade de seções transversais e de condições superficiais. Esses resultados foram compilados em uma monografia feita por Shah e London [11] e em uma revisão atualizada efetuada por Shah e Bhatti [12].

8.5 Correlações da Convecção: Escoamento Turbulento em Tubos Circulares

Como a análise das condições em escoamentos turbulentos é consideravelmente mais complicada, uma ênfase maior é dada na determinação de correlações empíricas. Uma expressão clássica para calcular o número de Nusselt *local* em *escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos* (*fluidodinâmica e termicamente*) através de *tubos circulares lisos* é a proposta por Colburn [13], podendo ser obtida a partir da analogia de Chilton-Colburn. Substituindo a Equação 6.70 na Equação 8.18, a analogia assume a forma

$$\frac{C_f}{2} = \frac{f}{8} = St\,Pr^{2/3} = \frac{Nu_D}{Re_D\,Pr}\,Pr^{2/3} \qquad (8.58)$$

Substituindo o fator de atrito a partir da Equação 8.21, a *equação de Colburn* é, então,

$$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{4/5}\,Pr^{1/3} \qquad (8.59)$$

A *equação de Dittus-Boelter* [14] é uma versão ligeiramente diferente e preferida do resultado anterior, possuindo a seguinte forma[1]

$$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{4/5}\,Pr^{n} \qquad (8.60)$$

onde $n = 0{,}4$ para o aquecimento ($T_s > T_m$) e $n = 0{,}3$ para o resfriamento ($T_s < T_m$). Essas equações foram confirmadas experimentalmente na seguinte faixa de condições

$$\begin{bmatrix} 0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 160 \\ Re_D \gtrsim 10.000 \\ \dfrac{L}{D} \gtrsim 10 \end{bmatrix}$$

As equações podem ser usadas em diferenças de temperaturas pequenas a moderadas, $T_s - T_m$, com todas as propriedades estimadas a T_m. Para escoamentos caracterizados por grandes variações das propriedades é recomendada a equação a seguir, proposta por Sieder e Tate [9]:

$$Nu_D = 0{,}027 Re_D^{4/5}\,Pr^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14} \qquad (8.61)$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 16.700 \\ Re_D \gtrsim 10.000 \\ \dfrac{L}{D} \gtrsim 10 \end{bmatrix}$$

[1] Embora tenha se tornado prática comum chamar-se a Equação 8.60 de *equação de Dittus-Boelter*, as equações de Dittus-Boelter originais têm na realidade a forma

$$Nu_D = 0{,}0243\,Re_D^{4/5}\,Pr^{0{,}4} \qquad \text{(Aquecimento)}$$

$$Nu_D = 0{,}0265\,Re_D^{4/5}\,Pr^{0{,}3} \qquad \text{(Resfriamento)}$$

As origens históricas da Equação 8.60 são discutidas em Winterton [14].

onde todas as propriedades, com exceção de μ_s, são estimadas a T_m. *Com uma boa aproximação, as correlações anteriores podem ser utilizadas em condições na superfície de temperatura e de fluxo térmico uniformes.*

Embora as Equações 8.60 e 8.61 sejam de fácil utilização e certamente satisfatórias para os propósitos deste texto, o seu uso pode resultar em erros de até 25%. Esses erros podem ser reduzidos a menos de 10% com o uso de correlações mais recentes, porém geralmente mais complexas [4,15]. Uma correlação, válida em uma ampla faixa de números de Reynolds incluindo a região de transição, é proposta por Gnielinski [16]:

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12{,}7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \qquad (8.62)$$

onde o fator de atrito pode ser obtido no diagrama de Moody ou, para tubos lisos, usando a Equação 8.21. A correlação é válida para $0{,}5 \lesssim Pr \lesssim 2000$ e $3000 \lesssim Re_D \lesssim 5 \times 10^6$. Ao usar a Equação 8.62, que se aplica tanto para fluxo térmico quanto para temperatura na superfície uniforme, as propriedades devem ser estimadas a T_m. Se as diferenças de temperaturas forem grandes, uma consideração adicional dos efeitos da variação das propriedades tem que ser feita, e opções disponíveis são revisadas por Kakac [17].

Observamos que, a menos que desenvolvidas especificamente para a região de transição ($2300 < Re_D < 10^4$), deve-se tomar cuidado ao se utilizar uma correlação de escoamento turbulento para $Re_D < 10^4$. Se a correlação foi desenvolvida para condições completamente turbulentas ($Re_D > 10^4$), ela pode ser usada como uma primeira aproximação para números de Reynolds menores, com a consciência de que o coeficiente convectivo será superestimado. Se for desejado um maior nível de precisão, a correlação de Gnielinski, Equação 8.62, deve ser utilizada. Uma discussão completa da transferência de calor na região de transição é fornecida por Ghajar e Tam [18].

Também observamos que as Equações 8.59 a 8.62 são para tubos lisos. Para o escoamento turbulento, o coeficiente de transferência de calor aumenta com o aumento da rugosidade da parede do tubo e, como uma primeira aproximação, pode ser calculado usando-se a Equação 8.62, com os fatores de atrito obtidos no diagrama de Moody (Figura 8.3). Entretanto, embora a tendência geral seja o aumento de h com o aumento de f, o aumento em f é proporcionalmente maior, e quando f é aproximadamente quatro vezes maior do que o seu valor correspondente para uma superfície lisa, o h não mais varia com aumentos adicionais de f [19]. Procedimentos para estimar os efeitos da rugosidade da parede sobre o coeficiente de transferência de calor no escoamento turbulento plenamente desenvolvido são discutidos por Bhatti e Shah [15].

Como os comprimentos de entrada para escoamentos turbulentos são tipicamente curtos, $10 \lesssim (x_{cd}/D) \lesssim 60$, é freqüentemente razoável admitir que o número de Nusselt médio em todo o tubo seja igual ao valor associado à região de escoamento plenamente desenvolvido, $\overline{Nu}_D \approx Nu_{D,cd}$. Entretanto, em tubos curtos, $\overline{Nu}_D$ será superior a $Nu_{D,cd}$ e pode ser calculado por uma expressão com a forma

$$\frac{\overline{Nu}_D}{Nu_{D,cd}} = 1 + \frac{C}{(x/D)^m} \qquad (8.63)$$

onde C e m dependem da natureza da entrada (por exemplo, aresta viva ou bocal convergente) e da região de entrada (térmica ou combinada), assim como dos números de Prandtl e de Reynolds [2,15,20]. Tipicamente, erros inferiores a 15% estão associados à hipótese de $\overline{Nu}_D = Nu_{D,cd}$ para $(L/D) > 60$. Ao determinar $\overline{Nu}_D$, todas as propriedades do fluido devem ser estimadas na média aritmética da temperatura média, $\overline{T}_m \equiv (T_{m,ent} + T_{m,sai})/2$.

Finalmente, observamos que as correlações anteriores não se aplicam para metais líquidos ($3 \times 10^{-3} \lesssim Pr \lesssim 5 \times 10^{-2}$). Para escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos em tubos circulares lisos com fluxo térmico na superfície constante, Skupinski et al. [21] recomendaram uma correlação com a forma

$$Nu_D = 4{,}82 + 0{,}0185 Pe_D^{0{,}827} \qquad q_s'' = \text{constante} \qquad (8.64)$$

$$\begin{bmatrix} 3{,}6 \times 10^3 \lesssim Re_D \lesssim 9{,}05 \times 10^5 \\ 10^2 \lesssim Pe_D \lesssim 10^4 \end{bmatrix}$$

Analogamente, para temperatura superficial constante, Seban e Shimazaki [22] recomendaram a seguinte correlação para $Pe_D \gtrsim 100$:

$$Nu_D = 5{,}0 + 0{,}025\, Pe_D^{0{,}8} \qquad T_s = \text{constante} \qquad (8.65)$$

Uma grande quantidade de dados experimentais e outras correlações estão disponíveis na literatura [23].

EXEMPLO 8.6

Ar quente escoa a uma vazão mássica de $\dot{m} = 0{,}050$ kg/s em um duto feito com uma folha metálica, sem isolamento térmico, com diâmetro $D = 0{,}15$ m, que se encontra no porão de uma casa. O ar quente entra a 103°C e, após uma distância de $L = 5$ m, se resfria atingindo 77°C. O coeficiente de transferência de calor entre a superfície externa do duto e o ar ambiente, a $T_\infty = 0$°C, é igual a $h_e = 6$ W/(m²·K).

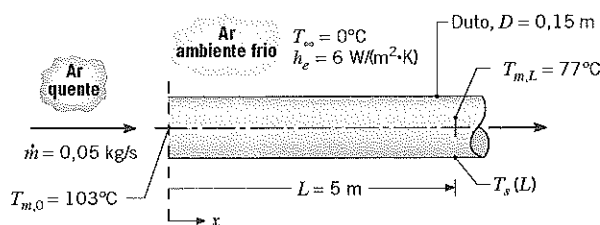
1. Calcule a perda térmica (W) no duto ao longo do comprimento L.
2. Determine o fluxo térmico e a temperatura na superfície do duto em $x = L$.

SOLUÇÃO

Dados: Ar quente escoando em um duto.

Achar:

1. Perda de calor no duto ao longo do comprimento L, q(W).
2. Fluxo térmico e temperatura superficial em $x = L$.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Propriedades constantes.
3. Comportamento de gás ideal.
4. Dissipação viscosa desprezível e variações de pressão desprezíveis.
5. Resistência térmica na parede do duto desprezível.
6. Coeficiente convectivo uniforme na superfície externa do duto.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($\bar{T}_m$ = 363 K): c_p = 1010 J/(kg·K). Tabela A.4, ar ($T_{m,L}$ = 350 K): k = 0,030 W/(m·K), μ = 208,2 × 10^{-7} N·s/m², Pr = 0,70.

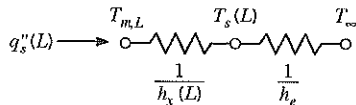
Análise:

1. Do balanço de energia em todo o duto, Equação 8.34,

$$q = \dot{m}c_p\,(T_{m,L} - T_{m,0})$$

$$q = 0{,}05\,\text{kg/s} \times 1010\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}\,(77 - 103)°\text{C} = -1313\,\text{W} \quad \triangleleft$$

2. Uma expressão para o fluxo térmico em $x = L$ pode ser deduzida a partir da rede de resistências térmicas

$$q_s''(L) \longrightarrow \overset{T_{m,L}}{\circ} \underset{\frac{1}{h_x(L)}}{\text{—/\/\/—}} \overset{T_s(L)}{\circ} \underset{\frac{1}{h_e}}{\text{—/\/\/—}} \overset{T_\infty}{\circ}$$

onde $h_x(L)$ é o coeficiente de transferência de calor no lado interno do duto em $x = L$. Assim,

$$q_s''(L) = \frac{T_{m,L} - T_\infty}{[1/h_x(L)] + (1/h_e)}$$

O coeficiente convectivo interno pode ser obtido com o conhecimento do número de Reynolds. Da Equação 8.6

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0{,}05\,\text{kg/s}}{\pi \times 0{,}15\,\text{m} \times 208{,}2 \times 10^{-7}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2} = 20.384$$

Assim, o escoamento é turbulento. Além disso, com (L/D) = (5/0,15) = 33,3; é razoável admitir condições plenamente desenvolvidas em $x = L$. Portanto, da Equação 8.60 com $n = 0{,}3$;

$$Nu_D = \frac{h_x(L)D}{k} = 0{,}023\,Re_D^{4/5}\,Pr^{0,3} = 0{,}023(20.384)^{4/5}\,(0{,}70)^{0,3} = 57{,}9$$

$$h_x(L) = Nu_D\frac{k}{D} = 57{,}9\,\frac{0{,}030\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}15\,\text{m}} = 11{,}6\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Donde

$$q_s''(L) = \frac{(77 - 0)°\text{C}}{[(1/11{,}6) + (1/6{,}0)]\,\text{m}^2\cdot\text{K/W}} = 304{,}5\,\text{W/m}^2$$

Fazendo novamente referência à rede de resistências térmicas, tem-se também que

$$q_s''(L) = \frac{T_{m,L} - T_{s,L}}{1/h_x(L)}$$

de tal forma que

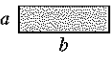
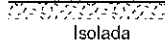
$$T_{s,L} = T_{m,L} - \frac{q_s''(L)}{h_x(L)} = 77°\text{C} - \frac{304{,}5\,\text{W/m}^2}{11{,}6\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 50{,}7°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Ao usar o balanço de energia da parte 1 para o duto completo, as propriedades (neste caso, apenas c_p) são estimadas em $\bar{T}_m = (T_{m,0} + T_{m,L})/2$. Contudo, ao usar a correlação para o coeficiente de transferência de calor local, Equação 8.60, as propriedades são estimadas na temperatura média local, $T_{m,L}$ = 77°C.
2. Esse problema não é caracterizado nem por uma temperatura superficial constante nem por um fluxo térmico na superfície constante. Conseqüentemente, seria errado presumir que a perda de calor total no tubo seja dada por $\bar{q}_s(L)\,\pi DL$ = 717 W. Esse resultado é substancialmente menor do que a perda real de 1313 W, pois $\bar{q}_s(x)$ diminui a medida que x aumenta. Essa diminuição de $\bar{q}_s(x)$ é devida a reduções em $h_x(x)$ e $[T_m(x) - T_\infty]$ com o aumento de x.

8.6 *Correlações da Convecção: Tubos Não-Circulares e a Região Anular entre Tubos Concêntricos*

Embora até aqui tenhamos nos restringido à análise de escoamentos internos em dutos com seção transversal circular, muitas aplicações em engenharia envolvem o transporte por convecção em *tubos não-circulares*. Entretanto, pelo menos como uma primeira aproximação, muitos dos resultados para tubos circulares podem ser empregados com a utilização de *um diâmetro efetivo* como o comprimento característico. Ele é conhecido por *diâmetro hidráulico* e é definido como

$$D_h \equiv \frac{4A_{tr}}{P} \tag{8.66}$$

onde A_{tr} e P são a área de seção transversal do *escoamento* e o *perímetro molhado*, respectivamente. É esse o diâmetro que deve ser utilizado no cálculo de parâmetros como Re_D e Nu_D.

Para o escoamento turbulento, que também ocorre quando $Re_D \geqslant 2300$, é razoável utilizar as correlações da Seção 8.5 para $Pr \geqslant 0{,}7$. Contudo, em um tubo não-circular, os coeficientes convectivos variam ao longo do perímetro, aproximando-se de zero nos cantos. Assim, ao utilizar uma correlação de tubo circular, presume-se que o coeficiente determinado represente uma média no perímetro do tubo.

Para o escoamento laminar, o uso de correlações de tubos circulares é menos preciso, particularmente em seções transversais caracterizadas por cantos vivos. Em tais casos, o número de Nusselt correspondente a condições plenamente desenvolvidas pode ser obtido na Tabela 8.1, que está baseada em soluções das equações diferenciais do momento e da energia em escoamentos através de dutos com diferentes geometrias de seção trans-

TABELA 8.1 Números de Nusselt e fatores de atrito para o escoamento laminar plenamente desenvolvido e tubos de diferentes seções transversais

Seção Transversal	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$ (q_s'' uniforme)	(T_s uniforme)	$f\,Re_{D_h}$
	—	4,36	3,66	64
	1,0	3,61	2,98	57
	1,43	3,73	3,08	59
	2,0	4,12	3,39	62
	3,0	4,79	3,96	69
	4,0	5,33	4,44	73
	8,0	6,49	5,60	82
	∞	8,23	7,54	96
Aquecida / Isolada	∞	5,39	4,86	96
	—	3,11	2,49	53

Usada com permissão de W. M. Kays e M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, 3.ª ed. McGraw-Hill, Nova York, 1993.

versal. Como para o tubo circular, os resultados diferem de acordo com a condição térmica na superfície. Os números de Nusselt apresentados para a condição de fluxo térmico uniforme na superfície presumem um fluxo constante na direção axial (direção do escoamento), mas uma temperatura constante ao longo do perímetro em uma seção transversal qualquer. Essa condição é típica dos tubos com paredes de materiais com elevada condutividade térmica. Os resultados tabelados para a condição de temperatura superficial uniforme se aplicam quando a temperatura é constante na direção axial e ao longo do perímetro.

Embora os procedimentos anteriores sejam, em geral, satisfatórios, existem exceções. Discussões detalhadas sobre a transferência de calor em tubos não-circulares estão disponíveis na literatura [11, 12, 24].

Muitos problemas de escoamentos internos envolvem a transferência de calor em uma *região anular entre tubos concêntricos* (Figura 8.11). Um fluido passa no espaço formado pelos tubos concêntricos (região anular) e a transferência de calor por convecção pode ocorrer tanto da superfície do tubo interno quanto da superfície do tubo externo. É possível especificar de forma independente o fluxo térmico ou a temperatura, isto é, a condição térmica, em cada uma dessas superfícies. Em qualquer caso, o fluxo térmico em cada superfície pode ser calculado por expressões com a forma

$$q_i'' = h_i(T_{s,i} - T_m) \tag{8.67}$$

$$q_e'' = h_e(T_{s,e} - T_m) \tag{8.68}$$

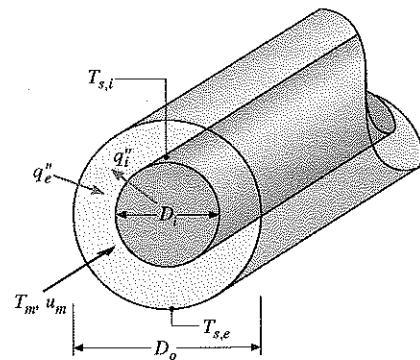



FIGURA 8.11 A região anular entre tubos concêntricos.

Note que coeficientes de transferência de calor diferentes estão associados às superfícies interna e externa da região anular. Os números de Nusselt correspondentes possuem a forma

$$Nu_i \equiv \frac{h_i D_h}{k} \tag{8.69}$$

$$Nu_e \equiv \frac{h_e D_h}{k} \tag{8.70}$$

onde, pela Equação 8.66, o diâmetro hidráulico D_h é

$$D_h = \frac{4(\pi/4)(D_e^2 - D_i^2)}{\pi D_e + \pi D_i} = D_e - D_i \tag{8.71}$$

TABELA 8.2 Número de Nusselt para o escoamento laminar plenamente desenvolvido em regiões anulares circulares com uma superfície isolada e a outra a temperatura constante

D_i/D_e	Nu_i	Nu_e	*Comentários*
0	—	3,66	Veja Equação 8.55
0,05	17,46	4,06	
0,10	11,56	4,11	
0,25	7,37	4,23	
0,50	5,74	4,43	
≈1,00	4,86	4,86	Veja Tabela 8.1, $b/a \to \infty$

Usado com permissão de W. M. Kays e H. C. Perkins, in W. M. Rohsenow e J. P. Hartnett, eds. *Handbook of Heat Transfer*, Cap. 7, McGraw-Hill, Nova York, 1972.

TABELA 8.3 Coeficientes de influência para o escoamento laminar plenamente desenvolvido em regiões anulares circulares com fluxo térmico uniforme mantido em ambas as superfícies

D_i/D_e	Nu_{ii}	Nu_{ee}	θ_i^*	θ_e^*
0	—	4,364	∞	0
0,05	17,81	4,792	2,18	0,0294
0,10	11,91	4,834	1,383	0,0562
0,20	8,499	4,833	0,905	0,1041
0,40	6,583	4,979	0,603	0,1823
0,60	5,912	5,099	0,473	0,2455
0,80	5,58	5,24	0,401	0,299
1,00	5,385	5,385	0,346	0,346

Usado com permissão de W. M. Kays e H. C. Perkins, in W. M. Rohsenow e J. P. Hartnett, eds. *Handbook of Heat Transfer*, Cap. 7, McGraw-Hill, Nova York, 1972.

Para o caso de escoamento laminar plenamente desenvolvido com uma superfície termicamente isolada e a outra a uma temperatura constante, Nu_i ou Nu_e podem ser obtidos na Tabela 8.2. Observe que, em tais situações, estamos interessados somente no coeficiente de transferência de calor associado à superfície isotérmica (superfície não-adiabática).

Se condições de fluxo térmico uniforme existem em ambas as superfícies, os números de Nusselt podem ser calculados por expressões na forma

$$Nu_i = \frac{Nu_{ii}}{1 - (q_e''/q_i'')\theta_i^*} \tag{8.72}$$

$$Nu_e = \frac{Nu_{ee}}{1 - (q_i''/q_e'')\theta_e^*} \tag{8.73}$$

Os coeficientes de influência (Nu_{ii}, Nu_{ee}, θ_i^* e θ_e^*) que aparecem nessas equações podem ser obtidos na Tabela 8.3. Note que q_i'' e q_e'' podem ser positivos ou negativos, dependendo do fato da transferência de calor ser para ou saindo do fluido, respectivamente. Além disso, podem ocorrer situações nas quais os valores de h_i e h_e são negativos. Tais resultados, quando usados com a convenção de sinais implícita nas Equações 8.67 e 8.68, revelam os valores relativos de T_s e T_m.

Para escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos, os coeficientes de influência são funções dos números de Reynolds e de Prandtl [24]. Contudo, em uma primeira aproximação, os coeficientes de transferência de calor nas superfícies interna e externa da região anular podem ser considerados iguais, sendo estimados com o emprego do diâmetro hidráulico, Equação 8.71, na equação de Dittus-Boelter, Equação 8.60.

8.7 *Intensificação da Transferência de Calor*

Diversas opções estão disponíveis para intensificar a transferência de calor nos escoamentos internos. A intensificação pode ser obtida pelo aumento de coeficiente convectivo e/ou pelo aumento da área superficial na qual há a convecção. Por exemplo, h pode ser elevado pela introdução de rugosidade superficial, que aumenta a turbulência. Essa intensificação da turbulência pode ser obtida, por exemplo, pela usinagem da superfície ou pela inserção de uma mola em espiral. A colocação da mola (Figura 8.12*a*) proporciona um elemento helicoidal de rugosidade em contato com a superfície interna do tubo. Alternativamente, o coeficiente convectivo pode ser aumentado pela indução de um movimento rotacional, efetuada pela inserção de uma fita torcida (Figura 8.12*b*). O elemento inserido (interno) é uma fina tira que se encontra periodicamente torcida em 360°. A introdução de um componente tangencial da velocidade aumenta a velocidade do escoamento, particularmente próximo à parede do tubo. A área de transferência de calor pode ser aumentada pela fabricação de tubos com a superfície interna com sulcos (Figura 8.12*c*), quando tanto o coeficiente de transferência de calor quanto a área superficial podem ser aumentados pelo uso de aletas helicoidais ou frisos (Figura 8.12*d*).

Ao avaliar qualquer esquema para a intensificação da taxa de transferência de calor, deve-se prestar atenção também ao correspondente aumento na queda de pressão e, portanto, à maior demanda de potência nos sopradores ou bombas. Abordagens amplas de opções para a intensificação da transferência de calor foram publicadas [25-28], e o *Journal of Enhanced Heat Transfer* fornece acesso aos recentes desenvolvimentos nesse campo.

A transferência de calor pode ser intensificada sem a indução de turbulência ou a utilização de uma área superficial adicional simplesmente fazendo-se com que um tubo adquira uma configuração helicoidal (Figura 8.13). Nesse caso, as forças centrífugas no fluido induzem um *escoamento secundário* constituído por um par de vórtices longitudinais que, em contraste com as condições em um tubo reto, podem resultar em coeficientes de transferência de calor locais altamente não uniformes ao longo da periferia do tubo. Dessa forma, coeficientes de transferência de calor locais variam com θ assim como com x. Se condições de fluxo térmico constante forem aplicadas, a temperatura do fluido média, $T_m(x)$, pode ser calculada usando-se o princípio da conservação de energia, Equação 8.40. Para situações nas quais o fluido é aquecido,

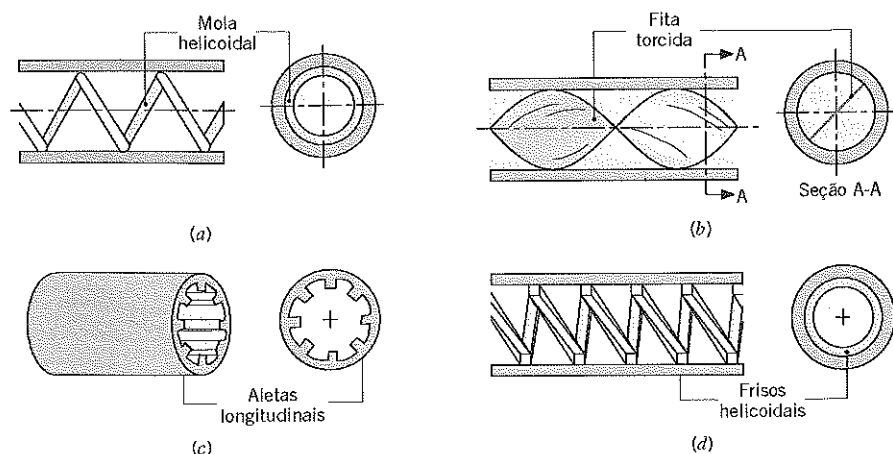



FIGURA 8.12 Esquemas de intensificação da transferência de calor em escoamentos internos: (*a*) Seção longitudinal e vista frontal de um interno na forma de mola em espiral, (*b*) Seção longitudinal e vista da seção transversal de um interno na forma de uma fita torcida, (*c*) Corte e vista frontal de aletas longitudinais, e (*d*) Seção longitudinal e vista frontal de frisos helicoidais.

as temperaturas do fluido máximas ocorrem na parede do tubo, porém o cálculo da temperatura máxima local não é direto em função da dependência com θ do coeficiente de transferência de calor. Conseqüentemente, correlações para o número de Nusselt *médio periférico* têm pouco uso se condições de fluxo térmico constante são aplicadas. Por outro lado, correlações para o número de Nusselt médio periférico para condições de contorno de temperatura de parede constante são úteis e as relações recomendadas por Shah e Joshi [29] são fornecidas nos próximos parágrafos.

O escoamento secundário aumenta as perdas por atrito e as taxas de transferência de calor. Além disso, o escoamento secundário diminui os comprimentos de entrada e reduz a diferença entre as taxas de transferência de calor nos regimes laminar e turbulento, em relação ao que ocorre no tubo reto considerado anteriormente neste capítulo. Quedas de pressão e taxas de transferência de calor mostram pequena dependência em relação ao passo da serpentina, S. O número de Reynolds crítico correspondente ao surgimento da turbulência no tubo em forma de serpentina, $Re_{D,c,serp}$, é

$$Re_{D,c,serp} = Re_{D,c}[1 + 12(D/C)^{0,5}] \qquad (8.74)$$

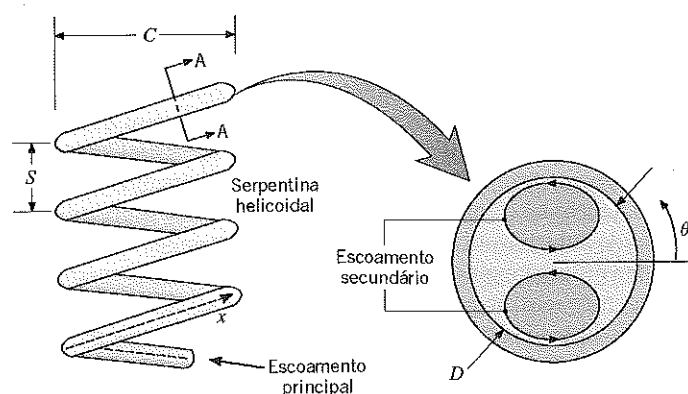



FIGURA 8.13 Esquema de um tubo formando uma serpentina helicoidal e o escoamento secundário em uma vista aumentada da seção transversal.

onde $Re_{D,c}$ é dado na Equação 8.2 e C é definida na Figura 8.13. Fortes escoamentos secundários associados a serpentinas enroladas de forma compacta retardam a transição para a turbulência.

Em escoamento laminar plenamente desenvolvido com $C/D \gtrsim 3$, o fator de atrito é

$$f = \frac{64}{Re_D} \qquad Re_D(D/C)^{1/2} \lesssim 30 \qquad (8.19)$$

$$f = \frac{27}{Re_D^{0,725}}(D/C)^{0,1375} \qquad 30 \lesssim Re_D(D/C)^{1/2} \lesssim 300 \qquad (8.75a)$$

$$f = \frac{7,2}{Re_D^{0,5}}(D/C)^{0,25} \qquad 300 \lesssim Re_D(D/C)^{1/2} \qquad (8.75b)$$

Para os casos nos quais $C/D \lesssim 3$, recomendações feitas em [29] devem ser seguidas. O coeficiente de transferência de calor para ser usado na Equação 8.27 pode ser determinado por uma correlação na forma

$$Nu_D = \left[\left(3,66 + \frac{4,343}{a}\right)^3 + 1,158\left(\frac{Re_D(D/C)^{1/2}}{b}\right)^{3/2}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14} \qquad (8.76)$$

onde

$$a = \left(1 + \frac{927(C/D)}{Re_D^2 Pr}\right) \quad \text{e} \quad b = 1 + \frac{0,477}{Pr} \qquad (8.77a,b)$$

$$\begin{bmatrix} 0,005 \lesssim Pr \lesssim 1600 \\ 1 \lesssim Re_D(D/C)^{1/2} \lesssim 1000 \end{bmatrix}$$

Correlações para o fator de atrito para o escoamento turbulento são baseadas em dados limitados. Além disso, a intensifi-

cação da transferência de calor devida ao escoamento secundário é menor quando o escoamento é turbulento e é menor do que 10% para $C/D \geqslant 20$. Desta forma, a intensificação através do uso de tubos na forma de serpentinas é tipicamente empregada somente em situações de escoamento laminar. No escoamento laminar, o comprimento de entrada é de 20% a 50% menor do que para um tubo reto, enquanto o escoamento se torna plenamente desenvolvido na primeira meia-volta da serpentina sob condições turbulentas. Conseqüentemente, a região de entrada pode ser desprezada na maioria dos cálculos de engenharia.

Quando um gás ou um líquido é aquecido em um tubo reto, uma parcela do fluido que entra próximo ao eixo central do tubo irá sair do tubo mais rápido e sempre estará mais fria do que uma parcela do fluido que entra próximo à parede do tubo. Portanto, os *históricos dinâmicos das temperaturas* de parcelas individuais do fluido, processadas no mesmo tubo de aquecimento, podem ser dramaticamente diferentes. Além de intensificar a transferência de calor, o escoamento secundário associado ao tubo em forma de serpentina serve para *misturar* o fluido em comparação com o escoamento laminar em um tubo reto, resultando em históricos dinâmicos das temperaturas similares para todas as parcelas de fluido. É por essa razão que serpentinas são rotineiramente usadas para processar e fabricar fluidos altamente viscosos e com alto valor, como fármacos, cosméticos e produtos de cuidados pessoais.

8.8 Escoamento Interno em Microescala

Os tubos e canais analisados até agora foram caracterizados por diâmetros hidráulicos de tamanho convencional. Muitas novas tecnologias envolvem escoamentos internos em microescala, nos quais os diâmetros hidráulicos são na faixa de $D_h \leq 100\ \mu m$. Uma motivação importante para desenvolver vários *dispositivos microfluídicos* fica facilmente evidente pela observação das correlações para números de Nusselt associadas ao escoamento laminar plenamente desenvolvido. Especificamente, os coeficientes de transferência de calor são inversamente proporcionais ao diâmetro hidráulico. Conseqüentemente, na medida em que o canal do escoamento é diminuído significativamente, haverá um aumento dramático nos coeficientes de transferência de calor [30].

8.8.1 Condições de Escoamento em Escoamentos Internos em Microescala

Na Seção 2.2.1, vimos que a transferência de calor em gases pode ser afetada significativamente na medida em que a escala do comprimento característico do volume material, L, é reduzida à mesma ordem de grandeza do livre percurso médio do gás, λ_{lpm}. Conseqüentemente, em valores do diâmetro hidráulico D_h muito pequenos, o gás não irá se comportar como um contínuo. Como a hipótese do contínuo foi feita até agora ao longo de toda a nossa discussão sobre convecção, os resultados dos Capítulos 6 até 8 não devem ser usados para gases quando $D_h/\lambda_{lpm} \lesssim 10$, devendo-se utilizar métodos avançados para estimar a distribuição de velocidades e as quedas de pressão associadas ao escoamento interno [31].

Para líquidos, experimentos mostraram que, para o escoamento laminar em tubos circulares com diâmetros tão pequenos quanto 50 μm, as Equações 8.19 e 8.22a prevêem com sucesso a queda de pressão ao longo do comprimento do tubo [32]. Essas equações são supostas válidas para a maioria dos líquidos para diâmetros hidráulicos tão pequenos como 1 μm [32, 33].

Da discussão na Seção 6.3.1 pode-se antecipar que, como a turbulência é caracterizada pelo movimento de parcelas relativamente grandes do fluido em dispositivos com tamanho normal, as Equações 8.20 e 8.21 não serão aplicáveis em escoamentos em dispositivos microfluídicos, pois o volume das parcelas de fluido está restrito pelo diâmetro hidráulico do canal. Pode-se também prever que o critério para o surgimento da turbulência, Equação 8.2, será diferente para escoamentos internos em microescala. Medidas cuidadosas usando vários líquidos mostraram que o número de Reynolds crítico correspondente ao surgimento da turbulência é, na realidade, bem descrito pela Equação 8.2 para escoamentos de líquidos em tubos com diâmetros tão pequenos quanto 50 μm [32]. Como velocidades médias extremamente altas são necessárias para atingir $Re_D = 2300$, raramente nos preocupamos com convecção em microescala em regime turbulento.

8.8.2 Considerações Térmicas em Escoamentos Internos em Microescala

A transferência de calor por convecção em escoamentos internos em microescala continua a ser objeto de pesquisas em andamento. Os resultados analíticos e correlações da convecção dos Capítulos 6 e 8 não devem ser usados para gases quando $D_h/\lambda_{lpm} \lesssim 10$ e devem ser usados com cuidado em líquidos quando $D_h \lesssim 1\ \mu m$.

EXEMPLO 8.7

Química e biologia combinatoriais são usadas nas indústrias farmacêutica e biotecnológica para reduzir o tempo e o custo associados à produção de novos remédios. Cientistas desejam criar grandes populações de moléculas, ou *bibliotecas*, que possam posteriormente ser separadas. A produção de vastas bibliotecas aumenta a probabilidade da descoberta de novos compostos com valor terapêutico significativo. Uma variável fundamental na produção de novos compostos é a temperatura na qual os reagentes são processados.

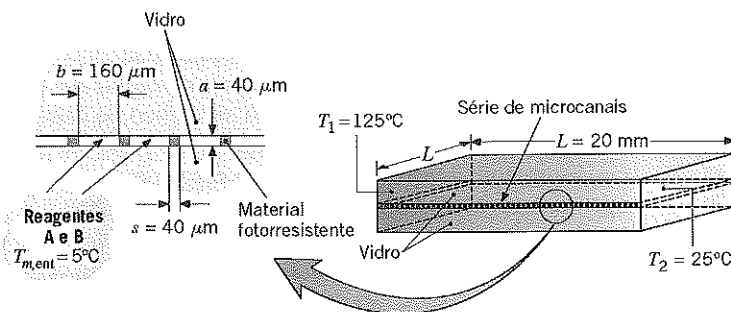
Para fabricar um *chip microrreator*, em primeiro lugar, uma lâmina de microscópio com 1 mm de espessura é coberta com um material fotorresistente. Em seqüência, linhas são arranhadas no material fotorresistente e uma segunda placa de vidro é fixada ao topo da estrutura, resultando em múltiplos canais paralelos de seção retangular que têm $a = 40\ \mu m$ de altura, $b = 160\ \mu m$ de largura e $L = 20$ mm de comprimento. O espaçamento entre os canais é de $s = 40\ \mu m$, de tal forma que $N = L/(b + s) =$

100 canais estão presentes em um microrreator com 20 mm × 20 mm. Uma mistura de dois reagentes, ambos inicialmente a $T_{m,\,ent} = 5°C$, é introduzida em cada canal e as laterais do *chip* são mantidas nas temperaturas $T_1 = 125°C$ e $T_2 = 25°C$, de tal forma que os reagentes em cada canal estão submetidos a uma temperatura de processamento única. O escoamento é induzido através da estrutura pela aplicação de um diferencial de pressão global de $\Delta P = 500$ kPa. Os reagentes e o produto da reação têm propriedades termofísicas similares às do etilenoglicol. Calcule o intervalo de tempo necessário para que os reagentes alimentados estejam a 1°C da temperatura de processamento desejada.

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões e condições de operação do escoamento de reagentes e produto de reação em um microrreator.

Achar: Tempo necessário para levar os reagentes até 1°C de diferença da temperatura de processamento.

Esquema:

Considerações:

1. Escoamento laminar.
2. Distribuição de temperaturas linear ao longo da largura do microrreator.
3. Condições de regime estacionário.
4. Líquido incompressível com propriedades constantes.
5. Dissipação viscosa desprezível.

Propriedades: Tabela A.5, etilenoglicol ($\bar{T}_m = 288$ K): $\rho = 1120{,}2$ kg/m³, $c_p = 2359$ J/(kg·K), $\mu = 2{,}82 \times 10^{-2}$ N·s/m², $k = 247 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $Pr = 269$. ($\bar{T}_m = 338$ K): $\rho = 1085$ kg/m³, $c_p = 2583$ J/(kg·K), $\mu = 0{,}427 \times 10^{-2}$ N·s/m², $k = 261 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $Pr = 45{,}2$.

Análise: Vamos limitar a análise dos comportamentos da transferência de calor e do escoamento do fluido ao cálculo da *performance* nas temperaturas de processamento extremas.

O escoamento dos reagentes é induzido pela diferença de pressão aplicada entre a entrada e a saída do microrreator. Em função da grande variação da viscosidade com a temperatura, esperamos que a vazão associada à temperatura de operação mais alta seja a maior.

O perímetro de cada microcanal é

$$P = 2a + 2b = 2 \times 40 \times 10^{-6}\,\text{m} + 2 \times 160 \times 10^{-6}\,\text{m} = 0{,}4 \times 10^{-3}\,\text{m}$$

e o diâmetro hidráulico de cada microcanal é determinado com a Equação 8.66 como

$$D_h = \frac{4A_{tr}}{P} = \frac{4ab}{P} = \frac{4 \times 40 \times 10^{-6}\,\text{m} \times 160 \times 10^{-6}\,\text{m}}{0{,}4 \times 10^{-3}\,\text{m}} = 64 \times 10^{-6}\,\text{m}$$

Iniciamos supondo um comprimento de entrada relativamente pequeno, fato a ser verificado posteriormente, de tal forma que a vazão possa ser estimada usando o fator de atrito para condições plenamente desenvolvidas. Da Tabela 8.1, para $b/a = 4$, $f = 73/Re_{Dh}$. Substituindo essa expressão na Equação 8.22a, rearrumando termos e usando propriedades a $T = 125°C$ (nessa equação e nas próximas), tem-se como resultado

$$u_m = \frac{2}{73}\frac{D_h^2 \Delta p}{\mu L} = \frac{2}{73} \times \frac{(64 \times 10^{-6}\,\text{m})^2 \times 500 \times 10^3\,\text{N/m}^2}{0{,}427 \times 10^{-2}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2 \times 20 \times 10^{-3}\,\text{m}}$$

$$= 0{,}657\,\text{m/s}$$

Assim, o número de Reynolds é

$$Re_{D_h} = \frac{u_m D_h \rho}{\mu} = \frac{0{,}657\,\text{m/s} \times 64 \times 10^{-6}\,\text{m} \times 1085\,\text{kg/m}^3}{0{,}427 \times 10^{-2}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2} = 10{,}7$$

e o escoamento está bem dentro do regime laminar. A Equação 8.3 pode ser usada para determinar o comprimento de entrada fluidodinâmico, que é

$$x_{cd,v} \approx 0{,}05 D_h Re_D = 0{,}05 \times 64 \times 10^{-6}\,\text{m} \times 10{,}7 = 34{,}2 \times 10^{-6}\,\text{m}$$

e o comprimento de entrada térmico pode ser obtido da Equação 8.23, que fornece

$$x_{cd,t} \approx x_{cd,h} Pr = 34{,}2 \times 10^{-6}\,\text{m} \times 45{,}2 = 1{,}55 \times 10^{-3}\,\text{m}$$

Cada um dos dois comprimentos de entrada ocupa menos do que 10% do comprimento total do microcanal, $L = 20$ mm. Conseqüentemente, o uso de valores de f para condições plenamente desenvolvidas está justificado e a vazão mássica no microcanal a $T = 125°C$ é de

$$\dot{m} = \rho A_{tr} u_m = \rho ab u_m = 1085\,\text{kg/m}^3 \times 40 \times 10^{-6}\,\text{m} \times 160 \times 10^{-6}\,\text{m}$$
$$\times 0{,}657\,\text{m/s} = 4{,}56 \times 10^{-6}\,\text{kg/s}$$

A Equação 8.42 pode agora ser usada para determinar a distância entre a entrada do microcanal e o local, x_c, onde $T_{m,c} = 124°C$, isto é, 1°C inferior à temperatura da superfície. O coeficiente de transferência de calor médio, $\bar{h}$, é substituído pelo valor para condições plenamente desenvolvidas do coeficiente de transferência de calor, h, em função do relativamente pequeno

comprimento de entrada térmico. Da Tabela 8.1, vemos que para $b/a = 4$, $Nu_D = hD_h/k = 4{,}44$. Conseqüentemente,

$$\bar{h} \approx h = Nu_D \frac{k}{D_h} = 4{,}44 \times \frac{0{,}261\ \mathrm{W/(m \cdot K)}}{64 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 1{,}81 \times 10^4\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

Como esperado de nossa discussão sobre escoamentos em microescala, o coeficiente convectivo é extremamente grande.

Explicitando x_c na Equação 8.42,

$$x_c = \frac{\dot{m}c_p}{P\bar{h}} \ln\left[\frac{T_s - T_{m,\mathrm{ent}}}{T_s - T_{m,c}}\right] = \frac{4{,}56 \times 10^{-6}\ \mathrm{kg/s} \times 2583\ \mathrm{J/(kg \cdot K)}}{0{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} \times 1{,}81 \times 10^4\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}} \ln\left[\frac{(125 - 5)°\mathrm{C}}{(125 - 124)°\mathrm{C}}\right]$$

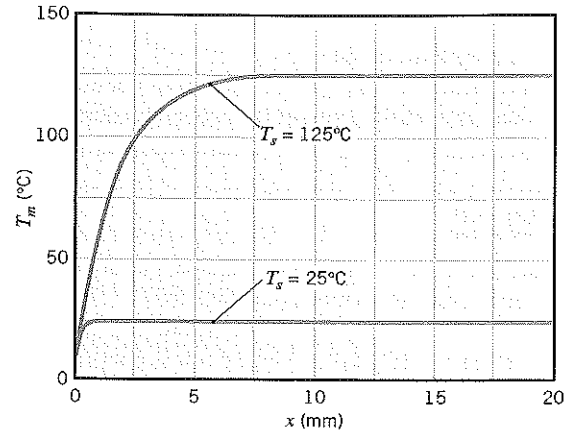
$$= 7{,}79 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Conseqüentemente, o tempo necessário para os reagentes atingirem uma temperatura média a 1°C da temperatura de processamento é

$$t_c = x_c/u_m = 7{,}79 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}/0{,}657\ \mathrm{m/s} = 0{,}012\ \mathrm{s} \quad \lhd$$

Repetindo os cálculos para o microcanal associado à menor temperatura de processamento, igual a 25°C, obtêm-se $u_m = 0{,}0995$ m/s, $Re_D = 0{,}253$, $x_{\mathrm{cd},v} = 8{,}09 \times 10^{-7}$ m, $x_{\mathrm{cd},t} = 0{,}218 \times 10^{-3}$ m, $h = 1{,}71 \times 10^4$ W/(m²·K), $x_c = 0{,}73 \times 10^{-3}$ m e $t_c = 0{,}007$ s.

Comentários:

1. A espessura total do vidro (2 mm) é 50 vezes maior do que a altura de cada microcanal, enquanto a condutividade térmica do vidro, $k_{\mathrm{vid}} \approx 1{,}4$ W/(m·K) (Tabela A.3), é 5 vezes maior do que a do fluido. Supõe-se que a presença de uma quantidade tão pequena de fluido tenha influência desprezível na distribuição de temperaturas linear que é estabelecida ao longo do *chip*. A diferença de temperaturas ao longo da superfície superior ou inferior de cada canal é de aproximadamente $\Delta T = (T_1 - T_2)b/L = (125 - 25)°\mathrm{C} \times (160 \times 10^{-6}\ \mathrm{m})/(20 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}) = 0{,}8°\mathrm{C}$.
2. A solução da Equação 8.42 no domínio $0 \leq x \leq L$ fornece a variação axial da temperatura média para os dois canais com temperaturas de processamento extremas, como mostrado a seguir.

8.9 Transferência de Massa por Convecção

A transferência de massa por convecção também pode ocorrer em escoamentos internos. Por exemplo, um gás pode escoar através de um tubo cuja superfície tenha sido molhada ou seja sublimável. Evaporação ou sublimação irá, então, ocorrer e uma camada-limite de concentração se desenvolverá. Da mesma forma que a temperatura média é a temperatura de referência apropriada para a transferência de calor, a concentração média da espécie $\rho_{A,m}$ desempenha um papel análogo na transferência de massa. Definindo uma vazão mássica da espécie A em um duto de seção transversal A_{tr} arbitrária como $\dot{m}_A = \rho_{A,m} u_m A_{tr} = \int_{A_{tr}} (\rho_A u) dA_{tr}$, a concentração média da espécie A é, conseqüentemente,

$$\rho_{A,m} = \frac{\int_{A_{tr}} (\rho_A u) dA_{tr}}{u_m A_{tr}} \qquad (8.78a)$$

ou, para um tubo circular,

$$\rho_{A,m} = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} (\rho_A u r)\, dr \qquad (8.78b)$$

O desenvolvimento da camada-limite de concentração é caracterizado pela existência de uma região de entrada e de uma região plenamente desenvolvida, e a Equação 8.23 pode ser usada (com Pr substituído por Sc) para determinar o *comprimento de entrada de concentração* $x_{\mathrm{cd},c}$ para o escoamento laminar. A Equação 8.4 pode, mais uma vez, ser utilizada como uma primeira aproximação no caso de escoamento turbulento. Além disso, por analogia com a Equação 8.28, tanto para escoamentos laminares quanto para escoamentos turbulentos, condições plenamente desenvolvidas estão presentes quando

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho_{A,s} - \rho_A(r,x)}{\rho_{A,s} - \rho_{A,m}(x)}\right]_{\mathrm{cd},c} = 0 \qquad (8.79)$$

onde presume-se que haja na superfície uma concentração da espécie $\rho_{A,s}$ uniforme.

O fluxo mássico local da espécie A saindo da superfície pode ser calculado com uma expressão na forma

$$n''_A = h_m(\rho_{A,s} - \rho_{A,m}) \qquad (8.80)$$

enquanto a taxa de transferência da espécie A total em um duto com área de superfície A_s pode ser representada por

$$n_A = \bar{h}_m A_s \Delta\rho_{A,\mathrm{ml}} \qquad (8.81)$$

onde a *média logarítmica de diferenças de concentrações*

$$\Delta\rho_{A,\mathrm{ml}} = \frac{\Delta\rho_{A,\mathrm{sai}} - \Delta\rho_{A,\mathrm{ent}}}{\ln(\Delta\rho_{A,\mathrm{sai}}/\Delta\rho_{A,\mathrm{ent}})} \qquad (8.82)$$

é análoga à média logarítmica de diferenças de temperaturas da Equação 8.44 e a diferença de concentrações é definida como $\Delta\rho_A = \rho_{A,s} - \rho_{A,m}$. Da aplicação da conservação da espécie A em

um volume de controle ao redor do duto, a taxa de transferência da espécie A total pode também ser escrita na forma

$$n_A = \frac{\dot{m}}{\rho}(\rho_{A,sai} - \rho_{A,ent}) \tag{8.83}$$

onde ρ e $\dot{m}$ são a massa específica (total) e a vazão mássica, respectivamente, e $\dot{m}/\rho = u_m A_{tr}$. As Equações 8.81 e 8.83 são as equivalentes na transferência de massa das Equações 8.43 e 8.34, respectivamente, na transferência de calor. Além disso, a análoga à Equação 8.42 que caracteriza a variação da concentração média de vapor com a distância x da entrada do duto pode ser escrita como

$$\frac{\rho_{A,s} - \rho_{A,m}(x)}{\rho_{A,s} - \rho_{A,m,ent}} = \exp\left(-\frac{\bar{h}_m \rho P}{\dot{m}} x\right) \tag{8.84}$$

onde P é o perímetro do duto.

Os coeficientes de transferência de massa por convecção, h_m e $\bar{h}_m$, podem ser obtidos com correlações apropriadas para os números de Sherwood correspondentes, que são definidos como $Sh_D = h_m D/D_{AB}$ e $\overline{Sh}_D = \bar{h}_m D/D_{AB}$. A forma específica de uma correlação pode ser inferida dos resultados anteriores para a transferência de calor usando a analogia entre as transferências de calor e de massa, com Sh_D e Sc substituindo Nu_D e Pr, respectivamente. Por exemplo, com uma concentração de vapor uniforme na superfície de um duto circular e escoamento laminar plenamente desenvolvido através do duto,

$$Sh_D = 3{,}66 \tag{8.85}$$

Para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido, a análoga na transferência de massa da equação de Dittus-Boelter é

$$Sh_D = 0{,}023\, Re_D^{4/5}\, Sc^{0,4} \tag{8.86}$$

As condições em microescala para a transferência de massa são similares àquelas discutidas para a transferência de calor na Seção 8.8.

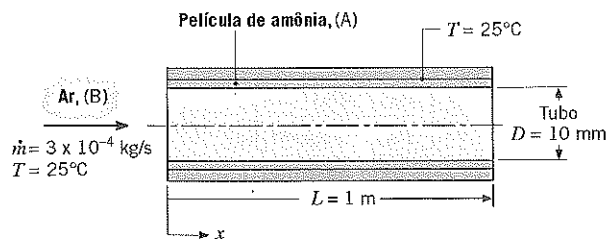
Exemplo 8.8

Uma fina película de amônia (NH_3) líquida, que se formou sobre a superfície interna de um tubo com diâmetro $D = 10$ mm e comprimento $L = 1$ m, é removida pela passagem de ar seco pelo tubo a uma vazão de 3×10^{-4} kg/s. O tubo e o ar se encontram a 25°C. Qual é o coeficiente convectivo de transferência de massa médio?

Solução

Dados: Amônia líquida sobre a superfície interna de um tubo é removida por evaporação para uma corrente de ar.

Achar: Coeficiente convectivo de transferência de massa médio no tubo.

Esquema:

Considerações:

1. Película fina de amônia com superfície lisa.
2. A analogia entre as transferências de calor e a de massa se aplica.

Propriedades: Tabela A.4, ar (25°C): $\nu = 15{,}7 \times 10^{-6}$ m²/s, $\mu = 183{,}6 \times 10^{-7}$ N·s/m². Tabela A.8, amônia-ar (25°C): $D_{AB} = 0{,}28 \times 10^{-4}$ m²/s, $Sc = (\nu/D_{AB}) = 0{,}56$.

Análise: Da Equação 8.6,

$$Re_D = \frac{4 \times 3 \times 10^{-4}\,\text{kg/s}}{\pi \times 0{,}01\,\text{m} \times 183{,}6 \times 10^{-7}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2} = 2080$$

ou seja, o escoamento é laminar. Assim, como uma concentração de vapor de amônia constante é mantida na superfície da película, o que é análogo a uma temperatura superficial constante, tem-se da Equação 8.57 que

$$\overline{Sh}_D = 1{,}86\left(\frac{Re_D\, Sc}{L/D}\right)^{1/3} = 1{,}86 \times 2{,}27 = 4{,}22$$

Como $\overline{Sh}_D = 4{,}22 > 3{,}66$, o uso da Equação 8.57 é válido. Finalmente,

$$\bar{h}_m = \overline{Sh}_D \frac{D_{AB}}{D} = \frac{4{,}22 \times 0{,}28 \times 10^{-4}\,\text{m}^2/\text{s}}{0{,}01\,\text{m}} = 0{,}012\,\text{m/s} \quad \triangleleft$$

Comentários: Da Equação 8.23, $x_{cd,c} \approx (0{,}05 Re_D Sc)D = 0{,}58$ m, e condições plenamente desenvolvidas estão presentes em aproximadamente 40% do comprimento do tubo. Uma hipótese de condições plenamente desenvolvidas ao longo de todo o tubo iria fornecer um valor de $\overline{Sh}_D = 3{,}66$, que é 13% menor do que o resultado obtido.

8.10 Resumo

Neste capítulo analisamos a transferência de calor e de massa por convecção forçada em uma importante classe de problemas envolvendo *escoamentos internos*. Esses escoamentos são encontrados em numerosas aplicações e você deve ser capaz de fazer cálculos de engenharia que envolvam um balanço de energia e correlações da convecção apropriadas. A metodologia compre-

ende a determinação se o escoamento é laminar ou turbulento e o estabelecimento do comprimento de regiões de entrada. Após a decisão sobre se você está interessado em condições locais (em uma certa posição axial) ou em condições médias (para o tubo inteiro), a correlação da convecção deve ser selecionada e usada em conjunto com a forma apropriada do balanço de energia para resolver o problema. Um resumo das correlações é fornecido na Tabela 8.4.

Você deve testar o seu entendimento de conceitos relacionados a esse assunto respondendo às questões a seguir.

- Quais são as características marcantes de uma *região de entrada fluidodinâmica*? E de uma *região de entrada térmica*? Os comprimentos de entrada fluidodinâmico e térmico são equivalentes? Se não, os comprimentos relativos dependem de quê?
- Quais são as características *fluidodinâmicas* marcantes do *escoamento plenamente desenvolvido*? Como o fator de atrito no escoamento plenamente desenvolvido é afetado pela rugosidade da parede?
- A qual importante característica do escoamento interno a *temperatura média de mistura* está ligada?
- Quais são as características *térmicas* marcantes do *escoamento plenamente desenvolvido*?
- Se um fluido entra em um tubo a temperatura uniforme e há transferência de calor para ou da superfície do tubo, como o coeficiente convectivo varia com a distância ao longo do tubo?

Tabela 8.4 **Resumo de correlações da convecção para o escoamento em um tubo circular**[a,b,e]

Correlação		Condições
$f = 64/Re_D$	(8.19)	Laminar, plenamente desenvolvido
$Nu_D = 4{,}36$	(8.53)	Laminar, plenamente desenvolvido, q_s'' uniforme
$Nu_D = 3{,}66$	(8.55)	Laminar, plenamente desenvolvido, T_s uniforme
$\overline{Nu}_D = 3{,}66 + \dfrac{0{,}0668(D/L)Re_D Pr}{1 + 0{,}04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}}$	(8.56)	Laminar, entrada térmica (ou entrada combinada com $Pr \gtrsim 5$), T_s uniforme
ou		
$\overline{Nu}_D = 1{,}86\left(\dfrac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14}$	(8.57)	Laminar, entrada combinada, $0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 5$; $0{,}0044 \lesssim (\mu/\mu_s) \lesssim 9{,}75$; T_s uniforme
$f = 0{,}316 Re_D^{-1/4}$	(8.20a)[c]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $Re_D \lesssim 2 \times 10^4$
$f = 0{,}184 Re_D^{-1/5}$	(8.20b)[c]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $Re_D \gtrsim 2 \times 10^4$
ou		
$f = (0{,}790 \ln Re_D - 1{,}64)^{-2}$	(8.21)[c]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $3000 \lesssim Re_D \lesssim 5 \times 10^6$
$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{4/5} Pr^n$	(8.60)[d]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 160$, $Re_D \gtrsim 10.000$, $(L/D) \gtrsim 10$, $n = 0{,}4$ para $T_s > T_m$ e $n = 0{,}3$ para $T_s < T_m$
ou		
$Nu_D = 0{,}027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14}$	(8.61)[d]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 16.700$, $Re_D \gtrsim 10.000$, $L/D \gtrsim 10$
ou		
$Nu_D = \dfrac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12{,}7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}$	(8.62)[d]	Turbulento, plenamente desenvolvido, $0{,}5 \lesssim Pr \lesssim 2000$, $3000 \lesssim Re_D \lesssim 5 \times 10^6$, $(L/D) \gtrsim 10$
$Nu_D = 4{,}82 + 0{,}0185(Re_D Pr)^{0{,}827}$	(8.64)	Metais líquidos, turbulento, plenamente desenvolvido, q_s'' uniforme, $3{,}6 \times 10^3 \lesssim Re_D \lesssim 9{,}05 \times 10^5$, $10^2 \lesssim Pe_D \lesssim 10^4$
$Nu_D = 5{,}0 + 0{,}025(Re_D Pr)^{0{,}8}$	(8.65)	Metais líquidos, turbulento, plenamente desenvolvido, T_s uniforme, $Pe_D \gtrsim 100$

[a]As correlações da transferência de massa podem ser obtidas pela substituição de Nu_D e Pr por Sh_D e Sc, respectivamente.
[b]As propriedades nas Equações 8.53, 8.55, 8.60, 8.61, 8.62, 8.64 e 8.65 são baseadas em T_m; as propriedades nas Equações 8.19, 8.20 e 8.21 são baseadas em $T_f \equiv (T_s + T_m)/2$; as propriedades nas Equações 8.56 e 8.57 são baseadas em $\overline{T}_m = (T_{m,\text{ent}} + T_{m,\text{sai}})/2$.
[c]As Equações 8.20 e 8.21 são para tubos lisos. Para tubos rugosos, a Equação 8.62 deve ser usada com os resultados da Figura 8.3.
[d]Como uma primeira aproximação, as Equações 8.60, 8.61 ou 8.62 podem ser usadas para calcular o número de Nusselt médio $\overline{Nu}_D$ em todo o comprimento do tubo, se $(L/D) \gtrsim 10$. As propriedades devem ser calculadas na média das temperaturas médias de entrada e de saída, $\overline{T}_m = (T_{m,\text{ent}} + T_{m,\text{sai}})/2$.
[e]Para tubos com seção transversal não circular, $Re_D \equiv D_h u_m/\nu$, $D_h \equiv 4A_c/P$ e $u_m = \dot{m}/(\rho A_c)$. Resultados para o escoamento laminar plenamente desenvolvido são fornecidos na Tabela 8.1. Para o escoamento turbulento, a Equação 8.60 pode ser usada como uma primeira aproximação.

- No escoamento de um fluido por um tubo com fluxo térmico na superfície uniforme, como a temperatura média de mistura do fluido varia com a distância para a entrada do tubo (a) na região de entrada e (b) na região plenamente desenvolvida? Como a temperatura da superfície varia com a distância nas regiões de entrada e plenamente desenvolvida?
- Na transferência de calor para ou de um fluido escoando por um tubo com uma temperatura de superfície uniforme, como a temperatura média de mistura do fluido varia com a distância para a entrada do tubo? Como o fluxo térmico na superfície varia com a distância para a entrada do tubo?
- Por que a *média log de diferenças de temperaturas*, ao invés da média aritmética de diferenças de temperaturas, é usada para calcular a taxa de transferência de calor total de ou para um fluido escoando através de um tubo com uma temperatura superficial constante?
- Que duas equações podem ser usadas para calcular a taxa de transferência de calor total para um fluido escoando por um tubo com um fluxo térmico na superfície uniforme? Que duas equações podem ser usadas para calcular a taxa de transferência de calor total para ou de um fluido escoando por um tubo com temperatura superficial uniforme?
- Sob quais condições o número de Nusselt associado ao escoamento interno é igual a um valor constante, independente dos números de Reynolds e de Prandtl?
- O número de Nusselt médio associado ao escoamento no interior de um tubo é maior, igual ou menor do que o número de Nusselt para condições plenamente desenvolvidas? Por quê?
- Como o comprimento característico é definido para um tubo não circular?
- Quais são as características marcantes de uma *região de entrada de concentração*?
- Quais são as características marcantes do escoamento plenamente desenvolvido na transferência de massa?
- Como correlações da transferência de massa por convecção podem ser inferidas?

Diversas características que complicam os escoamentos internos não foram consideradas neste capítulo. Por exemplo, pode haver uma situação na qual há uma variação axial preestabelecida em T_s ou q''_s, ao invés de condições superficiais uniformes. Entre outras coisas, tal variação poderia impedir a existência de uma região plenamente desenvolvida. Podem ainda existir efeitos causados pela rugosidade da superfície, por variações circunferenciais do fluxo térmico ou da temperatura, por grandes variações nas propriedades do fluido, ou por condições de escoamento em regime de transição. Para uma discussão completa desses efeitos, a literatura deve ser consultada [11, 12, 15, 17, 24].

Referências

1. Langhaar, H. L., *J. Appl. Mech.*, **64**, A-55, 1942.
2. Kays, W. M., and M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1993.
3. Moody, L. F., *Trans. ASME*, **66**, 671, 1944.
4. Petukhov, B. S., in T. F. Irvine and J. P. Hartnett, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 6, Academic Press, New York, 1970.
5. Chen, M. M., and K. R. Holmes, *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, **335**, 137, 1980.
6. Chato, J. C., *J. Biomech. Eng.*, **102**, 110, 1980.
7. Kays, W. M., *Trans. ASME*, **77**, 1265, 1955.
8. Hausen, H., *Z. VDI Beih. Verfahrenstech.*, **4**, 91, 1943.
9. Sieder, E. N., and G. E. Tate, *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429, 1936.
10. Whitaker, S., *AIChE J.*, **18**, 361, 1972.
11. Shah, R. K., and A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Academic Press, New York, 1978.
12. Shah, R. K., and M. S. Bhatti, in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 3, Wiley-Interscience, New York, 1987.
13. Colburn, A. P., *Trans. AIChE*, **29**, 174, 1933.
14. Winterton, R. H. S., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **41**, 809, 1998.
15. Bhatti, M. S., and R. K. Shah, in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 4, Wiley-Interscience, New York, 1987.
16. Gnielinski, V., *Int. Chem. Eng.*, **16**, 359, 1976.
17. Kakac, S., in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 18, Wiley-Interscience, New York, 1987.
18. Ghajar, A. J., and L.-M. Tam, *Exp. Thermal and Fluid Science*, **8**, 79, 1994.
19. Norris, R. H., in A. E. Bergles and R. L. Webb, Eds., *Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer*, ASME, New York, 1970.
20. Molki, M., and E. M. Sparrow, *J. Heat Transfer*, **108**, 482, 1986.
21. Skupinski, E. S., J. Tortel, and L. Vautrey, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **8**, 937, 1965.
22. Seban, R. A., and T. T. Shimazaki, *Trans. ASME*, **73**, 803, 1951.
23. Reed, C. B., in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 8, Wiley-Interscience, New York, 1987.
24. Kays, W. M., and H. C. Perkins, in W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and E. N. Ganic, Eds., *Handbook of Heat Transfer, Fundamentals*, Chap. 7, McGraw-Hill, New York, 1985.
25. Bergles, A. E., "Principles of Heat Transfer Augmentation," *Heat Exchangers, Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design*, Hemisphere Publishing, New York, 1981, pp. 819–842.
26. Webb, R. L., in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 17, Wiley-Interscience, New York, 1987.

27. Webb, R. L., *Principles of Enhanced Heat Transfer*, Wiley, New York, 1993.
28. Manglik, R. M., and A. E. Bergles, in J. P. Hartnett, T. F. Irvine, Y. I. Cho, and R. E. Greene, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 36, Academic Press, New York, 2002.
29. Shah, R. K., and S. D. Joshi, in *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 5, Wiley-Interscience, New York, 1987.
30. Jensen, K. F., *Chem. Eng. Sci.*, **56**, 293, 2001.
31. Kaviany, M., *Principles of Convective Heat Transfer*, Springer-Verlag, New York, 1994.
32. Sharp, K. V., and R. J. Adrian, *Exp. Fluids*, **36**, 741, 2004.
33. Travis, K. P., B. D. Todd, and D. J. Evans, *Phys. Rev. E*, **55**, 4288, 1997.

Problemas

Considerações Fluidodinâmicas

8.1 Sabe-se que estão presentes condições plenamente desenvolvidas no escoamento de água, com vazão de 0,01 kg/s e a 27°C, em um tubo com 25 mm de diâmetro. Qual é a velocidade máxima da água no tubo? Qual é o gradiente de pressão associado ao escoamento?

8.2 Qual é a queda de pressão associada ao escoamento de água a 27°C e a uma velocidade média de 0,2 m/s através de um tubo de ferro fundido, com 600 m de comprimento e diâmetro interno de 0,15 m?

8.3 Água a 27°C escoa, com uma velocidade média de 1 m/s, através de uma tubulação com 1 km de comprimento e 0,25 m de diâmetro interno.

(a) Determine a queda de pressão ao longo do comprimento da tubulação e a potência de bombeamento necessária, sendo a superfície da tubulação lisa.

(b) Se a tubulação for de ferro fundido e sua superfície estiver limpa, determine a queda de pressão e a potência de bombeamento exigida.

(c) Para a condição de tubo liso, gere um gráfico da queda de pressão e da potência de bombeamento exigida para velocidades médias do fluido na faixa entre 0,05 e 1,5 m/s.

8.4 Um resfriador de óleo de motor possui um feixe de 25 tubos lisos, cada um com comprimento $L = 2{,}5$ m e diâmetro $D = 10$ mm.

(a) Se óleo a 300 K e a uma vazão mássica total de 24 kg/s escoa em condições plenamente desenvolvidas pelos tubos, quais são a queda de pressão e a potência de bombeamento requerida?

(b) Calcule e represente graficamente a queda de pressão e a potência de bombeamento requerida como uma função da vazão para $10 \le \dot{m} \le 30$ kg/s.

8.5 Para o escoamento laminar plenamente desenvolvido através de um canal entre placas paralelas, o componente na direção x da equação do momento tem a forma

$$\mu\left(\frac{d^2u}{dy^2}\right) = \frac{dp}{dx} = \text{constante}$$

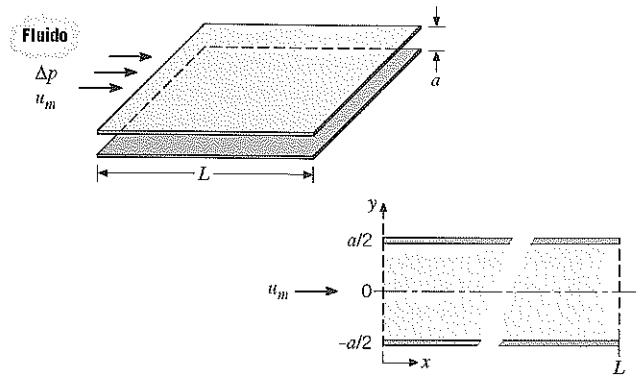
O objetivo deste problema é desenvolver expressões para a distribuição de velocidades e o gradiente de pressão análogas àquelas para o tubo circular da Seção 8.1.

(a) Mostre que o perfil de velocidades, $u(y)$, é parabólico e tem a forma

$$u(y) = \frac{3}{2}u_m\left[1 - \frac{y^2}{(a/2)^2}\right]$$

onde u_m é a velocidade média

$$u_m = -\frac{a^2}{12\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)$$

e $-dp/dx = \Delta p/L$, onde Δp é a queda de pressão ao longo do canal com comprimento L.

(b) Escreva uma expressão definindo o fator de atrito, f, usando como comprimento característico o diâmetro hidráulico D_h. Qual é o diâmetro hidráulico para o canal de placas paralelas?

(c) O fator de atrito é estimado com a expressão $f = C/Re_D$, onde C depende da seção transversal do escoamento, como mostrado na Tabela 8.1. Qual é o coeficiente C para o escoamento entre placas?

(d) Ar escoa em um canal entre placas paralelas com uma separação entre placas de 5 mm e um comprimento de 200 mm, apresentando uma queda de pressão de $\Delta p = 3{,}75$ N/m². Calcule a velocidade média e o número de Reynolds para o ar na pressão atmosférica e a 300 K. A hipótese de escoamento plenamente desenvolvido é razoável nessa aplicação? Se não, qual é o efeito na estimativa de u_m?

Comprimento de Entrada Térmico e Considerações do Balanço de Energia

8.6 Considere água pressurizada, óleo de motor (não usado) e NaK (22%/78%) escoando em um tubo com 20 mm de diâmetro.

(a) Determine a velocidade média, o comprimento de entrada fluidodinâmico e o comprimento de entrada térmico para cada um dos fluidos, quando sua temperatura é de 366 K e a vazão mássica é de 0,01 kg/s.

(b) Determine a vazão mássica, o comprimento de entrada fluidodinâmico e o comprimento de entrada térmico para a água e o óleo de motor a 300 K e a 400 K, e a uma velocidade média de 0,02 m/s.

8.7 Os perfis de velocidades e de temperaturas para o escoamento laminar em um tubo com raio $r_o = 10$ mm possuem as formas

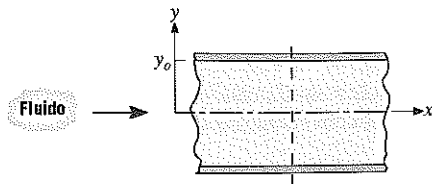
$$u(r) = 0{,}1[1 - (r/r_o)^2]$$
$$T(r) = 344{,}8 + 75{,}0(r/r_o)^2 - 18{,}8(r/r_o)^4$$

com unidades de m/s e K, respectivamente. Determine o valor correspondente para a temperatura média (média de mistura), T_m, nessa posição axial.

8.8 Em uma posição axial particular, os perfis de velocidades e de temperaturas para o escoamento laminar em um canal entre placas paralelas possuem as formas

$$u(y) = 0{,}75[1 - (y/y_o)^2]$$

$$T(y) = 5{,}0 + 95{,}66(y/y_o)^2 - 47{,}83(y/y_o)^4$$

com unidades de m/s e °C, respectivamente.

Determine os valores correspondentes para a velocidade média, u_m, e para a temperatura média (média ou mistura), T_m. Represente graficamente as distribuições de velocidades e de temperaturas. Os valores obtidos por você para u_m e T_m parecem razoáveis?

8.9 No Capítulo 1 foi afirmado que, para líquidos incompressíveis, o trabalho de escoamento pode normalmente ser desprezado na equação da energia para escoamentos em regime estacionário (Equação 1.11d). No oleoduto que atravessa o Alasca, a alta viscosidade do óleo e as longas distâncias causam quedas de pressão significativas, sendo então razoável o questionamento se o trabalho de escoamento deve ser considerado. Seja um comprimento de duto $L = 100$ km com diâmetro $D = 1{,}2$ m, com uma vazão mássica $\dot{m} = 500$ km/s. As propriedades do óleo são $\rho = 900$ kg/m³, $c_p = 2000$ J/(kg·K) e $\mu = 0{,}765$ N·s/m². Calcule a queda de pressão e o aumento de temperatura causados pelo trabalho de escoamento.

8.10 Quando a dissipação viscosa é incluída, a Equação 8.48 (multiplicada por ρc_p) se torna

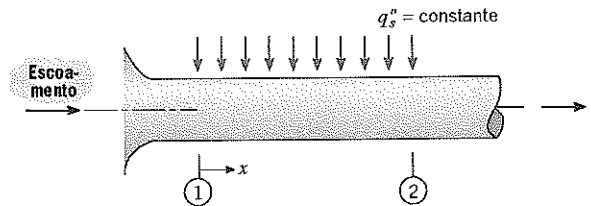
$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \mu\left(\frac{du}{dr}\right)^2$$

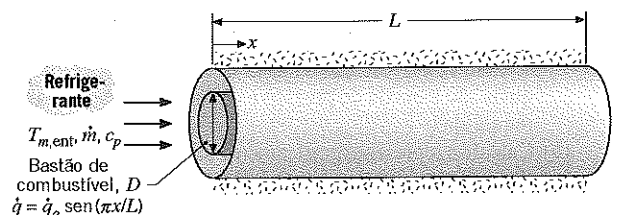
Esse problema analisa a importância da dissipação viscosa. As condições em consideração são de um escoamento laminar, plenamente desenvolvido em um tubo circular, com u dada pela Equação 8.15.

(a) Integrando o lado esquerdo em uma seção do tubo de comprimento L e raio r_o, mostre que esse termo fornece o lado direito da Equação 8.34.
(b) Integre o termo da dissipação viscosa no mesmo volume.
(c) Ache o aumento de temperatura causado pela dissipação viscosa, igualando os dois termos calculados anteriormente. Use as mesmas condições do Problema 8.9.

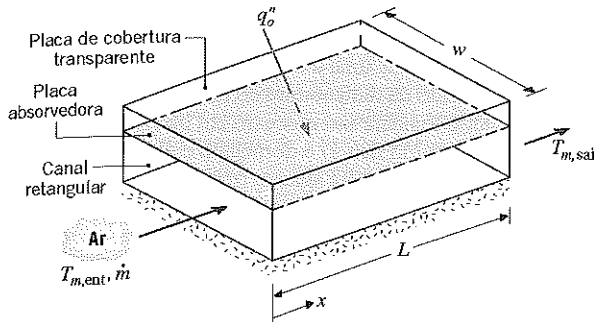
8.11 Água entra em um tubo a 27°C com uma vazão de 450 kg/h. A transferência de calor da parede do tubo para o fluido é dada pela expressão q'_s (W/m) $= ax$, onde o coeficiente a é igual a 20 W/m² e x(m) é a distância axial para a entrada do tubo.

(a) Partindo de um volume de controle diferencial propriamente definido, deduza uma expressão para a distribuição de temperaturas $T_m(x)$ na água.
(b) Qual é a temperatura de saída da água para uma seção aquecida com 30 m de comprimento?
(c) Esboce o comportamento da temperatura média do fluido, $T_m(x)$, e da temperatura da parede do tubo, $T_s(x)$, como uma função da posição ao longo do tubo, para condições de escoamento plenamente desenvolvido *e* de escoamento em desenvolvimento.
(d) Qual valor de um fluxo térmico na parede uniforme, q''_s (ao invés de $q'_s = ax$), iria fornecer uma temperatura do fluido na saída do tubo igual à determinada na parte (b)? Para esse tipo de aquecimento, esboce as distribuições de temperaturas solicitadas na parte (c).

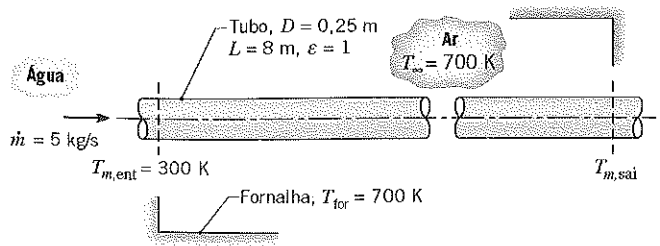
8.12 Considere o escoamento em um tubo circular. No comprimento da seção de teste (entre 1 e 2), um fluxo térmico constante q''_s é mantido.

(a) Para os dois casos a seguir, esboce a temperatura superficial $T_s(x)$ e a temperatura média do fluido $T_m(x)$ em função da distância ao longo da seção de teste x. No caso A, o escoamento encontra-se fluidodinâmica e termicamente plenamente desenvolvido. No caso B, o escoamento não está desenvolvido.
(b) Supondo que o fluxo superficial q''_s e a temperatura média na alimentação $T_{m,1}$ sejam idênticos em ambos os casos, indique se a temperatura média na saída, $T_{m,2}$, para o caso A será maior, igual ou menor do que o valor de $T_{m,2}$ para o caso B. Explique sucintamente o porquê.

8.13 Seja um bastão cilíndrico de combustível nuclear, com comprimento L e diâmetro D, que se encontra no interior de um tubo concêntrico. Água pressurizada escoa na região anular entre o bastão e o tubo a uma vazão $\dot{m}$, e a superfície externa do tubo encontra-se bem isolada. Geração térmica ocorre no interior do bastão combustível e sabe-se que a taxa volumétrica de geração varia senoidalmente com a distância ao longo do bastão. Isto é, $\dot{q}(x) = \dot{q}_0 \,\text{sen}(\pi x/L)$, onde $\dot{q}_0$ (W/m³) é uma constante. Pode-se admitir um coeficiente de transferência de calor h uniforme entre a superfície do bastão e a água.

(a) Obtenha expressões para o fluxo térmico local $q''(x)$ e para a transferência de calor total q do bastão combustível para a água.
(b) Obtenha uma expressão para a variação da temperatura média $T_m(x)$ da água com a distância x ao longo do tubo.
(c) Obtenha uma expressão para a variação da temperatura superficial no bastão $T_s(x)$ com a distância x ao longo do tubo. Desenvolva uma expressão para determinar a posição x na qual essa temperatura é máxima.

8.14 Em uma aplicação específica que envolve o escoamento de um fluido a uma vazão $\dot{m}$ através de um tubo circular com comprimento L e diâmetro D, sabe-se que o fluxo térmico na superfície apresenta uma variação senoidal com x, que tem a forma $q''_s(x) = q''_{s,m}\,\text{sen}(\pi x/L)$. O fluxo máximo, $q''_{s,m}$, é uma constante conhecida e o fluido entra no tubo a uma temperatura também conhecida, $T_{m,\text{ent}}$. Supondo o coeficiente convectivo constante, como a temperatura média do fluido e a temperatura superficial variam com x?

8.15 Um coletor solar plano é usado para aquecer ar atmosférico que escoa através de um canal retangular. A superfície inferior do canal encontra-se isolada, enquanto a superfície superior está sujeita a um fluxo térmico uniforme q''_0, que é devido ao efeito líquido da absorção de radiação solar e da transferência de calor entre a placa absorvedora e a cobertura.

(a) Partindo de um volume de controle diferencial apropriado, obtenha uma equação que possa ser utilizada para determinar a temperatura média do ar $T_m(x)$ em função da distância ao longo do canal. Resolva essa equação para obter uma expressão para a temperatura média do ar que deixa o coletor.
(b) Com condições na alimentação do ar de $\dot{m} = 0{,}1$ kg/s e $T_{m,ent} = 40°C$, qual é a temperatura do ar na saída se $L = 3$ m, $w = 1$ m e $q''_0 = 700$ W/m²? O calor específico do ar é $c_p = 1008$ J/(kg·K).

8.16 Ar atmosférico entra na seção aquecida de um tubo circular a uma vazão de 0,005 kg/s e a uma temperatura de 20°C. O tubo possui um diâmetro $D = 50$ mm e condições plenamente desenvolvidas, com $h = 25$ W/(m²·K), estão presentes ao longo de todo o comprimento, $L = 3$ m.
(a) Para o caso de fluxo térmico na superfície uniforme e igual a $q''_s = 1000$ W/m², determine a taxa total de transferência de calor q e a temperatura média do ar que deixa o tubo, $T_{m,sai}$. Qual é o valor da temperatura superficial no início da seção aquecida, $T_{s,ent}$, e na saída do tubo, $T_{s,sai}$? Esboce as variações axiais de T_s e T_m. Na mesma figura, esboce também (qualitativamente) as variações axiais de T_s e T_m para o caso mais realista no qual o coeficiente de transferência de calor local varia com x.
(b) Se o fluxo térmico na superfície variar linearmente em função de x, na forma q''_s(W/m²) = $500x$ (m), quais serão os valores de q, $T_{m,sai}$, $T_{s,ent}$ e $T_{s,sai}$? Esboce as variações axiais de T_s e T_m. Na mesma figura, também esboce (qualitativamente) as variações axiais de T_s e T_m para o caso mais realista em que o coeficiente de transferência de calor local varia com x.
(c) Para as duas condições de aquecimento descritas nas partes (a) e (b), represente graficamente as temperaturas média do fluido e superficial, $T_m(x)$ e $T_s(x)$, respectivamente, como funções da distância ao longo do tubo. Qual será o efeito sobre as distribuições de temperaturas de uma quadruplicação do coeficiente de transferência de calor?
(d) Para cada tipo de processo de aquecimento, quais são os fluxos térmicos necessários para se obter uma temperatura de saída do ar de 125°C? Represente graficamente as distribuições de temperaturas.

8.17 Água, a 300 K e com uma vazão de 5 kg/s, entra em um tubo de parede delgada preta, que passa através de uma grande fornalha cujas paredes e o ar estão a uma temperatura de 700 K. O diâmetro e o comprimento do tubo são de 0,25 m e 8 m, respectivamente. Os coeficientes convectivos associados ao escoamento da água no tubo e do ar sobre a superfície externa do tubo são 300 W/(m²·K) e 50 W/(m²·K), respectivamente.

(a) Escreva uma expressão para o coeficiente radiante linearizado correspondente à troca radiante entre a superfície externa do tubo e as paredes da fornalha. Explique como calcular esse coeficiente se a temperatura da superfície do tubo for representada pela média aritmética dos seus valores na entrada e na saída do tubo.
(b) Determine a temperatura da água na saída do tubo, $T_{m,sai}$.

8.18 O escoamento pistonado é uma condição idealizada de escoamento na qual a velocidade é supostamente uniforme em toda a seção transversal. Para o caso de um escoamento laminar pistonado em um tubo circular com fluxo térmico na superfície uniforme, determine a forma da distribuição de temperaturas $T(r)$ em condições plenamente desenvolvidas e o número de Nusselt Nu_D.

8.19 Utilizando um volume de controle diferencial em x nas condições de escoamento em um tubo mostradas na Figura 8.8, deduza a Equação 8.45*a*.

8.20 Um equipamento experimental para simular o núcleo de um reator nuclear é constituído por um longo tubo metálico com paredes delgadas, diâmetro D e comprimento L, que é aquecido eletricamente para produzir uma distribuição senoidal de fluxo térmico

$$q''_s(x) = q''_o \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

onde x é a distância medida da entrada do tubo. Um fluido, a uma temperatura de entrada $T_{m,ent}$, escoa através do tubo a uma vazão $\dot{m}$. Admitindo que o escoamento seja turbulento e esteja plenamente desenvolvido ao longo de todo o comprimento do tubo, desenvolva expressões para:
(a) a taxa total de transferência de calor, q, do tubo para o fluido;
(b) a temperatura de saída do fluido, $T_{m,sai}$;
(c) a distribuição axial das temperaturas na parede, $T_s(x)$; e
(d) a magnitude e a posição da temperatura mais elevada na parede do tubo.
(e) Considere um tubo com 40 mm de diâmetro e 4 m de comprimento, com uma distribuição senoidal de fluxo térmico para a qual $q''_0 = 10000$ W/m². O fluido escoando no tubo tem uma vazão mássica de 0,025 kg/s, um calor específico de 4180 J/(kg·K), uma temperatura na entrada de 25°C e um coeficiente de transferência de calor de 1000 W/(m²·K). Represente graficamente as temperaturas média do fluido e superficial como funções da distância ao longo do tubo. Identifique características importantes dessas distribuições. Explore os efeitos de variações de ± 25% no coeficiente de transferência de calor e no fluxo térmico sobre essas distribuições.

8.21 Água, a 20°C e a uma vazão de 0,1 kg/s, entra em um tubo aquecido, de parede delgada, com um diâmetro de 15 mm e um comprimento de 2 m. O fluxo térmico na parede, fornecido por elementos aquecedores, depende da temperatura da parede de acordo com a relação

$$q''_s(x) = q''_{s,o}[1 + \alpha(T_s - T_{ref})]$$

onde $q''_{s,0} = 10^4$ W/m², $\alpha = 0{,}2$ K⁻¹, $T_{ref} = 20°C$ e T_s é a temperatura da parede em °C. Suponha escoamento plenamente desenvolvido e condições térmicas com um coeficiente convectivo de 3000 W/(m²·K).

(a) Partindo de um elemento de volume diferencial propriamente definido no tubo, deduza expressões para a variação das temperaturas da água, $T_m(x)$, e da parede, $T_s(x)$, como funções da distância da entrada do tubo.

(b) Usando um esquema de integração numérica, calcule e represente as distribuições de temperaturas, $T_m(x)$ e $T_s(x)$, no mesmo gráfico. Identifique e comente as principais características das distribuições.

(c) Calcule a transferência de calor total para a água.

Correlações da Transferência de Calor: Tubos Circulares

8.22 Óleo de motor é aquecido ao escoar através de um tubo circular com diâmetro $D = 50$ mm e comprimento $L = 25$ m, cuja superfície é mantida em 150°C.

(a) Se a vazão de escoamento e a temperatura do óleo na entrada do tubo forem de 0,5 kg/s e 20°C, qual será a temperatura do óleo na saída do tubo, $T_{m,\text{sai}}$? Qual é a taxa de transferência de calor total q no tubo?

(b) Para vazões na faixa de $0,5 \leq \dot{m} \leq 2,0$ kg/s, calcule e represente graficamente as variações de $T_{m,\text{sai}}$ e q em função de $\dot{m}$ Para qual(is) vazão(ões) q e $T_{m,\text{sai}}$ são maximizadas? Explique os seus resultados.

8.23 Óleo de motor escoa através de um tubo de 25 mm de diâmetro a uma vazão de 0,5 kg/s. O óleo entra no tubo a uma temperatura de 25°C, enquanto a temperatura da superfície do tubo é mantida a 100°C.

(a) Determine a temperatura do óleo na saída para tubos com comprimentos de 5 m e 100 m. Para cada caso, compare a média logarítmica das diferenças de temperaturas com a média aritmética das diferenças de temperaturas.

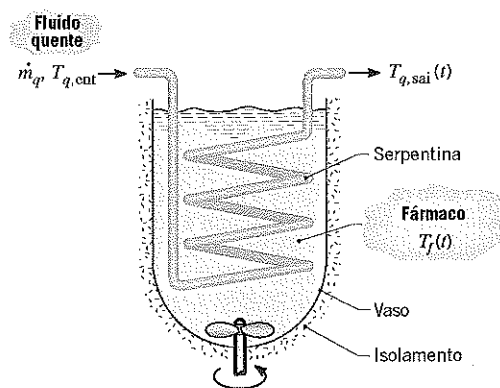
(b) Para $5 \leq L \leq 100$ m, calcule e represente graficamente o número de Nusselt médio $\overline{Nu}_D$ e a temperatura de saída do óleo como uma função de L.

8.24 Um preaquecedor de óleo é constituído por um único tubo de 10 mm de diâmetro e 5 m de comprimento, com a sua superfície mantida a 175°C por gases de combustão. O óleo de motor (novo) entra a 75°C. Qual vazão deve ser alimentada para manter a temperatura de saída do óleo a 100°C? Qual é a taxa de transferência de calor correspondente?

8.25 Óleo de motor escoa a uma vazão de 1 kg/s em um tubo reto com diâmetro de 5 mm. O óleo tem uma temperatura na entrada de 45°C e deseja-se aquecê-lo até uma temperatura média na saída do tubo de 80°C. A superfície do tubo é mantida a 150°C. Determine o comprimento do tubo necessário para tal tarefa. *Sugestão*: Calcule o número de Reynolds na entrada e na saída do tubo antes de continuar a sua análise.

8.26 Etilenoglicol escoa com uma vazão de 0,01 kg/s através de um tubo com parede delgada e diâmetro de 3 mm. O tubo, em forma de serpentina, encontra-se submerso em um banho agitado de água que é mantido a 25°C. Se o fluido entra no tubo a 85°C, que taxa de transferência de calor e comprimento do tubo são necessários para que o fluido saia a uma temperatura de 35°C? Despreze a intensificação da transferência de calor associada à configuração em serpentina do tubo.

8.27 No estágio final de produção, um produto farmacêutico é esterilizado pelo aquecimento de 25°C a 75°C à medida que ele se desloca, a 0,2 m/s, através de um tubo reto de aço inoxidável, com parede delgada e diâmetro de 12,7 mm. Um fluxo térmico uniforme é mantido por um aquecedor de resistência elétrica que se encontra enrolado ao redor da superfície externa do tubo. Se o tubo possui 10 m de comprimento, qual é o fluxo térmico requerido? Se o fluido entra no tubo com um perfil de velocidades plenamente desenvolvido e um perfil de temperaturas uniforme, quais são as temperaturas da superfície na saída do tubo e a uma distância de 0,5 m de sua entrada? As propriedades do fluido podem ser aproximadas por $\rho = 1000$ kg/m³, $c_p = 4000$ J/(kg·K), $\mu = 2 \times 10^{-3}$ kg/(s·m), $k = 0,8$ W/(m·K) e $Pr = 10$.

8.28 *Processos em batelada* são freqüentemente usados em operações químicas e farmacêuticas para atingir uma desejada composição química do produto final. Os processos de transferência de calor presentes são tipicamente transientes, envolvendo um líquido com volume fixo que pode ser aquecido da temperatura ambiente até uma temperatura especificada pelo processo ou resfriado da temperatura do processo para a temperatura ambiente. Considere um processo em batelada para o qual um fármaco (o fluido frio, f) é despejado em um vaso isolado termicamente e fortemente agitado (um *reator de mistura ideal*) e aquecido pela passagem de um fluido quente (q) através de uma serpentina submersa, de parede delgada e área superficial A_s. A vazão mássica, $\dot{m}_q$, a temperatura de entrada média, $T_{q,\text{ent}}$, e o calor específico, $c_{p,q}$, do fluido quente são conhecidos, como o são a temperatura inicial, $T_{f,i} < T_{q,\text{ent}}$, o volume, V_f, a massa específica, ρ_f, e o calor específico, $c_{p,f}$, do fármaco. A transferência de calor do fluido quente para o fármaco é governada por um coeficiente global de transferência de calor U.

(a) Partindo de princípios básicos, deduza expressões que possam ser usadas para determinar as variações de T_f e $T_{q,\text{sai}}$ com o tempo durante o processo de aquecimento. *Sugestão*: Duas equações podem ser escritas para a taxa de transferência de calor, $q(t)$, para o fármaco, uma baseada na média logarítmica de diferenças de temperaturas e a outra em um balanço de energia no escoamento do fluido quente pela serpentina. Iguale essas expressões para determinar $T_{q,\text{sai}}(t)$ como uma função de $T_f(t)$ e dos parâmetros especificados. Use a expressão para $T_{q,\text{sai}}(t)$ e o balanço de energia no escoamento pela serpentina, em conjunto com um balanço de energia para um volume de controle contendo o fármaco para obter uma expressão para $T_f(t)$.

(b) Seja um volume de fármaco $V_f = 1$ m³, com massa específica $\rho_f = 1100$ kg/m³, calor específico $c_{v,f} = 2000$ J/(kg·K) e uma temperatura inicial de $T_{f,i} = 25$°C. Uma serpentina com comprimento $L = 40$ m, diâmetro de tubo $D = 50$ mm e diâmetro da serpentina $C = 500$ mm está submersa no vaso. Fluido quente é alimentado na serpentina a $T_{q,\text{ent}} = 200$°C e a uma vazão de $\dot{m}_q = 2,4$ kg/s. O coeficiente convectivo na superfície externa da serpentina pode ser aproximado por $h_e = 1000$ W/(m²·K) e as propriedades do fluido quente são $c_{p,q} = 2500$ J/(kg·K), $\mu_q = 0,002$ N·s/m², $k_q = 0,260$ W/(m·K) e $Pr_q = 20$. Para as condições anteriores, calcule e represente graficamente a temperatura do fármaco T_f e a temperatura de saída do fluido quente $T_{q,\text{sai}}$ como uma função do tempo para o intervalo $0 \leq t \leq 3600$ s. Quan-

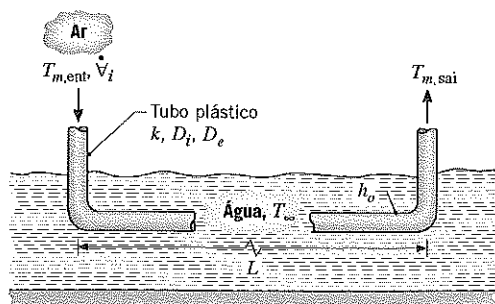
to tempo demora para se atingir uma temperatura da batelada de $T_f = 160°C$? O operador do processo pode controlar o tempo de aquecimento variando $\dot{m}_q$. Para $1 \leq \dot{m}_q \leq 5$ kg/s, explore o efeito da vazão mássica no tempo t_f necessário para atingir um valor de $T_f = 160°$.

8.29 O molde usado em um processo de moldagem é feito de metal ($\rho = 7800$ kg/m³, $c = 450$ J/(kg·K)). O molde, que deve ser aquecido até 190°C antes da injeção do material termoplástico, deve ser em seqüência resfriado antes da injeção do acabamento final. Água pressurizada a 30°C está disponível para o resfriamento. O molde tem dimensões 50 mm × 100 mm × 40 mm e o seu projetista deve especificar a inclusão de N passagens de resfriamento, com diâmetro de 5 mm, a serem usinadas no molde. Se uma passagem pode ser posicionada a cada 10 mm ao longo do comprimento ou da largura do molde, o projetista pode especificar cinco passagens com 100 mm de comprimento ou dez passagens com 50 mm de comprimento. A vazão mássica total da água, dividida igualmente entre os canais, é de 0,02 kg/s. Qual configuração ($N = 5$ passagens ou $N = 10$ pequenas passagens) deve o projetista especificar para resfriar o molde mais rapidamente e, assim, aumentar o número de peças que pode ser feito diariamente? Qual é a taxa inicial de resfriamento do molde (°C/s)? O perfil de velocidades em cada canal encontra-se plenamente desenvolvido antes de entrar no molde quente. Despreze a massa da parte termoplástica.

8.30 A seção de evaporação de uma bomba de calor está instalada no interior de um grande tanque de água, que é usado como uma fonte de calor durante o inverno. À medida que a energia é extraída da água, ela começa a congelar, criando um banho de água e gelo a 0°C, que pode ser usado para o resfriamento do ar durante o verão. Considere condições para o resfriamento durante o verão, nas quais o ar é passado pelo interior de um conjunto de tubos de cobre, cada um com diâmetro interno $D = 50$ mm, submerso no banho de água e gelo.

(a) Se o ar entra em cada tubo a uma temperatura média de $T_{m,\text{ent}} = 24°C$ e a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}01$ kg/s, qual comprimento de tubo L fornecerá uma temperatura na saída $T_{m,\text{sai}} = 14°C$? Com 10 tubos passando através de um tanque com volume total $V = 10$ m³, que contém inicialmente 80% de gelo em volume, quanto tempo irá levar para fundir a totalidade do gelo? A massa específica e o calor latente de fusão do gelo são de 920 kg/m³ e 3,34 × 10⁵ J/kg, respectivamente.

(b) A temperatura de saída do ar pode ser controlada pelo ajuste da vazão mássica do ar. Para o comprimento do tubo determinado na parte (a), calcule e represente graficamente $T_{m,\text{sai}}$ como uma função de $\dot{m}$ para $0{,}005 \leq \dot{m} \leq 0{,}05$ kg/s. Se a residência refrigerada por esse sistema exige aproximadamente 0,05 kg/s de ar a 16°C, que projeto e condições de operação devem ser especificados para o sistema?

8.31 Para refrigerar uma casa de verão sem usar um ciclo de refrigeração por compressão de vapor, ar é passado por um tubo plástico ($k = 0{,}15$ W/(m·K), $D_i = 0{,}15$ m, $D_e = 0{,}17$ m), que está submerso em um corpo de água próximo à casa. A temperatura da água no corpo de água é de $T_\infty = 17°C$ e um coeficiente convectivo de $h_e = 1500$ W/(m²·K) é mantido na superfície externa do tubo.

Se o ar vindo da casa entra no tubo com uma temperatura de $T_{m,\text{ent}} = 29°C$ e a uma vazão volumétrica de 0,025 m³/s, qual comprimento do tubo é necessário para se ter uma temperatura na sua saída de $T_{m,\text{sai}} = 21°C$? Qual é a potência do soprador necessária para passar o ar através do comprimento do tubo, sendo a sua superfície interna lisa?

8.32 Água escoando através de um tubo com 40 mm de diâmetro e a uma vazão de 2 kg/s deve ser aquecida de 25 a 75°C pela manutenção da superfície do tubo a uma temperatura de 100°C.

(a) Qual é o comprimento de tubo necessário nessas condições?

(b) Com o objetivo de projetar um sistema de aquecimento da água, desejamos analisar o uso de tubos com diâmetro na faixa de 30 a 50 mm. Quais são os comprimentos de tubo necessários para vazões de água de 1, 2 e 3 kg/s? Represente essa informação de projeto na forma de um gráfico.

(c) Represente graficamente o gradiente de pressão como uma função do diâmetro do tubo para as três vazões. Considere a parede do tubo lisa.

8.33 Considere as condições associadas ao tubo de água quente do Problema 7.56, mas agora leve em conta a resistência convectiva associada ao escoamento da água no tubo com uma velocidade média de $u_m = 0{,}5$ m/s. Qual o custo diário correspondente da perda de calor por metro de tubo não isolado?

8.34 Um tubo de aço inoxidável (AISI 316), com parede espessa e diâmetros interno e externo de $D_i = 20$ mm e $D_e = 40$ mm, é aquecido eletricamente para fornecer uma taxa de geração térmica uniforme de $\dot{q} = 10^6$ W/m³. A superfície externa do tubo encontra-se isolada, enquanto água escoa através do tubo a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}1$ kg/s.

(a) Se a temperatura de entrada da água é de $T_{m,\text{ent}} = 20°C$ e a temperatura de saída desejada é de $T_{m,\text{sai}} = 40°C$, qual é o comprimento do tubo necessário?

(b) Quais são a localização e o valor da temperatura máxima no tubo?

8.35 Considere o tubo revestido do Problema 4.29, mas agora leve em conta a presença de uma diferença entre a temperatura média do fluido, que muda ao longo do comprimento do tubo, e a temperatura do tubo.

(a) Para os valores especificados de k, D, w, h e T_∞, e um comprimento de tubo $L = 100$ m, qual é a temperatura de saída $T_{m,\text{sai}}$ da água, que entra no tubo a uma temperatura de $T_{m,\text{ent}} = 90°C$ com uma vazão de $\dot{m} = 2$ kg/s?

(b) Qual é a queda de pressão na água e a necessidade correspondente de potência na bomba?

(c) Submetido à restrição de que a largura do duto está fixa em $w = 0{,}30$ m, explore os efeitos da vazão e do diâmetro do tubo na temperatura de saída.

8.36 Água escoa através de um tubo de parede espessa com diâmetro interno de 12 mm e comprimento de 8 m. O tubo está imerso em um tanque de reação quente e bem misturado, mantido a 85°C. A resistência condutiva na parede do tubo (baseada na área da superfície interna) é $R''_{\text{cd}} = 0{,}002$ m²·K/W. A temperatura de entrada do fluido de processo é $T_{m,\text{ent}} = 20°C$ e a sua vazão é de 33 kg/h.

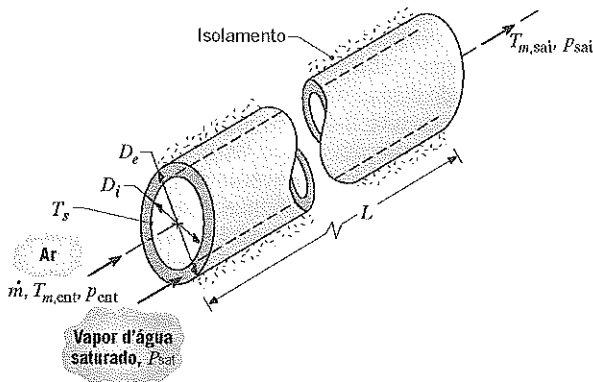
(a) Estime a temperatura de saída do fluido de processo, $T_{m,\text{sai}}$. Suponha, e então justifique, escoamento e condições térmicas no interior do tubo plenamente desenvolvidos.

(b) Você espera que $T_{m,\text{sai}}$ aumente ou diminua se condições de entrada fluidodinâmica e térmica combinadas estiverem presentes no tubo? Estime a temperatura de saída da água para essas condições.

8.37 Ar atmosférico entra em um duto de aquecimento não-isolado, que possui 10 m de comprimento e 150 mm de diâmetro, a 60°C e 0,04 kg/s. A temperatura superficial do duto é aproximadamente constante e igual a $T_s = 15°C$.

(a) Quais são a temperatura de saída do ar, a taxa de transferência de calor q e a queda de pressão Δp para essas condições?

[(b)] Para ilustrar o compromisso entre considerações a respeito da taxa de transferência de calor e da queda de pressão, calcule q e Δp para diâmetros na faixa de 0,1 a 0,2 m. Na sua análise, mantenha a área superficial total, $A_s = \pi DL$, no valor calculado na parte (a). Represente graficamente q, Δp e L como funções do diâmetro do duto.

8.38 Um aquecedor de ar para aplicação industrial é constituído por dois tubos concêntricos, isolados para o lado externo. Nesse sistema o ar escoa através do tubo central (interior), que tem parede delgada. Vapor d'água saturado escoa através da região anular e a condensação do vapor mantém uma temperatura uniforme T_s na superfície do tubo.

Considere condições nas quais o ar entra no tubo central, de diâmetro 50 mm, a uma pressão de 5 atm, a uma temperatura de 17°C e a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}03$ kg/s, enquanto vapor saturado a 2,455 bar condensa na superfície externa do tubo. Sendo o comprimento do sistema $L = 5$ m, quais são a temperatura de saída $T_{m,sai}$ e a pressão de saída P_{sai} do ar? Qual é a vazão mássica do condensado que deixa o sistema?

8.39 Os produtos de combustão de um queimador são direcionados para uma aplicação industrial através de um tubo metálico de parede delgada, com diâmetro $D_i = 1$ m e comprimento $L = 100$ m. O gás entra no tubo a pressão atmosférica, com temperatura média e velocidade de $T_{m,ent} = 1600$ K e $u_{m,ent} = 10$ m/s, respectivamente. Ele tem que sair do tubo com uma temperatura não inferior a $T_{m,sai} = 1400$ K. Qual é a espessura mínima de um isolamento de alumina-sílica ($k_{iso} = 0{,}125$ W/(m·K)) necessária para satisfazer a exigência na saída no caso das piores condições, que são o tubo exposto ao ar ambiente a $T_\infty = 250$ K e com uma velocidade de escoamento cruzado $V = 15$ m/s? As propriedades do gás podem ser aproximadas pelas do ar e, como uma primeira estimativa, o efeito da espessura do isolante no coeficiente convectivo e na resistência térmica associada ao escoamento cruzado pode ser desprezado.

8.40 Uma vazão de 0,5 kg/s de mercúrio líquido deve ser aquecida de 300 a 400 K ao ser passada em um tubo com 50 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a 450 K. Calcule o comprimento de tubo necessário, utilizando uma correlação apropriada para a transferência de calor por convecção em metais líquidos. Compare o seu resultado com aquele que seria obtido com o uso de uma correlação apropriada para $Pr \gtrsim 0{,}7$.

8.41 A superfície de um tubo, com parede delgada e 50 mm de diâmetro, é mantida a uma temperatura de 100°C. Em um caso, ar encontra-se em escoamento cruzado sobre o tubo com uma temperatura de 25°C e a uma velocidade de 30 m/s. Em outro caso, ar encontra-se em escoamento plenamente desenvolvido no interior do tubo com uma temperatura de 25°C e uma velocidade média de 30 m/s. Compare o fluxo térmico do tubo para o ar nos dois casos.

8.42 Água de resfriamento escoa através dos tubos, com paredes delgadas e diâmetros de 25,4 mm, de um condensador de vapor d'água a uma velocidade de 1 m/s, enquanto uma temperatura superficial de 350 K é mantida pela condensação do vapor. A temperatura de entrada da água é de 290 K e os tubos têm 5 m de comprimento.

(a) Qual é a temperatura de saída da água? Determine as propriedades da água a uma temperatura média estimada de $\bar{T}_m = 300$ K.

(b) O valor estimado para $\bar{T}_m$ foi razoável? Se não, repita o cálculo usando valores para as propriedades determinados a uma temperatura mais apropriada.

[(c)] Uma faixa de comprimentos de tubo de 4 a 7 m está disponível para o engenheiro que está projetando o condensador. Gere um gráfico para mostrar quais velocidades médias da água são possíveis, se a sua temperatura de saída da água deve permanecer no valor encontrado na parte (b). Todas as demais condições permanecem inalteradas.

8.43 O canal de ar para o resfriamento da pá de uma turbina a gás pode ser aproximado por um tubo de 3 mm de diâmetro e 75 mm de comprimento. A temperatura de operação da pá é de 650°C e o ar entra no tubo a 427°C.

(a) Para uma vazão de ar de 0,18 kg/h, calcule a temperatura de saída do ar e o calor removido da pá.

[(b)] Gere um gráfico da temperatura de saída do ar em função da vazão no intervalo $0{,}1 \leq \dot{m} \leq 0{,}6$ kg/h. Compare esse resultado com aqueles obtidos para pás com canais com diâmetro de 2 e 4 mm, considerando que as demais condições permaneçam inalteradas.

8.44 O núcleo de um reator nuclear de alta temperatura, resfriado a gás, possui tubos de resfriamento com 20 mm de diâmetro e 780 mm de comprimento. Hélio entra no sistema a 600 K e sai a 1000 K, quando a sua vazão é de 8×10^{-3} kg/s por tubo.

(a) Determine a temperatura na superfície do tubo, considerada uniforme, nessas condições.

(b) Se o gás de resfriamento utilizado for o ar, determine a vazão necessária para manter as mesmas taxa de remoção de calor e temperatura na superfície do tubo. Qual é a temperatura de saída do ar?

8.45 Ar, a 200 *kPa*, entra em um tubo, de parede delgada, com 25 mm de diâmetro e 2 m de comprimento, a 150°C e 6 m/s. Vapor d'água, a 20 bar, condensa sobre a superfície externa.

(a) Determine a temperatura de saída e a queda de pressão no ar, bem como a taxa de transferência de calor para o ar.

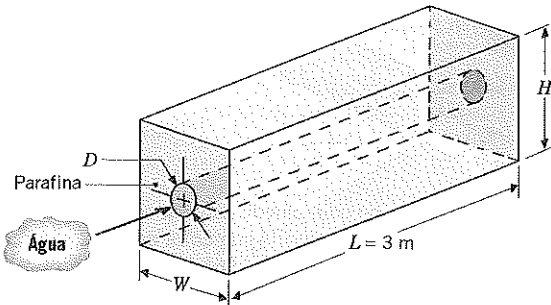
(b) Calcule os parâmetros da parte (a), se a pressão do ar for dobrada.

8.46 Ar aquecido necessário para um processo de secagem de alimentos é gerado pela passagem de ar ambiente a 20°C através de longos tubos circulares ($D = 50$ mm, $L = 5$ m) posicionados no interior de um condensador de vapor. Vapor d'água saturado à pressão atmosférica condensa sobre a superfície externa dos tubos, mantendo uma temperatura superficial uniforme de 100°C.

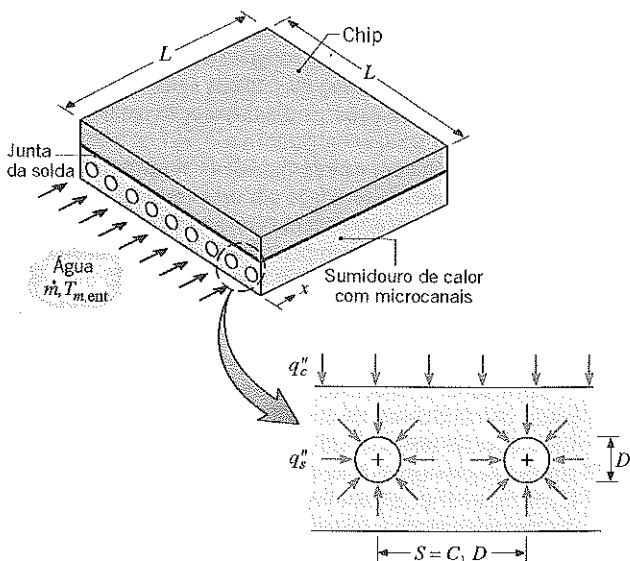
(a) Se uma vazão de ar de 0,01 kg/s for mantida em cada tubo, determine a temperatura de saída do ar $T_{m,sai}$ e a taxa de transferência de calor total q no tubo.

[(b)] A temperatura de saída do ar pode ser controlada pelo ajuste da vazão mássica no tubo. Calcule e represente graficamente $T_{m,sai}$ como uma função de $\dot{m}$ para $0{,}005 \leq \dot{m} \leq 0{,}050$ kg/s. Se um processo específico de secagem necessita de aproximadamente 1 kg/s de ar a 75°C, que projeto e condições de operação devem ser estabelecidos para o aquecedor de ar, sujeito à limitação de que o diâmetro e o comprimento do tubo permaneçam fixos em 50 mm e 5 m, respectivamente?

8.47 Considere um tubo circular horizontal com parede delgada e diâmetro $D = 0{,}025$ m, submerso em um recipiente que contém *n*-octadecano (parafina), que é usada para armazenar energia térmica. À medida que água quente escoa através do tubo, calor é transferido para a parafina, convertendo-a do estado sólido para

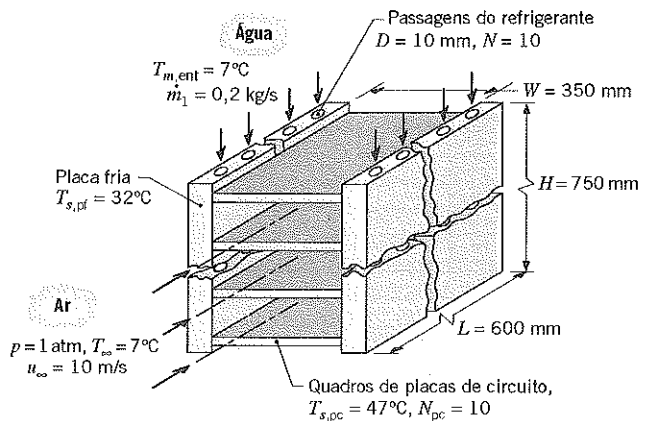
o estado líquido na temperatura de mudança de fase $T_\infty = 27{,}4°C$. O calor latente de fusão e a massa específica da parafina são $h_{sf} = 244$ kJ/kg e $\rho = 770$ kg/m³, respectivamente, e as propriedades termofísicas da água são: $c_p = 4{,}185$ kJ/(kg·K), $k = 0{,}653$ W/(m·K), $\mu = 467 \times 10^{-6}$ kg/(s·m) e $Pr = 2{,}99$.

(a) Supondo que a superfície do tubo possua uma temperatura uniforme que corresponde àquela da mudança de fase, determine a temperatura de saída da água e a taxa de transferência de calor total para uma vazão de água de 0,1 kg/s e uma temperatura de entrada de 60°C. Se $H = W = 0{,}25$ m, quanto tempo irá levar para a liquefação completa da parafina, partindo de um estado inicial no qual toda a parafina encontra-se no estado sólido a uma temperatura de 27,4°C?

[(b)] O processo de liquefação pode ser acelerado pelo aumento da vazão de água. Calcule e represente graficamente a taxa de transferência de calor e a temperatura de saída da água em função da vazão no intervalo $0{,}1 \leq \dot{m} \leq 0{,}5$ kg/s. Quanto tempo irá levar para fundir a parafina se $\dot{m} = 0{,}5$ kg/s?

8.48 Um procedimento usual para o resfriamento de um circuito integrado (*chip*) para computador de alto desempenho envolve a fixação do *chip* a um sumidouro de calor no interior do qual são usinados microcanais circulares. Durante a operação, o *chip* produz um fluxo térmico uniforme q''_c na sua interface com o sumidouro de calor, enquanto um refrigerante líquido (água) é passado pelos canais. Considere um *chip* quadrado e um sumidouro de calor, ambos com $L \times L$ de lados, e com microcanais com diâmetro D e passo $S = C_1 D$, onde a constante C_1 é maior do que a unidade. Água é fornecida a uma temperatura de entrada de $T_{m,\text{ent}}$ e a uma vazão mássica total $\dot{m}$ (para todo o sumidouro de calor).

(a) Admitindo que q''_c se disperse ao longo do sumidouro de calor de tal modo que um fluxo térmico uniforme q''_s seja mantido na superfície de cada canal, obtenha expressões para as distribuições longitudinais das temperaturas média do fluido, $T_m(x)$, e superficial, $T_s(x)$, em cada canal. Em cada canal, considere escoamento laminar plenamente desenvolvido ao longo de toda a extensão e expresse os resultados em termos de $\dot{m}$, q''_c, C_1, D, e/ou L, assim como das propriedades termofísicas apropriadas.

(b) Para $L = 12$ mm, $D = 1$ mm, $C_1 = 2$, $q''_c = 20$ W/cm², $\dot{m} = 0{,}010$ kg/s e $T_{m,\text{ent}} = 290$ K; calcule e represente graficamente as distribuições de temperaturas $T_m(x)$ e $T_s(x)$.

[(c)] Um objetivo comum ao se projetar esses sumidouros de calor é o de maximizar q''_c mantendo o sumidouro a uma temperatura aceitável. Sujeito aos valores especificados de $L = 12$ mm e $T_{m,\text{ent}} = 290$ K, e à limitação de que $T_{s,\max} \leq 50°C$, explore o efeito de variações no projeto do sumidouro e nas condições operacionais sobre q''_c.

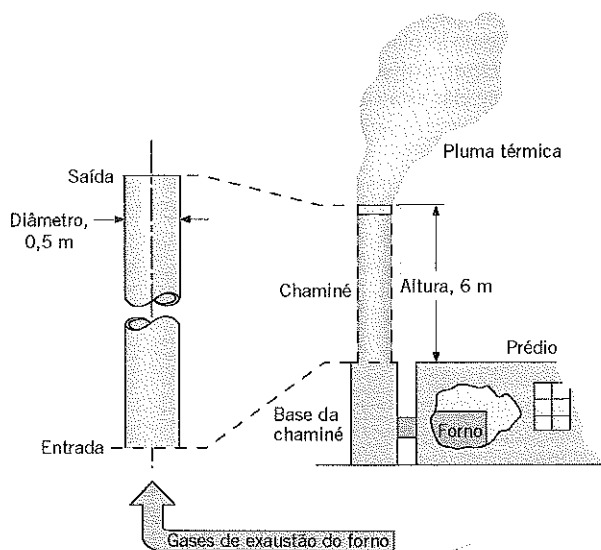
8.49 Uma forma de resfriar *chips* nas placas de circuito de um computador é colocar as placas em quadros de metal que permitem a passagem eficiente da condução térmica para *placas frias*. O calor gerado pelos *chips* é, então, dissipado pela transferência para água que escoa através de passagens perfuradas nas placas frias. Como as placas são feitas com um metal de alta condutividade térmica (tipicamente alumínio ou cobre), pode-se considerar que elas estão a uma temperatura $T_{s,\text{pf}}$.

(a) Considere placas de circuitos fixadas a quadros frios de altura $H = 750$ mm e largura $L = 600$ mm, cada uma com $N = 10$ furos de diâmetro $D = 10$ mm. Se as condições operacionais mantêm a temperatura das placas $T_{s,\text{pf}} = 32°C$ com uma vazão de água de $\dot{m}_1 = 0{,}2$ kg/s por furo com uma temperatura de entrada de $T_{m,\text{ent}} = 7°C$, quanto calor pode ser dissipado pelas placas de circuito?

(b) Para melhorar o resfriamento e assim permitir uma maior geração de potência sem um aumento correspondente das temperaturas do sistema, um esquema de resfriamento híbrido pode ser usado. O esquema prevê um escoamento forçado de ar sobre as placas de circuito no conjunto, bem como o escoamento de água através das placas frias. Considere condições nas quais $N_{\text{pc}} = 10$ placas de circuito de largura $W = 350$ mm estão fixadas às placas frias e a sua temperatura superficial média é de $T_{s,\text{pc}} = 47°C$, quando $T_{s,\text{pf}} = 32°C$. Estando o ar em escoamento paralelo sobre os circuitos com $u_\infty = 10$ m/s e $T_\infty = 7°C$, qual quantidade do calor gerado pelas placas de circuito é transferida para o ar?

8.50 Refrigerante-134a é transportado a 0,1 kg/s através de um tubo de Teflon com diâmetro interno $D_i = 25$ mm e diâmetro exter-

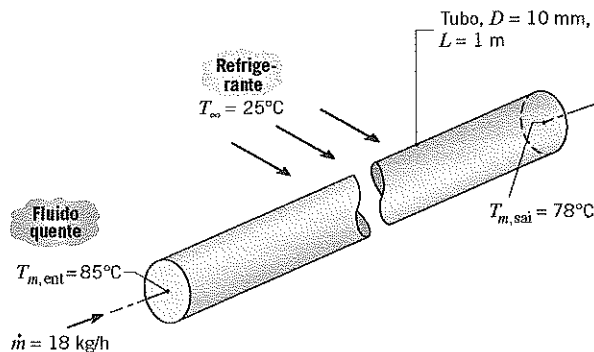
no $D_e = 28$ mm, enquanto ar atmosférico a $V = 25$ m/s e 300 K escoa em escoamento cruzado sobre o tubo. Qual é a taxa de transferência de calor para o Refrigerante-134a a 240 K, por unidade de comprimento do tubo?

8.51 Óleo a 150°C escoa *lentamente* através de um tubo longo com parede delgada e diâmetro interno de 30 mm. O tubo está suspenso em uma sala na qual a temperatura do ar é de 20°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do tubo é de 11 W/(m²·K). Estime a perda de calor por unidade de comprimento do tubo.

8.52 Os gases de exaustão de um forno de processamento de fios são descarregados em uma grande chaminé e as temperaturas do gás e da superfície na saída da chaminé devem ser estimadas. O conhecimento da temperatura de saída do gás $T_{m,sai}$ é útil para estimar a dispersão dos efluentes na pluma térmica, enquanto o conhecimento da temperatura da superfície na saída da chaminé $T_{s,sai}$ indica se irá ocorrer a condensação dos produtos gasosos. A chaminé cilíndrica e com parede delgada possui 0,5 m de diâmetro e 6,0 m de altura. A vazão dos gases de exaustão é de 0,5 kg/s e a temperatura de entrada dos gases é de 600°C.

(a) Considere condições nas quais a temperatura do ar ambiente e a velocidade do vento são de 4°C e 5 m/s, respectivamente. Aproximando as propriedades termofísicas do gás por aquelas do ar atmosférico, estime as temperaturas de saída do gás e da superfície da chaminé em sua saída para as condições dadas.

(b) A temperatura de saída do gás é sensível a variações na temperatura do ar ambiente e na velocidade do vento. Para $T_\infty = -25$°C, 5°C e 35°C, calcule e represente graficamente a temperatura de saída do gás em função da velocidade do vento para $2 \leq V \leq 10$ m/s.

8.53 Um fluido quente passa através de um tubo de parede delgada, com 10 mm de diâmetro e 1 m de comprimento, e um refrigerante a $T_\infty = 25$°C escoa em escoamento cruzado sobre o tubo. Quando a vazão é $\dot{m} = 18$ kg/h e a temperatura na entrada é $T_{m,ent} = 85$°C, a temperatura na saída é $T_{m,sai} = 78$°C.

Admitindo o escoamento e as condições térmicas no interior do tubo plenamente desenvolvidas, determine a temperatura de saída, $T_{m,sai}$, se a vazão for duplicada. Isto é, $\dot{m} = 36$ kg/h, com todas as demais condições inalteradas. As propriedades termofísicas do fluido quente são: $\rho = 1079$ kg/m³, $c_p = 2637$ J/(kg·K), $\mu = 0{,}0034$ N·s/m² e $k = 0{,}261$ W/(m·K).

8.54 Considere um tubo com parede delgada com 10 mm de diâmetro e 2 m de comprimento. Água entra no tubo, saindo de um grande reservatório, a $\dot{m} = 0{,}2$ kg/s e $T_{m,ent} = 47$°C.

(a) Se a superfície do tubo é mantida a uma temperatura uniforme de 27°C, qual é a temperatura de saída da água, $T_{m,sai}$? Para obter as propriedades da água, suponha uma temperatura média da água de $\bar{T}_m = 300$ K.

(b) Qual é a temperatura de saída da água se ela é aquecida pela passagem de ar, a $T_\infty = 100$°C e $V = 10$ m/s, em escoamento cruzado sobre o tubo? As propriedades do ar podem ser determinadas a uma temperatura do filme estimada de $T_f = 350$ K.

(c) Nos cálculos anteriores, os valores considerados para $\bar{T}_m$ e T_f foram apropriados. Caso negativo, usando valores para as propriedades estimados de forma apropriada, calcule novamente $T_{m,sai}$ para as condições da parte (b).

8.55 Água, a uma vazão $\dot{m} = 0{,}215$ kg/s, é resfriada de 70°C para 30°C pela sua passagem através de um tubo de parede delgada e diâmetro $D = 50$ mm, sobre o qual um refrigerante a $T_\infty = 15$°C é mantido em escoamento cruzado.

(a) Qual é o comprimento de tubo necessário se o refrigerante é o ar e a sua velocidade de escoamento é de $V = 20$ m/s?

(b) Qual é o comprimento do tubo se o refrigerante é a água e $V = 2$ m/s?

8.56 Seja um tubo metálico de parede delgada, com comprimento $L = 1$ m e diâmetro interno $D_i = 3$ mm. Água entra no tubo a uma vazão $\dot{m} = 0{,}015$ kg/s e $T_{m,ent} = 97$°C.

(a) Qual é a temperatura de saída da água se a temperatura na superfície do tubo for mantida a 27°C?

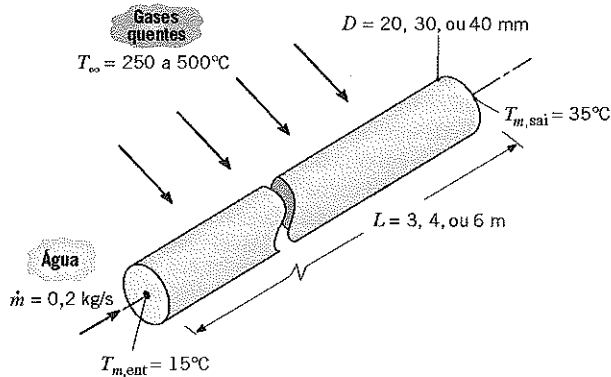
(b) Se uma camada com 0,5 mm de espessura de um isolante térmico com $k = 0{,}05$ W/(m·K) for aplicada sobre o tubo e a sua superfície externa for mantida em 27°C, qual será a temperatura de saída da água?

(c) Se a superfície externa do isolante térmico não for mais mantida a 27°C, mas sim for permitida a troca de calor por convecção natural entre essa superfície e o ar ambiente a 27°C, qual será a temperatura de saída da água? O coeficiente de transferência de calor para a convecção natural é de 5 W/(m²·K).

8.57 Um tubo de aço com parede espessa ($k = 60$ W/(m·K)) transporta água quente e é resfriado por uma corrente de ar que flui, no lado externo, em escoamento cruzado ao tubo a uma velocidade de 20 m/s e a uma temperatura de 25°C. Os diâmetros interno e externo do tubo são $D_i = 20$ mm e $D_e = 25$ mm, respectivamente. Em uma certa posição ao longo do tubo, a temperatura da água média é de 80°C. Admitindo que o escoamento no interior do tubo esteja plenamente desenvolvido com um número de Reynolds de 20000, determine a taxa de transferência de calor para a corrente de ar por unidade de comprimento do tubo.

8.58 Calor deve ser removido de um vaso de reação que opera a 75°C através da passagem de água a 27°C e 0,12 kg/s através de um tubo de parede delgada com 15 mm de diâmetro. O coeficiente de transferência de calor entre a superfície externa do tubo e o fluido no interior do reator é de 3000 W/(m²·K).

(a) Se a temperatura de saída da água não pode exceder 47°C, qual é a taxa máxima de transferência de calor que pode ser extraída do reator?
(b) Qual é o comprimento de tubo necessário para se obter a taxa de transferência de calor determinada na parte (a)?

8.59 Um prestador de serviços na área de aquecimento deve aquecer 0,2 kg/s de água de 15°C até 35°C usando gases quentes em escoamento cruzado sobre um tubo de parede delgada.

Sua tarefa é desenvolver uma série de gráficos de projeto que possam ser utilizados para demonstrar combinações aceitáveis das dimensões do tubo (D e L) e das condições dos gases quentes (T_∞ e V), que satisfaçam à exigência de projeto. Na sua análise, considere as seguintes faixas para os diversos parâmetros: $D = 20, 30$ ou 40 mm; $L = 3, 4$ ou 6 m; $T_\infty = 250, 375$ ou 500°C; e $20 \leq V \leq 40$ m/s.

8.60 Um tubo de parede delgada, com diâmetro de 6 mm e comprimento de 20 m, é usado para transportar gases de exaustão de uma chaminé até o laboratório, em um prédio próximo, para análise. O gás entra no tubo a 200°C e a uma vazão mássica de 0,003 kg/s. Ventos do outono, a uma temperatura de 15°C, sopram em direção cruzada ao tubo a uma velocidade de 5 m/s. Considere as propriedades termofísicas dos gases de exaustão iguais à do ar.
(a) Estime o coeficiente de transferência de calor médio para os gases de exaustão escoando no interior do tubo.
(b) Estime o coeficiente de transferência de calor para o ar que escoa em escoamento cruzado sobre a superfície externa do tubo.
(c) Estime o coeficiente global de transferência de calor U e a temperatura dos gases de exaustão quando eles chegam ao laboratório.

8.61 Um tubo metálico com parede fina e 50 mm de diâmetro, coberto com uma camada de isolamento térmico (k = 0,085 W/(m·K)) com 25 mm de espessura, transporta vapor d'água superaquecido à pressão atmosférica e encontra-se pendurado no teto de uma grande sala. A temperatura do vapor na entrada do tubo é de 120°C e a temperatura do ar é de 20°C. O coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do tubo revestido é de 10 W/(m²·K). Se a velocidade do vapor for de 10 m/s, em que posição ao longo do tubo o vapor irá começar a condensar?

8.62 Um duto com parede delgada e sem isolamento térmico, com diâmetro de 0,3 m, é usado para conduzir ar refrigerado a uma vazão de 0,05 kg/s através do sótão de um grande prédio comercial. O ar no sótão encontra-se a 37°C e a circulação natural fornece um coeficiente de transferência de calor por convecção de 2 W/(m²·K) na superfície externa do duto. Se o ar refrigerado entra no duto, com 15 m de comprimento, a uma temperatura de 7°C, quais são a sua temperatura na saída do duto e a taxa de transferência de calor absorvida pelo ar? As propriedades do ar refrigerado podem ser avaliadas a uma temperatura média estimada de 300 K.

8.63 O problema de perda térmica em um fluido que escoa em uma tubulação enterrada tem recebido atenção considerável. Aplicações práticas incluem o oleoduto do Alasca, bem como as linhas de distribuição de água e de vapor em centrais de potência. Considere um duto de aço com diâmetro D que é usado para transportar óleo, que escoa a uma vazão $\dot{m}_0$, através de uma região fria. O duto é revestido com uma camada de isolamento térmico que possui espessura t e condutividade térmica k_i, e está enterrado no solo a uma profundidade z (distância da superfície do solo ao eixo central do duto). Cada seção do duto possui um comprimento L e se estende entre estações de bombeamento nas quais o óleo é aquecido para assegurar uma baixa viscosidade e, conseqüentemente, uma baixa exigência de potência de bombeamento. A temperatura do óleo que entra no duto na saída de uma estação de bombeamento e a temperatura do solo acima do duto são designadas por $T_{m,\text{ent}}$ e T_s, respectivamente, e são conhecidas.

Considere condições nas quais as propriedades do óleo (o) podem ser aproximadas por ρ_o = 900 kg/m³, $c_{p,o}$ = 2000 J/(kg·K), $\nu_o = 8{,}5 \times 10^{-4}$ m²/s, k_o = 0,140 W/(m·K), $Pr_o = 10^4$, a vazão do óleo é de $\dot{m}_0$ = 500 kg/s e o diâmetro do duto é de 1,2 m.
(a) Expressando os seus resultados em termos de D, L, z, t, $\dot{m}_0$, $T_{m,\text{ent}}$ e T_s, assim como das propriedades apropriadas do óleo (o), do isolamento térmico (i) e do solo (s), obtenha todas as expressões necessárias para estimar a temperatura $T_{m,\text{sai}}$ do óleo que deixa o duto.
(b) Sendo $T_s = -40$°C, $T_{m,\text{ent}}$ = 120°C, t = 0,15 m, k_i = 0,05 W/(m·K), k_s = 0,5 W/(m·K), z = 3 m e L = 100 km, qual é o valor de $T_{m,\text{sai}}$? Qual é a taxa total de transferência de calor q em uma seção do oleoduto?
(c) O gerente de operações quer saber o compromisso entre a profundidade do duto e a espessura da camada de isolamento térmico na perda térmica no duto. Desenvolva uma representação gráfica para essa informação de projeto.

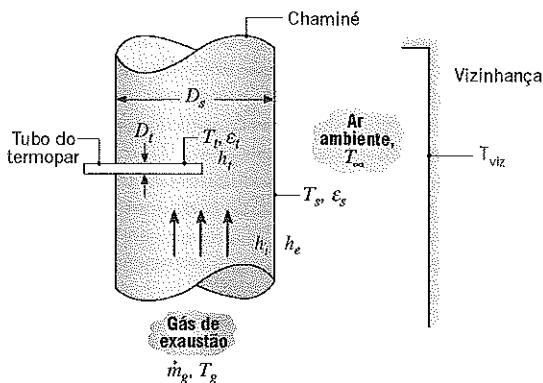
8.64 Com o objetivo de manter as exigências de potência de bombeamento por unidade de vazão abaixo de um nível aceitável, a operação do oleoduto do problema anterior está sujeita à restrição de que a temperatura de saída do óleo $T_{m,\text{sai}}$ deve ser superior a 110°C. Para os valores de $T_{m,\text{ent}}$, T_s, D, t_i, z, L e k_i especificados no Problema 8.63, os parâmetros operacionais que são variáveis e afetam $T_{m,\text{sai}}$ são a condutividade térmica do solo e a vazão de óleo. Dependendo da composição e da umidade do solo, e da demanda por óleo, variações representativas são $0{,}25 \leq k_s \leq 1{,}0$ W/(m·K) e $250 \leq \dot{m}_0 \leq 500$ kg/s. Usando as propriedades fornecidas no Problema 8.63, determine o efeito das variações anteriores sobre $T_{m,\text{sai}}$ e sobre a taxa de transferência de calor total q. Qual é a pior condição operacional? Se necessário, quais ajustes poderiam ser feitos para assegurar que $T_{m,\text{sai}} \geq 110$°C na pior condição de projeto?

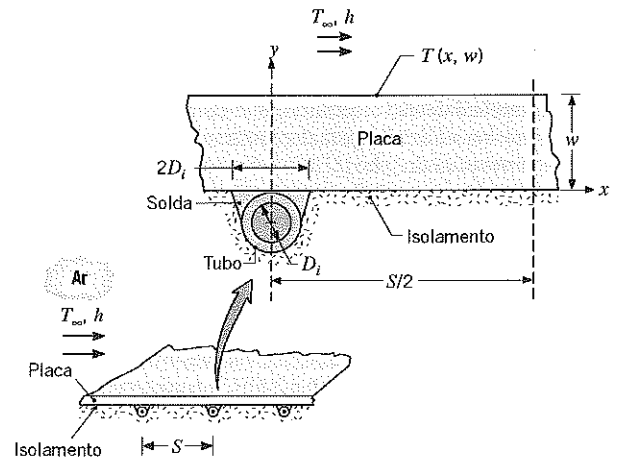
8.65 Você está projetando um trocador de calor para salas de cirurgia para resfriar sangue (desviado do paciente) de 40 para 30°C, pela sua passagem por uma serpentina imersa em um vaso que contém uma mistura de água e gelo. A vazão volumétrica ($\forall$) é de 10^{-4} m³/min; o diâmetro do tubo (D) é de 2,5 mm; e $T_{m,\text{ent}}$ e $T_{m,\text{sai}}$ representam as temperaturas de entrada e saída do sangue. Despreze os efeitos de intensificação da transferência de calor associados à curvatura do tubo.
(a) A que temperatura você estimaria as propriedades do fluido ao determinar o valor de $\bar{h}$ em todo o comprimento do tubo?
(b) Se as propriedades do sangue estimadas na temperatura da parte (a) são ρ = 1000 kg/m³, $\nu = 7 \times 10^{-7}$ m²/s, k = 0,5 W/(m·K) e c_p = 4,0 kJ/(kg·K), qual é o número de Prandtl do sangue?
(c) O escoamento do sangue é laminar ou turbulento?

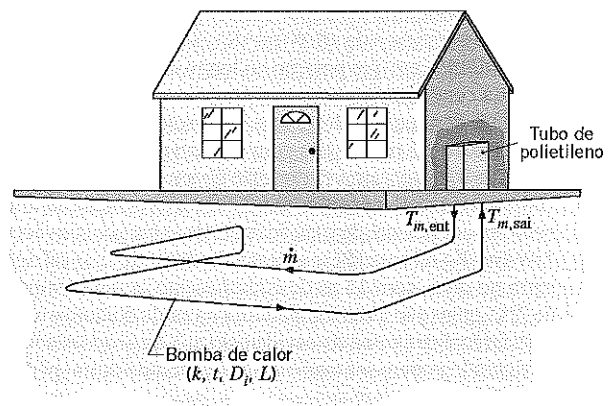
(d) Desprezando todos os efeitos de entrada e supondo condições plenamente desenvolvidas, calcule o valor de $\bar{h}$ para a transferência de calor no sangue.
(e) Qual é a taxa de perda de calor total no sangue ao passar pelo tubo?
(f) Quando os efeitos da convecção natural no lado externo do tubo são levados em conta, o coeficiente global de transferência de calor médio $\bar{U}$ entre o sangue e a mistura gelo-água pode ser aproximado por 300 W/(m²·K). Determine o comprimento de tubo L necessário para obter a temperatura de saída $T_{m,\text{sai}}$.

8.66 Água pressurizada a $T_{m,\text{ent}} = 200°C$ é bombeado a uma vazão de $\dot{m} = 2$ kg/s de uma planta de potência para um usuário industrial próximo, através de um tubo circular de parede delgada e com diâmetro interno $D = 1$ m. O tubo é revestido por uma camada de isolamento térmico com espessura $t = 0{,}15$ m e condutividade térmica $k = 0{,}05$ W/(m·K). O tubo, que tem um comprimento $L = 500$ m, está exposto a um escoamento cruzado de ar a $T_\infty = -10°C$ e $V = 4$ m/s. Obtenha uma equação diferencial que possa ser usada para determinar a variação da temperatura média da água $T_m(x)$ em função da coordenada axial. Como uma primeira aproximação, o escoamento interno pode ser considerado plenamente desenvolvido ao longo de todo o tubo. Expresse os seus resultados em termos de $\dot{m}$, V, T_∞, D, t, k e das propriedades apropriadas da água (a) e do ar (ar). Calcule a perda de calor por unidade de comprimento na entrada do tubo. Qual é a temperatura média da água na saída do tubo?

8.67 Água, a 290 K e 0,2 kg/s, escoa através de um tubo de Teflon ($k = 0{,}35$ W/(m·K)) com raios interno e externo iguais a 10 e 13 mm, respectivamente. Um fino aquecedor elétrico em forma de fita, enrolado ao redor da superfície externa do tubo, fornece um fluxo térmico superficial uniforme de 2000 W/m², enquanto um coeficiente convectivo de 25 W/(m²·K) é mantido na superfície externa da fita pelo ar ambiente a 300 K. Qual é a fração da potência dissipada pela fita que é transferida para a água? Qual é a temperatura da superfície externa do tubo de Teflon?

8.68 A temperatura dos gases de exaustão que escoam através da grande chaminé de uma caldeira é medida por um termopar que se encontra no interior de um tubo cilíndrico, conforme mostrado na figura. O eixo do tubo é orientado na direção normal ao escoamento e o termopar mede uma temperatura T_t, que corresponde à da superfície do tubo. A vazão mássica e a temperatura do gás são designadas por $\dot{m}_g$ e T_g, respectivamente, e o escoamento do gás pode ser considerado plenamente desenvolvido. A chaminé é fabricada com uma folha metálica que se encontra a uma temperatura uniforme T_s e está exposta ao ar ambiente a T_∞ e a uma grande vizinhança a T_{viz}. O coeficiente convectivo associado à superfície externa do duto é designado por h_e, enquanto aqueles associados à superfície interna do duto e à superfície do tubo do termopar são designados por h_i e h_t, respectivamente. As emissividades das superfícies do tubo e do duto são designadas por ε_t e ε_s, respectivamente.

(a) Desprezando as perdas por condução ao longo do tubo do termopar, desenvolva uma análise que possa ser usada para estimar o erro ($T_g - T_t$) na medida da temperatura.
(b) Admitindo que os gases de exaustão possuam as propriedades do ar atmosférico, estime o erro para $T_t = 300°C$, $D_s = 0{,}6$ m, $D_t = 10$ mm, $\dot{m}_g = 1$ kg/s, $T_\infty = T_{viz} = 27°C$, $\varepsilon_t = \varepsilon_s = 0{,}8$ e $h_e = 25$ W/(m²·K).

8.69 Em um processo de fabricação de suprimentos biomédicos, há a exigência de que uma grande placa deva ser mantida a uma temperatura de 45 ± 0,25°C. O projeto proposto apresenta a fixação de tubos de aquecimento à placa com um espaçamento entre tubos de S. Os tubos de cobre com paredes espessas, possuem um diâmetro interno de $D_i = 8$ mm e estão fixados à placa por meio de uma solda de elevada condutividade térmica e que proporciona um contato de largura $2D_i$. O fluido de aquecimento (etilenoglicol) escoa através de cada tubo a uma vazão fixa de $\dot{m} = 0{,}06$ kg/s. A placa possui uma espessura de $w = 25$ mm e é fabricada em aço inoxidável com uma condutividade térmica de 15 W/(m·K).

Considerando a seção transversal bidimensional da placa mostrada no detalhe, efetue uma análise para determinar a temperatura do fluido de aquecimento T_m e o espaçamento entre tubos S necessários para manter a temperatura da superfície da placa, $T(x,w)$, em 45 ± 0,25°C, quando a temperatura ambiente é de 25°C e o coeficiente convectivo é de 100 W/(m²·K).

8.70 Bombas de calor, alimentadas pelo subsolo, operam utilizando um líquido, ao invés do ar ambiente, como a fonte (ou sumidouro) de calor para o aquecimento durante o inverno (ou resfriamento durante o verão). O líquido escoa em circuito fechado através de um tubo de plástico que é enterrado a uma profundidade na qual as variações anuais da temperatura do solo são

muito menores do que as do ar ambiente. Por exemplo, em um local como South Bend, Indiana, a temperatura a uma grande profundidade pode permanecer em aproximadamente 11°C, enquanto a variação anual da temperatura do ar ambiente fica na faixa de −25°C a +37°C.

Considere condições de inverno nas quais o líquido é descarregado pela bomba de calor no interior de um tubo de polietileno de alta massa específica, com espessura $t = 8$ mm e condutividade térmica $k = 0{,}47$ W/(m·K). O tubo atravessa o solo, que mantém uma temperatura uniforme, de aproximadamente 10°C, na sua superfície externa. As propriedades do fluido podem ser aproximadas pelas da água.

(a) Para um diâmetro interno do tubo e uma vazão de $D_i = 25$ mm e $\dot{m} = 0{,}03$ kg/s, e uma temperatura na entrada do fluido de $T_{m,\text{ent}} = 0$°C, determine a temperatura do fluido na saída do tubo (temperatura na entrada da bomba de calor), $T_{m,\text{sai}}$, em função do comprimento do tubo L para $10 \leq L \leq 50$ m.

(b) Recomende um comprimento apropriado para o sistema. Como a sua recomendação seria afetada por variações na vazão do escoamento do líquido?

8.71 Compare estimativas para o número de Nusselt efetuadas pelas correlações de Colburn, Dittus-Boelter, Sieder-Tate e Gnielinski para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido de água em um tubo circular com parede lisa, para os números de Reynolds de 4000, 10^4 e 10^5, quando a média da temperatura média é igual a 295 K e a temperatura da superfície é de 305 K.

8.72 Para uma entrada com arestas vivas e uma região de entrada combinada, o número de Nusselt médio pode ser calculado pela Equação 8.63, com $C = 24Re_D^{-0,23}$ e $m = 0{,}815 - 2{,}08 \times 10^{-6}Re_D$[20]. Determine $\overline{Nu}_D/Nu_{D,\text{cd}}$ em $x/D = 10$ e 60 para $Re_D = 10^4$ e 10^5.

8.73 Um fluido entra em um tubo de parede delgada com 5 mm de diâmetro e 2 m de comprimento com uma vazão de 0,04 kg/s e uma temperatura de $T_{m,\text{ent}} = 85$°C. A superfície do tubo é mantida a $T_s = 25$°C e para essas condições de operação a temperatura de saída da água é de $T_{m,\text{sai}} = 31{,}1$°C. Qual será a temperatura de saída se a vazão for dobrada? Escoamento turbulento plenamente desenvolvido pode ser suposto em ambos os casos e as propriedades do fluido consideradas independentes da temperatura.

Dutos Não-Circulares

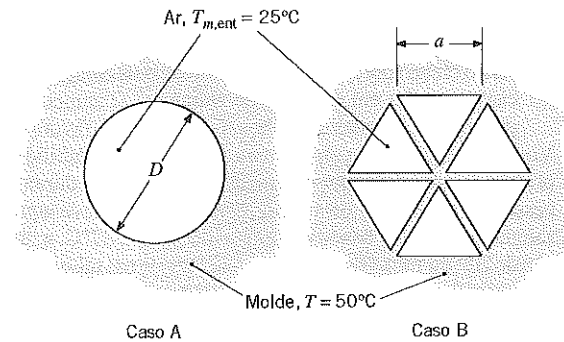
8.74 Ar, a 3×10^{-4} kg/s e 27°C, entra em um duto retangular que possui 1 m de comprimento e 4 mm por 16 mm de lado. Um fluxo térmico uniforme de 600 W/m² é imposto na superfície do duto. Qual é a temperatura do ar e da superfície do duto na sua saída?

8.75 Ar, a 4×10^{-4} kg/s e 27°C, entra em um duto triangular que possui 20 mm de lado e 2 m de comprimento. A superfície do duto é mantida a 100°C. Admitindo escoamento plenamente desenvolvido ao longo de todo o duto, determine a temperatura de saída do ar.

8.76 Ar a 25°C escoa com uma vazão de 30×10^{-6} kg/s através de canais com 100 mm de comprimento usados para resfriar um molde metálico de alta condutividade térmica. Suponha que o escoamento esteja fluidodinâmica e termicamente plenamente desenvolvido.

(a) Determine o calor transferido para o ar em um canal circular ($D = 10$ mm), quando a temperatura do molde é de 50°C (caso A).

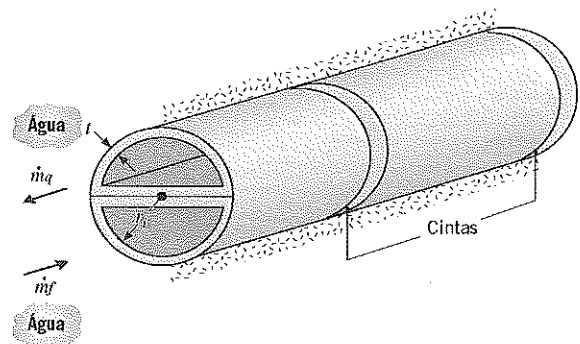
(b) Usando novos métodos de manufatura (veja o Problema 8.99), canais com seção transversal complexa podem ser facilmente criados no interior de objetos metálicos, como os moldes. Considere o ar escoando nas mesmas condições do caso A, exceto que agora o canal é segmentado em seis seções triangulares menores. A área de escoamento do caso A é igual à área de escoamento total do caso B. Determine o calor transferido para o ar no caso do canal segmentado.

(c) Compare as quedas de pressão nos casos A e B.

8.77 Um equipamento que recupera calor de produtos de combustão a altas temperaturas envolve a passagem do gás de combustão entre placas paralelas, que são mantidas, cada uma, a 350 K pelo escoamento de água sobre as respectivas superfícies externas. A separação entre placas é de 40 mm e o escoamento do gás é plenamente desenvolvido. Pode ser considerado que as propriedades do gás são iguais às do ar atmosférico e as suas temperatura e velocidade médias são 1000 K e 60 m/s, respectivamente.

(a) Qual é o fluxo térmico na superfície das placas?

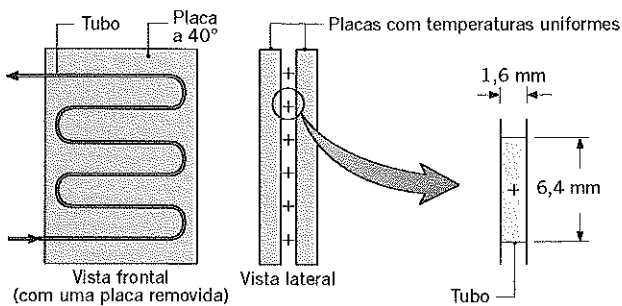
(b) Se uma terceira placa, com 20 mm de espessura, for posicionada no plano central entre as placas originais, qual é o novo fluxo térmico na superfície das placas originais? Considere que a temperatura e a *vazão* do gás permaneçam inalteradas e que os efeitos da radiação térmica sejam desprezíveis.

8.78 Ar, a 1 atm e 285 K, entra em um duto retangular com 2 m de comprimento e seção transversal de 75 mm por 150 mm. O duto é mantido a uma temperatura superficial constante de 400 K e a vazão mássica do ar é de 0,10 kg/s. Determine a taxa de transferência de calor do duto para o ar e a temperatura de saída do ar.

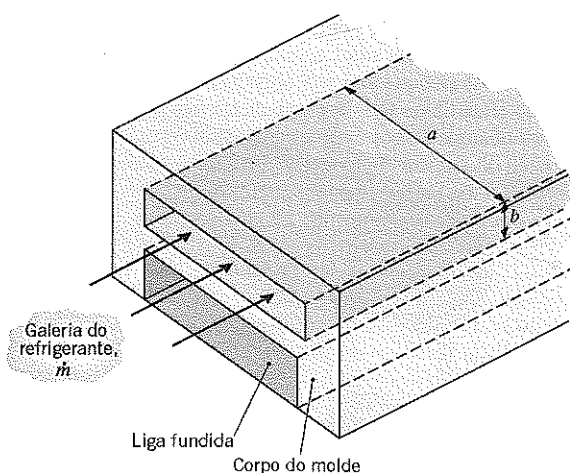
8.79 Um trocador de calor de paredes duplas é usado para transferir calor entre líquidos que escoam através de tubos de cobre semicirculares. Cada tubo possui uma parede com espessura $t = 3$ mm e raio interno $r_i = 20$ mm, sendo mantido um bom contato entre as duas superfícies planas pela presença de cintas firmemente apertadas. As superfícies externas dos tubos encontram-se isoladas termicamente.

(a) Se água quente e água fria a temperaturas médias de $T_{q,m} = 330$K e $T_{f,m} = 290$ K escoam pelos tubos adjacentes a $\dot{m}_q = \dot{m}_f = 0{,}2$ kg/s, qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo? A resistência térmica de contato entre as paredes é de 10^{-5} m²·K/W. Aproxime as propriedades tanto da água quente quanto da água fria por $\mu = 800 \times 10^{-6}$ kg/(s·m), $k = 0{,}625$ W/(m·K) e $Pr = 5{,}35$. *Sugestão*: A transferência de calor é intensificada pela condu-

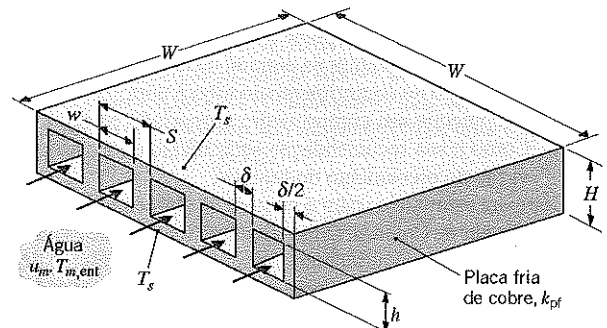
ção através das porções semicirculares das paredes dos tubos e cada porção pode ser subdividida em duas aletas planas com extremidades adiabáticas.

(b) Usando o modelo térmico desenvolvido para a parte (a), determine a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento quando os fluidos são o etilenoglicol. Também, qual será o efeito sobre a taxa de transferência de calor ao se fabricar o trocador em uma liga de alumínio? O aumento da espessura das paredes dos tubos trará um efeito favorável?

8.80 Você foi requisitado para efetuar um estudo de viabilidade do projeto de um aquecedor de sangue para ser usado durante processos de transfusão de sangue. Esse trocador deve aquecer o sangue oriundo do banco de sangue de 10°C a 37°C, a uma vazão de 200 ml/min. O sangue passa através de um tubo com seção transversal retangular; 6,4 mm por 1,6 mm; formado entre duas placas que são mantidas a uma temperatura constante de 40°C.

(a) Calcule o comprimento de tubo necessário para atingir as condições de saída desejadas com a vazão especificada. Considere o escoamento plenamente desenvolvido e que o sangue possua as mesmas propriedades da água.

(b) Avalie as suas hipóteses e indique se a sua análise superestima ou subestima o comprimento necessário.

8.81 Um fluido refrigerante escoa através de um canal retangular (*galeria*) no interior do corpo de um molde que é utilizado para produzir peças metálicas. As dimensões da *galeria* são $a = 90$ mm e $b = 9{,}5$ mm, e a vazão volumétrica do fluido é de $1{,}3 \times 10^{-3}$ m³/s. A temperatura do refrigerante é de 15°C e a parede do molde encontra-se a uma temperatura aproximadamente uniforme de 140°C.

Para minimizar os problemas de corrosão no molde, que é uma peça de custo elevado, é comum se utilizar como fluido refrigerante o etilenoglicol, no lugar de água de processo. Compare os coeficientes convectivos da água e do etilenoglicol nesta aplicação. Qual é o compromisso entre o desempenho térmico e a minimização da corrosão?

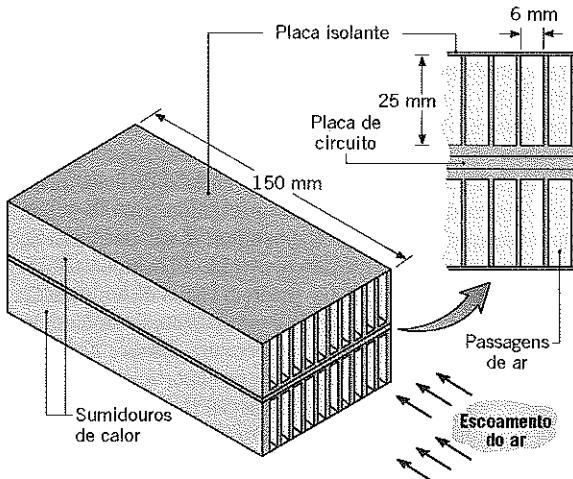
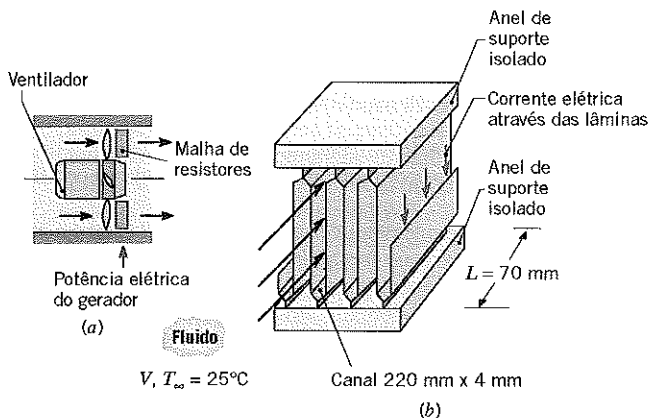
8.82 Uma *placa fria* é um dispositivo de resfriamento ativo que é fixado a um sistema de geração de calor com o objetivo de dissipar o calor mantendo o sistema a uma temperatura aceitável. Ela é tipicamente fabricada com um material de elevada condutividade térmica, k_{pf}, no interior do qual são usinados canais por onde é passada um refrigerante. Considere uma placa fria feita em cobre, com altura H e lados com tamanho W, no interior da qual água escoa através de canais quadrados com $w = h$. O espaçamento entre canais adjacentes δ é igual a duas vezes a distância entre a parede lateral de um canal externo e a parede lateral da placa fria.

Considere condições nas quais sistemas de geração de calor equivalentes estão fixados às superfícies superior e inferior da placa fria, mantendo-as a uma mesma temperatura T_s. A velocidade média e a temperatura na entrada do refrigerante são u_m e $T_{m,\text{ent}}$, respectivamente.

(a) Admitindo um escoamento turbulento plenamente desenvolvido ao longo de toda a extensão de cada canal, obtenha um sistema de equações que possa ser usado para estimar a taxa de transferência de calor total para a placa fria, q, e a temperatura de saída da água, $T_{m,\text{sai}}$, em termos dos parâmetros especificados.

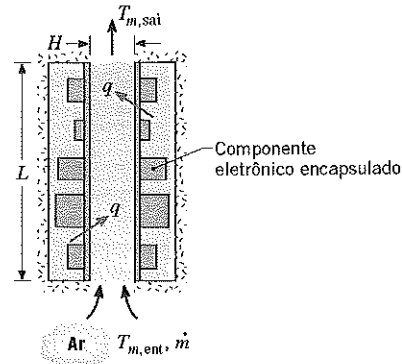
(b) Considere uma placa fria com largura $W = 100$ mm e altura $H = 10$ mm, com 10 canais quadrados com $w = 6$ mm e um espaçamento entre canais de $\delta = 4$ mm. A água entra nos canais a uma temperatura $T_{m,\text{ent}} = 300$ K e a uma velocidade de $u_m = 2$ m/s. Se as superfícies superior e inferior da placa fria estão a $T_s = 360$ K, quais são a temperatura de saída da água e a taxa de transferência de calor total para a placa fria? A condutividade térmica do cobre é de 400 W/(m·K), enquanto as propriedades médias da água podem ser supostas iguais a $\rho = 984$ kg/m³, $c_p = 4184$ J/(kg·K), $\mu = 489 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k = 0{,}65$ W/(m·K) e $Pr = 3{,}15$. Esse projeto de placa fria é bom? Como o seu desempenho poderia ser melhorado?

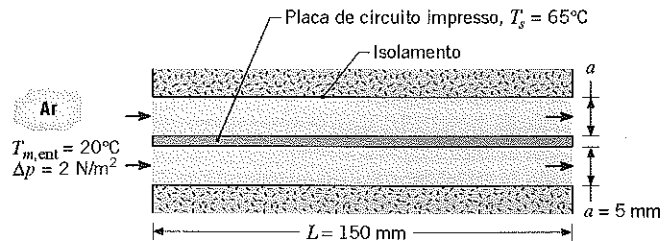
8.83 O projeto da placa fria do Problema 8.82 não foi otimizado com relação à seleção da largura dos canais, e desejamos explorar condições para melhorar a taxa de transferência de calor. Suponha que a largura e a altura da placa fria de cobre estejam fixadas em $W = 100$ mm e $H = 10$ mm, enquanto a altura do canal e o espaçamento entre canais permaneçam em $h = 6$ mm e $\delta = 4$ mm. A velocidade média e a temperatura de entrada da água são mantidas em $u_m = 2$ m/s e $T_{m,\text{ent}} = 300$ K, enquanto sistemas de geração de calor equivalentes, fixados às superfícies superior e inferior da placa fria, mantêm as superfícies correspondentes a 360 K. Avalie o efeito de variações na largura do canal, e portanto no número de canais, sobre a taxa de transferência de calor para a placa fria. Inclua em sua análise a consideração do caso limite no qual $w = 96$ mm (um canal).

8.84 Uma placa de circuitos eletrônicos, que dissipa 50 W, é posicionada entre dois sumidouros de calor com dutos por onde é efe-

tuada a circulação forçada de ar. Os sumidouros têm 150 mm de comprimento e possuem 24 passagens retangulares de 6 mm por 25 mm. Ar atmosférico, a uma vazão volumétrica de 0,060 m^3/s e a 27°C, é soprado através dos sumidouros por um soprador. Estime a temperatura de operação da placa e a queda de pressão ao longo do sumidouro.

8.85 Para desacelerar grandes acionadores primários, tais como locomotivas, um processo chamado de frenagem elétrica dinâmica é usado para transformar o motor de tração em um módulo gerador, no qual a potência mecânica das rodas de tração é absorvida e utilizada para gerar corrente elétrica. Conforme mostrado no esquema, a potência elétrica é passada através de uma malha de resistores (*a*), que é formada por uma série de lâminas metálicas eletricamente conectadas em série (*b*). O material da lâmina é uma liga de elevada resistividade elétrica e que resiste a altas temperaturas, e a potência elétrica é dissipada como calor por geração volumétrica interna. Para resfriar as lâminas, um ventilador sopra ar através da malha a altas velocidades.

(a) Tratando o espaço entre as lâminas como um canal retangular com seção transversal de 220 mm × 4 mm e comprimento de 70 mm, estime a taxa de remoção de calor de cada lâmina se a corrente de ar tiver uma temperatura de entrada e uma velocidade de 25°C e 50 m/s, respectivamente, enquanto a lâmina tem uma temperatura de operação de 600°C.

(b) Em uma locomotiva que puxa um trem com 10 vagões, podem existir até 2000 dessas lâminas. Com base no seu resultado do item (a), quanto tempo será necessário para desacelerar um trem, cuja massa total é de 10^6 kg, de uma velocidade de 120 km/h até uma velocidade de 50 km/h, usando-se um sistema de frenagem elétrica dinâmica?

8.86 Para resfriar componentes eletrônicos, que são montados em placas de circuitos impressos hermeticamente seladas em relação à vizinhança, duas placas podem ser juntadas para formar um canal intermediário através do qual o refrigerante escoa. Chamada de PCI de núcleo oco, todo o calor gerado pelos componentes pode ser considerado como sendo transferido para o refrigerante.

Seja um PCI de núcleo oco de comprimento L = 300 mm e igual largura W (normal à página). Sob condições normais de operação, 40 W de potência são dissipados em cada lado da PCI e uma distribuição uniforme da transferência de calor correspondente pode ser suposta em cada superfície do núcleo oco. Se o ar entra no núcleo, de altura H = 4 mm, a uma temperatura de $T_{m,ent}$ = 20°C e com uma vazão de $\dot{m}$ = 0,002 kg/s, qual é a sua temperatura na saída $T_{m,sai}$? Quais são as temperaturas das superfícies na entrada e na saída do núcleo? Quais são as temperaturas anteriores, se a vazão mássica for multiplicada por um fator igual a cinco?

8.87 Uma placa de circuito impresso (PCI) é resfriada pelo escoamento de ar em regime laminar, plenamente desenvolvido, em canais adjacentes entre placas paralelas de comprimento L e distância de separação a. Os canais podem ser considerados infinitos na direção transversal (normal à página) e as superfícies superior e inferior são isoladas. A temperatura T_s da placa PCI é uniforme e o escoamento do ar, com uma temperatura de entrada igual a $T_{m,ent}$, é impulsionado por uma diferença de pressões, Δp.

Calcule a taxa de retirada de calor média por unidade de área (W/m^2) do PCI.

8.88 Com referência à Figura 8.11, considere condições em uma região anular que possui uma superfície externa isolada ($q''_e = 0$) e um fluxo térmico uniforme, q''_i, na superfície interna. O escoamento é laminar e plenamente desenvolvido.

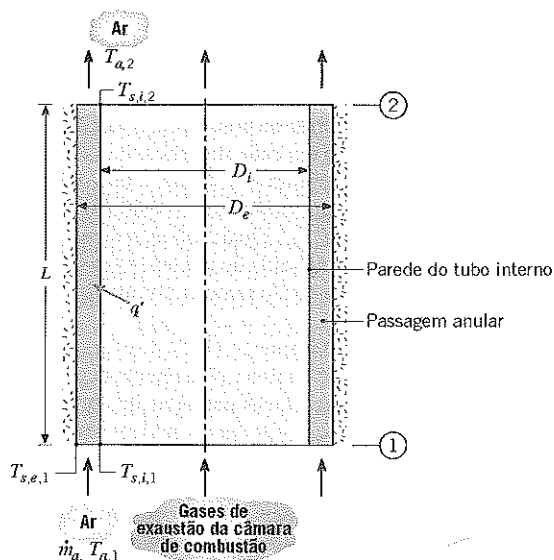
(a) Determine o perfil de velocidades $u(r)$ na região anular.

(b) Determine o perfil de temperaturas $T(r)$ e obtenha uma expressão para o número de Nusselt Nu_i associado à superfície interna.

8.89 Seja o aquecedor de ar do Problema 8.38, mas agora com a passagem do ar pela região anular e do vapor d'água pelo tubo cen-

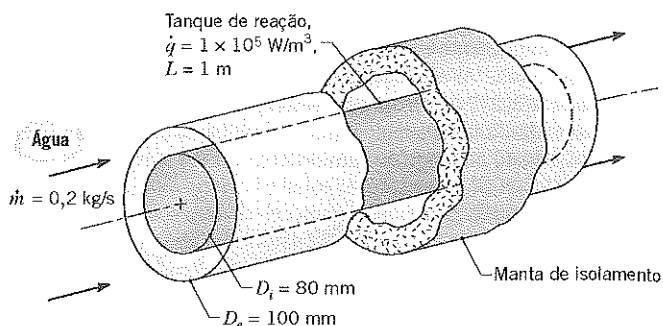
tral. Para as condições especificadas e um diâmetro do tubo externo de D_e = 65 mm, determine a temperatura e a pressão do ar na saída, assim como a taxa mássica de condensação do vapor.

8.90 Considere uma região anular entre dois tubos concêntricos na qual os diâmetros interno e externo são de 25 mm e 50 mm. Água entra na região anular a 0,04 kg/s e 25°C. Se a parede do tubo interno é aquecida eletricamente a uma taxa (por unidade de comprimento) de q' = 4000 W/m, enquanto a parede do tubo externo é termicamente isolada, qual deve ser o comprimento dos tubos para que a água atinja uma temperatura de 85°C na saída? Qual é a temperatura na superfície do tubo interno na saída, onde condições plenamente desenvolvidas podem ser consideradas?

8.91 É prática comum recuperar calor em fornalhas que queimam óleo ou gás através da utilização dos gases de exaustão no preaquecimento do ar de combustão. Um dispositivo normalmente utilizado para esse propósito é composto por um arranjo de tubos concêntricos no qual os gases de exaustão escoam no tubo interno e o ar de combustão, mais frio, escoa pela região anular.

Considere condições nas quais há uma taxa de transferência de calor uniforme por unidade de comprimento do tubo, q_i'' = 1,25 × 10⁵ W/m, dos gases de exaustão para a superfície interna do tubo interno, enquanto o ar escoa pela passagem anular a uma vazão de $\dot{m}_a$ = 2,1 kg/s. O tubo interno, com parede delgada, tem diâmetro D_i = 2 m, enquanto o tubo externo, que está isolado da vizinhança, possui diâmetro D_e = 2,05m. As propriedades do ar podem ser consideradas iguais a c_p = 1030 J/(kg·K), μ = 270 × 10^{-7} N·s/m², k = 0,041 W/(m·K) e Pr = 0,68.

(a) Se o ar entra no arranjo a $T_{a,1}$ = 300 K e L = 7 m, qual é a temperatura do ar na saída $T_{a,2}$?

(b) Se o escoamento do ar é plenamente desenvolvido ao longo de toda a região anular, qual é a temperatura do tubo interno nas seções de entrada ($T_{s,i,1}$) e de saída ($T_{s,i,2}$) do arranjo? Qual é a temperatura do tubo externo na entrada do arranjo, $T_{s,e,1}$?

8.92 Um arranjo de tubos concêntricos, para o qual os diâmetros interno e externo são 80 mm e 100 mm, respectivamente, é usado para remover calor de uma reação bioquímica ocorrendo em um tanque de repouso. Calor é gerado uniformemente no interior do tanque a uma taxa de 10^5 W/m² e uma vazão de 0,2 kg/s de água é alimentada na região anular.

(a) Determine a temperatura de entrada da água vinda do suprimento que irá manter uma temperatura da superfície do tanque média de 37°C. Suponha escoamento e condições térmicas plenamente desenvolvidas. Esta hipótese é razoável?

(b) Deseja-se ter um leve gradiente axial de temperatura na superfície do tanque, pois a taxa da reação bioquímica é altamente dependente da temperatura. Esboce a variação axial das temperaturas da água e da superfície no sentido do escoamento para os seguintes casos: (i) as condições plenamente desenvolvidas da parte (a), e (ii) condições nas quais os efeitos de entrada são importantes. Comente sobre características das distribuições de temperaturas. Qual mudança no sistema ou nas condições operacionais você faria para reduzir o gradiente da temperatura superficial?

8.93 Água, a $\dot{m}$ = 0,02 kg/s e $T_{m,\text{ent}}$ = 20°C, entra em uma região anular formada por um tubo interno com diâmetro D_i = 25 mm e um tubo externo com diâmetro D_e = 100 mm. Vapor d'água saturado escoa pelo tubo interno, mantendo a sua superfície a uma temperatura uniforme de $T_{s,i}$ = 100°C, enquanto a superfície externa do tubo externo é isolada. Se condições plenamente desenvolvidas podem ser admitidas ao longo de toda a região anular, qual deve ser o comprimento do sistema para fornecer uma temperatura de saída da água de 75°C? Qual é o fluxo térmico saindo do tubo interno na seção de saída do sistema?

8.94 Para as condições do Problema 8.93, qual deve ser o comprimento da região anular se a vazão da água for de 0,30 kg/s ao invés dos 0,02 kg/s?

Intensificação da Transferência de Calor

8.95 Sejam o sistema de resfriamento de ar e as condições do Problema 8.31, mas com um comprimento do tubo especificado L = 15 m.

(a) Qual é a temperatura de saída do ar, $T_{m,\text{sai}}$? Qual é a potência necessária no soprador?

(b) O coeficiente convectivo associado ao escoamento do ar pelo tubo pode ser dobrado através da inserção de uma mola helicoidal ao longo do comprimento do tubo para romper as condições do escoamento próximo à superfície interna. Se tal esquema de intensificação da transferência de calor for adotado, qual é o respectivo valor de $T_{m,\text{sai}}$? O uso do interno não virá sem um aumento correspondente na potência requerida no soprador. Qual é a potência necessária se o fator de atrito for aumentado em 50%?

(c) Após uma exposição prolongada à água, uma fina camada de matéria orgânica se forma na superfície externa do tubo e a sua resistência térmica (para uma área unitária da superfície externa) é de $R''_{t,e}$ = 0,050 m²·K/W. Qual é o valor correspondente de $T_{m,\text{sai}}$, sem considerar o interno da parte (b)?

8.96 Considere a esterilização do produto farmacêutico do Problema 8.27. Para evitar qualquer possibilidade de aquecimento do produto até uma temperatura inaceitavelmente alta, vapor d'água a pressão atmosférica é condensado no exterior do tubo no lu-

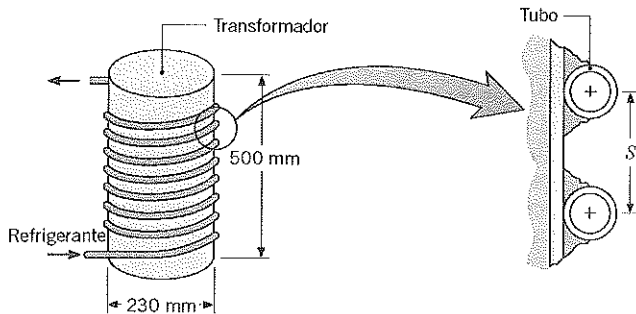
gar do aquecedor por resistência, fornecendo uma temperatura na superfície uniforme, $T_s = 100°C$.

(a) Para as condições do Problema 8.27, determine o comprimento de tubo reto, L_r, necessário para aumentar a temperatura média do produto farmacêutico de 25°C para 75°C?

(b) Analise a substituição do tubo reto por uma serpentina caracterizada por um diâmetro de serpentina $C = 100$ mm e um passo de $S = 25$ mm. Determine a altura total da serpentina, L_s (isto é, o produto do passo pelo número de voltas), necessária para elevar a temperatura média do fármaco para o valor desejado.

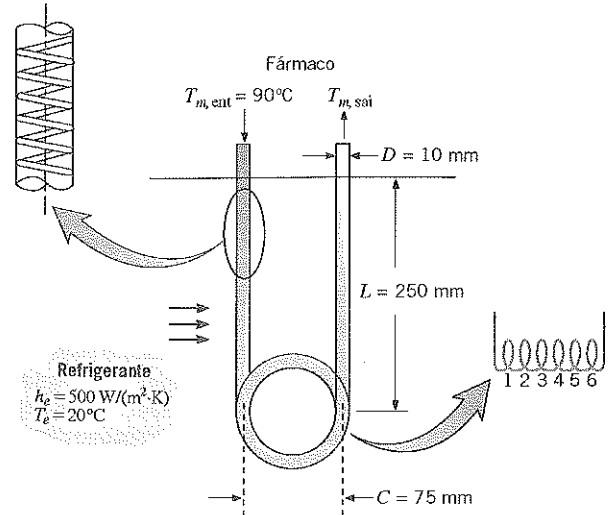
(c) Calcule a queda de pressão no tubo reto e na serpentina.

(d) Calcule a taxa de condensação do vapor.

8.97 Um transformador de potência elétrica, com diâmetro de 230 mm e altura de 500 mm, dissipa 1000 W. Deseja-se manter a sua temperatura superficial em 47°C, passando etilenoglicol a 24°C através de um tubo de parede delgada, com diâmetro de 20 mm, soldado na superfície lateral do transformador. Supõe-se que todo calor dissipado pelo transformador é transferido para o etilenoglicol.

Admitindo que a elevação de temperatura máxima permitida do refrigerante seja de 6°C, determine a vazão mássica necessária de refrigerante, o comprimento total do tubo e o passo da serpentina S entre as voltas do tubo.

8.98 Um *resfriador baioneta* (*bayonet cooler*) é usado para reduzir a temperatura de um fluido farmacêutico. O fluido escoa através do resfriador, que é fabricado com um tubo de parede delgada, com diâmetro de 10 mm, e tem duas seções retas com comprimento de 250 mm e uma serpentina, com seis voltas e meia, cujo diâmetro de serpentina é de 75 mm. Um refrigerante escoa no lado externo do resfriador, com um coeficiente convectivo na superfície externa de $h_e = 500$ W/(m²·K) e uma temperatura de 20°C. Considere a situação na qual o fluido farmacêutico entra a 90°C, com uma vazão de 0,005 kg/s. O fluido farmacêutico tem as seguintes propriedades: $\rho = 1200$ kg/m³, $\mu = 4 \times 10^{-3}$ N·s/m², $c_p = 2000$ J/(kg·K) e $k = 0,5$ W/(m·K).

(a) Determine a temperatura de saída do fluido farmacêutico.

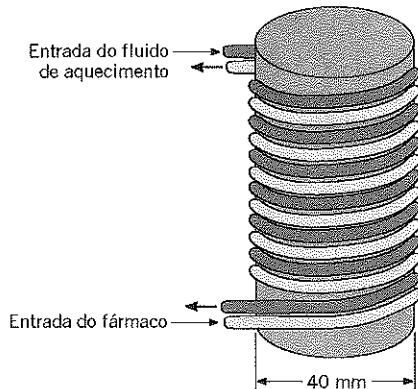
(b) Deseja-se reduzir mais a temperatura de saída do fármaco. Entretanto, como o processo de resfriamento é somente uma parte de uma operação complicada, vazões não podem ser modificadas. Um engenheiro jovem sugere que a temperatura de saída pode ser reduzida através da inserção de molas helicoidais de aço inoxidável nas seções transversais do resfriador, baseado no fato de que as molas irão romper o escoamento adjacente à parede interna do tubo e, desta forma, aumentar o coeficiente de transferência de calor nessa parede. Um engenheiro sênior afirma que a inserção das molas poderia dobrar o coeficiente de transferência de calor nas paredes internas retas do tubo. Determine a temperatura de saída do fluido farmacêutico com as molas no interior dos tubos, supondo que o engenheiro sênior esteja correto na sua afirmação.

(c) Você esperaria que a temperatura de saída do fármaco dependesse da forma de orientação das espirais das molas? Por quê?

8.99 O molde usado em um processo de moldagem por injeção é constituído por uma metade superior e uma metade inferior. Cada metade tem 60 mm × 60 mm × 20 mm e é feita com um metal ($\rho = 7800$ kg/m³, $c = 450$ J/(kg·K)). O molde frio (100°C) deve ser aquecido até 200°C com água pressurizada (disponível a 275°C e com uma vazão total de 0,02 kg/s) antes da injeção do material termoplástico. A injeção demora somente uma fração de segundo e o molde aquecido (200°C) é resfriado em seqüência com água fria (disponível a 25°C e com uma vazão total de 0,02 kg/s) antes da retirada da parte moldada. Após a retirada que demora também uma fração de segundo, o processo é repetido.

(a) No projeto convencional do molde, passagens de resfriamento (aquecimento) retas são perfuradas através do molde em um local no qual as passagens não interferirão com a parte moldada. Determine as taxas de resfriamento e de aquecimento iniciais do molde, quando cinco passagens com 5 mm de diâmetro e 60 mm de comprimento são perfuradas em cada metade do molde (total de 10 passagens). A distribuição de velocidades na água está plenamente desenvolvida na entrada de cada passagem no molde quente (ou frio).

(b) Novos processos de fabricação, conhecidos como *fabricação de formas livres seletivas*, ou FFLS, são usados para construir moldes que são configurados com *passagens de resfriamento conformais*. Considere o mesmo molde de antes, mas agora com uma passagem curva em forma de serpentina, com 5 mm de diâmetro, projetada no interior de cada metade do molde, fabricada através da FFLS. Cada uma das passagens em forma de serpentina tem $N = 2$ voltas. A passagem em forma de serpentina não interfere na parte moldada. Os canais têm um diâmetro de serpentina $C = 50$ mm. A vazão total da água permanece a mesma da parte (a) (0,01 kg/s por serpentina). Determine as taxas de resfriamento e de aquecimento iniciais do molde.

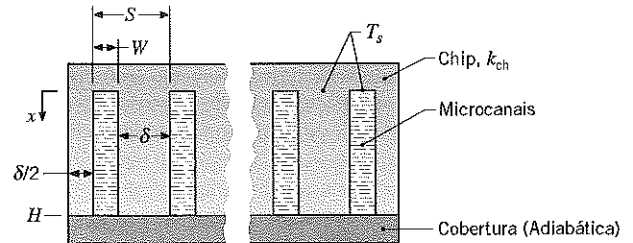
(c) Compare as áreas superficiais das passagens de resfriamento convencionais e em serpentina. Compare as taxas nas quais a temperatura do molde varia em moldes com passagens de resfriamento/aquecimento convencionais e em serpentina. Qual tipo de passagens de resfriamento, convencional ou em serpentina, irá permitir a produção de uma maior quantidade de partes por dia? Despreze a presença do material termoplástico.

8.100 Seja o produto farmacêutico do Problema 8.27. Antes de finalizar o processo de fabricação, testes tentativas são realizados para determinar experimentalmente a dependência da vida de prateleira do remédio em relação à temperatura de esterilização. Assim, a temperatura de esterilização deve ser cuidadosamente controlada nas tentativas. Para promover uma boa mistura do fármaco e, desta forma, uma temperatura de saída relativamente uniforme na seção transversal de saída do tubo, os experimentos são realizados usando um dispositivo constituído por duas serpentinas entrelaçadas, cada uma com diâmetro de tubo de 10 mm. Os tubos de parede delgada estão soldados em um bastão sólido com alta condutividade térmica e diâmetro de $D_b = 40$ mm. Uma serpentina transporta o produto farmacêutico com uma velocidade média de $u_f = 0,1$ m/s e uma temperatura de entrada de 25°C, enquanto na segunda serpentina passa água líquida pressurizada com $u_a = 0,12$ m/s e uma temperatura de entrada de 127°C. As serpentinas não entram em contato entre si, mas estão soldadas no bastão de metal, com cada serpentina dando 20 voltas ao redor do bastão. A parte externa do dispositivo é isolada.

(a) Determine a temperatura de saída do produto farmacêutico. Estime as propriedades da água líquida a 380 K.
(b) Investigue a sensibilidade da temperatura de saída do fármaco em relação à velocidade da água pressurizada na faixa $0,10 < u_a < 0,25$ m/s.

Escoamento Interno em Microescala

8.101 Um método extremamente efetivo para resfriar circuitos integrados de silício com elevada massa específica de potência envolve a gravação de microcanais na superfície inferior (sem circuitos) do *chip*. Os canais são fechados por uma cobertura de silício e o resfriamento é feito através da passagem de água pelos canais.

Seja um *chip* com 10 mm × 10 mm de lado no qual foram gravados cinqüenta microcanais retangulares com 10 mm de comprimento, cada um com largura $W = 50$ μm e altura $H = 200$ μm. Considere condições operacionais nas quais água entra em cada microcanal a uma temperatura de 290 K e a uma vazão de 10^{-4} kg/s, enquanto o *chip* e a cobertura se encontram a uma temperatura uniforme de 350 K. Considerando escoamento plenamente desenvolvido nos canais e que todo o calor dissipado pelos circuitos seja transferido para a água, determine a temperatura de saída da água e a potência dissipada pelo *chip*. As propriedades da água podem ser estimadas a 300 K.

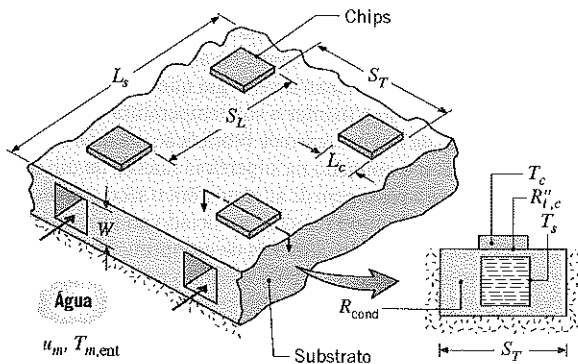
8.102 Considere o arranjo de resfriamento com microcanais do Problema 8.101. Entretanto, ao invés de supor o *chip* inteiro e a cobertura a uma temperatura uniforme, adote uma abordagem mais conservativa (e realística), que especifica uma temperatura de $T_s = 350$ K na base dos canais ($x = 0$) e permite uma diminuição da temperatura com o aumento de x ao longo das paredes laterais de cada canal.

(a) Para as condições operacionais especificadas no Problema 8.101 e uma condutividade térmica do *chip* de $k_{ch} = 140$ W/(m·K), determine a temperatura de saída da água e a dissipação de potência no *chip*. A transferência de calor das laterais do *chip* para a vizinhança e da parede lateral de um canal para a cobertura podem ser desprezadas. Observe que o espaçamento entre os canais, $\delta = S - W$, é o dobro do espaçamento entre a parede lateral de um canal externo e a superfície externa do *chip*. O passo dos canais é $S = L/N$, onde $L = 10$ mm é a largura do *chip* e $N = 50$ é o número dos canais.
(b) A geometria do canal especificada no Problema 8.101 e usada na parte (a) não é otimizada e taxas de transferências de calor maiores podem ser dissipadas através do ajuste de dimensões relacionadas entre si. Considere o efeito da redução do passo até valores de $S = 100$ μm, mantendo a largura de canal de $W = 50$ μm e uma vazão por canal de $\dot{m}_1 = 10^{-4}$ kg/s.

8.103 Devido à sua comparativamente alta condutividade térmica, a água é um fluido com preferência para o resfriamento convectivo. Entretanto, em aplicações envolvendo dispositivos eletrônicos, a água não pode entrar em contato com esses dispositivos, que têm que ser então hermeticamente selados. Para evitar complexidades de projeto e operacionais e para garantir que os dispositivos não sejam deixados inoperantes pelo contato com o refrigerante, um fluido dielétrico é normalmente usado no lugar da água. Muitos gases têm excelentes características dielétricas e, apesar de suas pobres propriedades em relação à transferência de calor, o ar é a escolha comum para o resfriamento de eletrônicos. Contudo, há uma alternativa que envolve a classe dos *líquidos perfluorinados* que são excelentes dielétricos e têm propriedades da transferência de calor superiores às dos gases.

Considere a aplicação do resfriamento de *chip* com microcanais do Problema 8.102, mas agora usando um líquido perfluorinado com as seguintes propriedades: $c_p = 1050$ J/(kg·K), $k = 0,065$ W/(m·K), $\mu = 0,0012$ N·s/m² e $Pr = 15$.
(a) Para dimensões dos canais de $H = 200$ μm, $W = 50$ μm e $S = 200$ μm, uma condutividade térmica do *chip* de $k_{ch} = 140$ W/(m·K) e largura do *chip* de $L = 10$ mm, uma temperatura na base do canal ($x = 0$) de $T_s = 350$ K, uma temperatura na entrada do canal de $T_{m,ent} = 290$ K, e uma vazão

mássica de $\dot{m}_l = 10^{-4}$ kg/s por canal, determine a temperatura de saída do líquido dielétrico e a dissipação de potência no *chip*.

(b) Considere as condições anteriores, mas com o ar com uma vazão de $\dot{m}_l = 10^{-6}$ kg/s sendo usado como refrigerante. Usando propriedades do ar iguais a $c_p = 1007$ J/(kg·K), $k = 0{,}0263$ W/(m·K) e $\mu = 185 \times 10^{-7}$ N·s/m², determine a temperatura de saída do ar e a dissipação de potência no *chip*.

8.104 Um esquema inovador para a dissipação de calor de uma série de circuitos integrados envolve a usinagem de canais de refrigeração no substrato cerâmico, no qual os *chips* são fixados. Os *chips* quadrados ($L_c = 5$ mm) são posicionados em linha acima de cada um dos canais, com passos longitudinal e transversal de $S_L = S_T = 20$ mm. Água escoa através da seção transversal quadrada ($W = 5$ mm) de cada canal com uma velocidade média de $u_m = 1$ m/s e suas propriedades podem ser aproximadas por $\rho = 1000$ kg/m³, $c_p = 4180$ J/(kg·K), $\mu = 855 \times 10^{-6}$ kg/(s·m), $k = 0{,}610$ W/(m·K) e $Pr = 5{,}8$. Simetria na direção transversal obriga a existência de condições equivalentes em cada seção do substrato com comprimento L_s e largura S_T.

(a) Considere um substrato cujo comprimento na direção do escoamento é $L_s = 200$ mm, o que implica um total de $N_L = 10$ *chips* posicionados em linha acima de cada canal de escoamento. Com uma boa aproximação, todo o calor dissipado pelos *chips* acima de um canal pode ser considerado como sendo transferido para a água que escoa através deste canal. Se cada *chip* dissipa 5 W, qual é a elevação na temperatura da água que escoa através do canal?

(b) A resistência de contato entre o *chip* e o substrato é $R''_{t,c} = 0{,}5 \times 10^{-4}$ m²·K/W e a resistência à condução tridimensional na seção do substrato com dimensões $L_s \times S_T$ é $R_{cond} = 0{,}120$ K/W. Se a água entra no substrato a 25°C e o escoamento é plenamente desenvolvido, estime a temperatura dos *chips* T_c e a temperatura na superfície do canal no substrato T_s.

8.105 Um experimento é projetado para estudar a convecção forçada em microescala. Água, a $T_{m,ent} = 300$ K, deve ser aquecida em um tubo de vidro circular e reto com 50 μm de diâmetro interno e espessura de parede de 1 mm. Água morna, a $T_\infty = 350$ K e com $V = 2$ m/s, escoa em escoamento cruzado sobre a superfície externa do tubo. O experimento é projetado para cobrir a faixa operacional $1 \leq Re_D \leq 2000$, onde Re_D é o número de Reynolds associado ao escoamento interno.

(a) Determine o comprimento do tubo L que satisfaz a uma exigência de projeto de que o tubo seja duas vezes mais longo do que o comprimento de entrada associado ao maior número de Reynolds de interesse. Estime as propriedades da água a 305 K.

(b) Determine a temperatura de saída da água, $T_{m,sai}$, que se espera esteja associada a $Re_D = 2000$. Estime as propriedades da água de aquecimento (água em escoamento cruzado sobre o tubo) a 330 K.

(c) Determine a queda de pressão da entrada até a saída do tubo para $Re_D = 2000$.

(d) Com base na vazão mássica e na queda de pressão no tubo calculadas, estime a altura de uma coluna de água (a 300 K) necessária para suprir a pressão necessária na entrada do tubo e o tempo necessário para coletar 0,1 litro de água. Discuta como a temperatura de saída da água que escoa pelo tubo, $T_{m,sai}$, pode ser medida.

8.106 Um experimento é planejado para medir o escoamento de líquidos e taxas de transferência de calor por convecção em microcanais. A vazão mássica através do canal é determinada pela medição da quantidade de líquido que escoou através do canal e a sua divisão pela duração do experimento. A temperatura média do fluido na saída também é medida. Para minimizar o tempo necessário para realizar o experimento (isto é, para coletar uma quantidade suficiente de líquido de tal forma que sua massa e temperatura possam ser medidas de forma precisa), *séries* de microcanais são tipicamente usadas. Considere uma série de microcanais de seção transversal circular, cada um com um diâmetro nominal de 50 μm, perfurados em um bloco de cobre. Os canais têm 20 mm de comprimento e o bloco é mantido a 310 K. Água, a uma temperatura de entrada de 300 K, é forçada para dentro dos canais a partir de um tanque pressurizado, de tal forma que uma diferença de pressões de $2{,}5 \times 10^6$ Pa está presente entre a entrada e a saída de cada canal.

Em muitos sistemas em microescala, as dimensões características são similares às tolerâncias que pode ser controladas durante a fabricação do equipamento experimental. Conseqüentemente, uma cuidadosa consideração dos efeitos das tolerâncias de fabricação tem que ser feita quando interpretando os resultados experimentais.

(a) Seja o caso no qual três microcanais são perfurados no bloco de cobre. Os diâmetros dos canais exibem algum desvio devido às restrições de construção e possuem diâmetros reais de 45 μm, 50 μm e 55 μm, respectivamente. Calcule a vazão mássica em cada um dos três canais, bem como as respectivas temperaturas de saída.

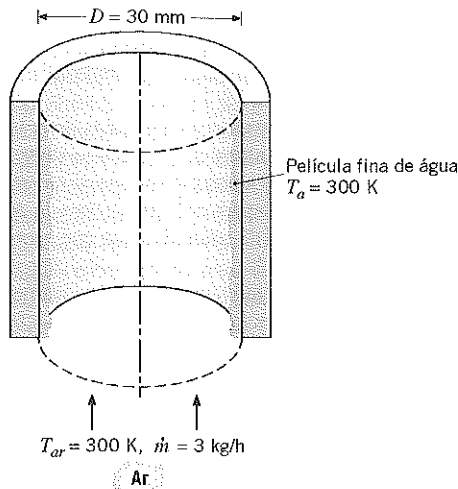
(b) Se a água saindo de cada um dos três canais for coletada e misturada em um único recipiente, calcule a vazão mássica média para os três canais e a temperatura média da água misturada, que é coletada na saída dos três canais.

(c) O experimentalista entusiasmado usa a vazão mássica média e a temperatura de saída média após a mistura para analisar a performance do canal de diâmetro médio (50 μm) e conclui que vazões mássicas e coeficientes de transferência de calor são aumentados e diminuídos, respectivamente, por aproximadamente 5% quando a convecção forçada está presente em microcanais. Comente sobre a validade da conclusão do experimentalista.

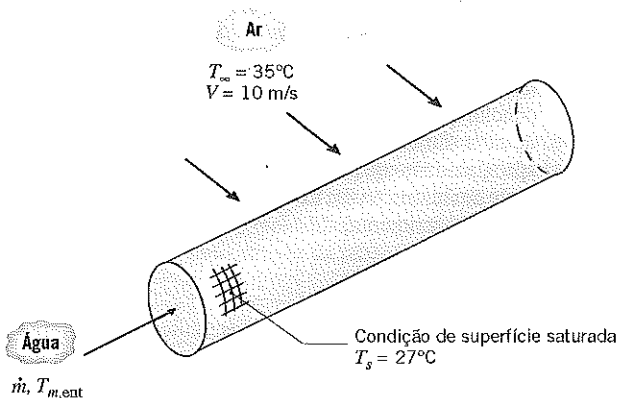
Transferência de Massa

8.107 No processamento de tubos plásticos muito longos, com 2 mm de diâmetro interno, ar escoa no interior do tubo com um número de Reynolds igual a 1000. A camada interior do material plástico evapora para o ar sob condições plenamente desenvolvidas. O plástico e o ar estão a 400 K, e o número de Schmidt para a mistura do vapor do plástico com o ar é igual a 2,0. Determine o coeficiente de transferência de massa por convecção.

8.108 Ar, a 300 K e a uma vazão de 3 kg/h, passa em sentido ascendente através de um tubo de 30 mm, como mostrado na figura. Uma fina película de água, também a 300 K, escoa lentamente em sentido descendente sobre a superfície interna do tubo.

Determine o coeficiente de transferência de massa por convecção nessa situação.

8.109 Qual é o coeficiente de transferência de massa por convecção associado ao escoamento plenamente desenvolvido de ar atmosférico a 27°C e 0,04 kg/s através de um tubo com 50 mm de diâmetro, cuja superfície interna é coberta por uma fina camada de naftaleno? Determine os comprimentos de entrada fluidodinâmico e de concentração.

8.110 Ar, escoando através de um tubo de 75 mm de diâmetro, atravessa uma seção rugosa com 150 mm de comprimento construída com naftaleno, que possui as propriedades $\mathcal{M} = 128{,}16$ kg/mol e $p_{sat}(300K) = 1{,}31 \times 10^{-4}$ bar. O ar está a 1 atm e 300 K, e o número de Reynolds é $Re_D = 35000$. Em um experimento no qual o escoamento foi mantido durante 3 h, a perda de massa por sublimação na superfície rugosa foi de 0,01 kg. Qual é o coeficiente de transferência de massa por convecção associado? Qual seria o coeficiente de transferência de calor por convecção correspondente? Compare esses resultados com aqueles estimados com correlações convencionais para tubos lisos.

8.111 Ar seco, a 35°C e a uma velocidade de 10 m/s, escoa transversalmente a um tubo com parede delgada com 20 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento, que possui um revestimento fibroso que é saturado em água.

Para manter uma temperatura superficial aproximadamente uniforme de 27°C, água a uma vazão e a uma temperatura especificadas escoa pelo interior do tubo.

(a) Considerando os processos de transferência de calor e de massa na superfície externa do tubo, determine a taxa de transferência de calor saindo do tubo.

(b) Para uma vazão de 0,025 kg/s, determine a temperatura de entrada, $T_{m,\text{ent}}$, na qual a água deve ser fornecida ao tubo.

8.112 Considere o escoamento de um gás com massa específica ρ e vazão $\dot{m}$ através de um tubo cuja superfície interna está coberta por um líquido ou um sólido sublimável com concentração de vapor uniforme $\rho_{A,s}$. Deduza a Equação 8.84 para a variação da concentração do vapor média $\rho_{A,m}$ com a distância x a partir da entrada do tubo e a Equação 8.81 para a taxa total de transferência de vapor em um tubo com comprimento L.

8.113 Ar atmosférico, a 25°C e 3×10^{-4} kg/s, escoa através de um tubo circular com 10 mm de diâmetro e 1 m de comprimento, cuja superfície interna se encontra umedecida por uma película de água. Determine a concentração de vapor d'água na saída do tubo, admitindo que o ar na entrada seja seco. Qual é a taxa na qual o vapor é adicionado ao ar?

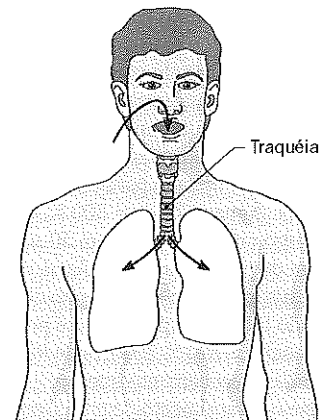
8.114 Ar, a 25°C e 1 atm, encontra-se em escoamento plenamente desenvolvido com uma vazão $\dot{m} = 10^{-3}$ kg/s através de um tubo circular com 10 mm de diâmetro, cuja superfície interna é umedecida com água. Determine o comprimento de tubo necessário para que o vapor d'água no ar atinja 99% do seu valor de saturação. O ar na entrada é seco.

8.115 Um umidificador é formado por um feixe de tubos verticais, cada um com diâmetro de 20 mm, através dos quais ar atmosférico seco é passado em escoamento plenamente desenvolvido a uma vazão de 10^{-3} kg/s e 298 K. A superfície interna dos tubos é molhada com um filme de água. Determine o comprimento dos tubos necessário para que o vapor d'água no ar atinja 99% do seu valor de saturação. Qual é a taxa de energia que deve ser fornecida a cada tubo de modo a manter a sua temperatura em 298 K?

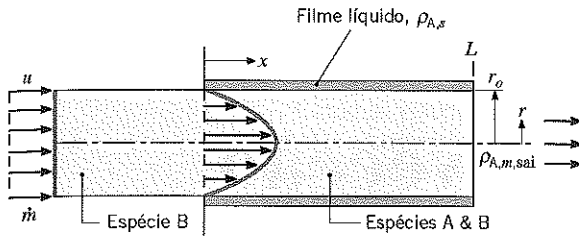
8.116 A etapa final de um processo de fabricação, na qual um revestimento protetor é aplicado na superfície interna de um tubo circular, envolve a passagem de ar atmosférico seco através do tubo para remover o líquido residual associado ao processo. Considere um tubo revestido com 5 m de comprimento e um diâmetro interno de 50 mm. O tubo é mantido a uma temperatura de 300 K e o líquido residual está presente como uma fina película cuja pressão de vapor correspondente é de 15 mm Hg. A massa molar e o coeficiente de difusão do vapor são $\mathcal{M}_A = 70$ kg/kmol e $D_{AB} = 10^{-5}$ m²/s, respectivamente. O ar entra no tubo com uma velocidade média de 0,5 m/s e a uma temperatura de 300 K.

(a) Estime a pressão parcial e a concentração mássica do vapor no ar que sai do tubo.

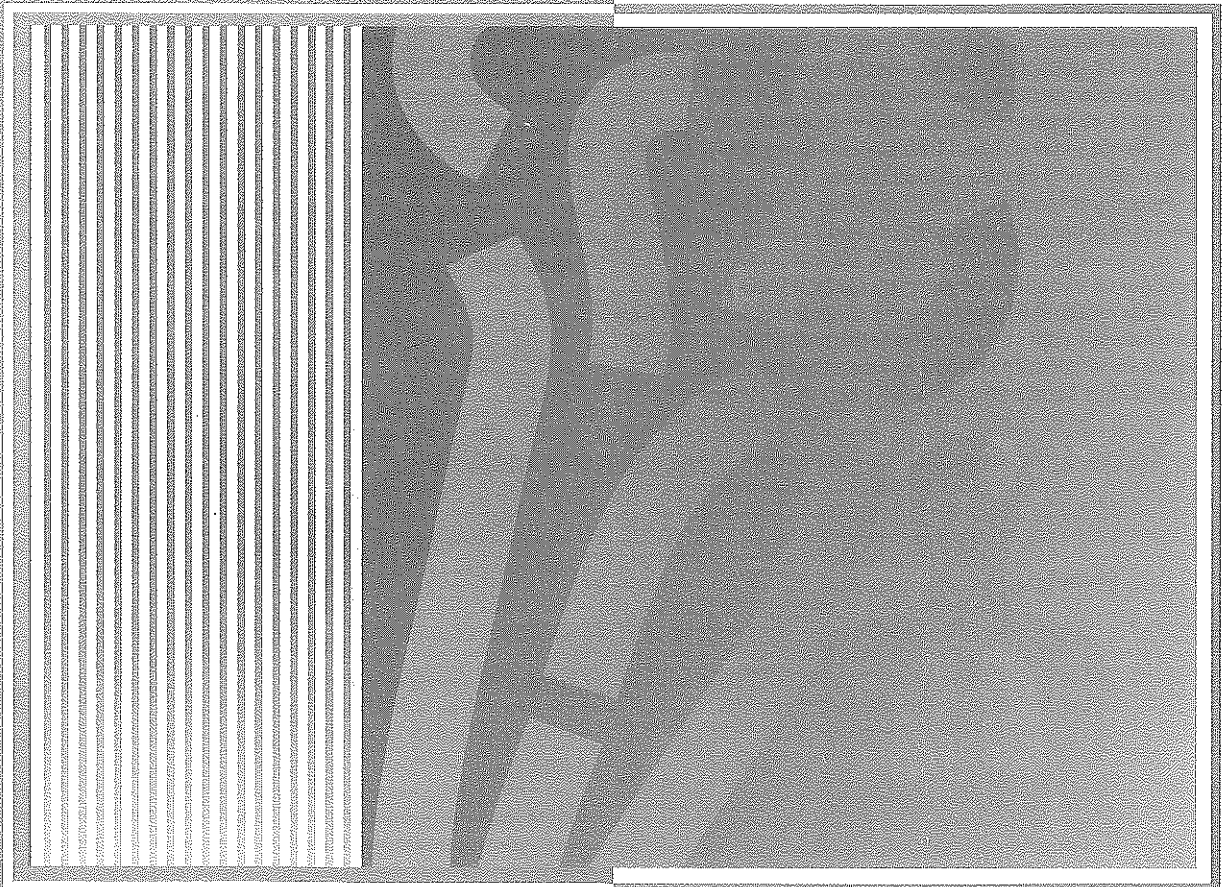
(b) Qual é a taxa de remoção de líquido do tubo em kg/s?

8.117 Ar seco é inalado a uma taxa de 10 litro/min através de uma traquéia com um diâmetro de 20 mm e um comprimento de 125 mm. A superfície interna da traquéia encontra-se na temperatura normal do corpo de 37°C e pode ser considerada saturada de água.

(a) Supondo escoamento plenamente desenvolvido, em regime estacionário, na traquéia, estime o coeficiente convectivo de transferência de massa.

(b) Estime a perda diária de água (litro/dia) associada à evaporação na traquéia.

8.118 Uma operação de transferência de massa é precedida pelo escoamento laminar de uma espécie gasosa B através de um tubo circular suficientemente longo para que se obtenha um perfil de velocidades plenamente desenvolvido. Uma vez atingida a condição plenamente desenvolvida, o gás entra em uma seção do tubo que se encontra molhada com um filme de um líquido (A). Este filme mantém uma concentração do vapor uniforme $\rho_{A,s}$ ao longo de toda a superfície do tubo.

(a) Escreva a equação diferencial e as condições de contorno que governam a distribuição de concentrações mássicas da espécie A, $\rho_A(x,r)$, para $x > 0$.
(b) Qual é a problema análogo a esse na transferência de calor? Com base nesse análogo, escreva uma expressão para o número de Sherwood médio associado à troca de massa ao longo da região $0 \leq x \leq L$.
(c) Partindo da utilização do princípio da conservação de uma espécie em um volume de controle diferencial $\pi r_0^2 dx$, deduza uma expressão (Equação 8.84) que possa ser usada para determinar a concentração mássica média do vapor, $\rho_{A,m,sai}$, em $x = L$.
(d) Considere condições nas quais a espécie B é o ar, a 25°C e 1 atm, e o filme líquido é formado por água, também a 25°C. A vazão mássica é $\dot{m} = 2{,}5 \times 10^{-4}$ kg/s e o diâmetro do tubo é $D = 10$ mm. Qual é a concentração média do vapor na saída do tubo, se $L = 1$ m?

CAPÍTULO 9

Convecção Natural

Em capítulos anteriores analisamos a transferência convectiva em escoamentos de fluidos originados de uma condição *motriz externa*. Por exemplo, o movimento de um fluido pode ser induzido por um ventilador ou uma bomba, ou pode resultar da movimentação de um sólido através do fluido. Na presença de um gradiente de temperatura, irá ocorrer transferência de calor por *convecção forçada*.

Agora analisamos situações nas quais não há velocidade *forçada*, porém existem correntes de convecção no interior do fluido. Tais situações são conhecidas por *convecção livre* ou *natural* e aparecem quando uma *força de corpo* atua sobre um fluido no qual existem *gradientes de massa específica*. O efeito líquido é uma *força de empuxo*, que induz correntes de convecção natural. No caso mais comum, o gradiente de massa específica é devido a um gradiente de temperatura e a força de corpo é devida ao campo gravitacional.

Como as velocidades em escoamentos de convecção natural são em geral muito menores do que aquelas associadas à convecção forçada, as taxas de transferência por convecção correspondentes são também menores. Portanto, talvez seja tentador atribuir menos importância aos processos de convecção natural. Essa tentação deve ser evitada. Em muitos sistemas envolvendo diversos tipos de transferência de calor, a convecção natural fornece a maior resistência à transferência de calor e, conseqüentemente, assume um papel importante no projeto ou no desempenho do sistema. Além disso, quando é desejável minimizar taxas de transferência de calor ou custos operacionais, a convecção natural é freqüentemente preferida à convecção forçada.

Há, obviamente, muitas aplicações. A convecção natural influencia significativamente as temperaturas de operação em dispositivos de geração de potência e eletrônicos. Ela desempenha papel importante em uma ampla série de aplicações de processamento térmico. A convecção natural é importante no estabelecimento de distribuições de temperaturas no interior de edificações e na determinação de perdas de calor ou cargas térmicas em sistemas de aquecimento, ventilação e condicionamento de ambientes. A convecção natural distribui os produtos venenosos da combustão durante incêndios e é relevante para as ciências do meio ambiente, onde é responsável pelos movimentos do oceano e da atmosfera, assim como pelos processos relacionados de transferência de calor e de massa.

Neste capítulo, nossos objetivos são obter um conhecimento das origens físicas e da natureza de escoamentos movidos pelo empuxo e adquirir ferramentas para efetuar cálculos relacionados de transferência de calor.

9.1 *Considerações Físicas*

Na convecção natural, o movimento do fluido é devido às forças de empuxo no seu interior, enquanto na convecção forçada o movimento é imposto externamente. *O empuxo é devido à presença combinada de um gradiente de massa específica no fluido e de uma força de corpo que é proporcional à massa específica.* Na prática, a força de corpo é geralmente *gravitacional*, embora ela possa ser uma força centrífuga em equipamentos onde há rotação de fluidos ou uma força de Coriolis nos movimentos rotacionais na atmosfera e nos oceanos. Existem também várias formas nas quais um gradiente de massa específica pode aparecer em um fluido, mas, no caso mais usual, ele é devido à presença de um gradiente de temperatura. Sabemos que a massa específica de gases e de líquidos depende da temperatura, geralmente diminuindo (devido à expansão do fluido) com o aumento da temperatura ($\partial\rho/\partial T < 0$).

Neste texto, concentramos a nossa atenção em problemas de convecção natural nos quais o gradiente de massa específica é devido a um gradiente de temperatura e a força de corpo é gravitacional. Contudo, a presença de um gradiente de massa específica em um fluido em um campo gravitacional não assegura a existência de correntes de convecção natural. Considere as condições da Figura 9.1. Um fluido está confinado por duas grandes placas horizontais a diferentes temperaturas ($T_1 \neq T_2$). No caso *a*, a temperatura da placa inferior é maior do que a temperatura da placa superior, e a massa específica diminui no sentido da força gravitacional. Se a diferença de temperaturas é superior a um valor crítico, as condições são *instáveis* e as forças de empuxo são capazes de superar a influência retardadora das forças viscosas. A força gravitacional no fluido mais denso nas camadas superiores excede aquela que atua no fluido mais leve nas camadas inferiores e um certo padrão de circulação irá existir. O fluido mais pesado irá descer, sendo aquecido durante o processo, enquanto o fluido mais leve irá subir, resfriando-se à medida que se desloca. Entretanto, essa condição não caracteriza o caso *b*, no qual $T_1 > T_2$, e a massa específica não mais diminui no sentido da força gravitacional. As condições agora são *estáveis* e não há movimento global no fluido. No caso *a*, a transferência de calor ocorre por convecção natural ou livre da superfície inferior para a superfície superior: no caso *b*, a transferência de calor (do topo para a base) se dá por condução.

Escoamentos de convecção natural podem ser classificados de acordo com o fato de estarem ou não limitados por uma superfície. Na ausência de uma superfície adjacente, podem ocor-

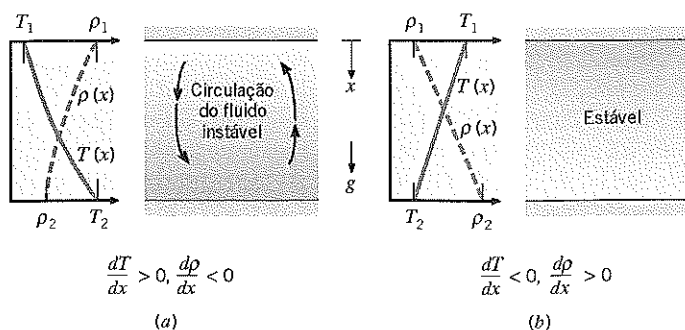



FIGURA 9.1 Condições em um fluido entre grandes placas horizontais a diferentes temperaturas. (*a*) Gradiente de temperatura instável. (*b*) Gradiente de temperatura estável.

FIGURA 9.3 Desenvolvimento da camada-limite sobre uma placa vertical aquecida.

rer *escoamentos de fronteiras livres* na forma de uma *pluma* ou de um *jato livre* (Figura 9.2). Uma pluma está associada à ascensão de um fluido originada em um objeto aquecido nele submerso. Considere o fio aquecido da Figura 9.2*a*, que está imerso em um fluido *extenso e quiescente*.[1] O fluido aquecido pelo fio ascende devido às forças de empuxo, arrastando fluido da região quiescente. Embora a largura da pluma aumente com a distância do fio, a pluma tende finalmente a se dissipar como resultado dos efeitos viscosos e de uma redução na força de empuxo causada pelo resfriamento do fluido na pluma. A diferença entre uma pluma e um jato livre é feita geralmente com base na velocidade *inicial* do fluido. Essa velocidade é zero para a pluma, mas diferente de zero no jato livre. A Figura 9.2*b* mostra um fluido aquecido sendo descarregado como um jato horizontal no interior de um meio quiescente que se encontra a uma temperatura mais baixa. O movimento vertical que o jato começa a adquirir é devido à força de empuxo. Tal condição acontece quando água quente do condensador de uma central de potência é descarregada no interior de um reservatório contendo água mais fria. Escoamentos de fronteiras livres são discutidos com certo grau de detalhamento por Jaluria [1] e por Gebhart et al. [2].

Neste texto nos concentramos nos escoamentos de convecção natural limitados por uma superfície e um exemplo clássico desse tipo de escoamento é o desenvolvimento de uma camada-limite em uma placa vertical aquecida (Figura 9.3). A placa encontra-se imersa em um fluido extenso quiescente e, com $T_s > T_\infty$, o fluido próximo à placa é menos denso do que o fluido dela afastado. Conseqüentemente, as forças de empuxo induzem uma camada-limite de convecção natural na qual o fluido aquecido ascende verticalmente, arrastando fluido da região quiescente. A distribuição de velocidades resultante é diferente da associada às camadas-limite de convecção forçada. Em particular, a velocidade é zero quando $y \to \infty$, bem como em $y = 0$. Uma camada-limite de convecção natural também se desenvolve se $T_s < T_\infty$. Nesse caso, contudo, o movimento do fluido é descendente.

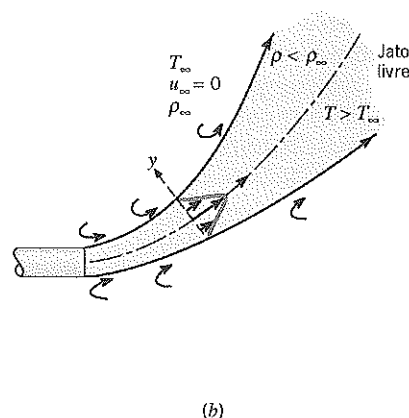



FIGURA 9.2 Escoamentos de camada-limite natural movidos por empuxo em um meio extenso quiescente. (*a*) Formação de pluma acima de um fio aquecido. (*b*) Jato livre associado a uma descarga aquecida.

[1]Um meio extenso é, em princípio, um meio infinito. Como um fluido quiescente é um fluido que, a menos do que ocorre perto do fio, está em repouso, a velocidade do fluido longe do fio aquecido é zero.

9.2 As Equações da Convecção Natural

Como para a convecção forçada, as equações que descrevem as transferências de momento e de energia na convecção natural são originadas nos princípios de conservação correspondentes. Além disso, os processos específicos são muito semelhantes aos que dominam a convecção forçada. As forças inerciais e viscosas permanecem importantes, assim como as transferências de energia por advecção e difusão. A diferença entre os dois escoamentos é que, na convecção natural, as forças de empuxo desempenham um papel importante. São essas forças que, na realidade, sustentam o escoamento.

Considere um escoamento de camada-limite laminar (Figura 9.3) que seja movido por forças de empuxo. Admita condições bidimensionais, estacionárias e com propriedades constantes, nas quais a força da gravidade atua no sentido negativo da direção x. Também, com uma exceção, considere o fluido incompressível. A exceção envolve levar em conta o efeito da massa específica variável na força de empuxo, uma vez que é essa variação que induz o movimento do fluido. Finalmente, suponha que as aproximações de camada-limite são válidas.

Com as simplificações anteriores, a equação do momento na direção x (Equação D.2) se reduz à equação da camada-limite (Equação 6.28), exceto pelo fato de que o termo X da força de corpo é mantido. Se a única contribuição para essa força for dada pela gravidade, a força de corpo por unidade de volume é $X = -\rho g$, onde g é a aceleração local devida à gravidade. A forma apropriada da equação do momento na direção x é, então,

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp_\infty}{dx} - g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.1}$$

onde dp_∞/dx é o gradiente de pressão na corrente livre na região quiescente *fora* da camada-limite. Nessa região, $u = 0$ e a Equação 9.1 se reduz a

$$\frac{dp_\infty}{dx} = -\rho_\infty g \tag{9.2}$$

Substituindo a Equação 9.2 na Equação 9.1, obtemos a expressão a seguir:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\,(\Delta\rho/\rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.3}$$

onde $\Delta\rho = \rho_\infty - \rho$. Essa expressão é válida em todo ponto na camada-limite de convecção natural.

A primeira parcela do lado direito da Equação 9.3 é a força de empuxo e o escoamento é gerado em função de a massa específica ρ ser variável. Se a variação de massa específica for somente devida à variação de temperatura, essa parcela pode ser relacionada a uma propriedade do fluido conhecida como o *coeficiente de expansão volumétrica térmica*

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p \tag{9.4}$$

Essa propriedade *termodinâmica* do fluido fornece uma medida da variação da massa específica em resposta a uma mudança na temperatura, a pressão constante. Se ela for escrita na seguinte forma aproximada,

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$$

tem-se que

$$(\rho_\infty - \rho) \approx \rho\beta(T - T_\infty)$$

Essa simplificação é conhecida como *aproximação de Boussinesq* e, com a sua substituição na Equação 9.3, a equação do momento na direção x se torna

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\,\beta\,(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.5}$$

onde agora fica aparente como a força de empuxo, que movimenta o escoamento, está relacionada à diferença de temperaturas.

Como os efeitos do empuxo estão restritos à equação do momento, as equações para a conservação de massa e de energia permanecem sem alterações em relação à convecção forçada. As Equações 6.27 e 6.29 podem, então, ser usadas para completar a formulação do problema. O conjunto de equações que governam a convecção natural é, então,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{9.6}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.7}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{9.8}$$

Note que a dissipação viscosa foi desprezada na equação da energia, Equação 9.8, uma hipótese certamente razoável para as baixas velocidades associadas à convecção natural. Matematicamente, o surgimento do termo relacionado ao empuxo na Equação 9.7 complica a questão. Não é mais possível que o problema fluidodinâmico, dado pelas Equações 9.6 e 9.7, seja desacoplado e resolvido sem o problema térmico, dado pela Equação 9.8. A solução da equação do momento depende do conhecimento de T, e assim da solução da equação da energia. Conseqüentemente, as Equações 9.6 a 9.8 são fortemente acopladas e devem ser resolvidas simultaneamente.

Os efeitos de convecção natural dependem, obviamente, do coeficiente de expansão β. A forma pela qual β é obtido depende do fluido. Para um gás ideal $\rho = p/RT$ e

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho}\frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T} \tag{9.9}$$

onde T é a temperatura *absoluta*. Para líquidos e gases não-ideais, β deve ser obtido em tabelas de propriedades apropriadas (Apêndice A).

9.3
Considerações de Similaridade

Agora vamos analisar os parâmetros adimensionais que governam o escoamento e a transferência de calor na convecção natural. Como para a convecção forçada (Capítulo 6), os parâmetros podem ser obtidos pela adimensionalização das equações que governam o processo. Definindo

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$u^* \equiv \frac{u}{u_0} \qquad v^* \equiv \frac{v}{u_0} \qquad T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

onde L é um comprimento característico e u_0 uma velocidade de referência *arbitrária*,[2] as equações do momento na direção x e da energia (Equações 9.7 e 9.8) se reduzem a

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta\,(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (9.10)$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \quad (9.11)$$

O parâmetro adimensional na primeira parcela do lado direito da Equação 9.10 é uma conseqüência direta da força de empuxo. Como a velocidade de referência u_0 é arbitrária, ela pode ser escolhida para simplificar a forma da equação. É conveniente escolher $u_0^2 = g\beta\,(T_s - T_\infty)L$, de tal forma que o termo multiplicando T^* se torna unitário. Então, Re_L se torna $[g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu^2]^{1/2}$. Costuma-se definir o *número de Grashof* Gr_L como o quadrado deste número de Reynolds:

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad (9.12)$$

Como um resultado, Re_L nas Equações 9.10 e 9.11 é substituído por $Gr_L^{1/2}$ e vemos que o número de Grashof (ou, mais precisamente, $Gr_L^{1/2}$) desempenha na convecção natural o mesmo papel que o número de Reynolds desempenha na convecção forçada. Com base na forma resultante das Equações 9.10 e 9.11, esperamos correlações para a transferência de calor com a forma $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$ na convecção natural. Lembre-se de que o *número de Reynolds* fornece uma medida da *razão entre as forças inerciais e as forças viscosas* que atuam sobre um elemento do fluido. Por sua vez, o *número de Grashof* é uma medida da *razão entre a força de empuxo e as forças viscosas* que atuam no fluido.

Quando os efeitos da convecção forçada e da convecção natural são comparáveis, a situação é mais complexa. Por exemplo, considere a camada-limite da Figura 9.3, mas com uma velocidade na corrente livre diferente de zero, u_∞. Nesse caso, é mais conveniente escolher a velocidade característica como u_∞ (de tal forma que a condição de contorno de corrente livre para a velocidade adimensional, u^*, é simplesmente $u^*(y^* \to \infty) \to 1$). Então o termo de T^* na Equação 9.10 será multiplicado por Gr_L/Re_L^2 e as expressões resultantes para o número de Nusselt terão a forma $Nu_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$. Em geral, os efeitos combinados das convecções natural e forçada têm que ser considerados quando $Gr_L/Re_L^2 \approx 1$. Se a desigualdade $Gr_L/Re_L^2 \ll 1$ é satisfeita, os efeitos da convecção natural podem ser desprezados e $Nu_L = f(Re_L, Pr)$. Ao contrário, se $Gr_L/Re_L^2 \gg 1$, os efeitos da convecção forçada podem ser desprezados e $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$, como indicado no parágrafo anterior para convecção natural pura.

9.4
Convecção Natural Laminar sobre uma Superfície Vertical

Numerosas soluções para as equações de camada-limite da convecção natural em regime laminar foram obtidas, e em caso especial que recebeu muita atenção envolve a convecção natural em uma superfície vertical isotérmica em um meio extenso quiescente (Figura 9.3). Nessa geometria, as Equações 9.6 a 9.8 devem ser resolvidas sujeitas a condições de contorno na forma[3]

$$y = 0: \qquad u = v = 0 \qquad T = T_s$$

$$y \to \infty: \qquad u \to 0 \qquad T \to T_\infty$$

Uma solução por similaridade para o problema anterior foi obtida por Ostrach [3]. A solução envolve uma transformação de variáveis com a introdução de um *parâmetro de similaridade* que tem a forma

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \quad (9.13)$$

e a representação dos componentes da velocidade em termos de uma função corrente definida como

$$\psi(x,y) \equiv f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \quad (9.14)$$

Com a definição anterior para a função corrente, o componente da velocidade na direção x pode ser expresso por

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial y} = 4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} f'(\eta)\frac{1}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}$$

$$= \frac{2\nu}{x} Gr_x^{1/2} f'(\eta) \quad (9.15)$$

[2] Como as condições na corrente livre são quiescentes na convecção natural, não há velocidade externa apropriada para referência (V ou V_∞) como na convecção forçada.

[3] As aproximações de camada-limite são consideradas ao se usar as Equações 9.6 a 9.8. Contudo, as aproximações somente são válidas para $(Gr_x Pr) \gtrsim 10^4$. Abaixo desse valor (próximo à aresta frontal), a espessura da camada-limite é muito grande em comparação ao comprimento característico x para garantir a validade das aproximações.

onde a linha nas grandezas indica a diferenciação em relação a η. Assim, $f'(\eta) \equiv df/d\eta$. Determinando o componente y da velocidade, $v = -\partial\psi/\partial x$, de maneira análoga e definindo uma temperatura adimensional

$$T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \tag{9.16}$$

as três equações diferenciais parciais originais (Equações 9.6 a 9.8) podem, então, ser reduzidas a duas equações diferenciais ordinárias nas formas

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \tag{9.17}$$

$$T^{*''} + 3PrfT^{*'} = 0 \tag{9.18}$$

onde f e T^* são funções apenas de η e as linhas duplas e triplas se referem, respectivamente, à segunda e à terceira derivada em relação a η. Note que f é a variável dependente chave na camada-limite de velocidade e que a equação da continuidade (Equação 9.6) é satisfeita automaticamente pela definição da função corrente.

As condições de contorno transformadas, necessárias para a solução das equações do momento e da energia (Equações 9.17 e 9.18), têm as formas

$$\eta = 0: \qquad f = f' = 0 \qquad T^* = 1$$

$$\eta \to \infty: \qquad f' \to 0 \qquad T^* \to 0$$

Uma solução numérica foi obtida por Ostrach [3] e resultados selecionados são mostrados na Figura 9.4. Note que o componente da velocidade da direção x, u, pode ser facilmente obtido na Figura 9.4*a*, utilizando a Equação 9.15. Note também que, pela definição do parâmetro de similaridade η, a Figura 9.4 pode ser usada para obter os valores de u e T para quaisquer valores de x e y.

A Figura 9.4*b* também pode ser usada para inferir a forma apropriada da correlação de transferência de calor. Usando a lei do resfriamento de Newton para o coeficiente convectivo local h, o número de Nusselt local pode ser representado por

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q_s''/(T_s - T_\infty)]x}{k}$$

Usando a lei de Fourier para obter q_s'' e expressando o gradiente de temperatura na superfície em termos de η, Equação 9.13, e de T^*, Equação 9.16, tem-se que

$$q_s'' = -k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\frac{k}{x}(T_s - T_\infty)\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\bigg|_{\eta=0}$$

Donde

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\bigg|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \tag{9.19}$$

que confirma que o gradiente de temperatura adimensional na superfície é uma função do número de Prandtl $g(Pr)$. Essa dependência fica evidente na Figura 9.4*b* e foi determinada numericamente para valores selecionados de Pr[3]. Os resultados foram correlacionados, com precisão de até 0,5%, por uma fórmula de interpolação na forma [4]

$$g(Pr) = \frac{0{,}75Pr^{1/2}}{(0{,}609 + 1{,}221Pr^{1/2} + 1{,}238Pr)^{1/4}} \tag{9.20}$$

que se aplica para $0 \le Pr \le \infty$.

Usando a Equação 9.19 para o coeficiente convectivo local e substituindo o número de Grashof local,

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

o coeficiente convectivo médio em uma superfície de comprimento L é, então,

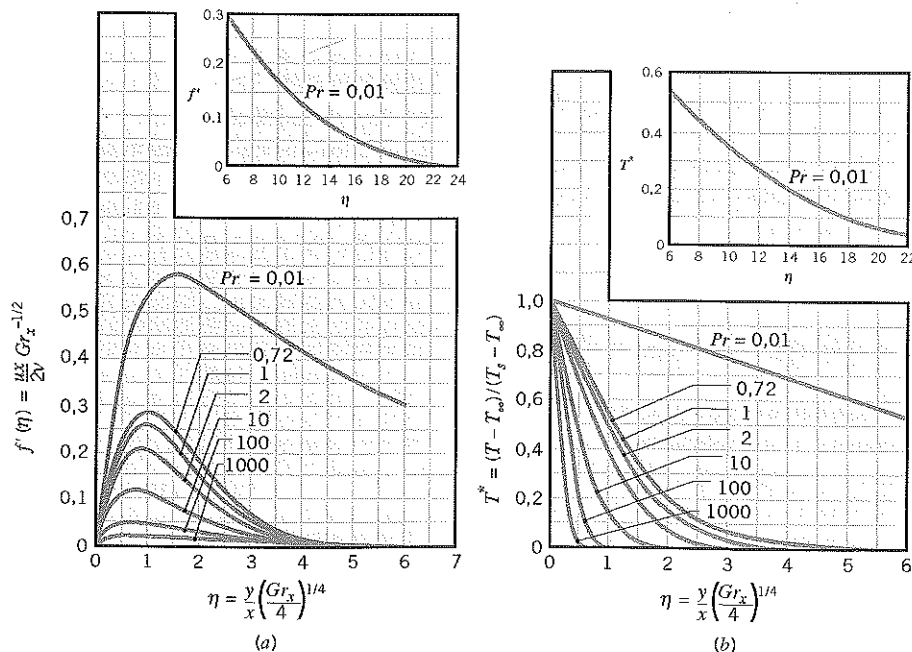



FIGURA 9.4 Condições de camada-limite de convecção natural laminar sobre uma superfície isotérmica vertical. (*a*) Perfis de velocidades. (*b*) Perfis de temperaturas [3].

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h\,dx = \frac{k}{L}\left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)}{4\nu^2}\right]^{1/4} g(Pr)\int_0^L \frac{dx}{x^{1/4}}$$

Integrando, tem-se que

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_L}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \qquad (9.21)$$

ou, substituindo a Equação 9.19, com $x = L$,

$$\overline{Nu}_L = \tfrac{4}{3}\,Nu_L \qquad (9.22)$$

Os resultados anteriores se aplicam tanto para $T_s > T_\infty$ quanto para $T_s < T_\infty$. Se $T_s < T_\infty$, as condições são invertidas em relação àquelas da Figura 9.3. A aresta frontal é no topo da placa e o sentido positivo do eixo x é definido no sentido da força da gravidade.

9.5 *Os Efeitos da Turbulência*

É importante observar que as camadas-limite de convecção natural não estão restritas ao escoamento laminar. Como na convecção forçada, *instabilidades fluidodinâmicas* podem aparecer. Isto é, distúrbios no escoamento podem ser amplificados, levando à transição de escoamento laminar para turbulento. Esse processo é mostrado esquematicamente na Figura 9.5 em uma placa vertical aquecida.

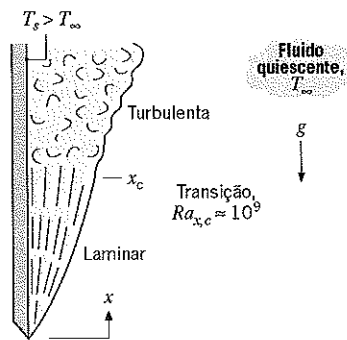



FIGURA 9.5 Transição na camada-limite de convecção natural em uma placa vertical.

A transição na camada-limite de convecção natural depende da magnitude relativa das forças de empuxo e das forças viscosas no fluido. É comum correlacionar a sua ocorrência em termos do *número de Rayleigh*, que é simplesmente o produto dos números de Grashof e de Prandtl. Para placas verticais, o número de Rayleigh crítico é

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c}Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu\alpha} \approx 10^9 \qquad (9.23)$$

Uma extensa discussão dos efeitos de estabilidade e da transição é apresentada por Gebhart et al. [2].

Como na convecção forçada, a transição para o regime turbulento tem um grande efeito sobre a transferência de calor. Dessa forma, os resultados da seção anterior se aplicam somente se $Ra_L \lesssim 10^9$. Para obter correlações apropriadas para o escoamento turbulento, a ênfase é voltada para resultados experimentais.

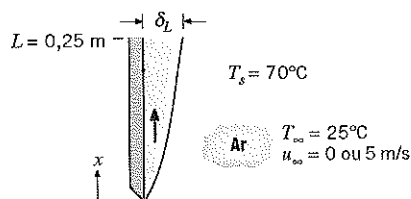
EXEMPLO 9.1

Seja uma placa vertical com 0,25 m de comprimento que está a 70°C. A placa está suspensa em ar a uma temperatura de 25°C. Estime a espessura da camada-limite na aresta de saída da placa se o ar estiver quiescente. Como essa espessura se compara a que existiria caso o ar estivesse escoando sobre a placa com uma velocidade na corrente livre de 5 m/s?

SOLUÇÃO

Dados: Placa vertical em ar quiescente a uma temperatura mais baixa.

Achar: Espessura da camada-limite na aresta de saída. Comparar com a espessura correspondente a uma velocidade do ar de 5 m/s.

Esquema:

Considerações:

1. Propriedades constantes.
2. Efeitos do empuxo desprezíveis quando $u = 5$ m/s.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_f = 320,5$ K): $\nu = 17,95 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0,7$, $\beta = T_f^{-1} = 3,12 \times 10^{-3}$ K^{-1}.

Análise: Para o ar quiescente, a Equação 9.12 fornece

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

$$= \frac{9,8\text{ m/s}^2 \times (3,12 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1})(70 - 25)\text{°C}(0,25\text{ m})^3}{(17,95 \times 10^{-6}\text{ m}^2\text{/s})^2}$$

$$= 6,69 \times 10^7$$

Dessa forma, $Ra_L = Gr_L Pr = 4,68 \times 10^7$ e, da Equação 9.23, a camada-limite de convecção natural é laminar. A análise da Seção 9.4 é, portanto, aplicável. Dos resultados da Figura 9.4, tem-se que, para $Pr = 0,7$, $\eta \approx 6,0$ na extremidade da camada-limite, isto é, em $y = \delta$. Assim,

$$\delta_L \approx \frac{6L}{(Gr_L/4)^{1/4}} = \frac{6(0{,}25\ \text{m})}{(1{,}67 \times 10^7)^{1/4}} = 0{,}024\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Para o escoamento de ar a $u_\infty = 5$ m/s,

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{(5\ \text{m/s}) \times 0{,}25\ \text{m}}{17{,}95 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 6{,}97 \times 10^4$$

e a camada-limite é laminar. Assim, da Equação 7.19,

$$\delta_L \approx \frac{5L}{Re_L^{1/2}} = \frac{5(0{,}25\ \text{m})}{(6{,}97 \times 10^4)^{1/2}} = 0{,}0047\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. As espessuras das camadas-limite são tipicamente maiores na convecção natural do que na convecção forçada.
2. $(Gr_L/Re_L^2) = 0{,}014 \ll 1$, e a hipótese de efeitos do empuxo desprezíveis para $u_\infty = 5$ m/s está justificada.

9.6 Correlações Empíricas: Convecção Natural em Escoamentos Externos

Nesta seção resumimos correlações empíricas que foram desenvolvidas para geometrias *imersas* mais comuns (escoamentos externos). As correlações são adequadas para a maioria dos cálculos de engenharia e têm, em geral, a forma

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = C\, Ra_L^n \tag{9.24}$$

onde o número de Rayleigh,

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \tag{9.25}$$

está baseado no comprimento característico da geometria, L. Tipicamente, $n = 1/4$ e $n = 1/3$ para escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente. Para o escoamento turbulento tem-se, então, que $\bar{h}_L$ é independente de L. Note que todas as propriedades são estimadas na temperatura do filme, $T_f \equiv (T_s + T_\infty)/2$.

9.6.1 A Placa Vertical

Expressões com a forma dada pela Equação 9.24 foram desenvolvidas para a placa vertical [5-7]. Para o escoamento laminar ($10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^9$), $C = 0{,}59$ e $n = 1/4$, e para o escoamento turbulento ($10^9 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{13}$), $C = 0{,}10$ e $n = 1/3$. Uma correlação que pode ser aplicada ao longo de *todo* o intervalo de Ra_L foi recomendada por Churchill e Chu [8] e tem a forma

$$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \tag{9.26}$$

Embora a Equação 9.26 seja adequada para a maioria dos cálculos de engenharia, uma precisão ligeiramente superior pode ser obtida, para o escoamento laminar, usando [8]

$$\overline{Nu}_L = 0{,}68 + \frac{0{,}670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad Ra_L \lesssim 10^9 \tag{9.27}$$

Quando o número de Rayleigh é moderadamente alto, a segunda parcela do lado direito das Equações 9.26 e 9.27 domina e as correlações têm a mesma forma da Equação 9.24, exceto pelo fato da constante C ser substituída por uma função de Pr. A Equação 9.27 está, então, em excelente concordância quantitativa com a solução analítica dada pelas Equações 9.21 e 9.20. Por outro lado, quando o número de Rayleigh é pequeno, a primeira parcela no lado direito das Equações 9.26 e 9.27 domina, e as equações fornecem o mesmo comportamento, pois $0{,}825^2 \approx 0{,}68$. A presença de constantes para o limite nas Equações 9.26 e 9.27 levam em conta que, para pequenos números de Rayleigh, a hipótese de camada-limite se torna inválida e a condução paralela à placa é importante.

É importante reconhecer que os resultados anteriores foram obtidos para uma placa isotérmica (T_s constante). No entanto, se a condição superficial for de fluxo térmico uniforme (q_s'' constante), a diferença de temperaturas ($T_s - T_\infty$) irá variar com x, aumentando a partir de um valor igual a zero na aresta frontal. Um procedimento aproximado para determinar essa variação pode se basear em resultados [8, 9] que mostram que correlações obtidas para $\overline{Nu}_L$ em placas isotérmicas ainda podem ser usadas, com uma excelente aproximação, se $\overline{Nu}_L$ e Ra_L forem definidos em termos da diferença de temperaturas no ponto intermediário da placa, $\Delta T_{L/2} = T_s(L/2) - T_\infty$. Assim, com $\bar{h} \equiv q_s''/\Delta T_{L/2}$, uma correlação tal como a Equação 9.27 poderia ser usada para determinar $\Delta T_{L/2}$ (por exemplo, usando uma técnica de tentativa e erro) e, portanto, a temperatura da superfície no ponto intermediário da placa, $T_s(L/2)$. Se for considerado que $Nu_x \propto Ra_x^{1/4}$ em toda a extensão da placa, tem-se que

$$\frac{q_s'' x}{k\,\Delta T} \propto \Delta T^{1/4} x^{3/4}$$

ou

$$\Delta T \propto x^{1/5}$$

Assim, a diferença de temperaturas em qualquer x é

$$\Delta T_x \approx \frac{x^{1/5}}{(L/2)^{1/5}} \Delta T_{L/2} = 1{,}15 \left(\frac{x}{L}\right)^{1/5} \Delta T_{L/2} \tag{9.28}$$

Uma discussão mais detalhada de resultados para fluxo térmico constante é apresentada por Churchill [10].

Os resultados anteriores também podem ser utilizados em cilindros *verticais* com altura L, se a espessura da camada-limite δ for muito menor do que o diâmetro do cilindro D. Sabe-se que essa condição é satisfeita [11] quando

$$\frac{D}{L} \gtrsim \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

Cebeci [12] e Minkowycz e Sparrow [13] apresentam resultados para cilindros verticais finos que não satisfazem a essa condição, nos quais a curvatura transversal influencia o desenvolvimento da camada-limite e intensifica a taxa de transferência de calor.

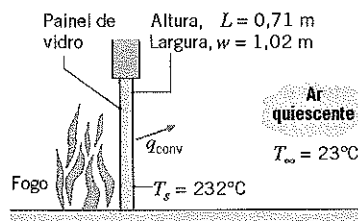
Exemplo 9.2

Um anteparo de vidro, usado em frente a uma lareira para reduzir o arraste do ar ambiente através da chaminé, possui uma altura de 0,71 m e uma largura de 1,02 m, e atinge uma temperatura de 232°C. Se a temperatura da sala é de 23°C, estime a taxa de transferência de calor por convecção da lareira para a sala.

Solução

Dados: Tela de vidro localizada na entrada de uma lareira.

Achar: Transferência de calor por convecção entre a tela e o ar da sala.

Esquema:

Considerações:

1. Tela a uma temperatura uniforme T_s.
2. Ar na sala quiescente.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_f = 400$ K): $k = 33{,}8 \times 10^{-3}$ W/(m·K), $\nu = 26{,}4 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 38{,}3 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0{,}690$; $\beta = (1/T_f) = 0{,}0025$ K^{-1}.

Análise: A taxa de transferência de calor por convecção natural do anteparo para a sala é dada pela lei do resfriamento de Newton,

$$q = \bar{h}A_s(T_s - T_\infty)$$

onde $\bar{h}$ pode ser obtido com o conhecimento do número de Rayleigh. Usando a Equação 9.25,

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\alpha\nu}$$

$$= \frac{9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 1/400\ \text{K}\,(232-23)°\text{C} \times (0{,}71\ \text{m})^3}{38{,}3 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 26{,}4 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 1{,}813 \times 10^9$$

e, da Equação 9.23, tem-se que há transição para o regime turbulento sobre o anteparo. A correlação apropriada é, então, dada pela Equação 9.26,

$$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387(1{,}813 \times 10^9)^{1/6}}{[1 + (0{,}492/0{,}690)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 147$$

Donde

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L \cdot k}{L} = \frac{147 \times 33{,}8 \times 10^{-3}\ \text{W/(m·K)}}{0{,}71\ \text{m}} = 7{,}0\ \text{W/(m}^2\text{·K)}$$

e

$$q = 7{,}0\ \text{W/(m}^2\text{·K)}(1{,}02 \times 0{,}71)\text{m}^2\,(232 - 23)°\text{C} = 1060\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Comentários:

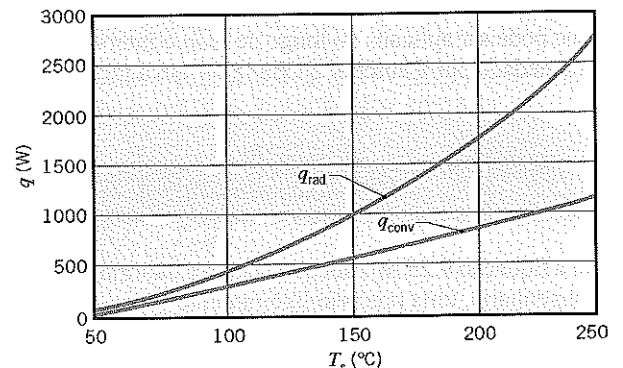
1. Os efeitos da transferência de calor por radiação são freqüentemente significativos em relação à convecção natural. Usando a Equação 1.7 e admitindo que $\varepsilon = 1{,}0$ para a superfície do vidro e $T_{viz} = 23°$C, a taxa líquida de transferência de calor por radiação entre o vidro e a vizinhança é

$$q_{rad} = \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4)$$

$$q_{rad} = 1(1{,}02 \times 0{,}71)\text{m}^2 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\text{·K}^4)(505^4 - 296^4)\text{K}^4$$

$$q_{rad} = 2355\ \text{W}$$

Dessa forma, nesse exemplo, a transferência de calor por radiação é superior à taxa de transferência de calor por convecção natural por um fator maior do que 2.

2. Os efeitos da radiação e da convecção natural na transferência de calor saindo do vidro dependem fortemente de sua temperatura. Com $q \propto T_s^4$ para a radiação e $q \propto T_s^n$ para a convecção natural, com $1{,}25 < n < 1{,}33$, esperamos que a influência relativa da radiação aumente com o aumento da temperatura. Esse comportamento é revelado pelo cálculo e representação gráfica das taxas de transferência de calor em função da temperatura no intervalo $50 \leq T_s \leq 250°$C.

Para cada valor de T_s usado para gerar os resultados anteriores para a convecção natural, as propriedades do ar foram determinadas no valor correspondente de T_f.

9.6.2 Placas Inclinadas e Horizontais

Em uma placa vertical, aquecida (ou resfriada) em relação a um fluido ambiente, a placa está alinhada com o vetor gravitacional e a força de empuxo atua exclusivamente para induzir movimento do fluido no sentido ascendente (ou descendente). Contudo, se a placa estiver inclinada em relação à gravidade, a força de empuxo possui um componente normal e um paralelo à superfície da placa. Com a redução na força de empuxo paralela à superfície, há uma redução nas velocidades do fluido ao longo da placa, e pode-se esperar o acompanhamento de uma redução na transferência de calor por convecção. Na realidade, a existência de tal redução na taxa de transferência de calor depende se o interesse está voltado para a transferência de calor na superfície superior ou na superfície inferior da placa.

Como mostrado na Figura 9.6*a*, se a placa estiver resfriada, o componente y da força de empuxo, que é normal à placa, atua na manutenção do escoamento descendente na camada-limite em contato com a superfície superior da placa. Como o componente x da aceleração da gravidade é reduzido para $g \cos \theta$, as velocidades do fluido ao longo da placa são reduzidas e há uma conseqüente redução na transferência de calor por convecção na superfície superior da placa. Entretanto, na superfície inferior, o componente y da força de empuxo atua afastando o fluido da superfície e o desenvolvimento da camada-limite é interrompido pelo descarregamento de porções de fluido frio oriundas da região próxima à superfície (Figura 9.6*a*). O escoamento resultante é tridimensional, e, como é mostrado por outra vista (na direção do eixo z) na Figura 9.6*b*, o fluido frio oriundo da proximidade da superfície inferior é continuamente substituído pelo fluido do ambiente, mais quente. O deslocamento do fluido mais frio da camada-limite pelo fluido ambiente mais quente e a conseqüente redução na espessura da camada-limite térmica agem para aumentar a transferência de calor convectiva na superfície inferior. Na realidade, a intensificação da transferência de calor devida ao escoamento tridimensional tipicamente excede a redução associada à diminuição no componente de g na direção x, e o efeito combinado é o aumento da transferência de calor na superfície inferior. Tendências similares caracterizam uma placa aquecida (Figura 9.6 *c*, *d*) e o escoamento tridimensional está agora associado à superfície superior, a partir da qual porções do fluido mais quente são descarregadas. Tais escoamentos foram observados por diversos pesquisadores [14-16].

FIGURA 9.6 Escoamentos movidos pelo empuxo em uma placa inclinada: (*a*) vista lateral de escoamentos nas superfícies superior e inferior de uma placa fria ($T_s < T_\infty$), (*b*) vista da extremidade do escoamento na superfície inferior de uma placa fria, (*c*) vista lateral de escoamentos nas superfícies superior e inferior de uma placa quente ($T_s > T_\infty$), e (*d*) vista da extremidade do escoamento na superfície superior de uma placa quente.

Em um estudo mais antigo da transferência de calor em placas inclinadas, Rich [17] sugeriu que os coeficientes convectivos poderiam ser determinados a partir de correlações para placas verticais, se g fosse substituído por $g \cos \theta$ no cálculo do número de Rayleigh para a placa. Desde então, no entanto, foi determinado que esse procedimento só é satisfatório para as superfícies superior e inferior de placas resfriadas e aquecidas, respectivamente. Ele não é apropriado para as superfícies superior e inferior de placas aquecidas e resfriadas, respectivamente, onde a tridimensionalidade do escoamento limita a possibilidade de desenvolvimento de correlações generalizadas. Nas superfícies superior e inferior de placas inclinadas resfriadas e aquecidas, respectivamente, é portanto recomendado que, para $0 \leq \theta \leq 60°$, g seja substituído por $g \cos \theta$ e que a Equação 9.26 ou 9.27 seja usada para calcular o número de Nusselt médio. Para as superfícies opostas não é feita recomendação e a literatura deve ser consultada [14-16].

Se a placa estiver na horizontal, a força de empuxo é exclusivamente normal à superfície. Como para a placa inclinada, os padrões de escoamento e a transferência de calor dependem fortemente se a superfície está resfriada ou aquecida, assim como se ela está voltada para cima ou para baixo. Para uma superfície fria voltada para cima (Figura 9.7*a*) e uma superfície quente voltada para baixo (Figura 9.7*d*), a tendência do fluido para mover-se no sentido descendente e ascendente, respectivamente, é impedida pela placa. O escoamento tem que ser horizontal antes que ele possa descender ou ascender além dos limites da placa, e a transferência de calor por convecção, de certa forma, não é efetiva. Ao contrário, para uma superfície fria voltada para baixo (Figura 9.7*b*) e uma superfície quente voltada para cima (Figura 9.7*c*), o escoamento é movido por porções do fluido descendentes e ascendentes, respectivamente. A conservação da massa dita que o fluido frio (quente) descendente (ascendente) oriundo de uma superfície seja substituído pelo fluido ascendente (descendente) do ambiente, e a transferência de calor é muito mais efetiva.

Embora as correlações sugeridas por McAdams [5] sejam amplamente usadas para placas horizontais, uma melhor precisão pode ser obtida alterando a forma do comprimento característico no qual as correlações estão baseadas [18, 19]. Em particular, com o comprimento característico definido por

$$L \equiv \frac{A_s}{P} \qquad (9.29)$$

onde A_s e P são a área superficial e o perímetro da placa, respectivamente, as correlações recomendadas para o número de Nusselt médio são

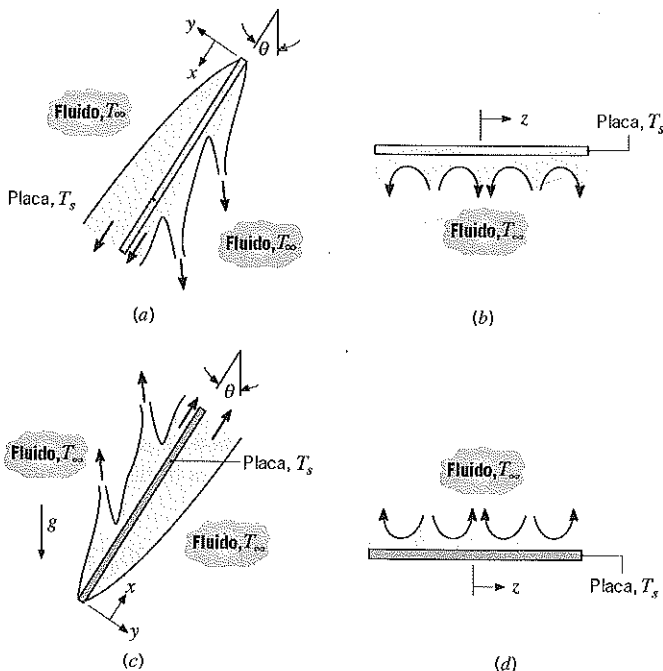



FIGURA 9.7 Escoamentos movidos pelo empuxo em placas horizontais frias ($T_s < T_\infty$) e quentes ($T_s > T_\infty$): (*a*) superfície superior de placa fria, (*b*) superfície inferior de placa fria, (*c*) superfície superior de placa quente, e (*d*) superfície inferior de placa quente.

Superfície Superior de uma Placa Aquecida ou Superfície Inferior de uma Placa Resfriada:

$$\overline{Nu}_L = 0{,}54 Ra_L^{1/4} \quad (10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7) \tag{9.30}$$

$$\overline{Nu}_L = 0{,}15 Ra_L^{1/3} \quad (10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{11}) \tag{9.31}$$

Superfície Inferior de uma Placa Aquecida ou Superfície Superior de uma Placa Resfriada:

$$\overline{Nu}_L = 0{,}27 Ra_L^{1/4} \quad (10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}) \tag{9.32}$$

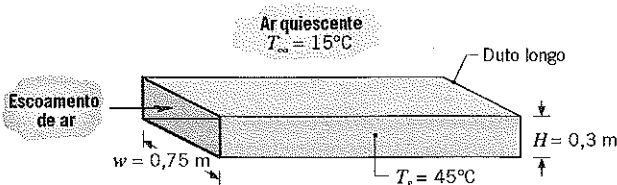
EXEMPLO 9.3

Um escoamento de ar através de um longo duto retangular de aquecimento, com 0,75 m de largura por 0,3 m de altura, mantém a superfície externa do duto a uma temperatura de 45°C. Se o duto não possui isolamento térmico e está exposto ao ar a 15°C no porão de uma casa, qual é a taxa de perda térmica no duto por metro de comprimento?

SOLUÇÃO

Dados: Temperatura na superfície de um longo duto retangular.

Achar: Taxa de perda térmica no duto por metro de comprimento.

Esquema:

Considerações:

1. Ar ambiente quiescente.
2. Efeitos da radiação na superfície desprezíveis.

Propriedades: Tabela A.4, ar (T_f = 303 K): $\nu = 16{,}2 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 22{,}9 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}0265$ W/(m·K), $\beta = 0{,}0033$ K^{-1}, $Pr = 0{,}71$.

Análise: A perda térmica pela superfície se dá por convecção natural nas laterais verticais e nas superfícies horizontais superior e inferior. Da Equação 9.25

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}0033\ \text{K}^{-1})(30\ \text{K})\,L^3\ (\text{m}^3)}{(16{,}2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(22{,}9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})}$$

$$Ra_L = 2{,}62 \times 10^9 L^3$$

Para as duas laterais, $L = H = 0{,}3$ m. Assim, $Ra_L = 7{,}07 \times 10^7$. A camada-limite de convecção natural é, portanto, laminar, e da Equação 9.27

$$\overline{Nu}_L = 0{,}68 + \frac{0{,}670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção associado às laterais é, então,

$$\overline{h}_e = \frac{k}{H}\overline{Nu}_L$$

$$\overline{h}_e = \frac{0{,}0265\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}3\ \text{m}}\left\{0{,}68 + \frac{0{,}670(7{,}07 \times 10^7)^{1/4}}{[1 + (0{,}492/0{,}71)^{9/16}]^{4/9}}\right\}$$

$$= 4{,}23\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Para as superfícies superior e inferior, $L = (A_s/P) \approx (w/2) = 0{,}375$ m. Assim, $Ra_L = 1{,}38 \times 10^8$, e a partir das Equações 9.31 e 9.32, respectivamente,

$$\overline{h}_s = [k/(w/2)] \times 0{,}15\, Ra_L^{1/3} = \frac{0{,}0265\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}375\ \text{m}} \times 0{,}15(1{,}38 \times 10^8)^{1/3} = 5{,}47\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

$$\overline{h}_i = [k/(w/2)] \times 0{,}27\, Ra_L^{1/4} = \frac{0{,}0265\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}375\ \text{m}} \times 0{,}27(1{,}38 \times 10^8)^{1/4} = 2{,}07\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

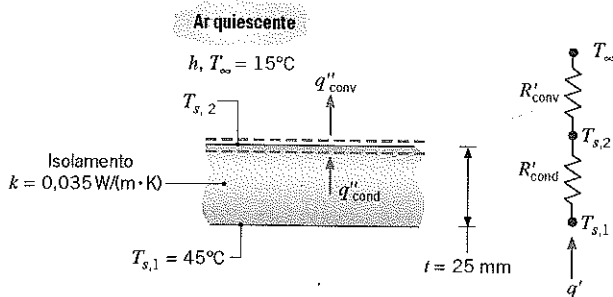
A taxa de perda térmica por unidade de comprimento do duto é, então,

$$q' = 2q_e' + q_s' + q_i' = (2\overline{h}_e \cdot H + \overline{h}_s \cdot w + \overline{h}_i \cdot w)(T_s - T_\infty)$$

$$q' = (2 \times 4{,}23 \times 0{,}3 + 5{,}47 \times 0{,}75 + 2{,}07 \times 0{,}75)(45 - 15)\ \text{W/m}$$

$$q' = 246\ \text{W/m} \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. A perda térmica pode ser reduzida pelo isolamento térmico do duto. Analisamos essa opção adotando uma manta de isolamento ($k = 0{,}035$ W/(m·K)) com 25 mm de espessura, que é instalada na parte externa do duto.

A perda térmica em cada superfície pode ser expressa como

$$q' = \frac{T_{s,1} - T_\infty}{R'_{cond} + R'_{conv}}$$

onde R'_{conv} está associada à convecção natural na superfície externa e, portanto, depende da temperatura desconhecida $T_{s,2}$. Essa temperatura pode ser determinada utilizando-se um balanço de energia na superfície externa, que indica que

$$q''_{cond} = q''_{conv}$$

ou

$$\frac{(T_{s,1} - T_{s,2})}{(t/k)} = \frac{(T_{s,2} - T_\infty)}{(1/\overline{h})}$$

Como diferentes coeficientes convectivos estão associados às superfícies laterais, superior e inferior ($\overline{h}_l$, $\overline{h}_s$ e $\overline{h}_i$), uma solução para essa equação deve ser obtida em separado para cada um dos tipos de superfície. As soluções são iterativas, uma vez que as propriedades do ar e os coeficientes de transferência de calor dependem de T_s. Efetuando os cálculos, obtemos

Laterais	$T_{s,2} = 24°\text{C}$,	$\overline{h}_e = 3{,}18\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$
Superior	$T_{s,2} = 23°\text{C}$,	$\overline{h}_s = 3{,}66\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$
Inferior	$T_{s,2} = 29°\text{C}$,	$\overline{h}_i = 1{,}71\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$

Desprezando as perdas térmicas pelas arestas do isolamento térmico, a taxa de transferência de calor total por unidade de comprimento do duto é, então,

$$q' = 2q_e' + q_s' + q_i'$$

$$q' = \frac{2H(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\overline{h}_e)} + \frac{w(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\overline{h}_s)} + \frac{w(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\overline{h}_i)}$$

o que fornece

$$q' = (17{,}5 + 22{,}8 + 17{,}3)\ \text{W/m} = 57{,}6\ \text{W/m}$$

Conseqüentemente, o isolamento proporciona uma redução de 77% na perda térmica para o ar ambiente por convecção natural.

2. Embora tenham sido desprezadas, as perdas por radiação podem ainda ser significativas. Pela Equação 1.7 com ε considerado igual a um e $T_{viz} = 288$ K, $q'_{rad} = 398$ W/m para o duto sem isolamento. A inclusão dos efeitos radiantes no balanço de energia no duto com isolamento térmico iria reduzir a temperatura das superfícies externas, reduzindo dessa forma as taxas de transferência de calor por convecção. Com a radiação, no entanto, a taxa total de transferência de calor ($q'_{conv} + q'_{rad}$) iria aumentar.

9.6.3 O Cilindro Horizontal Longo

Essa importante geometria foi estudada extensivamente e muitas correlações existentes foram revistas por Morgan [20]. Para um cilindro isotérmico, Morgan sugere uma expressão com a forma

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h}D}{k} = C\, Ra_D^n \qquad (9.33)$$

onde C e n são dados na Tabela 9.1, e Ra_D e $\overline{Nu}_D$ são baseados no diâmetro do cilindro. Por outro lado, Churchill e Chu [21] recomendaram uma única correlação para uma ampla faixa de números de Rayleigh:

$$\overline{Nu}_D = \left\{0{,}60 + \frac{0{,}387\, Ra_D^{1/6}}{[1 + (0{,}559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \qquad Ra_D \lesssim 10^{12} \qquad (9.34)$$

As correlações anteriores fornecem o número de Nusselt médio ao longo de toda a circunferência de um cilindro isotérmico. Como mostrado na Figura 9.8 para um cilindro aquecido, os números de Nusselt locais são influenciados pelo desenvol-

TABELA 9.1 Constantes da Equação 9.33 para a convecção natural sobre um cilindro circular horizontal [20]

Ra_D	C	n
10^{-10}–10^{-2}	0,675	0,058
10^{-2}–10^{2}	1,02	0,148
10^{2}–10^{4}	0,850	0,188
10^{4}–10^{7}	0,480	0,250
10^{7}–10^{12}	0,125	0,333

FIGURA 9.8 Desenvolvimento da camada-limite e distribuição de números de Nusselt sobre um cilindro horizontal aquecido.

vimento da camada-limite, que começa em $\theta = 0$ e termina em $\theta < \pi$ com a formação de uma pluma ascendente a partir do cilindro. Se o escoamento permanecer laminar ao longo de toda a superfície, a distribuição dos números de Nusselt locais com θ é caracterizada por um máximo em $\theta = 0$ e um decaimento monotônico com o aumento de θ. Esta diminuição seria interrompida em números de Rayleigh suficientemente grandes ($Ra_D \gtrsim 10^9$) para permitir a transição para o regime turbulento no interior da camada-limite. Se o cilindro for resfriado em relação ao fluido ambiente, o desenvolvimento da camada-limite inicia em $\theta = \pi$, o número de Nusselt local tem um valor máximo nessa posição e a pluma é formada para baixo.

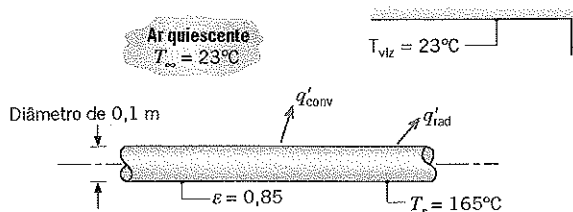
EXEMPLO 9.4

Uma tubulação horizontal de vapor d'água a alta pressão, com 0,1 m de diâmetro externo, atravessa uma grande sala cujas paredes e o ar ambiente se encontram a 23°C. A superfície externa da tubulação está a uma temperatura de 165°C e possui uma emissividade de $\varepsilon = 0,85$. Estime a perda térmica na tubulação por unidade de comprimento.

SOLUÇÃO

Dados: Temperatura superficial de uma tubulação horizontal de vapor d'água.

Achar: Perda térmica na tubulação por unidade de comprimento q'(W/m).

Esquema:

Considerações:

1. Área superficial da tubulação pequena se comparada à da vizinhança.
2. Ar na sala quiescente.

Propriedades: Tabela A.4, ar ($T_f = 367$ K): $k = 0,0313$ W/(m·K), $\nu = 22,8 \times 10^{-6}$m²/s, $\alpha = 32,8 \times 10^{-6}$m²/s, $Pr = 0,697$, $\beta = 2,725 \times 10^{-3}$ K^{-1}.

Análise: A perda térmica total por unidade de comprimento da tubulação é

$$q' = q'_{conv} + q'_{rad} = \bar{h}\pi D(T_s - T_\infty) + \varepsilon\pi D\sigma(T_s^4 - T_{viz}^4)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser obtido com a Equação 9.34

$$\overline{Nu}_D = \left\{0,60 + \frac{0,387\,Ra_D^{1/6}}{[1 + (0,559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

onde

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu\alpha}$$

$$Ra_D = \frac{9,8\text{ m/s}^2 \times 2,725 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1}\,(165 - 23)°\text{C}\,(0,1\text{ m})^3}{22,8 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s} \times 32,8 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}}$$

$$= 5,073 \times 10^6$$

Donde

$$\overline{Nu}_D = \left\{0,60 + \frac{0,387(5,073 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0,559/0,697)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 23,3$$

e

$$\bar{h} = \frac{k}{D}\overline{Nu}_D = \frac{0,0313\text{ W/(m·K)}}{0,1\text{ m}} \times 23,3 = 7,29\text{ W/(m}^2\text{·K)}$$

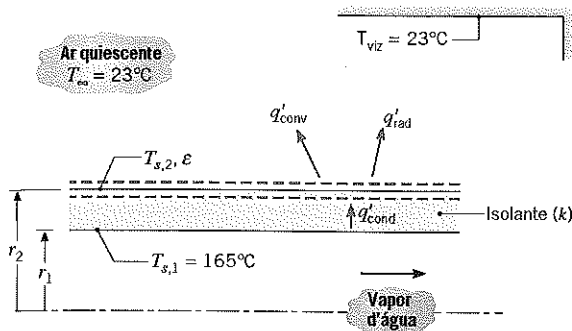
A perda térmica total é, então,

$$q' = 7,29\text{ W/(m}^2\text{·K)}(\pi \times 0,1\text{ m})(165 - 23)°\text{C}$$

$$+ 0,85(\pi \times 0,1\text{ m})5,67 \times 10^{-8}\text{ W/(m}^2\text{·K}^4)(438^4 - 296^4)\text{K}^4$$

$$q' = (325 + 441)\text{ W/m} = 766\text{ W/m}$$ ◁

Comentários:

1. A Equação 9.33 também poderia ser usada para estimar o número de Nusselt, fornecendo o resultado $\overline{Nu}_D = 22{,}8$.
2. Para analisar o efeito de uma camada de isolamento sobre a perda térmica na tubulação, consideramos uma camada com 25 mm de espessura de uretana, com $k = 0{,}026$ W/(m·K) e $\varepsilon = 0{,}85$.

A transferência de calor por convecção natural para o ar ambiente e a transferência líquida por radiação para a vizinhança dependem da temperatura $T_{s,2}$ do isolante, que pode ser obtida efetuando-se um balanço de energia na superfície externa:

$$q'_{cond} = q'_{conv} + q'_{rad}$$

Substituindo as Equações 1.7 e 3.27, tem-se que

$$\frac{2\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} = \overline{h}(2\pi r_2)(T_{s,2} - T_\infty) + \varepsilon 2\pi r_2 \sigma(T_{s,2}^4 - T_{viz}^4)$$

A temperatura desconhecida é determinada por um procedimento iterativo no qual a Equação 9.34 é usada para recalcular o coeficiente convectivo e as propriedades do ar são também estimadas, a cada etapa do procedimento. Para as condições especificadas, a solução fornece $T_{s,2} = 35{,}3°C$ e $\overline{h} = 3{,}71$ W/(m²·K), com as quais tem-se que

$$q' = q'_{conv} + q'_{rad}$$
$$q' = 3{,}71\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}(\pi \times 0{,}15\ \text{m})(35{,}3 - 23)°\text{C}$$
$$+ 0{,}85(\pi \times 0{,}15\ \text{m})5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(308{,}3^4 - 296^4)\ \text{K}^4$$
$$q' = (21{,}5 + 30{,}8)\ \text{W/m} = 52{,}3\ \text{W/m}$$

Como esperado, o isolamento reduz significativamente a perda térmica na tubulação.

9.6.4 Esferas

A correlação a seguir, desenvolvida por Churchill [10], é recomendada para esferas em fluidos com $Pr \geq 0{,}7$ e para $Ra_D \lesssim 10^{11}$.

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0{,}589 Ra_D^{1/4}}{[1 + (0{,}469/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \qquad (9.35)$$

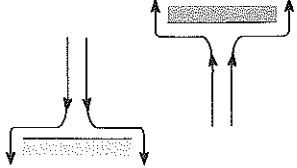
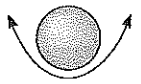
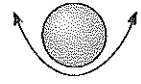
No limite quando $Ra_D \rightarrow 0$, a Equação 9.35 se reduz a $\overline{Nu}_D = 2$, que corresponde à transferência de calor por condução entre uma superfície esférica e um meio infinito estacionário, de forma consistente com as Equações 7.56 e 7.57.

As correlações recomendadas nesta seção estão resumidas na Tabela 9.2. Resultado para outras geometrias imersas e condições especiais estão apresentadas nas revisões abrangentes efetuadas por Churchill [10] e Raithby and Hollands [22].

Tabela 9.2 Resumo de correlações empíricas para a convecção natural em geometrias imersas

Geometria	Correlação Recomendada	Restrições
1. Placas verticais[a]	Equação 9.26	Nenhuma
2. Placas inclinadas Superfície fria para cima ou superfície quente para baixo	Equação 9.26 $g \rightarrow g\cos\theta$	$0 \leq \theta \lesssim 60°$
3. Placas horizontais (a) Superfície quente para cima ou superfície fria para baixo	Equação 9.30 Equação 9.31	$10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7$ $10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{11}$

(continua)

Tabela 9.2 *Continuação*

Geometria	Correlação Recomendada	Restrições
(b) Superfície fria para cima ou superfície quente para baixo	Equação 9.32	$10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}$
4. Cilindro horizontal	Equação 9.34	$Ra_D \lesssim 10^{12}$
5. Esfera	Equação 9.35	$Ra_D \lesssim 10^{11}$ $Pr \gtrsim 0,7$

[a] A correlação pode ser usada para um cilindro vertical se $(D/L) \geq (35/Gr_L^{1/4})$.

9.7 Convecção Natural no Interior de Canais Formados entre Placas Paralelas

Uma geometria comum na convecção natural são os canais verticais (ou inclinados) formados entre placas paralelas e abertos para o ambiente nas suas extremidades opostas (Figura 9.9). As placas podem ser uma série de aletas usadas para aumentar a transferência de calor por convecção natural em uma superfície base à qual as aletas estão fixadas ou elas podem ser placas de circuitos com componentes eletrônicos dissipando calor. As condições térmicas nas superfícies podem ser idealizadas como isotérmicas ou com fluxo térmico uniforme, e simétricas ($T_{s,1} = T_{s,2}$; $q''_{s,1} = q''_{s,2}$) ou assimétricas ($T_{s,1} \neq T_{s,2}$; $q''_{s,1} \neq q''_{s,2}$).

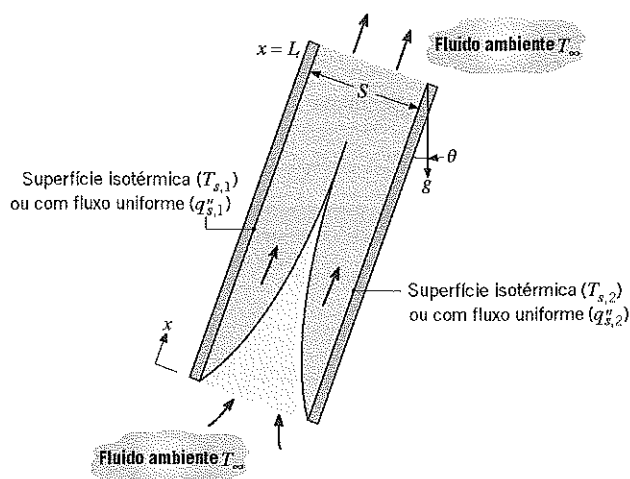



Figura 9.9 Escoamento de convecção natural entre placas paralelas aquecidas com extremidades opostas expostas a um fluido quiescente.

Nos canais verticais ($\theta = 0$) o empuxo atua exclusivamente para induzir o movimento na direção da corrente (eixo x) e, iniciando em $x = 0$, camadas-limite se desenvolvem sobre cada superfície. Para canais curtos e/ou grandes espaçamentos (L/S pequeno), ocorre o desenvolvimento independente das camadas-limite em cada superfície e condições correspondentes às de uma *única placa* em um meio quiescente infinito estão presentes. Entretanto, para grandes L/S as camadas-limite que se desenvolvem sobre as superfícies opostas acabam se fundindo, fornecendo uma condição plenamente desenvolvida. Se o canal for inclinado, há um componente da força de empuxo na direção normal à direção da corrente, bem como um componente na direção paralela, e as condições podem ser fortemente influenciadas pelo desenvolvimento de um escoamento secundário tridimensional.

9.7.1 Canais Verticais

Começando com o trabalho de Elenbaas [23] usado como referência, a orientação vertical tem sido estudada extensivamente envolvendo placas aquecidas simétrica e assimetricamente, com condições superficiais isotérmicas ou de fluxo térmico uniforme. Para *placas isotérmicas aquecidas simetricamente*, Elenbaas obteve a seguinte correlação semi-empírica

$$\overline{Nu}_S = \frac{1}{24} Ra_S \left(\frac{S}{L}\right) \left\{1 - \exp\left[-\frac{35}{Ra_S(S/L)}\right]\right\}^{3/4} \quad (9.36)$$

onde os números de Nusselt médio e de Rayleigh são definidos como

$$\overline{Nu}_S = \left(\frac{q/A}{T_s - T_\infty}\right) \frac{S}{k} \quad (9.37)$$

e

$$Ra_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\alpha\nu} \qquad (9.38)$$

A Equação 9.36 foi desenvolvida para o ar como fluido de trabalho e a sua faixa de aplicação é

$$\left[10^{-1} \lesssim \frac{S}{L}Ra_S \lesssim 10^5\right]$$

Conseqüentemente, o conhecimento do número de Nusselt médio para uma placa permite a determinação da taxa total de transferência de calor na placa. No limite plenamente desenvolvido ($S/L \to 0$), a Equação 9.36 se reduz a

$$\overline{Nu}_{S(\text{cd})} = \frac{Ra_S(S/L)}{24} \qquad (9.39)$$

A manutenção da dependência em L resulta da definição de $\overline{Nu}_S$ em termos da temperatura de entrada (ambiente) fixa e não em termos da temperatura média de mistura do fluido, que não é conhecida explicitamente. Para a condição freqüente correspondente a placas adjacentes, uma isotérmica ($T_{s,1}$) e outra isolada termicamente ($q''_{s,2} = 0$), o limite plenamente desenvolvido fornece a expressão a seguir para a superfície isotérmica [24]:

$$\overline{Nu}_{S(\text{cd})} = \frac{Ra_S(S/L)}{12} \qquad (9.40)$$

Para superfícies com fluxo térmico uniforme, é mais conveniente definir um número de Nusselt local como

$$Nu_{S,L} = \left(\frac{q''_s}{T_{s,L} - T_\infty}\right)\frac{S}{k} \qquad (9.41)$$

e correlacionar os resultados em termos de um número de Rayleigh modificado, definido como

$$Ra^*_S = \frac{g\beta q''_s S^4}{k\alpha\nu} \qquad (9.42)$$

O subscrito L se refere às condições em $x = L$, onde a temperatura da placa assume um valor máximo. Para placas simétricas, com fluxo uniforme, o limite plenamente desenvolvido corresponde a [24]

$$Nu_{S,L(\text{cd})} = 0{,}144[Ra^*_S(S/L)]^{1/2} \qquad (9.43)$$

e para condições assimétricas, com fluxo uniforme, e uma superfície isolada ($q''_{s,2} = 0$), o limite é

$$Nu_{S,L(\text{cd})} = 0{,}204[Ra^*_S(S/L)]^{1/2} \qquad (9.44)$$

Combinando as relações anteriores para o limite plenamente desenvolvido com os resultados disponíveis para o limite com uma única placa, Bar-Cohen e Rohsenow [24] obtiveram correlações para o número de Nusselt que são aplicáveis no intervalo completo de S/L. Para condições isotérmicas e de fluxo uniforme, respectivamente, as correlações possuem as formas

$$\overline{Nu}_S = \left[\frac{C_1}{(Ra_S\, S/L)^2} + \frac{C_2}{(Ra_S\, S/L)^{1/2}}\right]^{-1/2} \qquad (9.45)$$

$$Nu_{S,L} = \left[\frac{C_1}{Ra^*_S\, S/L} + \frac{C_2}{(Ra^*_S\, S/L)^{2/5}}\right]^{-1/2} \qquad (9.46)$$

nas quais as constantes C_1 e C_2 são dadas na Tabela 9.3 para as diferentes condições térmicas nas superfícies. Em cada caso, os limites para condições plenamente desenvolvidas e para uma placa única correspondem a Ra_S (ou Ra^*_S)$S/L \lesssim 10$ e Ra_S(ou Ra^*_S)$S/L \gtrsim 100$, respectivamente.

Bar-Cohen e Rohsenow [24] usaram as correlações anteriores para inferir o espaçamento ótimo entre placas, S_{oti}, com o objetivo de maximizar a transferência de calor em uma série de placas isotérmicas, assim como o espaçamento S_{max} necessário para maximizar a transferência de calor em cada placa em uma série. A existência de um ótimo para a série resulta do fato de que, embora a transferência de calor em cada placa diminua com a diminuição de S, o número de placas que pode ser colocado em um dado volume aumenta. Dessa forma, S_{oti} maximiza a transferência de calor na série fornecendo um máximo para o produto envolvendo o $\bar{h}$ e a área superficial total das placas. Por outro lado, para maximizar a transferência de calor em cada placa, S_{max} deve ser grande o suficiente para evitar a superposição de camadas-limite adjacentes, de tal modo que o limite de placa única permaneça válido ao longo de toda a placa.

A consideração do espaçamento ótimo entre as placas é particularmente importante para placas paralelas verticais usadas como aletas para aumentar a transferência de calor por convecção natural em uma superfície base de largura W fixa. Com a temperatura das aletas superior à do fluido ambiente, o escoamento entre as aletas é induzido pelas forças de empuxo. Entretanto, a re-

TABELA 9.3 Parâmetros da transferência de calor para a convecção natural entre placas paralelas verticais

Condições na Superfície	C_1	C_2	S_{oti}	$S_{\text{max}}/S_{\text{oti}}$
Placas isotérmicas simétricas ($T_{s,1} = T_{s,2}$)	576	2,87	$2{,}71(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1,71
Placas com fluxos uniformes simétricos ($q''_{s,1} = q''_{s,2}$)	48	2,51	$2{,}12(Ra^*_S/S^4L)^{-1/5}$	4,77
Placas isotérmica e adiabática ($T_{s,1}$, $q''_{s,2} = 0$)	144	2,87	$2{,}15(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1,71
Placas com fluxo uniforme e adiabática ($q''_{s,1}$, $q''_{s,2} = 0$)	24	2,51	$1{,}69(Ra^*_S/S^4L)^{-1/5}$	4,77

sistência ao escoamento está associada às forças viscosas impostas pela superfície das aletas e a vazão mássica entre aletas adjacentes é governada pelo equilíbrio entre as forças de empuxo e viscosa. Como as forças viscosas aumentam com a diminuição de S, há uma correspondente diminuição da vazão mássica e assim do $\bar{h}$. Contudo, para W fixas, o aumento no número de aletas aumenta a área superficial A_s e fornece um máximo em $\bar{h}A_s$ para $S = S_{oti}$. Para $S < S_{oti}$, a proporção na qual $\bar{h}$ é diminuído pelos efeitos viscosos supera o aumento em A_s; para $S > S_{oti}$, a proporção na qual A_s é diminuída supera o aumento em $\bar{h}$.

Para placas com fluxos térmicos uniformes, a taxa volumétrica de transferência de calor total aumenta simplesmente com a diminuição de S. Contudo, a necessidade de manter T_s abaixo de limites estabelecidos impede a redução de S a valores extremamente pequenos. Assim, S_{oti} pode ser definido como o valor de S que fornece a máxima dissipação volumétrica de calor por unidade de diferença de temperaturas, $T_s(L) - T_\infty$. O espaçamento S_{max}, que fornece a temperatura na superfície mais baixa possível para um fluxo térmico especificado, sem levar em conta considerações volumétricas, é novamente o valor de S que impede a fusão das camadas-limite. Valores de S_{oti} e S_{max}/S_{oti} para placas com espessura desprezível são apresentados na Tabela 9.3.

Ao usar as correlações anteriores, as propriedades do fluido são estimadas nas temperaturas médias $\bar{T} = (T_s + T_\infty)/2$ para superfícies isotérmicas e $\bar{T} = (T_{s,L} + T_\infty)/2$ para superfícies com fluxo térmico uniforme.

9.7.2 Canais Inclinados

Experimentos foram efetuados por Azevedo e Sparrow [16] para canais inclinados em água. Placas isotérmicas simétricas e placas isotérmica-isolada termicamente foram analisadas para $0 \leq \theta \leq 45°C$ e condições no limite de placa única, $Ra_S(S/L) > 200$. Embora escoamentos secundários tridimensionais tenham sido observados na placa inferior quando ela era aquecida, os dados para todas as condições experimentais foram correlacionados com precisão de ± 10% pela expressão

$$\overline{Nu}_S = 0{,}645[Ra_S(S/L)]^{1/4} \quad (9.47)$$

Os desvios dos dados experimentais em relação à previsão da correlação foram mais pronunciados nos ângulos de maior inclinação com aquecimento da superfície inferior e foram atribuídos à intensificação na transferência de calor causada pelo escoamento secundário tridimensional. As propriedades do fluido são estimadas a $\bar{T} = (T_s + T_\infty)/2$.

9.8 Correlações Empíricas: Espaços Confinados

Os resultados anteriores dizem respeito à convecção natural entre uma superfície e um meio fluido extenso. Contudo, aplicações em engenharia envolvem freqüentemente a transferência de calor entre superfícies a diferentes temperaturas e separadas por um fluido *confinado*. Nesta seção são apresentadas correlações pertinentes à maioria das geometrias mais usuais.

9.8.1 Cavidades Retangulares

A cavidade retangular (Figura 9.10) foi muito estudada e amplas revisões de resultados tanto experimentais quanto teóricos estão disponíveis [25, 26]. Duas das paredes opostas são mantidas a temperaturas diferentes ($T_1 > T_2$), enquanto as paredes restantes se encontram isoladas da vizinhança. O ângulo de inclinação τ entre as superfícies aquecida e resfriada e o plano horizontal pode variar de 0° (*cavidade horizontal* com aquecimento na superfície inferior) até 90° (*cavidade vertical* com aquecimento lateral), e até 180° (*cavidade horizontal* com aquecimento na superfície superior). O fluxo térmico através da cavidade, que é representado por

$$q'' = h(T_1 - T_2) \quad (9.48)$$

FIGURA 9.10 Convecção natural em uma cavidade retangular.

pode depender fortemente da razão de forma H/L, assim como do valor de τ. Para grandes valores da razão w/L, a sua dependência em relação à w/L é pequena e pode ser desprezada dentro dos propósitos deste texto.

A cavidade horizontal aquecida pela superfície inferior ($\tau = 0$) foi analisada por muitos investigadores. Para H/L, $w/L \gg 1$ e números de Rayleigh menores do que o valor crítico de $Ra_{L,c} = 1708$, as forças de empuxo não suplantam a resistência imposta pelas forças viscosas e não há advecção no interior da cavidade. Assim, a transferência de calor da superfície inferior para a superfície superior se dá por condução ou, para um gás, por condução e radiação. Como as condições correspondem a uma condução unidimensional através de uma camada plana de fluido, o coeficiente convectivo é $h = k/L$ e $Nu_L = 1$. Porém, para

$$Ra_L \equiv \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3}{\alpha\nu} > 1708$$

as condições são termicamente instáveis e há advecção no interior da cavidade. Para números de Rayleigh no intervalo $1708 < Ra_L \lesssim 5 \times 10^4$, o movimento do fluido se dá em células de circulação com espaçamento regular (Figura 9.11), enquanto para números de Rayleigh maiores as células se quebram e o movimento do fluido se torna turbulento.

Como uma primeira aproximação, os coeficientes convectivos na cavidade horizontal aquecida pela superfície inferior podem ser obtidos pela correlação a seguir proposta por Globe e Dropkin [27]:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0{,}069 Ra_L^{1/3} Pr^{0{,}074} \quad 3 \times 10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 7 \times 10^9 \quad (9.49)$$

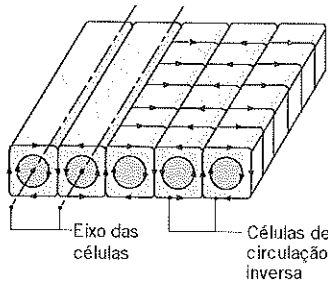



FIGURA 9.11 Células de circulação longitudinais características da advecção em uma camada horizontal de fluido aquecida na superfície inferior ($1708 < Ra_L \lesssim 5 \times 10^4$).

onde todas as propriedades são avaliadas na temperatura média, $\bar{T} \equiv (T_1 + T_2)/2$. A correlação se aplica para valores de L/H suficientemente pequenos para assegurar que o efeito das superfícies laterais seja desprezível. Correlações mais detalhadas, que se aplicam em uma faixa mais ampla de Ra_L, foram propostas [28, 29]. Ao concluir a discussão das cavidades horizontais, observe que na ausência de radiação, para $\tau = 180°$, a transferência de calor da superfície superior para a superfície inferior é exclusivamente por condução ($Nu_L = 1$), independentemente do valor de Ra_L.

Na cavidade vertical retangular ($\tau = 90°$), as superfícies verticais são aquecida e resfriada, enquanto as superfícies horizontais são adiabáticas. Como mostrado na Figura 9.12, o movimento do fluido é caracterizado por um escoamento circular ou celular no qual o fluido se move na direção ascendente ao longo da parede quente e na direção descendente ao longo da parede fria. Para pequenos números de Rayleigh, $Ra_L \lesssim 10^3$, o escoamento induzido pelo empuxo é fraco e a transferência de calor se dá principalmente por condução através do fluido. Assim, pela lei de Fourier, o número de Nusselt é novamente $Nu_L = 1$. Com o aumento do número de Rayleigh, o escoamento celular se intensifica e se torna concentrado no interior de estreitas camadas limite adjacentes às paredes laterais. O núcleo fica praticamente estagnado, embora células adicionais possam se desenvolver nos cantos e as camadas-limite próximas às paredes laterais possam apresentar transição para a turbulência. Para razões de forma no intervalo $1 \lesssim (H/L) \lesssim 10$, as seguintes correlações foram sugeridas [26]:

$$\overline{Nu}_L = 0{,}22\left(\frac{Pr}{0{,}2 + Pr}Ra_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \tag{9.50}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \lesssim \dfrac{H}{L} \lesssim 10 \\ Pr \lesssim 10^5 \\ 10^3 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10} \end{bmatrix}$$

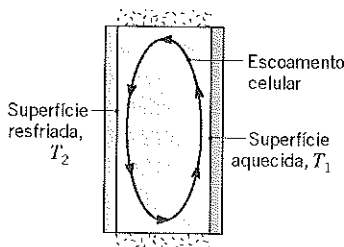



FIGURA 9.12 Escoamento celular em uma cavidade vertical com temperaturas nas paredes laterais diferentes.

$$\overline{Nu}_L = 0{,}18\left(\frac{Pr}{0{,}2 + Pr}Ra_L\right)^{0.29} \tag{9.51}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \lesssim \dfrac{H}{L} \lesssim 2 \\ 10^{-3} \lesssim Pr \lesssim 10^5 \\ 10^3 \lesssim \dfrac{Ra_L Pr}{0{,}2 + Pr} \end{bmatrix}$$

enquanto para razões de forma maiores as seguintes correlações foram propostas [30]:

$$\overline{Nu}_L = 0{,}42Ra_L^{1/4}\,Pr^{0{,}012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0{,}3} \quad \begin{bmatrix} 10 \lesssim \dfrac{H}{L} \lesssim 40 \\ 1 \lesssim Pr \lesssim 2 \times 10^4 \\ 10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7 \end{bmatrix} \tag{9.52}$$

$$\overline{Nu}_L = 0{,}046Ra_L^{1/3} \quad \begin{bmatrix} 1 \lesssim \dfrac{H}{L} \lesssim 40 \\ 1 \lesssim Pr \lesssim 20 \\ 10^6 \lesssim Ra_L \lesssim 10^9 \end{bmatrix} \tag{9.53}$$

Os coeficientes convectivos calculados a partir das expressões anteriores devem ser usados com a Equação 9.48. Mais uma vez, todas as propriedades são estimadas na temperatura média, $(T_1 + T_2)/2$.

Estudos de convecção natural em cavidades inclinadas são freqüentemente estimulados por aplicações envolvendo coletores solares planos [31-36]. Para tais cavidades, o movimento do fluido é constituído por uma combinação da estrutura circulante da Figura 9.11 e da estrutura celular da Figura 9.12. Tipicamente, a transição entre os dois tipos de movimentação do fluido ocorre em um ângulo de inclinação crítico, τ^*, com uma mudança correspondente no valor de $\overline{Nu}_L$. Para grandes razões de forma, $(H/L) \gtrsim 12$, e ângulos de inclinação menores do que o valor crítico τ^* fornecido na Tabela 9.4, a correlação a seguir, desenvolvida por Hollands et al. [36], apresenta uma excelente concordância com os dados disponíveis:

$$\overline{Nu}_L = 1 + 1{,}44\left[1 - \frac{1708}{Ra_L\cos\tau}\right]^{\cdot}\left[1 - \frac{1708(\operatorname{sen}1{,}8\tau)^{1{,}6}}{Ra_L\cos\tau}\right] + \left[\left(\frac{Ra_L\cos\tau}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot} \quad \begin{bmatrix} \dfrac{H}{L} \gtrsim 12 \\ 0 < \tau \lesssim \tau^* \end{bmatrix} \tag{9.54}$$

TABELA 9.4 Ângulos críticos em cavidades inclinadas retangulares

(H/L)	1	3	6	12	>12
τ^*	25°	53°	60°	67°	70°

A notação [ ]ˑ implica que, se a grandeza entre colchetes for negativa, seu valor deve ser igualado a zero. A razão é que, se o número de Rayleigh for menor do que um valor crítico $Ra_{L,c} = 1708/(\cos\tau)$, não há escoamento no interior da cavidade. Para pequenos valores da razão de forma, Catton [26] sugere que resultados razoáveis podem ser obtidos com uma correlação na forma

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\tau = 0)\left[\frac{\overline{Nu}_L(\tau = 90°)}{\overline{Nu}_L(\tau = 0)}\right]^{\tau/\tau^*}(\text{sen}\,\tau^*)^{(\tau/4\tau^*)} \quad \left[\begin{array}{l}\frac{H}{L} \lesssim 12\\ 0 < \tau \lesssim \tau^*\end{array}\right] \quad (9.55)$$

Além do ângulo de inclinação crítico, as correlações a seguir, desenvolvidas por Ayyaswamy e Catton [31] e Arnold et al. [34], respectivamente, foram recomendadas [26] para todas as razões de forma (H/L):

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\tau = 90°)(\text{sen}\,\tau)^{1/4} \qquad \tau^* \lesssim \tau < 90° \qquad (9.56)$$

$$\overline{Nu}_L = 1 + [\overline{Nu}_L(\tau = 90°) - 1]\,\text{sen}\,\tau \qquad 90° < \tau < 180° \qquad (9.57)$$

9.8.2 Cilindros Concêntricos

A transferência de calor por convecção natural no espaço anular entre *longos* cilindros horizontais concêntricos (Figura 9.13) foi analisada por Raithby e Hollands [37]. O escoamento na região anular é caracterizado por duas células que são simétricas em relação ao plano vertical intermediário. Se o cilindro interno estiver aquecido e o cilindro externo resfriado ($T_i > T_e$), o fluido ascende e descende ao longo dos cilindros interno e externo, respectivamente. Se $T_i < T_e$, os escoamentos celulares são invertidos. A taxa de transferência de calor (W) entre os dois cilindros, cada um com comprimento L, é representada pela Equação 3.27 (com uma *condutividade térmica efetiva*, k_{ef}, substituindo a condutividade térmica molecular, k) na forma

$$q = \frac{2\pi L k_{ef}(T_i - T_e)}{\ln(r_e/r_i)} \qquad (9.58)$$

Vemos que a condutividade efetiva de um fluido fictício *estacionário* irá transferir a mesma quantidade de calor que o fluido real *em movimento*. A correlação sugerida para k_{ef} é

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0{,}386\left(\frac{Pr}{0{,}861 + Pr}\right)^{1/4} Ra_c^{1/4} \qquad (9.59)$$

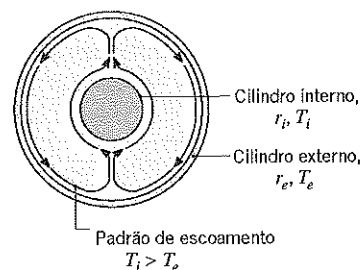



FIGURA 9.13 Escoamento de convecção natural no espaço anular entre cilindros concêntricos longos e horizontais ou entre esferas concêntricas de raio interno r_i e raio externo r_e.

onde a escala de comprimento no Ra_L é dada por

$$L_c = \frac{2[\ln(r_e/r_i)]^{4/3}}{(r_i^{-3/5} + r_e^{-3/5})^{5/3}} \qquad (9.60)$$

A Equação 9.59 pode ser usada no intervalo $0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 6000$ e $Ra_c \lesssim 10^7$. As propriedades são avaliadas na temperatura média, $T_m = (T_i + T_e)/2$. Obviamente, a taxa de transferência de calor mínima entre os cilindros não pode estar abaixo do limite da condução; conseqüentemente, $k_{ef} = k$ se o valor de k_{ef}/k previsto na Equação 9.59 é menor do que a unidade. Uma correlação mais detalhada, que leva em consideração efeitos de excentricidade da região anular, foi desenvolvida por Kuehn e Goldstein [38].

9.8.3 Esferas Concêntricas

Raithby e Hollands [37] também analisaram a transferência de calor por convecção natural entre esferas concêntricas (Figura 9.14) e representam a taxa de transferência de calor total pela Equação 3.35 (com uma condutividade térmica efetiva, k_{ef}, substituindo a condutividade térmica molecular, k) na forma

$$q = \frac{4\pi k_{ef}(T_i - T_e)}{(1/r_i) - (1/r_e)} \qquad (9.61)$$

A condutividade térmica efetiva é

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0{,}74\left(\frac{Pr}{0{,}861 + Pr}\right)^{1/4} Ra_s^{1/4} \qquad (9.62)$$

onde a escala de comprimento no Ra_s é dada por

$$L_s = \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)^{4/3}}{2^{1/3}(r_i^{-7/5} + r_o^{-7/5})^{5/3}} \qquad (9.63)$$

O resultado pode ser usado com uma aproximação razoável para $0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 4000$ e $Ra_s \lesssim 10^4$. As propriedades são avaliadas a $T_m = (T_i + T_e)/2$ e $k_{ef} = k$ se o valor previsto para k_{ef}/k na Equação 9.62 for menor do que a unidade.

EXEMPLO 9.5

Um tubo longo com 0,1 m de diâmetro é mantido a 120°C pela passagem de vapor d'água através do seu interior. Uma barreira de radiação é instalada concêntrica ao tubo deixando um espaço de ar de 10 mm. Se a barreira se encontra a 35°C, estime a trans-

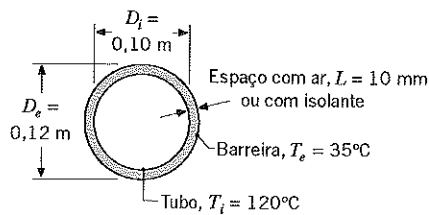
ferência de calor por convecção natural deixando o tubo, por unidade de comprimento. Qual é a perda de calor se o espaço entre o tubo e a barreira for preenchido por uma manta isolante de fibra de vidro?

SOLUÇÃO

Dados: Temperaturas e diâmetros de um tubo de vapor e de uma barreira de radiação concêntrica.

Achar:

1. Perda de calor por unidade de comprimento do tubo.
2. Perda de calor se o espaço anular de ar for preenchido por uma manta isolante de fibra de vidro.

Esquema:

Considerações:

1. Transferência de calor por radiação pode ser desprezada.
2. Resistência de contato com o isolante é desprezível.

Propriedades: Tabela A.4, ar $[T = (T_i + T_e)/2 = 350\ \text{K}]$: $k = 0{,}030\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$, $\nu = 20{,}92 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}$, $\alpha = 29{,}9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}$, $Pr = 0{,}70$, $\beta = 0{,}00285\ \text{K}^{-1}$. Tabela A.3, isolante térmico, fibra de vidro ($T \approx 300$ K): $k = 0{,}038\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$.

Análise:

1. Pela Equação 9.58, a perda de calor por unidade de comprimento por convecção natural é

$$q' = \frac{2\pi k_{ef}\,(T_i - T_e)}{\ln(r_e/r_i)}$$

onde k_{ef} pode ser obtida com as Equações 9.59 e 9.60. Com

$$L_c = \frac{2[\ln(r_e/r_i)]^{4/3}}{(r_i^{-3/5} + r_e^{-3/5})^{5/3}} = \frac{2[\ln(0{,}06\ \text{m}/0{,}05\ \text{m})]^{4/3}}{(0{,}05^{-3/5} + 0{,}06^{-3/5})^{5/3}\text{m}^{-1}} = 0{,}00117\ \text{m}$$

encontramos

$$Ra_c = \frac{g\beta(T_i - T_e)L_c^3}{\nu\alpha}$$

$$= \frac{9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}00285\ \text{K}^{-1} \times (120 - 35)°\text{C} \times (0{,}00117\ \text{m})^3}{20{,}92 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s} \times 29{,}9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}}$$

$$= 171$$

A condutividade térmica efetiva é, então,

$$k_{ef} = 0{,}386k\left(\frac{Pr}{0{,}861 + Pr}\right)^{1/4} Ra_c^{1/4}$$

$$= 0{,}386 \times 0{,}030\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}\left(\frac{0{,}70}{0{,}861 + 0{,}70}\right)^{1/4}(171)^{1/4}$$

$$= 0{,}0343\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$$

e a perda de calor é

$$q' = \frac{2\pi k_{ef}\,(T_i - T_e)}{\ln(r_e/r_i)} = \frac{2\pi(0{,}0343\ \text{W/(m}\cdot\text{K))}}{\ln(0{,}06\ \text{m}/0{,}05\ \text{m})}(120 - 35)°\text{C}$$

$$= 100\ \text{W/m}$$

2. Com o isolante térmico no espaço entre o tubo e a barreira, a perda de calor é por condução; comparando a Equação 3.27 com a Equação 9.58,

$$q'_{iso} = q'\frac{k_{iso}}{k_{ef}} = 100\ \text{W/m}\,\frac{0{,}038\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}0343\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}} = 111\ \text{W/m}$$

Comentários: Embora haja uma perda de calor por condução através da manta isolante ligeiramente superior à por convecção natural através do espaço de ar, a perda de calor total pela camada de ar pode exceder aquela através da camada de isolante devido aos efeitos da radiação. A perda de calor devida à radiação pode ser minimizada pelo uso de uma barreira de radiação com baixa emissividade e os meios para calcular essa perda serão desenvolvidos no Capítulo 13.

9.9 Convecções Natural e Forçada Combinadas

Ao lidarmos com a convecção forçada (Capítulos 6 a 8), ignoramos os efeitos da convecção natural. Isso foi, obviamente, uma hipótese, pois, como agora já sabemos, a convecção natural está presente quando há um gradiente de temperatura instável. Analogamente, nas seções anteriores deste capítulo, admitimos que a convecção forçada era desprezível. Agora é a hora de reconhecermos que podem existir situações nas quais os efeitos das convecções natural e forçada são comparáveis, quando então não é apropriado desprezar um dos dois processos. Na Seção 9.3, indicamos que a convecção natural é desprezível quando $(Gr_L/Re_L^2) \ll 1$ e que a convecção forçada é desprezível quando $(Gr_L/Re_L^2) \gg 1$. Dessa forma, o *regime de convecção natural e forçada combinadas* (ou *convecção mista*) ocorre geralmente quando $(Gr_L/Re_L^2) \approx 1$.

O efeito do empuxo na transferência de calor em um escoamento forçado é fortemente influenciado pelo sentido da força de empuxo em relação ao do escoamento. Três casos especiais, que foram extensivamente estudados, correspondem aos movimentos forçado e induzido pelo empuxo na mesma direção e mesmo sentido (escoamento *paralelo*), na mesma direção e sentidos opostos (escoamento *oposto*), e em direções perpendiculares (escoamento *transversal*). Movimentos forçados nas direções ascendente e descendente sobre uma placa vertical aquecida são exemplos de escoamentos paralelos e opostos, respectivamente.

Exemplos de escoamentos transversais incluem o movimento horizontal sobre um cilindro aquecido, esfera ou placa horizontal. Nos escoamentos paralelos e transversais, o empuxo atua na intensificação da taxa de transferência de calor associada à convecção forçada pura; em escoamentos opostos, ele atua na diminuição dessa taxa.

Tornou-se prática usual correlacionar os resultados para a transferência de calor por convecção mista em escoamentos externos e internos por uma expressão na forma

$$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n \tag{9.64}$$

Para a geometria particular de interesse, os números de Nusselt Nu_F e Nu_N são determinados por correlações disponíveis para a convecção forçada pura e para a convecção natural (livre) pura, respectivamente. O sinal positivo no lado direito da Equação 9.64 se aplica para o caso de escoamentos paralelos e transversais, enquanto o sinal de menos se aplica para o escoamento oposto. A melhor correlação dos dados é freqüentemente obtida com $n = 3$, embora valores de 7/2 e 4 possam ser mais adequados para escoamentos transversais envolvendo placas horizontais e cilindros (ou esferas), respectivamente.

A Equação 9.64 deve ser vista como uma primeira aproximação e qualquer tratamento sério de um problema de convecção mista deve ser acompanhado por um exame da literatura aberta. Escoamentos com convecção mista receberam atenção considerável do final da década de 70 a meados da década de 80, e revisões abrangentes da literatura estão disponíveis [39-42]. Os escoamentos são dotados de uma variedade de características interessantes e incomuns, que podem complicar as previsões da transferência de calor. Por exemplo, em um canal horizontal formado por placas paralelas, escoamentos tridimensionais na forma de vórtices longitudinais são induzidos pelo aquecimento através da superfície inferior, e a variação longitudinal do número de Nusselt é caracterizada por uma oscilação amortecida [43, 44]. Além disso, em escoamentos em canais, assimetrias significativas podem estar associadas à transferência de calor convectiva nas superfícies superior e inferior [45]. Finalmente, observamos que, embora os efeitos do empuxo possam intensificar significativamente a transferência de calor em escoamentos com convecção forçada no regime laminar, a intensificação é tipicamente desprezível se o escoamento forçado for turbulento [46].

9.10 *Transferência de Massa por Convecção*

O termo de empuxo no lado direito da Equação 9.3 é devido a variações de massa específica no fluido, que podem aparecer a partir de gradientes de concentração de espécies, assim como de gradientes de temperatura. Conseqüentemente, uma forma mais geral para o número de Grashof, Equação 9.12, é

$$Gr_L = \frac{g(\Delta\rho/\rho)\,L^3}{\nu^2} = \frac{g(\rho_s - \rho_\infty)\,L^3}{\rho\nu^2} \tag{9.65}$$

que pode ser aplicada em escoamentos de convecção natural impulsionados por gradientes de concentração e/ou gradientes de temperatura. Como mostrado na Seção 9.2, se as variações de massa específica foram somente devidas aos gradientes de temperatura, $(\Delta\rho/\rho) = -\beta\Delta T$. Entretanto, se não houver gradientes de temperatura, a movimentação pode ainda ser induzida por variações espaciais na composição das espécies, quando então considerações de similaridade levam à conclusão de que $Sh_L = f(Gr_L, Sc)$. Além disso, correlações para a transferência de massa por convecção podem ser inferidas a partir daquelas para a transferência de calor pelo uso da analogia entre as transferências de calor e massa. Por exemplo, se a espécie A está evaporando ou sublimando em uma superfície vertical para um ambiente quiescente formado por um fluido B, o coeficiente de transferência de massa por convecção pode ser obtido em uma forma análoga da Equação 9.24. Isto é,

$$\overline{Sh}_L = \frac{\overline{h}_m L}{D_{AB}} = C(Gr_L\,Sc)^n \tag{9.66}$$

onde Gr_L é dado pela Equação 9.65. Se a massa molar da espécie A é menor do que a da espécie B, $\rho_s < \rho_\infty$ e o escoamento induzido pelo empuxo é para cima ao longo da superfície. Se o oposto é verdadeiro, $\rho_s > \rho_\infty$ e o escoamento é descendente.

A analogia somente pode ser aplicada na forma anterior, em condições isotérmicas. Se houver gradientes de temperatura e de concentração da espécie, as transferências de massa e de calor irão ocorrer simultaneamente por convecção natural. Considerações de similaridade então fornecem $\overline{Nu}_L = f(Gr_L, Pr, Sc)$ e $\overline{Sh}_L = f(Gr_L, Sc, Pr)$, onde a diferença de massa específica $\Delta\rho$ é devida a variações de temperatura e de concentração. Como uma primeira aproximação, correlações existentes com a forma $\overline{Nu}_L = f(Gr_L, Pr)$ e $\overline{Sh}_L = f(Gr_L, Sc)$ podem ser usadas para determinar os coeficientes de transferência convectiva, desde que o valor de $\Delta\rho = \rho_s - \rho_\infty$ seja calculado incluindo os efeitos das variações de temperatura e de concentração em ρ_s e ρ_∞, e $Le = Pr/Sc \approx 1$. Em uma mistura binária das espécies A e B, as massas específicas na superfície e na corrente livre são definidas como $\rho_s = \rho_{s,A} + \rho_{s,B}$ e $\rho_\infty = \rho_{\infty,A} + \rho_{\infty,B}$, respectivamente, onde as massas específicas das espécies dependem das temperaturas na superfície e na corrente livre. A massa específica média na camada-limite é $\rho = (\rho_s - \rho_\infty)/2$.

9.11 *Resumo*

Analisamos escoamentos convectivos originados, em parte ou exclusivamente, das forças de empuxo e apresentamos os parâmetros adimensionais necessários para caracterizar tais escoamentos. Você deve ser capaz de decidir quando os efeitos da convecção natural são importantes, bem como quantificar as taxas de transferência de calor associadas. Uma grande va-

riedade de correlações empíricas foi fornecida com esse propósito.

Para testar o seu entendimento dos conceitos relacionados ao aqui tratado, analise as questões a seguir.

- O que é um fluido *quiescente e extenso*?
- Quais condições são necessárias para um escoamento impulsionado pelo empuxo?
- Qual é a diferença entre os perfis de velocidades em uma camada-limite de convecção natural sobre uma placa vertical aquecida e em uma camada-limite associada ao escoamento forçado sobre uma placa paralela?
- Qual é a forma geral do termo do empuxo na equação do momento na direção x em uma camada-limite de convecção natural? Como ele pode ser aproximado se o escoamento é devido a variações de temperatura? Qual é o nome da aproximação?
- Qual é a interpretação física do *número de Grashof*? O que é o *número de Rayleigh*? Como cada um destes parâmetros depende do comprimento característico?
- Para uma placa horizontal aquecida em ar quiescente, você acha que a transferência de calor será maior na superfície superior ou na inferior? Por quê? Para uma placa horizontal resfriada em ar quiescente, você acha que a transferência de calor será maior na superfície superior ou na inferior? Por quê?
- Para a convecção natural em um canal vertical entre placas paralelas, que tipo de equilíbrio de forças governa a vazão no canal?
- Para um canal vertical entre placas paralelas isotérmicas, qual é a base física para a existência de um espaçamento ótimo?
- Qual é a natureza do escoamento em uma cavidade cujas superfícies verticais são aquecidas e resfriadas? Qual é a natureza do escoamento em um espaço anular entre superfícies cilíndricas concêntricas que são aquecidas e resfriadas?
- O que quer dizer o termo *convecção mista*? Como se pode determinar se os efeitos da convecção mista devam ser considerados em uma análise de transferência de calor? Sob quais condições a transferência de calor é intensificada pela convecção mista? Sob quais condições ela é reduzida?
- Seja o transporte da espécie A de uma superfície horizontal voltada para cima em um fluido quiescente B. Se $T_s = T_\infty$ e a massa molar de A é menor do que a de B, qual é o problema da transferência de calor análogo? Qual é o problema da transferência de calor análogo se a massa molar de A ultrapassa a de B?

Referências

1. Jaluria, Y., *Natural Convection Heat and Mass Transfer,* Pergamon Press, New York, 1980.
2. Gebhart, B., Y. Jaluria, R. L. Mahajan, and B. Sammakia, *Buoyancy-Induced Flows and Transport,* Hemisphere Publishing, Washington, DC, 1988.
3. Ostrach, S., "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force," National Advisory Committee for Aeronautics, Report 1111, 1953.
4. LeFevre, E. J., "Laminar Free Convection from a Vertical Plane Surface," *Proc. Ninth Int. Congr. Appl. Mech.*, Brussels, Vol. 4, 168, 1956.
5. McAdams, W. H., *Heat Transmission,* 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1954, Chap. 7.
6. Warner, C. Y., and V. S. Arpaci, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **11,** 397, 1968.
7. Bayley, F. J., *Proc. Inst. Mech. Eng.,* **169,** 361, 1955.
8. Churchill, S. W., and H. H. S. Chu, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **18,** 1323, 1975.
9. Sparrow, E. M., and J. L. Gregg, *Trans. ASME,* **78,** 435, 1956.
10. Churchill, S. W., "Free Convection Around Immersed Bodies," in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook,* Section 2.5.7, Begell House, New York, 2002.
11. Sparrow, E. M., and J. L. Gregg, *Trans. ASME,* **78,** 1823, 1956.
12. Cebeci, T., "Laminar-Free-Convective Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Slender Circular Cylinder," *Proc. Fifth Int. Heat Transfer Conf.*, Paper NC1.4, pp. 15–19, 1974.
13. Minkowycz, W. J., and E. M. Sparrow, *J. Heat Transfer,* **96,** 178, 1974.
14. Vliet, G. C., *Trans. ASME,* **91C,** 511, 1969.
15. Fujii, T., and H. Imura, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **15,** 755, 1972.
16. Azevedo, L. F. A., and E. M. Sparrow, *J. Heat Transfer,* **107,** 893, 1985.
17. Rich, B. R., *Trans. ASME,* **75,** 489, 1953.
18. Goldstein, R. J., E. M. Sparrow, and D. C. Jones, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **16,** 1025, 1973.
19. Lloyd, J. R., and W. R. Moran, "Natural Convection Adjacent to Horizontal Surfaces of Various Planforms," ASME Paper 74-WA/HT-66, 1974.
20. Morgan, V. T., "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders," in T. F. Irvine and J. P. Hartnett, Eds., *Advances in Heat Transfer,* Vol. 11, Academic Press, New York, 1975, pp. 199–264.
21. Churchill, S. W., and H. H. S. Chu, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **18,** 1049, 1975.
22. Raithby, G. D., and K. G. T. Hollands, in W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and Y. I. Cho, Eds., *Handbook of Heat Transfer Fundamentals,* Chap. 4, McGraw-Hill, New York, 1998.
23. Elenbaas, W., *Physica,* **9,** 1, 1942.
24. Bar-Cohen, A., and W. M. Rohsenow, *J. Heat Transfer,* **106,** 116, 1984.
25. Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures," in J. P. Hartnett and T. F. Irvine, Eds., *Advances in Heat Transfer,* Vol. 8, Academic Press, New York, 1972, pp. 161–227.
26. Catton, I., "Natural Convection in Enclosures," *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Toronto, Canada, 1978, Vol. 6, pp. 13–31.
27. Globe, S., and D. Dropkin, *J. Heat Transfer,* **81C,** 24, 1959.
28. Hollands, K. G. T., G. D. Raithby, and L. Konicek, *Int. J. Heat Mass Transfer,* **18,** 879, 1975.

29. Churchill, S. W., "Free Convection in Layers and Enclosures," in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.5.8, Begell House, New York, 2002.
30. MacGregor, R. K., and A. P. Emery, *J. Heat Transfer*, **91**, 391, 1969.
31. Ayyaswamy, P. S., and I. Catton, *J. Heat Transfer*, **95**, 543, 1973.
32. Catton, I., P. S. Ayyaswamy, and R. M. Clever, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **17**, 173, 1974.
33. Clever, R. M., *J. Heat Transfer*, **95**, 407, 1973.
34. Arnold, J. N., I. Catton, and D. K. Edwards, "Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios," ASME Paper 75-HT-62, 1975.
35. Buchberg, H., I. Catton, and D. K. Edwards, *J. Heat Transfer*, **98**, 182, 1976.
36. Hollands, K. G. T., S. E. Unny, G. D. Raithby, and L. Konicek, *J. Heat Transfer*, **98**, 189, 1976.
37. Raithby, G. D., and K. G. T. Hollands, "A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems," in T. F. Irvine and J. P. Hartnett, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 11, Academic Press, New York, 1975, pp. 265–315.
38. Kuehn, T. H., and R. J. Goldstein, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, 1127, 1976.
39. Churchill, S. W., "Combined Free and Forced Convection around Immersed Bodies," in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.5.9, Begell House, New York, 2002.
40. Churchill, S. W., "Combined Free and Forced Convection in Channels," in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.5.10, Begell House, New York, 2002.
41. Chen, T. S., and B. F. Armaly, in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 14, Wiley-Interscience, New York, 1987.
42. Aung, W., in S. Kakac, R. K. Shah, and W. Aung, Eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 15, Wiley-Interscience, New York, 1987.
43. Incropera, F. P., A. J. Knox, and J. R. Maughan, *J. Heat Transfer*, **109**, 434, 1987.
44. Maughan, J. R., and F. P. Incropera, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **30**, 1307, 1987.
45. Osborne, D. G., and F. P. Incropera, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **28**, 207, 1985.
46. Osborne, D. G., and F. P. Incropera, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **28**, 1337, 1985.

Problemas

Propriedades e Considerações Gerais

9.1 Usando os valores para a massa específica da água da Tabela A.6, calcule o coeficiente de expansão volumétrica térmica a 300 K a partir de sua definição, Equação 9.4, e compare o seu resultado com o valor apresentado na tabela.

9.2 Considere um objeto com comprimento característico de 0,01 m e uma situação na qual a diferença de temperaturas é de 30°C. Estimando as propriedades termofísicas nas condições especificadas, determine o número de Rayleigh para os seguintes fluidos: ar (1 atm, 400 K), hélio (1 atm, 400 K), glicerina (285 K) e água (310 K).

9.3 Para avaliar a eficácia de diferentes líquidos no resfriamento por convecção natural, é conveniente introduzir um *índice de mérito*, F_N, que combina a influência de todas as propriedades pertinentes do fluido no coeficiente convectivo. Sendo o número de Nusselt descrito por uma expressão com a forma $Nu_L \sim Ra^n$, obtenha a relação correspondente entre o F_N e as propriedades do fluido. Para um valor representativo de $n = 0,33$, calcule valores de F_N para o ar ($k = 0,026$ W/(m·K), $\beta = 0,0035$ K^{-1}, $\nu = 1,5 \times 10^{-5}$ m²/s, $Pr = 0,70$), água ($k = 0,600$ W/(m·K), $\beta = 2,7 \times 10^{-4}$ K^{-1}, $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 5,0$) e um líquido dielétrico ($k = 0,064$ W/(m·K), $\beta = 0,0014$ K^{-1}, $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 25$). Qual fluido é o agente de resfriamento mais efetivo?

9.4 Em muitos casos, estamos interessados na convecção natural envolvendo gases que estão confinados em recintos fechados. Considere o ar a 27°C e a pressões de 1, 10 e 100 bar. Determine o *índice de mérito* descrito no Problema 9.3 para cada uma destas pressões. Qual pressão propiciará o resfriamento mais efetivo? *Sugestão*: Veja o Problema 6.17.

Placas Verticais

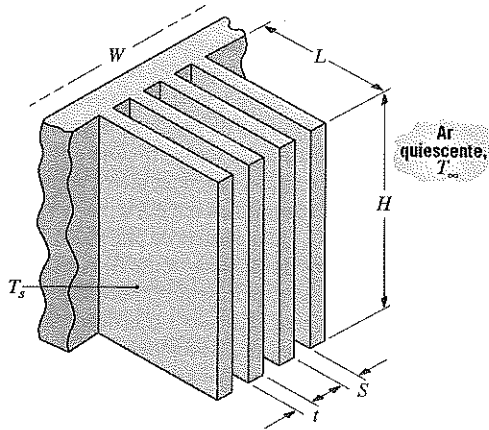
9.5 Conhece-se a taxa de transferência de calor por convecção natural em uma superfície vertical com 1 m de altura e 0,6 m de largura para o ar quiescente, que está 20 K mais frio do que a superfície. Qual é a razão entre as taxas de transferência de calor nesta situação e na que corresponde a uma superfície vertical com 0,6 m de altura por 1 m de largura para ar quiescente 20 K mais quente do que a superfície? Despreze a transferência de calor por radiação e qualquer influência da temperatura sobre as propriedades físicas relevantes do ar.

9.6 Seja uma grande placa vertical com uma temperatura superficial uniforme de 130°C suspensa em ar quiescente a 25°C e a pressão atmosférica.
(a) Estime a espessura da camada-limite em uma posição a 0,25 m da aresta inferior da placa.
(b) Qual é a velocidade máxima na camada-limite nesse local e em qual posição na camada-limite esse máximo ocorre?
(c) Usando o resultado da solução por similaridade, Equação 9.19, determine o coeficiente de transferência de calor a 0,25 m da aresta inferior da placa.
(d) Em qual local na placa, medido a partir de sua aresta inferior, a camada-limite irá se tornar turbulenta?

9.7 Um número de placas delgadas deve ser resfriado pela sua suspensão, em posição vertical, no interior de um banho de água a 20°C. Se as placas estão inicialmente a 54°C e têm 0,15 m de comprimento, qual deve ser o espaçamento mínimo entre as placas para evitar a interferência entre as suas camadas-limite de convecção natural?

9.8 Uma placa de alumínio quadrada, com 5 mm de espessura e 200 mm de lado, é aquecida enquanto permanece suspensa, em po-

sição vertical, em ar quiescente a 40°C. Determine o coeficiente de transferência de calor médio na placa quando a sua temperatura é de 15°C, através de dois métodos: usando resultados da solução por similaridade das equações da camada-limite e usando resultados obtidos com uma correlação empírica.

9.9 Considere uma série de aletas retangulares verticais, que deve ser usada para resfriar um componente eletrônico, montada em ar atmosférico quiescente a $T_\infty = 27°C$. Cada aleta possui $L = 20$ mm e $H = 150$ mm, e opera a uma temperatura aproximadamente uniforme de $T_s = 77°C$.

(a) Admitindo que cada superfície da aleta seja uma placa vertical em um meio quiescente infinito, descreva sucintamente o motivo da existência de um espaçamento ótimo entre aletas S. Usando a Figura 9.4, estime o valor ótimo de S para as condições especificadas.

(b) Para o valor ótimo de S e uma espessura das aletas de $t = 1,5$ mm, estime a taxa de transferência de calor saindo das aletas para uma série de aletas com largura $W = 355$ mm.

9.10 Determine o coeficiente de transferência de calor médio nas paredes verticais, com 2,5 m de altura, de uma casa na qual o ar interior e a temperatura superficial das paredes são, respectivamente, (a) 20 e 10°C, e (b) 27 e 37°C.

9.11 Partindo da correlação de convecção natural com a forma dada pela Equação 9.24, mostre que, para o ar a pressão atmosférica e a uma temperatura do filme de 400 K, o coeficiente de transferência de calor médio para uma placa vertical pode ser estimado por

$$\bar{h}_L = 1,40\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4} \qquad 10^4 < Ra_L < 10^9$$

$$\bar{h}_L = 0,98\Delta T^{1/3} \qquad 10^9 < Ra_L < 10^{13}$$

9.12 Um objeto sólido deve ser resfriado pela sua submersão em um fluido quiescente. O coeficiente de transferência de calor associado ao processo de convecção natural é dado por $\bar{h} = C(\Delta T)^{1/4}$, onde C é uma constante e $\Delta T = T - T_\infty$.

(a) Fazendo uso da aproximação da capacitância global, obtenha uma expressão para o tempo necessário para o objeto esfriar de uma temperatura inicial T_i até uma temperatura final T_f.

(b) Considere uma placa quadrada, em liga de alumínio (2024) e altamente polida, que possui 150 mm de lado por 5 mm de espessura. A placa está inicialmente a 225°C e encontra-se suspensa em ar ambiente a 25°C. Usando a correlação aproximada apropriada, fornecida no Problema 9.11, determine o tempo necessário para a placa atingir 80°C.

[(c)] Represente graficamente o histórico da temperatura obtido na parte (b) e compare com os resultados obtidos pela análise por capacitância global utilizando um coeficiente de transferência de calor por convecção natural constante, $\bar{h}_0$. Estime $\bar{h}_0$ com uma correlação apropriada, com base em uma temperatura superficial média de $\bar{T} = (T_i + T_f)/2$.

9.13 A porta de um forno doméstico, com 0,5 m de altura e 0,7 m de largura, atinge uma temperatura superficial média de 32°C durante a operação do forno. Estime a perda de calor para o ambiente externo a 22°C. Se a porta possui uma emissividade de 1,0 e a vizinhança também está a 22°C, comente sobre a relação entre as perdas térmicas por convecção natural e por radiação.

9.14 Uma placa em liga de alumínio (2024), aquecida até uma temperatura uniforme de 227°C, é resfriada enquanto permanece suspensa em posição vertical em uma sala cujo ar ambiente e a vizinhança se encontram a 27°C. A placa é quadrada, com 0,3 m de lado e 15 mm de espessura. Sua emissividade é de 0,25.

(a) Desenvolva uma expressão para a taxa de variação da temperatura da placa com o tempo, admitindo que a temperatura seja uniforme em qualquer tempo.

(b) Determine a taxa inicial de resfriamento (K/s), quando a temperatura da placa é de 227°C.

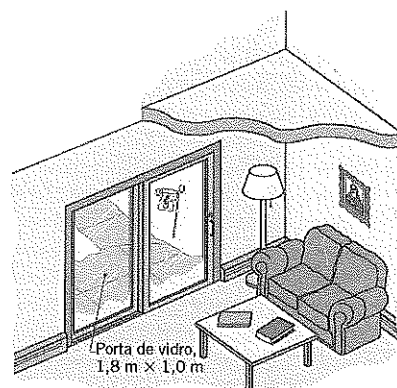
(c) Justifique a hipótese de temperatura uniforme da placa.

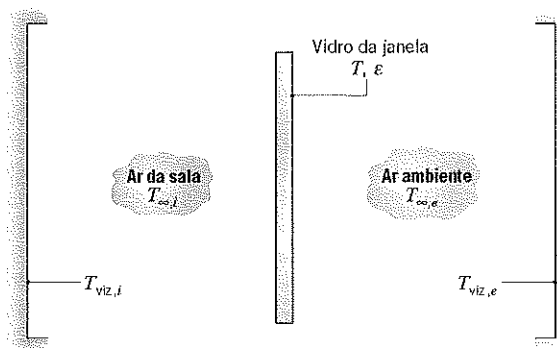
[(d)] Calcule e represente graficamente o histórico da temperatura da placa de $t = 0$ até o tempo necessário para ela atingir a temperatura de 30°C. Calcule e represente graficamente as variações correspondentes nas taxas de transferência de calor convectiva e radiante.

9.15 A placa descrita no Problema 9.14 foi usada em um experimento para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção natural. Em instante de tempo no qual a temperatura da placa era de 127°C, observou-se que a taxa de variação dessa temperatura era de −0,0465 K/s. Qual é o coeficiente de transferência de calor por convecção natural correspondente? Compare esse resultado com uma estimativa baseada em uma correlação empírica padrão.

9.16 O Noticiário Noturno da ABC, em um segmento de notícias a respeito de estudos e pesquisas efetuados na Universidade de Minnesota na área de hipotermia, afirmou que a perda de calor do corpo é 30 vezes mais rápida quando ele está imerso em água a 10°C do que em ar na mesma temperatura. Essa afirmação é realística?

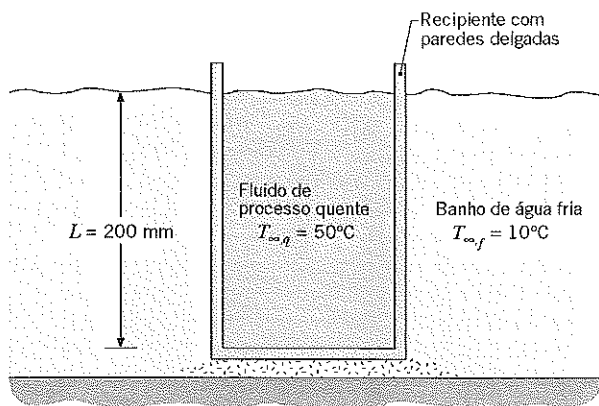
9.17 Considere uma janela simples (com uma única lâmina de vidro) vertical com largura e altura iguais ($W = L = 1$ m). A superfície interior está exposta ao ar e às paredes do quarto, que estão a 18°C. Sob condições ambientais frias, nas quais uma fina camada de gelo se forma na sua superfície interna, qual é a perda de calor através da janela? Como a sua análise seria afetada por uma camada de gelo cuja espessura não é desprezível? Durante o início da formação do gelo, onde você esperaria que o gelo comece a ser formado sobre a janela? A emissividade do gelo pode ser considerada igual a $\varepsilon = 0,90$.

9.18 Durante um dia de inverno, a porta de vidro de uma porta balcão externa, com altura de 1,8 m e largura de 1,0 m, mostra uma linha de gelo próximo a sua base. A temperatura das paredes da sala e do ar em seu interior é de 15°C.

(a) Explique por que a camada de gelo na porta de vidro se forma na sua base ao invés de na sua parte superior.
(b) Estime a perda de calor através da porta de vidro devido à convecção natural e à radiação. Suponha que a porta de vidro tenha uma temperatura uniforme de 0°C e que a emissividade da superfície do vidro seja de 0,94. Se a sala tiver um aquecedor elétrico, estime o custo diário correspondente à perda de calor pela porta de vidro para um preço da eletricidade de 0,08 $/(kW·h).

9.19 Uma chapa fina de vidro de uma janela com 1 m de lado separa o ar quiescente de uma sala a $T_{\infty,i} = 20°C$ do ar ambiente externo, também quiescente, a $T_{\infty,e} = -20°C$. As paredes da sala e a vizinhança externa (paisagens, prédios etc.) estão também a $T_{viz,i} = 20°C$ e $T_{viz,e} = -20°C$, respectivamente.

Se o vidro possui uma emissividade $\varepsilon = 1$, qual é a sua temperatura T? Qual é a taxa de perda de calor através do vidro?

9.20 Considere as condições do Problema 9.19, só que agora há uma diferença entre as temperaturas superficiais interna e externa da janela, $T_{s,i}$ e $T_{s,e}$. Para uma espessura e condutividade térmica do vidro de $t_v = 10$ mm e $k_v = 1{,}4$ W/(m·K), respectivamente, estime $T_{s,i}$ e $T_{s,e}$. Qual é a perda de calor através da janela?

9.21 Seja o sistema de transporte descrito no Problema 7.24, mas sob condições nas quais a corrente transportadora está parada e o ar está quiescente. Efeitos radiantes e interações entre as camadas-limite sobre superfícies adjacentes podem ser desprezados.
(a) Para as dimensões e a temperatura inicial especificadas das placas, assim como para a temperatura do ar fornecida, qual é a taxa inicial de transferência de calor em uma das placas?
(b) Quanto tempo leva para a placa resfriar de 300°C para 100°C? Comente sobre a suposição de radiação desprezível.

9.22 Um recipiente com paredes delgadas e contendo um fluido de processo quente a 50°C é colocado em um banho de água fria quiescente a 10°C. A transferência de calor nas superfícies interna e externa do recipiente pode ser aproximada como convecção natural em uma placa vertical.

(a) Determine o coeficiente global de transferência de calor entre o fluido de processo quente e o banho de água fria. Admita que as propriedades do fluido de processo quente sejam iguais às da água nas mesmas condições.
(b) Gere um gráfico do coeficiente global de transferência de calor como uma função da temperatura do fluido de processo quente $T_{\infty,q}$ na faixa de 20 a 60°C, com todas as demais condições permanecendo inalteradas.

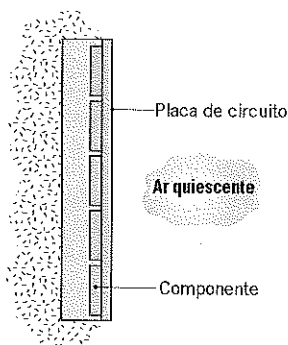
9.23 Considere um experimento para investigar a transição para escoamento turbulento em uma camada-limite de convecção natural que se desenvolve ao longo de uma placa vertical suspensa em uma grande sala. A placa é constituída por um aquecedor fino posicionado entre duas placas de alumínio e pode ser considerada isotérmica. A placa aquecida tem 1 m de altura e 2 m de largura. O ar quiescente e a vizinhança estão a 25°C.
(a) As superfícies expostas da placa de alumínio são cobertas com um revestimento muito fino de alta emissividade ($\varepsilon = 0{,}95$). Determine a potência elétrica que tem que ser fornecida ao aquecedor para manter a placa a uma temperatura de $T_s = 35°C$. Qual parcela da placa está exposta à condições turbulentas na camada-limite de convecção natural?
(b) O responsável pelo experimento especula que a rugosidade do revestimento está afetando a transição para a turbulência na camada-limite e decide remover o revestimento e polir a superfície do alumínio ($\varepsilon = 0{,}05$). Se a mesma potência for fornecida à placa como na parte (a), qual é a temperatura da placa em regime estacionário? Qual parcela da placa está exposta à condição turbulenta na camada-limite de convecção natural?

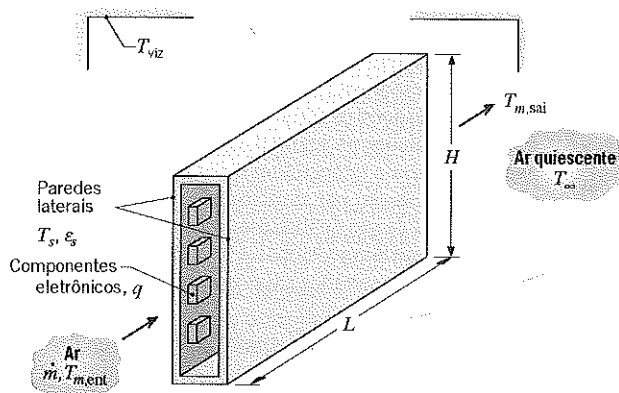
9.24 Uma placa quadrada em puro alumínio, 0,5 m de lado com 16 mm de espessura, está inicialmente a 300°C e encontra-se suspensa no interior de uma grande câmara. As paredes da câmara são mantidas a 27°C, da mesma forma que o ar no seu interior. Se a emissividade da superfície da placa é de 0,25, qual é a taxa de resfriamento inicial? É razoável supor a temperatura da placa uniforme durante o processo de resfriamento?

9.25 A janela traseira vertical de um automóvel possui uma espessura $L = 8$ mm e uma altura $H = 0{,}5$ m. O vidro contém fios aquecedores formando uma malha fina que podem induzir um aquecimento volumétrico praticamente uniforme, $\dot{q}$ (W/m³).
(a) Considere condições de regime estacionário, nas quais a superfície interna da janela está exposta ao ar quiescente a 10°C, enquanto a superfície externa está exposta ao ar ambiente a −10°C, movendo-se paralelamente à superfície com uma velocidade de 20 m/s. Determine a taxa volumétrica de aquecimento necessária para manter a superfície interna da janela a uma temperatura de $T_{s,i} = 15°C$.
(b) As temperaturas interna e externa da janela, $T_{s,i}$ e $T_{s,e}$, dependem das temperaturas no interior do carro e no ambiente, $T_{\infty,i}$ e $T_{\infty,e}$, respectivamente, assim como da velocidade u_∞ do ar escoando sobre a superfície externa e da taxa volumétrica de aquecimento $\dot{q}$. Sujeitos à restrição de que $T_{s,i}$ deve ser mantida a 15°C, desejamos desenvolver diretrizes para variar a taxa de aquecimento em resposta a variações em $T_{\infty,i}$, $T_{\infty,e}$ e/ou u_∞. Se $T_{\infty,i}$ for mantido a 10°C, como irão variar $\dot{q}$ e $T_{s,e}$ em função de $T_{\infty,e}$ no intervalo $-25 \leq T_{\infty,e} \leq 5°C$ e com $u_\infty = 10$, 20 e 30 m/s? Se for mantida uma velocidade constante do veículo, como $u_\infty = 30$ m/s, como irão variar $\dot{q}$ e $T_{s,e}$ em função de $T_{\infty,i}$ no intervalo $5 \leq T_{\infty,i} \leq 20°C$, para $T_{\infty,e} = -25$, -10 e 5°C?

9.26 Determine o fluxo térmico uniforme máximo permissível que pode ser imposto a um painel de aquecimento de parede com 1 m de altura, se a sua temperatura máxima não deve ser superior a 37°C quando a temperatura do ar ambiente é de 25°C.

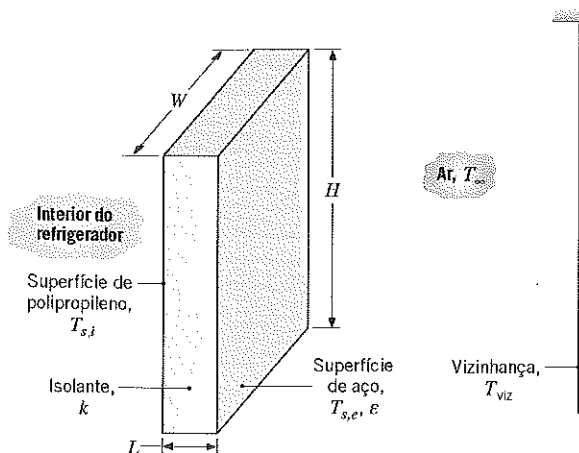
9.27 Os componentes de uma placa de circuitos vertical quadrada com 150 mm de lado dissipam 5 W. A superfície posterior é isolada

termicamente e a superfície frontal está exposta ao ar quiescente a 27°C.

Admitindo um fluxo térmico na superfície uniforme, qual é a temperatura máxima na placa? Qual é a temperatura da placa para uma condição de superfície isotérmica?

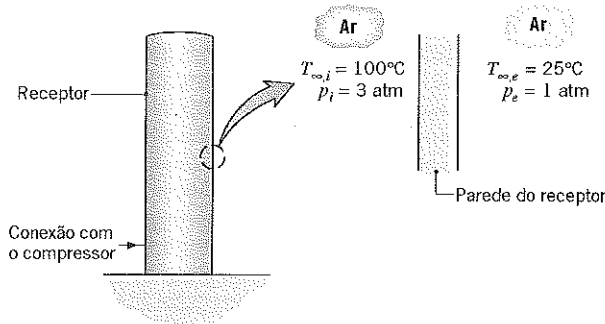
9.28 Placas de circuitos são montadas nas paredes verticais interiores de um duto retangular de altura $H = 400$ mm e comprimento $L = 800$ mm. Embora as placas sejam resfriadas pela transferência de calor por convecção forçada para o ar através do duto, nem todo o calor dissipado pelos componentes eletrônicos é transferido para o escoamento. Parte do calor é transferida por condução através das paredes verticais do duto e então por convecção natural e radiação para o ar ambiente (atmosférico) e a vizinhança, que estão a uma mesma temperatura igual a $T_\infty = T_{viz} = 20°C$. As paredes são metálicas e, em uma primeira aproximação, podem ser consideradas isotérmicas e a uma temperatura T_s.

(a) Considere condições nas quais os componentes eletrônicos dissipam 200 W e o ar entra no duto a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}015$ kg/s e a uma temperatura de $T_{m,ent} = 20°C$. Se a emissividade das paredes laterais é igual a $\varepsilon_s = 0{,}15$ e a temperatura de saída do ar igual a $T_{m,sai} = 30°C$, qual é a temperatura da superfície T_s?

(b) Para reduzir a temperatura dos componentes eletrônicos, deseja-se intensificar a transferência de calor saindo das paredes laterais. Supondo que as condições no escoamento do ar permaneçam inalteradas, qual é o efeito na T_s da aplicação de um revestimento com alta emissividade ($\varepsilon_s = 0{,}90$) nas paredes laterais externas?

(c) Se houver a perda do escoamento do ar enquanto a potência continua sendo dissipada, qual é o valor resultante de T_s para $\varepsilon_s = 0{,}15$ e $\varepsilon_s = 0{,}90$?

9.29 A porta de um refrigerador possui uma altura de $H = 1$ m e uma largura de $W = 0{,}65$ m e está localizada em uma grande sala na qual o ar e as paredes estão a $T_\infty = T_{viz} = 25°C$. A porta é formada por uma camada de isolamento térmico à base de poliestireno ($k = 0{,}03$ W/(m·K)) posicionada entre finas chapas de aço ($\varepsilon = 0{,}6$) e de polipropileno. Sob condições normais de operação, a superfície interna da porta é mantida a uma temperatura fixa de $T_{s,i} = 5°C$.

(a) Estime o ganho de calor através da porta na pior condição, que corresponde à ausência da camada de isolante ($L = 0$).

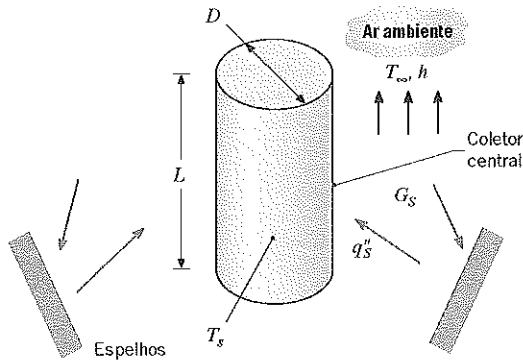
[(b)] Calcule e represente graficamente o ganho de calor e a temperatura da superfície externa $T_{s,e}$ como funções da espessura da camada de isolante para $0 \leq L \leq 25$ mm.

9.30 Ar, a 3 atm e 100°C, é descarregado de um compressor em um receptor vertical com 2,5 m de altura e 0,75 m de diâmetro. Suponha que a parede do receptor possua resistência térmica desprezível, esteja a uma temperatura uniforme, e que a transferência de calor nas suas superfícies interna e externa é por convecção natural em uma placa vertical. Despreze a radiação e quaisquer perdas térmicas pela extremidade superior do receptor.

(a) Estime a temperatura da parede do receptor e a taxa de transferência de calor para o ar ambiente a 25°C. Para facilitar o uso das correlações de convecção natural com temperaturas do filme apropriadas, suponha que a temperatura da parede do receptor seja 60°C.

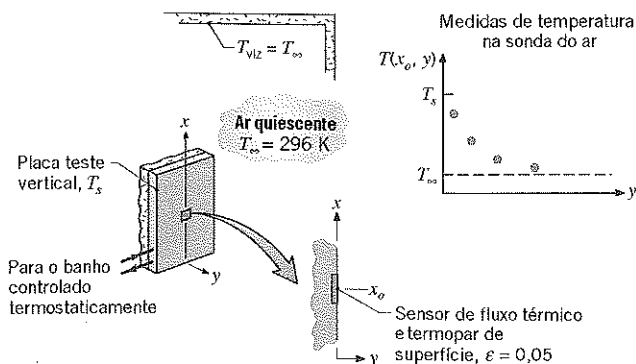
(b) As temperaturas do filme utilizadas na parte (a) são razoáveis? Em caso negativo, utilize um procedimento iterativo para determinar valores consistentes.

[(c)] Agora considere duas características do receptor que foram desprezadas na análise anterior: (i) a troca de calor por radiação de sua superfície externa, que possui emissividade de 0,85, para uma grande vizinhança também a 25°C; e (ii) a resistência térmica de sua parede com 20 mm de espessura e condutividade térmica de 0,25 W/(m·K). Represente o sistema por um circuito térmico e estime as temperaturas das superfícies da parede e a taxa de transferência de calor.

9.31 No conceito de *coleta centralizada* em uma planta de potência solar, muitos espelhos no nível do solo são usados para direci-

onar um fluxo solar concentrado q_s'' para o coletor, que se encontra posicionado no topo de uma torre. Contudo, mesmo com a absorção de toda a radiação solar pela superfície externa do coletor, perdas devidas à convecção natural e à radiação reduzem a eficiência de coleta para valores abaixo do máximo possível de 100%. Considere um receptor cilíndrico de diâmetro $D = 7$ m, comprimento $L = 12$ m e emissividade $\varepsilon = 0{,}20$.

(a) Se todo o fluxo solar é absorvido pelo coletor e uma temperatura superficial de $T_s = 800$ K é mantida, qual é a taxa de perda de calor no coletor central? O ar ambiente está quiescente a uma temperatura de $T_\infty = 300$ K e a irradiação vinda da vizinhança pode ser desprezada. Se o valor correspondente do fluxo solar concentrado é de $q_s'' = 10^5$ W/m², qual é a eficiência do coletor?

(b) A temperatura da superfície do coletor é afetada por condições de projeto e operacionais na planta de potência. Na faixa de 600 a 1000 K, represente graficamente a variação das taxas convectiva, radiante e total como funções de T_s. Para um valor fixo de $q_s'' = 10^5$ W/m², represente graficamente a variação correspondente da eficiência do coletor.

9.32 Um aparato experimental, mostrado na figura, mede o coeficiente convectivo local e a distribuição de temperaturas na camada-limite em uma placa vertical aquecida imersa em uma grande extensão de fluido, que se encontra estagnada. A placa é mantida a uma temperatura uniforme pela circulação de um fluido, controlada termostaticamente, através de canais de escoamento embutidos na placa. O fluxo térmico e a temperatura superficial são medidos em locais discretos ao longo do eixo x por pequenos sensores, que usam tecnologia de termopares de filme fino. A temperatura do fluido na camada-limite é medida usando uma sonda com termopar de microfio. A placa é montada em uma sala com condições ambientais controladas. Para o conjunto de observações apresentadas a seguir, o ar quiescente e a temperatura das paredes da sala estavam a 296 K. Sua tarefa é processar as observações experimentais e compará-las com os resultados da solução por similaridade para a convecção natural em regime laminar (Seção 9.4).

A tabela a seguir fornece medidas do sensor de fluxo térmico em seis posições para a diferença especificada entre as temperaturas da placa e do ar.

$T_s - T_\infty = 7{,}7$ K						
x (mm)	25	75	175	275	375	475
q''_{tot} (W/m²)	41,4	27,2	22,0	20,1	18,3	17,2

Medidas obtidas com a sonda de temperatura do ar são fornecidas a seguir para três posições y discretas em duas posições x. Os números de Grashof locais correspondentes às posições x foram calculados para facilitar a sua análise.

$T_s - T_\infty = 7{,}3$ K						
	$x = 200$ mm, $Gr_x = 7{,}6 \times 10^6$			$x = 400$ mm, $Gr_x = 6{,}0 \times 10^7$		
y(mm)	2,5	5,0	10,0	2,5	5,0	10,0
$T(x, y) - T_\infty$(K)	5,5	3,8	1,6	5,9	4,5	2,0

(a) Nas superfícies dos sensores de fluxo térmico há convecção natural e troca radiante com a vizinhança. Escreva uma expressão para estimar o fluxo térmico radiante saindo do sensor como uma função da emissividade da superfície, da temperatura da vizinhança e da diferença de temperaturas ($T_s - T_\infty$).

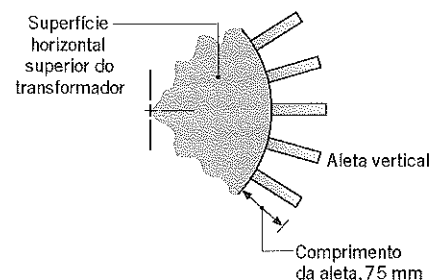
(b) Usando a expressão deduzida na parte (a), aplique uma correção no fluxo térmico total, q''_{tot}, para obter o fluxo térmico convectivo, q''_{cv}, e calcule o coeficiente convectivo. Adicione na primeira tabela apresentada os resultados de sua análise.

(c) Calcule e represente graficamente o coeficiente convectivo local, $h_x(x)$, como uma função da coordenada x usando a solução por similaridade, Equações 9.19 e 9.20. No mesmo gráfico, represente os pontos experimentais. Comente sobre a comparação entre os resultados experimentais e analíticos.

(d) Para as condições na segunda tabela, compare as medidas experimentais da temperatura do ar na camada-limite com aquelas da solução por similaridade, Figura 9.4b. Resuma os resultados de sua análise usando o parâmetro similar, η, e a temperatura adimensional, T^*. Comente sobre a comparação entre os resultados experimentais e analíticos.

Placas Horizontais e Inclinadas

9.33 Considere o transformador do Problema 8.97, cuja superfície lateral está sendo mantida a 47°C por uma linha de refrigerante por convecção forçada que remove 1000 W. Deseja-se explorar o resfriamento do transformador por convecção natural e radiação, admitindo que a superfície possui uma emissividade de 0,80.

(a) Determine a potência que pode ser removida por convecção natural e radiação nas superfícies lateral *e* horizontal superior, quando as temperaturas ambiente e da vizinhança são de 27°C.

(b) Aletas verticais, com 5 mm de espessura, 75 mm de comprimento e 500 mm de altura, podem ser facilmente soldadas à superfície lateral. Qual é a taxa de remoção de calor por convecção natural se 30 dessas aletas forem fixadas ao transformador?

9.34 O escoamento de ar através de um longo duto de ar-condicionado, com formato quadrado e 0,2 m de lado, mantém a sua superfície externa a uma temperatura de 10°C. Se o duto, na posição horizontal, não possui isolamento térmico e está exposto ao ar a 35°C no porão de uma casa, qual é o ganho de calor por unidade de comprimento do duto?

9.35 Considere as condições do Exemplo 9.3, incluindo o efeito da adição de uma camada de isolamento térmico com espessura t e condutividade térmica $k = 0{,}035$ W/(m·K) no duto. Desejamos, agora, incluir o efeito da radiação nas temperaturas das superfícies externas e na taxa de perda de calor total por unidade de comprimento do duto.

(a) Se $T_{s,1} = 45°C$, $t = 25$ mm, $\varepsilon = 1$ e $T_{viz} = 288$ K, quais são as temperaturas das superfícies laterais, superior e inferior? Quais são as taxas de perda de calor correspondentes por unidade de comprimento de duto?

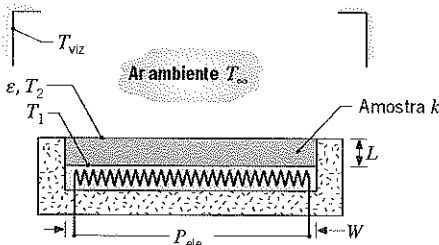
(b) Para a superfície superior, calcule e represente graficamente $T_{s,2}$ e q' como funções da espessura do isolante para $0 \leq t \leq 50$ mm. A superfície do duto exposta ($t = 0$) também pode ser considerada com uma emissividade de $\varepsilon = 1$.

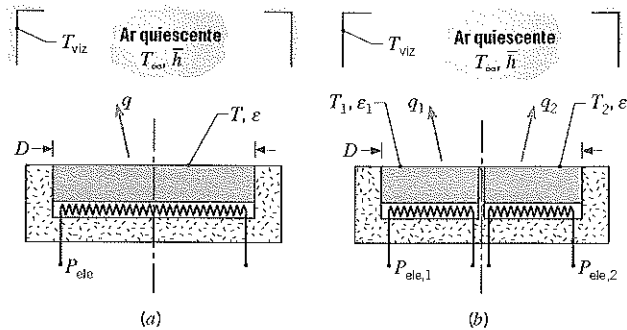
9.36 Um aquecedor elétrico com a forma de um disco horizontal com 400 mm de diâmetro é usado para aquecer o fundo de um tanque de óleo de motor a uma temperatura de 5°C. Calcule a potência necessária para manter a temperatura do aquecedor a 70°C.

9.37 Considere uma aleta plana horizontal fabricada em aço-carbono não-ligado ($k = 57$ W/(m·K), $\varepsilon = 0{,}5$), com 6 mm de espessura e 100 mm de comprimento. A base da aleta é mantida a 150°C, enquanto o ar ambiente quiescente e a vizinhança se encontram a 25°C. Admita que a extremidade da aleta seja adiabática.

(a) Estime a taxa de transferência de calor na aleta por unidade de largura, q'_a. Ao calcular o coeficiente de transferência de calor por convecção natural e o coeficiente radiante linearizado, utilize uma temperatura média de 125°C para a superfície da aleta. Qual a sensibilidade desta sua estimativa em relação à escolha da temperatura média para a superfície da aleta?

(b) Faça um gráfico de q'_a em função do valor da emissividade da aleta para $0{,}05 \leq \varepsilon \leq 0{,}95$. Nas mesmas coordenadas, mostre a fração da taxa de transferência de calor total representada pela troca radiante.

9.38 A condutividade térmica e a emissividade da superfície de um material podem ser determinadas pelo aquecimento de sua superfície inferior e exposição de sua superfície superior ao ar quiescente e a uma grande vizinhança com temperaturas iguais, $T_\infty = T_{viz} = 25°C$. As superfícies restantes da amostra/aquecedor são bem isoladas.

Considere uma amostra com espessura $L = 25$ mm e uma plataforma quadrada de largura $W = 250$ mm. Em um experimento realizado sob condições de regime estacionário, medidas de temperatura efetuadas nas superfícies inferior e superior da amostra fornecem os valores $T_1 = 150°C$ e $T_2 = 100°C$, respectivamente, para uma alimentação de potência de $P_{ele} = 70$ W. Quais são a condutividade térmica e a emissividade da amostra?

9.39 Coeficientes de transferência de calor por convecção para uma superfície horizontal aquecida voltada para cima podem ser determinados por um sensor cujas características específicas dependem se a temperatura da vizinhança é conhecida. Para a configuração A, um disco de cobre, que é eletricamente aquecido na parte inferior, é encaixado em um material isolante de tal forma que todo o calor é transferido por convecção e radiação na superfície superior. Se a emissividade da superfície e as temperaturas do ar e da vizinhança forem conhecidas, o coeficiente convectivo pode ser determinado a partir de medidas da potência elétrica e da temperatura superficial do disco. A configuração B é usada em situações nas quais a temperatura da vizinhança não é conhecida. Uma fina fita isolante separa discos semicirculares com aquecedores elétricos independentes e diferentes emissividades. Se as emissividades e a temperatura do ar forem conhecidas, o coeficiente convectivo pode ser determinado a partir de medidas da potência elétrica fornecida para cada disco para mantê-los a uma mesma temperatura.

(a) Em uma aplicação da configuração A, com um disco com diâmetro $D = 160$ mm e emissividade $\varepsilon = 0{,}8$, valores de $P_{ele} = 10{,}8$ W e $T = 67°C$ são medidos para $T_\infty = T_{viz} = 27°C$. Qual é o valor correspondente do coeficiente convectivo médio? Como ele se compara às previsões baseadas em correlações padrões?

(b) Agora considere uma aplicação com a configuração B na qual $T_\infty = 17°C$ e T_{viz} não é conhecida. Com $D = 160$ mm, $\varepsilon_1 = 0{,}8$ e $\varepsilon_2 = 0{,}1$; valores de $P_{ele,1} = 9{,}7$ W e $P_{ele,2} = 5{,}67$ W são medidos quando $T_1 = T_2 = 77°C$. Determine o valor correspondente do coeficiente convectivo e a temperatura da vizinhança. Como o coeficiente convectivo se compara às previsões com uma correlação apropriada?

9.40 Uma grade de aquecimento circular, com diâmetro de 0,25 m e emissividade de 0,9, é mantida a uma temperatura superficial constante de 130°C. Qual é a potência elétrica necessária quando o ar ambiente e a vizinhança estão a 24°C?

9.41 Muitos computadores *laptop* são equipados com sistemas de gerenciamento térmico que envolve o resfriamento com líquido da unidade central de processamento (UCP), a transferência do líquido aquecido para a parte de trás da montagem da tela do *laptop* e a dissipação do calor a partir da parte de trás da montagem da tela, através de um espalhador de calor plano e isotérmico. O líquido resfriado é recirculado para a UCP e o processo continua. Considere um espalhador de calor de alumínio com largura $w = 275$ mm e altura $L = 175$ mm. A montagem da tela está orientada com um ângulo $\theta = 30°$ em relação à direção vertical e o espalhador de calor está fixado ao envoltório plástico, com espessura $t = 3$ mm, com um adesivo condutor térmico. O envoltório plástico tem uma condutividade térmica $k = 0{,}21$ W/(m·K) e emissividade $\varepsilon = 0{,}85$. A resistência de

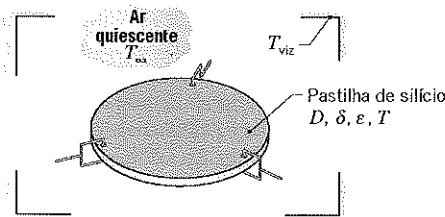
contato associada à interface espalhador de calor-envoltório é $R_{t,c} = 2,0 \times 10^{-4}$ m²·K/W. Se a UCP gera, em média, 15 W de energia térmica, qual é a temperatura do espalhador de calor quando $T_\infty = T_{viz} = 23°C$? Qual resistência térmica (contato, condutiva, radiante e convecção natural) é a maior?

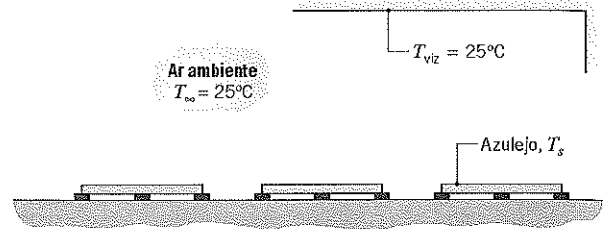
9.42 Considere o teto do baú do caminhão refrigerado descrito no Problema 7.20, em condições nas quais o caminhão encontra-se estacionado ($V = 0$). Todas as outras condições permanecem inalteradas. Para $\alpha_S = \varepsilon = 0,5$; determine a temperatura da superfície externa, $T_{s,e}$, e a carga térmica imposta ao sistema de refrigeração. *Sugestão*: Suponha $T_{s,e} > T_\infty$ e $Ra_L > 10^7$.

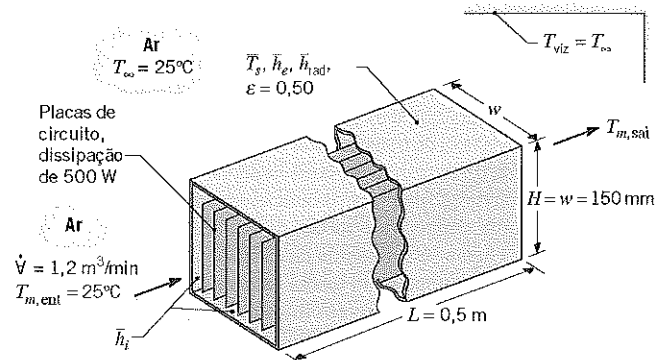
9.43 O teto horizontal não isolado termicamente de um forno de fundição de alumínio, com dimensões de 4 m por 4 m, é composto por uma camada de tijolos refratários, com 0,08 m de espessura, coberta por uma chapa de aço (AISI 1010) com 5 mm de espessura. A superfície do refratário exposta aos gases do forno é mantida, durante a operação, a uma temperatura de 1700 K, enquanto a superfície externa do aço encontra-se exposta ao ar e as paredes de uma grande sala a 25°C. A emissividade do aço é de $\varepsilon = 0,3$.

(a) Qual é a taxa de perda de calor pelo teto do forno?
(b) Se uma camada com 20 mm de espessura de um isolante térmico à base de alumina-sílica (64 kg/m³) for colocada entre os tijolos refratários e a chapa de aço, qual será a nova taxa de perda de calor pelo teto do forno? Qual será a temperatura na superfície interna da camada do isolante?
(c) Um dos engenheiros de processo afirma que a temperatura da superfície interna da camada de isolamento térmico determinada na parte (b) é muito elevada para uma operação segura e durável. Qual espessura da camada de tijolos refratários iria reduzir essa temperatura para 1350 K?

9.44 Um rádio-amplificador estéreo é envolto por um gabinete metálico cuja superfície superior horizontal tem 0,5 m × 0,5 m de lado. A superfície, que não é ventilada, possui uma emissividade de $\varepsilon = 0,8$ e está exposta ao ar ambiente quiescente e a uma grande vizinhança a $T_\infty = T_{viz} = 25°$. Para temperaturas superficiais no intervalo $50 \leq T_s \leq 75°C$, calcule e represente graficamente a taxa de transferência de calor total saindo da superfície, bem como as contribuições individuais devidas à convecção e à radiação.

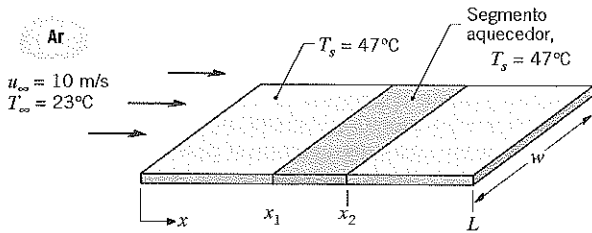
9.45 No final de um processo de fabricação, uma pastilha de silício de diâmetro $D = 150$ mm, espessura $\delta = 1$ mm e emissividade $\varepsilon = 0,65$ está a uma temperatura inicial de $T_i = 325°C$ e é deixada resfriar em ar ambiente quiescente e em uma grande vizinhança na qual $T_\infty = T_{viz} = 25°C$.

(a) Qual é a taxa de resfriamento inicial?
(b) Quanto tempo é necessário para a pastilha atingir uma temperatura de 50°C? Comente como os efeitos relativos da convecção e da radiação variam com o tempo durante o processo de resfriamento.

9.46 Um azulejo quadrado, com 200 mm de lado e 10 mm de espessura, possui as propriedades termofísicas do pyrex ($\varepsilon = 0,80$) e sai de um processo de cura a uma temperatura inicial de T_i = 140°C. A superfície inferior do azulejo encontra-se isolada e a superfície superior está exposta ao ar ambiente e a uma vizinhança, ambos a 25°C.

(a) Estime o tempo necessário para que o azulejo resfrie até uma temperatura final, segura ao toque, de $T_f = 40°C$. Utilize uma temperatura superficial média para o azulejo de $\overline{T} = (T_i + T_f)/2$ para calcular o coeficiente de transferência de calor por convecção natural médio e o coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado. Qual é a sensibilidade da sua estimativa em relação ao valor de $\overline{T}$ utilizado?
(b) Estime o tempo de resfriamento necessário com o ar ambiente sendo soprado em escoamento paralelo sobre o azulejo com uma velocidade de 10 m/s.

9.47 Placas de circuitos integrados (CI) são colocadas no interior de um duto e dissipam um total de 500 W. O duto tem uma seção transversal quadrada com $w = H = 150$ mm e um comprimento de 0,5 m. O ar entra no duto a 25°C e 1,2 m³/min, e o coeficiente convectivo entre o ar e as superfícies internas do duto é $\overline{h}_i = 50$ W/(m²·K). Toda a superfície externa do duto, que é anodizada com uma emissividade de 0,5, está exposta ao ar ambiente e a uma grande vizinhança a 25°C.

A sua tarefa é desenvolver um modelo para estimar a temperatura de saída do ar, $T_{m,sai}$, e a temperatura média da superfície do duto, $\overline{T}_S$.

(a) Supondo uma temperatura na superfície de 37°C, estime o coeficiente de convecção natural médio, $\overline{h}_e$, para a superfície externa do duto.
(b) Supondo uma temperatura na superfície de 37°C, estime o coeficiente de radiação linearizado médio, $\overline{h}_{rad}$, para a superfície externa do duto.
(c) Efetue um balanço de energia no duto considerando a dissipação de potência elétrica nos CIs, a taxa de variação da energia do ar escoando através do duto e a taxa de transferência de calor do ar no interior do duto para a vizinhança. Expresse o último processo em termos das resistências térmicas entre a temperatura média do ar no duto, $\overline{T}_m$, e a temperatura do ar ambiente e da vizinhança.
(d) Substitua os valores numéricos na expressão da parte (c) e calcule a temperatura do ar na saída, $T_{s,sai}$. Estime o valor correspondente de $\overline{T}_s$. Comente os seus resultados e as hipóteses inerentes ao seu modelo.

9.48 Uma placa de alumínio altamente polida com comprimento de 0,5 m e largura de 0,2 m é submetida a uma corrente de ar a uma temperatura de 23°C e a uma velocidade de 10 m/s. Devido às

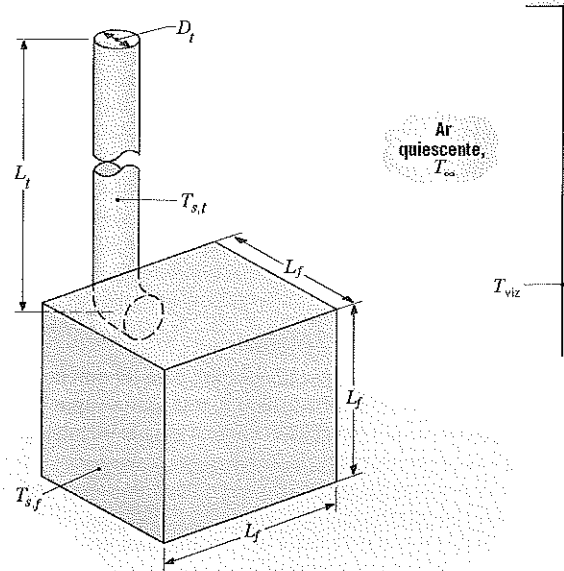
condições a montante, o escoamento é turbulento ao longo de toda a extensão da placa. Uma série de aquecedores segmentados, controlados independentemente, está fixada à superfície inferior da placa com o objetivo de manter condições aproximadamente isotérmicas ao longo de toda a placa. O aquecedor elétrico, cobrindo a seção localizada entre $x_1 = 0{,}2$ m e $x_2 = 0{,}3$ m, é mostrado na figura.

(a) Estime a potência elétrica que deve ser fornecida ao segmento aquecedor identificado para manter a temperatura superficial da placa a $T_s = 47°C$.
(b) Se o soprador que mantém a velocidade da corrente de ar sobre a placa apresentar problemas, mas a potência nos aquecedores permanecer constante, estime a temperatura superficial do segmento identificado. Considere o ar ambiente extenso e quiescente, a 23°C.

9.49 O coeficiente de convecção natural médio nas superfícies externas de um longo duto retangular na posição horizontal exposto a um fluido quiescente pode ser estimado com a correlação de Haln-Didion (H-D) [ASHRAE Proceedings, Parte 1, pp. 262-67, 1972]:

$$\overline{Nu}_P = 0{,}55 Ra_P^{1/4}\left(\frac{H}{P}\right)^{1/8} \qquad Ra_P \leq 10^7$$

onde o comprimento característico é a metade do perímetro, $P = (w + H)$, e w e H são, respectivamente, a largura horizontal e a altura vertical do duto. As propriedades termofísicas são calculadas na temperatura do filme.
(a) Considere um duto quadrado, horizontal, com 0,15 m de lado e uma temperatura superficial de 35°C em um ar ambiente a 15°C. Calcule o coeficiente convectivo médio e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento usando a correlação H-D.
(b) Calcule o coeficiente convectivo médio e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento considerando o duto sendo formado por placas verticais (laterais) e placas horizontais (topo e base). Você espera que esta estimativa seja maior ou menor do que a obtida com a correlação H-D? Explique a diferença, se houver.
(c) Usando uma correlação apropriada, calcule o coeficiente convectivo médio e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento para um duto de seção transversal circular com perímetro igual ao perímetro molhado do duto retangular da parte (a). Você espera que esta estimativa seja maior ou menor do que a obtida com a correlação H-D? Explique a diferença, se houver.

9.50 Deseja-se estimar a efetividade de uma aleta plana horizontal, com seção reta retangular, quando instalada em uma superfície que opera a 45°C em um ambiente no qual a vizinhança e o ar ambiente estão a 25°C. A aleta deve ser fabricada com uma liga de alumínio (2024-T6), com um acabamento anodizado ($\varepsilon = 0{,}82$), e possui 2 mm de espessura e 100 mm de comprimento.
(a) Considerando apenas a convecção natural na superfície da aleta e estimando um coeficiente de transferência de calor médio, determine a efetividade da aleta.
(b) Estime a efetividade da aleta, incluindo a influência da transferência de calor por radiação com a vizinhança.
(c) Usando um método numérico, desenvolva as equações de diferenças finitas e obtenha a efetividade da aleta. Os modos de transferência por convecção natural e por radiação devem estar baseados em valores locais, ao invés de valores médios, para a aleta.

9.51 Certos projetos de fornos que queimam madeira estão baseados exclusivamente na transferência de calor por radiação e convecção natural para a vizinhança. Considere um forno que forma um compartimento cúbico, $L_f = 1$ m de lado, no interior de uma grande sala. As paredes externas do forno possuem uma emissividade de $\varepsilon = 0{,}8$ e estão a uma temperatura de operação de $T_{s,f} = 500$ K.

O tubo do forno, que pode ser considerado isotérmico a uma temperatura de operação de $T_{s,t} = 400$ K, possui diâmetro $D_t = 0{,}25$ m e altura $L_t = 2$ m, e se estende do forno até o teto. O forno encontra-se em uma grande sala cujo ar e paredes estão a $T_\infty = T_{viz} = 300$ K. Desprezando a transferência de calor na pequena seção horizontal do tubo e a troca de calor por radiação entre o tubo e o forno, estime a taxa de transferência de calor do forno e do tubo para a vizinhança.

9.52 Uma placa, com dimensões de 1 m por 1 m e inclinada com um ângulo de 45°, tem a sua superfície inferior exposta a um fluxo térmico radiante líquido de 300 W/m². Se a superfície superior da placa for bem isolada, estime a temperatura que a placa atingirá quando o ar ambiente estiver quiescente e a uma temperatura de 0°C.

Cilindros Horizontais e Esferas

9.53 Um bastão horizontal com 5 mm de diâmetro está imerso em água mantida a 18°C. Se a temperatura superficial do bastão é de 56°C, estime a taxa de transferência de calor por convecção natural por unidade de comprimento do bastão.

9.54 Uma tubulação de vapor horizontal, sem isolamento térmico, passa através de uma grande sala cujas paredes e o ar ambiente estão a 300 K. A tubulação, com 150 mm de diâmetro, possui uma emissividade de 0,85 e uma temperatura superficial externa de 400 K. Calcule a perda de calor por unidade de comprimento da tubulação.

9.55 Examine as condições do Exemplo 9.4, incluindo o efeito da adição de uma camada de isolamento térmico com espessura t, condutividade térmica $k = 0{,}026$ W/(m·K) e emissividade $\varepsilon = 0{,}85$.

Calcule e represente graficamente a temperatura superficial $T_{s,2}$ e a perda de calor q' em função da espessura do isolante para $0 \leq t \leq 50$ mm. Além da adição de isolante, a perda de calor pode ser reduzida pela diminuição da emissividade superficial do isolante. Para $t = 25$ mm, calcule e represente graficamente $T_{s,2}$ e q' em função da emissividade no intervalo $0,1 \leq \varepsilon \leq 1,0$.

9.56 Bebidas em lata, com 150 mm de comprimento por 60 mm de diâmetro, encontram-se inicialmente a uma temperatura de 27°C e devem ser resfriadas pela sua colocação em uma geladeira a 4°C. Com o objetivo de maximizar a taxa de resfriamento, as latas devem ser colocadas na geladeira na posição horizontal ou na posição vertical? Como uma primeira aproximação, despreze a transferência de calor nas extremidades da lata.

9.57 Considere o Problema 8.47. Uma solução mais realista levaria em consideração a resistência à transferência de calor devido à convecção natural na parafina durante o processo de liquefação. Admitindo que a superfície do tubo possua uma temperatura uniforme de 55°C e que a parafina seja um líquido quiescente com dimensões infinitas, determine o coeficiente convectivo associado à superfície externa. Usando esse resultado e reconhecendo que a temperatura superficial do tubo é desconhecida, determine a temperatura de saída da água, a taxa de transferência de calor total e o tempo necessário para a completa liquefação da parafina, nas condições que foram especificadas. As propriedades termofísicas associadas ao estado líquido da parafina são $k = 0,15$ W/(m·K), $\beta = 8 \times 10^{-4}$ K^{-1}, $\rho = 770$ kg/m³, $\nu = 5 \times 10^{-6}$ m²/s e $\alpha = 8,85 \times 10^{-8}$ m²/s.

9.58 Uma longa linha de vapor horizontal, com 89 mm de diâmetro externo e uma emissividade de 0,8, transporta vapor a 200°C e está exposta ao ar atmosférico e a uma grande vizinhança a uma temperatura equivalente de 20°C.

(a) Calcule a perda de calor por unidade de comprimento em um dia calmo.

(b) Calcule a perda de calor em um dia com vento, com a sua velocidade igual a 8 m/s.

(c) Para as condições da parte (a), calcule a perda térmica com uma camada de isolante ($k = 0,08$ W/(m·K)) com 20 mm de espessura. A perda térmica irá mudar significativamente com uma velocidade de vento razoável?

9.59 Uma tubulação horizontal, com 12,5 mm de diâmetro e uma temperatura superficial externa de 240°C, está localizada no interior de uma sala cujo ar se encontra a uma temperatura de 20°C. Estime a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo devido à convecção natural.

9.60 Vapor d'água saturado, a uma pressão absoluta de 4 bar e uma velocidade média de 3 m/s, escoa através de uma tubulação horizontal cujos diâmetros interno e externo são de 55 e 65 mm, respectivamente. O coeficiente de transferência de calor para o escoamento do vapor é de 11000 W/(m²·K).

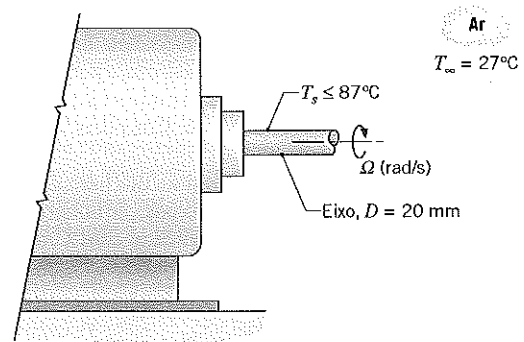
(a) Se a tubulação está coberta por uma camada de isolamento térmico de magnésia a 85% com 25 mm de espessura e encontra-se exposta ao ar atmosférico a 25°C, determine a taxa de transferência de calor por convecção natural para a sala por unidade de comprimento da tubulação. Se o vapor está saturado na entrada da tubulação, estime a sua qualidade na saída de uma tubulação com 30 m de comprimento.

(b) A radiação líquida para a vizinhança também contribui para a perda de calor na tubulação. Se o isolamento térmico possui uma emissividade superficial de $\varepsilon = 0,8$ e a vizinhança se encontra a $T_{viz} = T_\infty = 25$°C, qual é a taxa de transferência de calor para a sala por unidade de comprimento da tubulação? Qual é a qualidade do vapor na saída da tubulação?

(c) A perda de calor pode ser reduzida pelo aumento da espessura da camada de isolamento térmico e/ou pela redução de sua emissividade. Qual é o efeito do aumento da espessura da camada de isolamento térmico para 50 mm, com $\varepsilon = 0,8$? E da diminuição da emissividade para 0,2 quando a espessura da camada de isolamento é de 25 mm? E da redução da emissividade para 0,2 e do aumento da espessura da camada de isolamento térmico para 50 mm?

9.61 Um cabo elétrico horizontal com 25 mm de diâmetro tem uma taxa de dissipação térmica de 30 W/m. Se a temperatura do ar ambiente é de 27°C, estime a temperatura superficial do cabo.

9.62 Um aquecedor elétrico de imersão, com 10 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento, tem potência nominal de 550 W. Se o aquecedor for posicionado horizontalmente no interior de um grande tanque contendo água a 20°C, estime a sua temperatura superficial. Estime a temperatura superficial se o aquecedor for acidentalmente operado em ar a 20°C.

9.63 A temperatura superficial máxima no eixo, com 20 mm de diâmetro, de um motor que opera no ar ambiente a 27°C, não deve exceder 87°C. Devido à dissipação de potência no interior da carcaça do motor, deseja-se rejeitar a maior quantidade de calor possível através do eixo para o ar ambiente. Neste problema, iremos investigar vários métodos para a remoção do calor.

(a) Para cilindros horizontais com movimento de rotação, uma correlação apropriada para estimar o coeficiente convectivo tem a forma

$$\overline{Nu}_D = 0,133 Re_D^{2/3} Pr^{1/3}$$
$$(Re_D < 4,3 \times 10^5, \quad 0,7 < Pr < 670)$$

onde $Re_D \equiv \Omega D^2/\nu$ e Ω é a velocidade de rotação (rad/s). Determine o coeficiente convectivo e a máxima taxa de transferência de calor por unidade de comprimento em função da velocidade de rotação no intervalo entre 5000 e 15000 rpm.

(b) Estime o coeficiente convectivo de convecção natural e a taxa máxima de transferência de calor por unidade de comprimento para o eixo parado. Os efeitos combinados de convecção natural e convecção forçada podem se tornar significativos quando $Re_D < 4,7\,(Gr_D^3/Pr)^{0,137}$. Os efeitos da convecção natural são importantes na faixa de velocidades de rotação especificada na parte (a)?

(c) Considerando a emissividade do eixo igual a 0,8 e a vizinhança na mesma temperatura do ar ambiente, a transferência de calor por radiação é importante?

(d) Se o ar ambiente escoar em escoamento cruzado em relação ao eixo, quais velocidades do ar serão requeridas para remover as taxas de transferência de calor determinadas na parte (a)?

9.64 Considere um pino (aleta) horizontal com 6 mm de diâmetro e 60 mm de comprimento fabricado em aço-carbono não-ligado ($k = 57$ W/(m·K), $\varepsilon = 0,5$). A base do pino é mantida a 150°C, enquanto o ar ambiente quiescente e a vizinhança estão a 25°C. Considere a extremidade do pino adiabática.

(a) Estime a taxa de transferência de calor no pino, q_a. Use uma temperatura média para a superfície do pino de 125°C ao avaliar o coeficiente de transferência de calor por convecção natural e o coeficiente de transferência por radiação lineari-

zado. Qual é a sensibilidade dessa estimativa em relação à sua escolha da temperatura média para a superfície do pino?

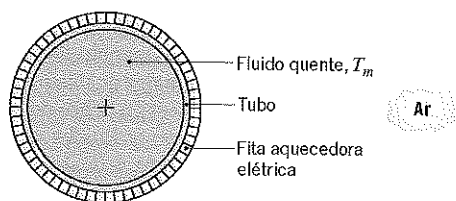
(b) Use o método de diferenças finitas para obter q_a com os coeficientes de transferência de calor por convecção e por radiação baseados nas temperaturas locais no pino, ao invés da temperatura média. Como o seu resultado se compara ao da solução analítica obtido na parte (a)?

9.65 Considere o tubo de água quente do Problema 7.56, mas sob condições nas quais o ar ambiente não está em escoamento cruzado sobre o tubo, estando sim quiescente. Levando em conta os efeitos da radiação com uma emissividade do tubo de $\varepsilon_t = 0{,}6$, qual é o custo diário correspondente da perda térmica por unidade de comprimento do tubo não isolado.

9.66 Uma prática comum em plantas de processamento químico é o revestimento do isolamento de tubulações com uma folha de alumínio espessa e durável. As funções da folha de alumínio são proteger a camada de isolamento e reduzir a transferência de calor por radiação para a vizinhança. Devido à presença de cloro (em unidades de cloro ou próximas ao mar), a superfície da folha de alumínio, que se encontra inicialmente brilhante, se torna fosca após algum tempo de serviço. Tipicamente, a emissividade dessa superfície pode variar de 0,12 na sua instalação até 0,36 com o serviço prolongado. Em uma tubulação revestida com folha de alumínio com 300 mm de diâmetro e temperatura superficial de 90°C, esse aumento na emissividade da superfície devido à degradação do seu acabamento irá afetar de maneira significativa a perda de calor na tubulação? Considere duas situações com a vizinhança e o ar ambiente a 25°C: (a) ar quiescente e (b) vento em direção cruzada a uma velocidade de 10 m/s.

9.67 Considere o aquecedor elétrico do Problema 7.43. Se o soprador apresentar defeito, interrompendo o escoamento do ar enquanto o aquecedor continua operando a 1000 W/m, qual temperatura o aquecedor irá atingir? Quanto tempo será necessário para que a temperatura no aquecedor chegue a 10°C desse valor? Leve também em consideração a troca de calor por radiação entre o aquecedor ($\varepsilon = 0{,}8$) e as paredes do duto, que também estão a 27°C.

9.68 Um programa de computador está sendo desenvolvido para analisar um sensor cilíndrico, com 12,5 mm de diâmetro, utilizado para determinar a temperatura do ar ambiente. O sensor experimenta convecção natural quando posicionado horizontalmente em ar quiescente a $T_\infty = 27°C$. No intervalo de temperaturas entre 30 e 80°C, deduza uma expressão para o coeficiente convectivo em função apenas de $\Delta T = T_s - T_\infty$, na qual T_s é a temperatura do sensor. Avalie as propriedades em uma temperatura do filme apropriada e mostre qual é o efeito dessa aproximação sobre a estimativa do coeficiente convectivo.

9.69 Um tubo, com parede delgada e 20 mm de diâmetro, conduz um fluido quente, a uma temperatura média de 45°C, através de um circuito fechado experimental. O tubo é montado horizontalmente em ar quiescente a uma temperatura de 15°C. Para satisfazer às severas exigências de controle de temperatura no experimento, decidiu-se enrolar uma fina fita aquecedora elétrica sobre a superfície externa do tubo para evitar a perda de calor do fluido quente para o ar ambiente.

(a) Desprezando a perda de calor por radiação, calcule o fluxo térmico q''_e que deve ser fornecido pela fita elétrica para assegurar uma temperatura do fluido uniforme.

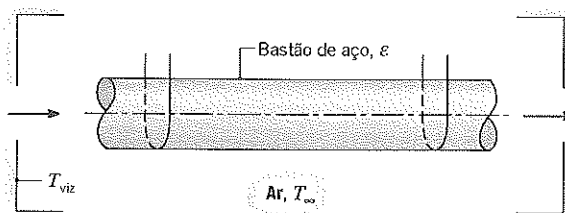
(b) Admitindo uma emissividade da fita de 0,95 e a vizinhança também a 15°C, calcule o fluxo térmico necessário.

(c) A perda de calor pode ser reduzida pela cobertura da fita aquecedora com uma camada de isolamento térmico. Para um isolante à base de magnésia 85% ($k = 0{,}050$ W/(m·K)), com uma emissividade superficial de $\varepsilon = 0{,}60$, calcule e represente graficamente o fluxo térmico necessário q''_e em função da espessura da camada de isolamento térmico, na faixa entre 0 e 20 mm. Neste intervalo, calcule e represente graficamente as taxas de transferência de calor por convecção e por radiação, por unidade de comprimento do tubo, em função da espessura do isolante.

9.70 Um lingote de aço inoxidável, AISI 316, com um diâmetro de 150 mm e um comprimento de 500 mm emerge de um processo de tratamento térmico a 200°C e é colocado em um banho de óleo não agitado mantido a 20°C.

(a) Determine se é recomendável se posicionar o lingote dentro do banho com o seu eixo central na horizontal ou na vertical com objetivo de diminuir o tempo de resfriamento.

(b) Estime o tempo para o lingote resfriar até 30°C na posição preferida.

9.71 Longos bastões de aço inoxidável com 50 mm de diâmetro são pré-aquecidos até uma temperatura uniforme de 1000 K antes de serem pendurados em uma esteira aérea e transportados para uma operação de moldagem a quente. A esteira encontra-se em uma grande sala cujas paredes e o ar estão a 300 K.

(a) Admitindo que o movimento linear do bastão possua um efeito desprezível sobre a transferência de calor por convecção em sua superfície, determine o coeficiente convectivo médio no início do processo de transporte.

(b) Se a emissividade da superfície do bastão é de $\varepsilon = 0{,}40$, qual é o coeficiente de transferência de calor por radiação efetivo no início do processo de transporte?

(c) Considerando um coeficiente de transferência de calor constante e cumulativo (radiação mais convecção), correspondente aos resultados das partes (a) e (b), qual é o tempo máximo permissível para o transporte se a temperatura no eixo central do bastão deve ser superior a 900 K para o processo de moldagem? As propriedades do aço são: $k = 25$ W/(m·K) e $\alpha = 5{,}2 \times 10^{-6}$ m²/s.

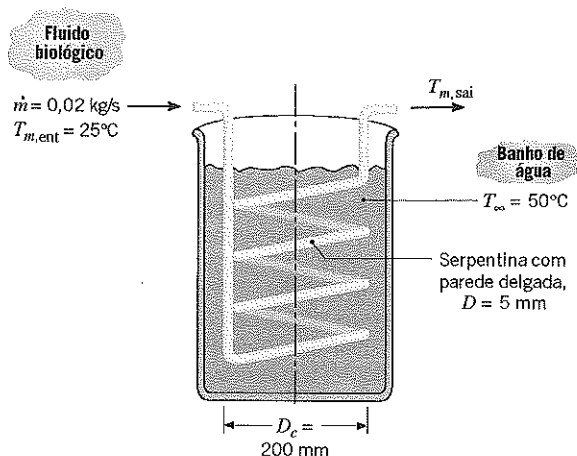
(d) As transferências de calor por convecção e radiação na realidade diminuem ao longo da operação de transporte. Levando em consideração essa redução, reconsidere as condições da parte (c) e obtenha uma estimativa mais precisa para o tempo máximo permissível para o transporte.

9.72 Ar quente sai de um forno a uma velocidade de 3 m/s através de um duto de aço de parede delgada com 0,15 m de diâmetro. O duto atravessa o porão de uma casa e a sua superfície externa, sem isolamento térmico, fica exposta ao ar quiescente e a uma vizinhança, ambos a 0°C.

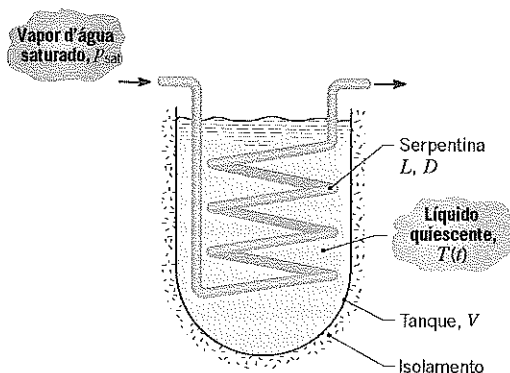
(a) Em uma posição do duto na qual a temperatura média do ar é de 70°C, determine a perda de calor por unidade de comprimento do duto e a temperatura na parede do duto. A emissividade da superfície externa do duto é de 0,5.

(b) Se o duto for envolto por uma camada com 25 mm de espessura de isolante térmico magnésia 85% ($k = 0{,}050$ W/

(m·K)), que possui uma emissividade superficial de ε = 0,60, quais serão a temperatura na parede do duto, a temperatura superficial externa e a perda de calor por unidade de comprimento do duto?

9.73 Um fluido biológico escoa a uma vazão mássica de $\dot{m}$ = 0,02 kg/s através de uma serpentina com parede delgada e 5 mm de diâmetro. A serpentina encontra-se submersa em um grande banho de água mantido a 50°C. O fluido entra na serpentina a uma temperatura de 25°C.

(a) Estime o comprimento da serpentina e o número de voltas necessárias para fornecer uma temperatura do fluido biológico na saída de $T_{m,sai}$ = 38°C. Suponha que o banho de água seja um meio queiescente extenso, que a serpentina se aproxime de um tubo horizontal e que o fluido biológico possua propriedades termofísicas iguais às da água.

(b) A vazão através do tubo é controlada por uma bomba cuja vazão bombeada varia aproximadamente ±10% em qualquer condição operacional. Essa situação preocupa o engenheiro de projetos, uma vez que a variação correspondente na temperatura de saída do fluido biológico pode influenciar o processo a jusante. Qual variação em $T_{m,sai}$ você esperaria com uma mudança de ±10% em $\dot{m}$?

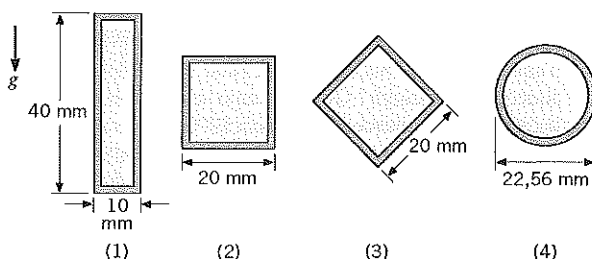
9.74 Considere um processo em batelada no qual 200 litros de um fármaco são aquecidos de 25°C a 70°C, por vapor d'água saturado se condensando a 2,455 bar quando escoa através de uma serpentina com tubo de 15 mm de diâmetro e 15 m de comprimento. Em qualquer instante durante o processo, o líquido pode ser aproximado por um meio quiescente infinito, de temperatura uniforme, e pode ser considerado com propriedades constantes iguais a: ρ = 1100 kg/m³, c = 2000 J/(kg·K), k = 0,25 W/(m·K), $\nu = 4{,}0 \times 10^{-6}$ m²/s, Pr = 10 e β = 0,002 K⁻¹. As resistências térmicas no vapor condensando e na parede do tubo da serpentina podem ser desprezadas.

(a) Qual é a taxa de transferência de calor inicial para o fármaco?

(b) Desprezando a transferência de calor entre o tanque e a sua vizinhança, quanto tempo demora para aquecer o fármaco até 70°C? Represente graficamente a variação com o tempo correspondente da temperatura do fluido e do coeficiente convectivo na superfície externa da serpentina. Quanto vapor é condensado durante o processo de aquecimento?

9.75 No tratamento analítico da aleta com área de seção transversal uniforme foi suposto que o coeficiente de transferência de calor por convecção era constante ao longo do comprimento da aleta. Considere uma aleta de aço AISI 316 com 6 mm de diâmetro e 50 mm de comprimento (com extremidade isolada), que opera sob as seguintes condições: T_b = 125°C, T_∞ = 27°C, T_{viz} = 27°C e ε = 0,6.

(a) Estime valores médios para os coeficientes de transferência de calor por convecção natural (h_c) e por radiação (h_r) na aleta. Use esses valores para estimar a temperatura na extremidade da aleta e a sua efetividade.

(b) Utilize um método numérico para estimar os parâmetros anteriores com os coeficientes convectivo e radiante na aleta baseados em valores locais, ao invés dos valores médios.

9.76 Um fluido quente a 35°C deve ser transportado por um tubo posicionado horizontalmente que atravessa ar quiescente a 25°C. Qual das formas de tubo mostradas a seguir, todas com a mesma área de seção transversal, você utilizaria com o objetivo de minimizar as perdas térmicas para o ambiente por convecção natural?

Use a correlação a seguir, proposta por Lienhard (*Int. J. Heat Mass Transfer*, **16**, 2121, 1973), para aproximar o coeficiente convectivo no regime laminar em um corpo imerso, no qual a camada-limite não se separa da superfície,

$$\overline{Nu}_l = 0{,}52Ra_l^{1/4}$$

O comprimento característico l é o comprimento do percurso do fluido na camada-limite ao longo da superfície. Compare essa correlação com aquela dada para uma esfera para testar a sua utilidade.

9.77 Considere uma esfera com 2 mm de diâmetro imersa em um fluido a 300 K e 1 atm.

(a) Se o fluido ao redor da esfera é extenso e quiescente, mostre que o limite condutivo para a transferência de calor a partir da esfera pode ser expresso por $Nu_{D,cond}$ = 2. *Sugestão*: Comece com a expressão para a resistência térmica de uma esfera oca, Equação 3.36, faça $r_2 \to \infty$ e então represente o resultado em termos do número de Nusselt.

(b) Considerando convecção natural, a qual temperatura superficial o número de Nusselt irá ser o dobro do limite condutivo? Considere ar e água como os fluidos.

(c) Considerando convecção forçada, a qual velocidade o número de Nusselt irá ser o dobro do limite condutivo? Considere ar e água como os fluidos.

9.78 Uma esfera com 25 mm de diâmetro possui um aquecedor elétrico em seu interior. Calcule a potência necessária para manter a temperatura superficial a 94°C, quando a esfera está exposta

a um meio quiescente a 20°C, sendo esse meio: (a) ar à pressão atmosférica, (b) água e (c) etilenoglicol.

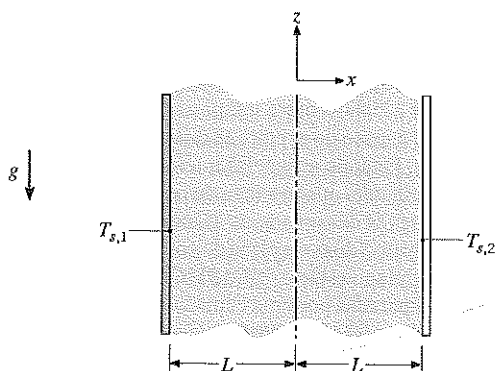
9.79 Sob condições de operação em regime estacionário, a temperatura superficial de uma pequena lâmpada incandescente de 20 W é de 125°C, quando as temperaturas do ar ambiente e das paredes são iguais a 25°C. Aproximando a lâmpada por uma esfera com 40 mm de diâmetro e com uma emissividade na superfície de 0,8, qual é a taxa de transferência de calor saindo da superfície da lâmpada?

9.80 Uma esfera de cobre com 25 mm de diâmetro, com um revestimento de baixa emissividade, é removida de um forno a uma temperatura uniforme de 85°C e deixada resfriar em um fluido quiescente mantido a 25°C.

(a) Calcule os coeficientes convectivos associados às condições iniciais para a imersão no ar e na água.

(b) Usando duas abordagens diferentes, estime o tempo para a esfera alcançar 30°C quando imersa no ar e na água. Na abordagem mais simples, mas mais aproximada, use um coeficiente convectivo médio baseado na temperatura média da esfera durante o processo de resfriamento. No método mais preciso, trate o coeficiente convectivo como uma variável e integre numericamente a equação do balanço de energia.

Canais entre Placas Paralelas

9.81 Considere duas longas placas verticais mantidas a temperaturas uniformes $T_{s,1} > T_{s,2}$. O espaço formado entre elas é aberto nas suas extremidades e as placas estão separadas pela distância $2L$.

(a) Esboce a distribuição de velocidades no espaço entre as placas.

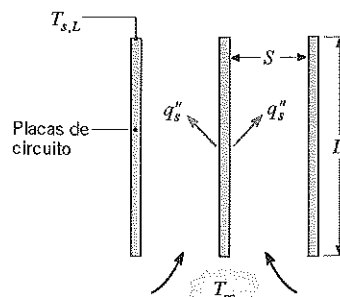
(b) Escreva formas apropriadas para as equações da continuidade, do momento e da energia para o escoamento laminar entre as placas.

(c) Determine a distribuição de temperaturas e expresse o seu resultado em termos da temperatura média, $T_m = (T_{s,1} + T_{s,2})/2$.

(d) Estime o gradiente de pressão na direção vertical, admitindo que a massa específica seja uma constante ρ_m correspondente a T_m. Usando a aproximação de Boussinesq, obtenha a forma resultante da equação do momento.

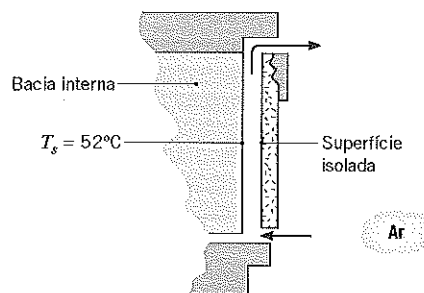
(e) Determine a distribuição de velocidades.

9.82 Considere as condições do Problema 9.9, mas agora encare o problema como um envolvendo convecção natural em canais verticais formados por placas paralelas. Qual é o espaçamento ótimo, S, entre as aletas? Para esse espaçamento e os valores especificados para t e W, qual é a taxa de transferência de calor nas aletas?

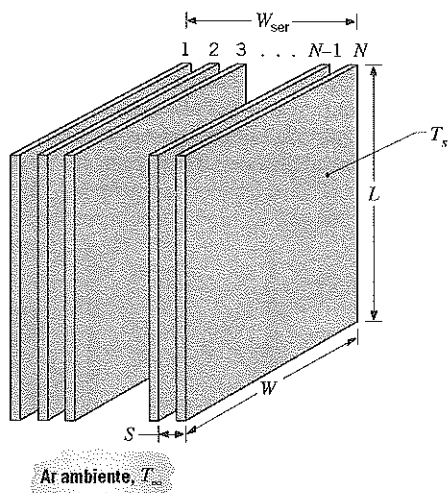
9.83 Uma série de placas de circuitos verticais encontra-se imersa em ar ambiente quiescente a $T_\infty = 17°C$. Embora os componentes sejam salientes em relação aos substratos, é razoável, em uma primeira aproximação, considerar placas *planas* com fluxo térmico na superfície uniforme q_s''. Considere placas com comprimento e largura $L = W = 0,4$ m e espaçamento $S = 25$ mm. Se a temperatura máxima admissível na placa é de 77°C, qual é a potência máxima que pode ser dissipada por placa?

9.84 Determinados a reduzir o custo semanal de 3$ associado à perda de calor através da porta de vidro por convecção e radiação, os inquilinos do Problema 9.18 cobriram a parte interna da porta com uma folha de isolante extrudado com 50 mm de espessura. Como eles não são cuidadosos em relação à casa, o isolante não foi bem colocado, resultando em um espaço $S = 5$ mm entre o isolante extrudado e a lâmina de vidro, que permite ao ar se infiltrar no espaço entre o vidro e o isolante.

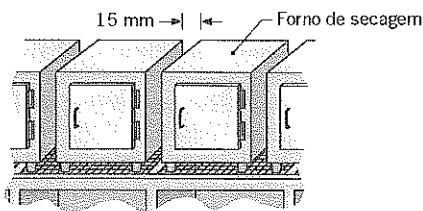
(a) Determine a perda de calor pela porta de vidro e o custo semanal associado com o isolante mau instalado em posição. O isolante reduzirá significativamente as perdas por radiação através da porta de vidro. As perdas serão praticamente devidas inteiramente à convecção.

(b) Represente graficamente as perdas térmicas pela porta de vidro como uma função do espaçamento entre o vidro e o isolante para 1 mm ≤ S ≤ 20 mm.

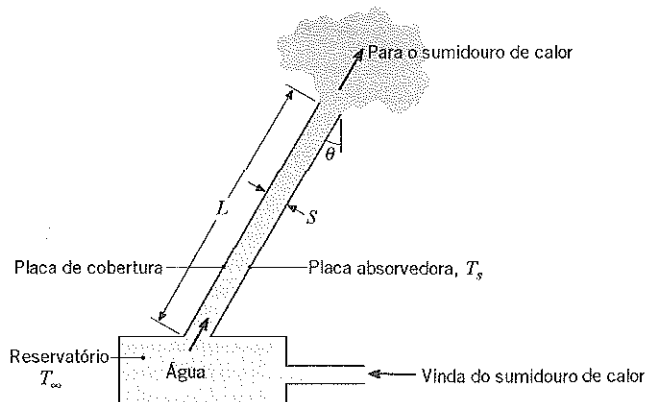
9.85 A porta frontal de um lava-louças, com largura de 580 mm, possui um respiradouro de ar vertical com 500 mm de altura que apresenta um espaçamento de 20 mm entre a bacia interna, que opera a 52°C, e uma placa externa, que é isolada termicamente.

(a) Determine a perda de calor na superfície da bacia quando o ar ambiente está a 27°C.

(b) Uma mudança no projeto da porta proporciona a oportunidade de aumentar ou diminuir o espaçamento de 20 mm em 10 mm. Quais recomendações você faria com base em como o espaçamento irá alterar a perda de calor?

9.86 Um aquecedor de ar por convecção natural é constituído por uma série de placas verticais paralelas igualmente espaçadas, que podem ser mantidas a uma temperatura fixa T_s por aquecedores elétricos embutidos. As placas têm comprimento e largura $L = W = 300$ mm e estão no ar atmosférico quiescente a $T_\infty = 20°C$. A largura total da série não pode ser maior do que $W_{ser} = 150$ mm.

Para $T_s = 75°C$, qual é o espaçamento S que maximiza a transferência de calor na série? Para esse espaçamento, quantas placas compõem a série e qual é a taxa de transferência de calor correspondente na série?

9.87 Um banco de fornos de secagem é montado em uma prateleira em uma sala com o ar ambiente a uma temperatura de 27°C. Os fornos cúbicos têm 500 mm de lado e o espaçamento entre eles é de 15 mm.

(a) Estime a perda térmica pelas paredes laterais dos fornos quando as suas temperaturas são iguais a 47°C.

(b) Explore a influência do espaçamento na perda térmica. Em qual espaçamento a perda térmica é máxima? Descreva o comportamento da camada-limite nessa condição. Pode essa condição ser analisada tratando a lateral de um forno como uma placa vertical isolada?

9.88 Um coletor solar possui um canal formado por placas paralelas que está conectado a um reservatório de armazenamento de água na sua parte inferior e a um sumidouro de calor na parte superior. O canal está inclinado em $\theta = 30°$ em relação à vertical e possui uma placa de cobertura transparente. Radiação solar transmitida através da placa de cobertura e da água mantém a placa de absorção isotérmica a uma temperatura $T_s = 67°C$, enquanto a água que retorna para o reservatório, vinda do sumidouro, está a $T_\infty = 27°C$. O sistema opera como um *termossifao*, no qual o escoamento da água é induzido exclusivamente pelas forças de empuxo. O espaçamento entre as placas é de $S = 15$ mm e o comprimento das placas é de $L = 1,5$ m.

Admitindo que a placa de cobertura seja adiabática com relação à transferência de calor por convecção para e da água, estime a taxa de transferência de calor da placa de absorção para a água, por unidade de largura da placa, que é normal à direção do escoamento (W/m).

Cavidades Retangulares

9.89 Como está evidente nos dados de propriedades nas Tabelas A.3 e A.4, a condutividade térmica do vidro na temperatura ambiente é mais do que 50 vezes maior do que a do ar. Conseqüentemente, é desejável que se use janelas de vidro duplo, nas quais as duas lâminas de vidro delimitam um espaço de ar. Se a transferência de calor através do espaço de ar é por condução, a resistência térmica correspondente pode ser aumentada pelo aumento da espessura L do espaço. Entretanto, há limites para a eficácia desta proposta, pois correntes de convecção são induzidas se L for superior a um valor crítico, além do qual a resistência térmica diminui.

Considere ar atmosférico confinado por lâminas verticais nas temperaturas de $T_1 = 22°C$ e $T_2 = -20°C$. Se o número de Rayleigh crítico para o início da convecção é de $Ra_L \approx 2000$, qual é o espaçamento máximo permitido para a condução através do ar? Como esse espaçamento é afetado pelas temperaturas das lâminas? Como ele é afetado pela pressão do ar, como, por exemplo, pela adoção de uma pressão inferior à atmosférica no espaço?

9.90 A chapa de vidro da janela de um edifício, que possui 1,2 m de altura por 0,8 m de largura, é protegida do ambiente externo por uma outra janela (contra tempestades) com a mesma altura e largura. O espaço de ar entre as duas janelas tem uma espessura de 0,06 m. Estando as janelas interna e externa a 20° e −10°C, respectivamente, qual é a taxa de perda de calor por convecção natural através da camada de ar localizada entre as janelas?

9.91 A placa absorvedora e a placa de cobertura adjacente em um coletor solar plano estão a 70° e 35°C, respectivamente, e encontram-se separadas por uma camada de ar com 0,05 m de espessura. Qual é a taxa de transferência de calor por convecção natural, por unidade de área superficial, entre as duas placas se elas estão inclinadas com 60° em relação à horizontal?

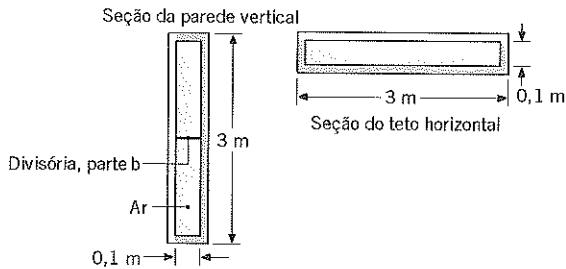
9.92 Considere um sistema de armazenamento térmico no qual o material que muda de fase (parafina) é confinado em um grande reservatório, cuja superfície inferior, horizontal, é mantida a $T_s = 50°C$ por água morna enviada por um coletor solar.

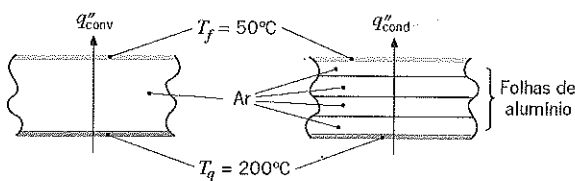
(a) Desprezando a mudança na energia sensível da fase líquida, estime a quantidade de parafina que é derretida em um período de cinco horas iniciando com uma camada inicial na base do recipiente de espessura $s_i = 10$ mm. A parafina dos Problemas 8.47 e 9.57 é usada como material de mudança de fase e está inicialmente na temperatura de mudança de fase, $T_{pf} = 27,4°C$. A área da base do recipiente é de $A = 2,5$ m^2.

(b) Compare a quantidade de energia necessária para fundir a parafina com a quantidade de energia requerida para elevar a temperatura da mesma quantidade de líquido da temperatura de mudança de fase até a temperatura do líquido média, $(T_s + T_{pf})/2$.

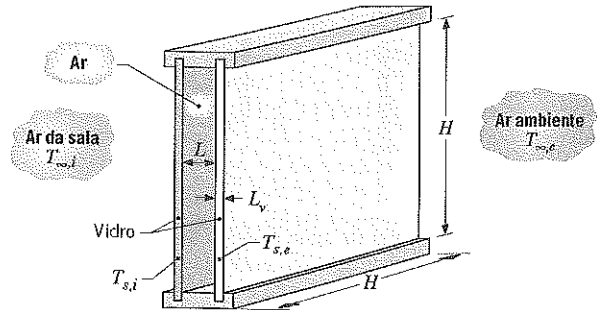
(c) Desprezando a mudança na energia sensível na fase líquida, estime a quantidade de parafina que derreteria em um período de cinco horas se a placa quente for posicionada no topo do recipiente e $s_i = 10$ mm.

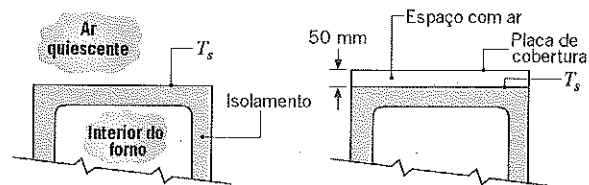
9.93 Uma cavidade retangular é formada por duas placas paralelas quadradas com 0,5 m de lado, separadas por uma distância de 50 mm. As fronteiras laterais da região entre as placas são isoladas. A placa aquecida é mantida a 325 K e a placa resfriada a 275 K. Estime o fluxo térmico entre as superfícies para três orientações da cavidade, usando a notação da Figura 9.6: vertical com $\tau = 90°$, horizontal com $\tau = 0°$ e horizontal com $\tau = 180°$.

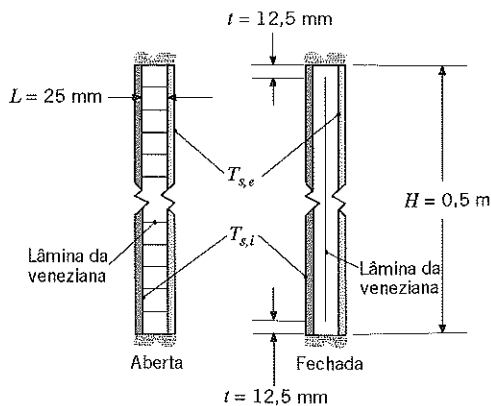
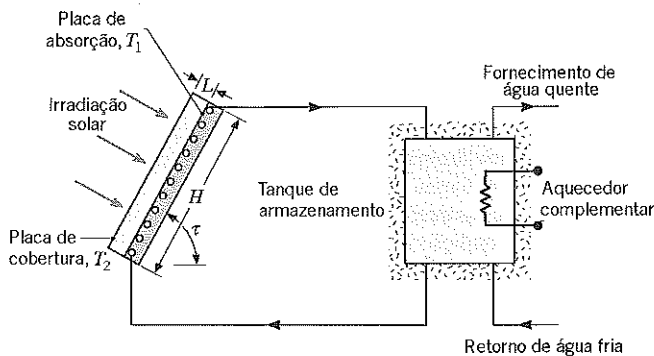
9.94 Considere uma seção horizontal de um teto plano, que possui as mesmas dimensões de uma seção vertical de uma parede. Para ambas as seções, as superfícies expostas ao espaço preenchido pelo ar estão a 18°C (superfície interna) e a −10°C (superfície externa).

(a) Estime a razão entre as taxas de transferência de calor por convecção na seção horizontal e na seção vertical.
(b) Qual será o efeito sobre a taxa de transferência de calor por convecção na seção vertical se for inserida uma divisória a meia-altura dessa seção?

9.95 Um espaço de ar com 50 mm de espessura separa duas placas de metal horizontais que formam a superfície superior de um forno industrial. A placa inferior está a T_q = 200°C e a placa superior a T_f = 50°C. O operador da planta deseja colocar um isolamento entre as placas para minimizar a perda térmica. As temperaturas relativamente altas impedem o uso de materiais isolantes na forma de espumas ou feltros. Materiais isolantes com vácuo não podem ser usados em função do ambiente industrial hostil e do seu custo. Um jovem engenheiro sugere que folhas de alumínio horizontais, muito finas e igualmente espaçadas, podem ser inseridas no espaço para eliminar a convecção natural e minimizar a perda térmica através do espaço de ar.

(a) Determine a perda térmica por convecção através do espaço quando não há isolamento.
(b) Determine o número mínimo de folhas que deve ser inserido no espaço para eliminar a convecção natural.
(c) Determine o fluxo térmico condutivo através do espaço de ar com as folhas de alumínio no lugar.

9.96 O espaço entre as chapas de vidro de uma janela dupla pode ser preenchido com ar ou com gás carbônico, à pressão atmosférica. A janela possui 1,5 m de altura e o espaçamento entre os vidros pode ser modificado. Desenvolva uma análise para prever a taxa de transferência de calor por convecção através da janela em função do espaçamento entre os vidros e determine, para condições operacionais idênticas, qual dos dois gases, ar ou gás carbônico, irá proporcionar a menor taxa de transferência de calor. Ilustre os resultados de sua análise para duas condições: inverno (−10°C, 20°C) e verão (35°C, 25°C).

9.97 Uma janela de vidro duplo, vertical, que tem 1 m de lado e um espaço de 25 mm preenchido com ar atmosférico, separa o ar quiescente de uma sala a $T_{\infty,i}$ = 20°C do ar ambiente externo, também quiescente, a $T_{\infty,e}$ = −20°C. A troca radiante entre as lâminas de vidro, assim como entre as lâminas de vidro e os seus ambientes adjacentes, podem ser desprezadas.

(a) Desprezando a resistência térmica associada à transferência de calor por condução através de cada lâmina, determine a temperatura correspondente de cada lâmina e a taxa de transferência de calor através da janela.
(b) Comente sobre a validade de desprezar a resistência condutiva nas lâminas de vidro, se cada uma tem uma espessura de L_v = 6 mm.

9.98 A superfície superior (0,5 m × 0,5 m) de um forno está a 60°C em uma condição de operação particular, quando o ar da sala encontra-se a 23°C. Para reduzir a perda de calor do forno e minimizar o perigo de queimaduras, propõe-se a criar, com a adição de uma placa de cobertura, um espaço de ar com 50 mm de espessura.

(a) Admitindo a mesma temperatura superficial do forno T_s para ambas as situações, estime a redução na perda de calor por convecção resultante da instalação da placa de cobertura. Qual é a temperatura da placa de cobertura?
(b) Investigue o efeito da distância da placa de cobertura na perda de calor por convecção e na temperatura da placa de cobertura para espaçamentos na faixa de $5 \leq L \leq 50$ mm. Existe um espaçamento ótimo?

9.99 Considere a veneziana de uma janela que é instalada no espaço de ar entre as duas lâminas de uma janela vertical de vidro duplo. A janela tem H = 0,5 m de altura e w = 0,5 m de largura, e a veneziana tem N = 19 lâminas que têm largura de L = 25 mm. Quando a veneziana está aberta, 20 espaços menores de seção quadrada são formados ao longo da altura da janela. Na posição fechada, a veneziana forma uma folha praticamente contínua com dois espaços abertos com t = 12,5 mm no topo e no fundo do espaço entre os vidros da janela. Determine a taxa de transferência de calor por convecção entre a lâmina de vidro interna, que é mantida a $T_{s,i}$ = 20°C, e a lâmina externa, que está a $T_{s,e}$ = −20°C, quando a veneziana está na posição aberta e na posição fechada, respectivamente. Explique por que a veneziana fechada tem pouca influência na transferência de calor por convecção através da cavidade.

9.100 Um aquecedor solar de água é formado por um coletor plano acoplado a um tanque de armazenamento. O coletor possui uma placa de cobertura transparente e uma placa de absorção, que são separadas por uma camada de ar.

Embora a maior parte da energia solar absorvida na placa de absorção seja transferida para um fluido de serviço que passa através de um tubo em espiral soldado na superfície posterior da placa de absorção, uma parte da energia é perdida por convecção natural e por radiação através da camada de ar. No Capítulo 13 iremos avaliar a contribuição da radiação nesta perda. No momento, restringiremos nossa atenção ao efeito da convecção natural.

(a) Considere um coletor solar inclinado com um ângulo $\tau = 60°$ e que possui dimensões $H = w = 2$ m de lado, com uma camada de ar de $L = 30$ mm. Se as placas de absorção e de cobertura estão a $T_1 = 70°C$ e $T_2 = 30°C$, respectivamente, qual é a taxa de transferência de calor por convecção natural saindo da placa de absorção?

(b) A perda de calor por convecção natural depende do espaçamento entre as placas. Calcule e represente graficamente esta perda de calor em função do espaçamento para $5 \leq L \leq 50$ mm. Existe um espaçamento ótimo?

Cilindros Concêntricos e Esferas

9.101 Considere a barreira de radiação cilíndrica do Exemplo 9.5, com 0,12 m de diâmetro, que está instalada concêntrica a um tubo transportando vapor d'água com 0,10 m de diâmetro. A distância gera um espaço de ar com $L = 10$ mm.

(a) Calcule a perda térmica por convecção, por unidade de comprimento do tubo, quando uma segunda barreira com 0,14 m de diâmetro é instalada, com a segunda barreira mantida a 35°C. Compare o resultado com aquele para uma barreira do exemplo.

(b) Na configuração com duas barreiras da parte (a), os espaços anulares de ar formados pelos tubos concêntricos têm $L = 10$ mm. Calcule a perda térmica por unidade de comprimento do tubo se as dimensões dos espaços forem $L = 15$ mm. Você espera que a perda térmica aumente ou diminua?

9.102 Um projeto de coletor solar consiste na proposta de um tubo interno inserido concentricamente em um tubo externo, que é transparente à radiação solar. Os tubos possuem paredes delgadas e os diâmetros dos tubos interno e externo são de 0,10 e 0,15 m, respectivamente. O espaço anular entre os tubos é fechado nas extremidades e preenchido por ar à pressão atmosférica. Sob condições de operação, nas quais as temperaturas nas superfícies dos tubos interno e externo são de 70° e 30°C, respectivamente, qual é a perda de calor por convecção através da camada de ar, por metro de comprimento do tubo?

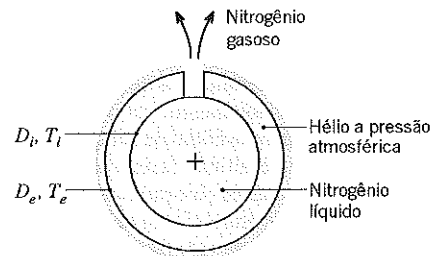
9.103 Foi proposto usar grandes conjuntos de baterias de lítio recarregáveis para impulsionar veículos elétricos híbridos. Nas baterias cilíndricas, cada uma com um raio $r_i = 9$ mm e comprimento $L = 65$ mm, há reações eletroquímicas exotérmicas enquanto são descarregadas. Como temperaturas excessivamente altas danificam as baterias, propõem-se inseri-las em um material de mudança de fase que funde quando as baterias se descarregam (e solidifica-se quando as baterias são carregadas; o carregamento está associado a uma reação eletroquímica endotérmica). Considere a parafina dos Problemas 8.47 e 9.57.

(a) Em um instante no tempo durante a descarga da bateria, parafina líquida ocupa uma região anular de raio externo $r_e = 19$ mm ao redor da bateria, que está gerando $\dot{E}_g = 1$ W de energia térmica. Determine a temperatura na superfície da bateria.

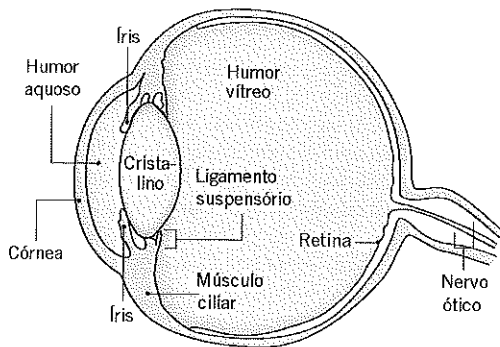
(b) No instante de interesse da parte (a), qual é a taxa na qual a região anular de líquido está aumentando?

(c) Faça um gráfico da temperatura da superfície da bateria versus o raio externo da região anular ocupada pelo líquido. Explique a relativa insensibilidade da temperatura da superfície da bateria em relação ao tamanho da região anular para 15 mm $\leq r_e \leq$ 30 mm.

9.104 As superfícies de dois longos tubos horizontais concêntricos, com paredes delgadas e raios de 100 e 125 mm, são mantidas a 300 e 400 K, respectivamente. Sendo a região anular pressurizada com nitrogênio a 5 atm, estime a taxa de transferência de calor convectiva, por unidade de comprimento dos tubos.

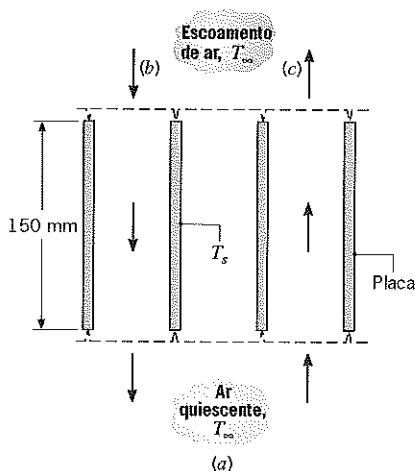
9.105 Nitrogênio líquido é armazenado em um vaso esférico com parede delgada, cujo diâmetro é de $D_i = 1$ m. O vaso está posicionado concentricamente no interior de um recipiente esférico maior, também com parede delgada e que possui um diâmetro $D_e = 1{,}10$ m. A cavidade formada entre os vasos esféricos é preenchida com hélio à pressão atmosférica.

Sob condições normais de operação, as temperaturas nas superfícies das esferas interna e externa são $T_i = 77$ K e $T_e = 283$ K. Sendo o calor latente de vaporização do nitrogênio igual a 2×10^5 J/kg, qual é a taxa mássica $\dot{m}$(kg/s) de nitrogênio gasoso perdida no sistema?

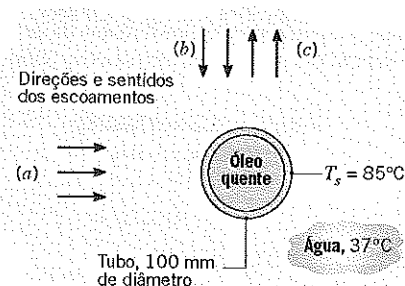
9.106 O olho humano contém humor aquoso, que separa a córnea externa e a estrutura interna íris-cristalino. Supõe-se que em alguns indivíduos pequenas lascas de pigmento sejam liberadas

intermitentemente da íris e migram para a córnea e, em seqüência, a danificam. Aproximando a geometria da cavidade formada pela córnea e a estrutura íris-cristalino como um par de semi-esferas concêntricas de raio externo r_e = 10 mm e raio interno r_i = 7 mm, respectivamente, investigue se pode ocorrer convecção natural no humor aquoso, estimando a razão de condutividades térmicas efetiva, k_{ef}/k. Se a convecção natural pode ocorrer, é possível que as partículas danosas sejam arrastadas da íris para a córnea. A estrutura íris-cristalino encontra-se na temperatura corporal, T_i = 37°C, enquanto a temperatura da córnea foi medida, sendo igual a T_e = 34°C. As propriedades do humor aquoso são ρ = 990 kg/m³, k = 0,58 W/(m·K), c_p = 4,2 × 10³ J/(kg·K), μ = 7,1 × 10⁻⁴ N·s/m² e β = 3,2 × 10⁻⁴ K⁻¹.

Convecção Mista

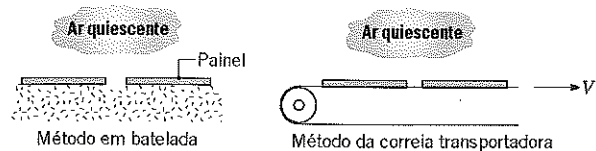
9.107 Água, a 35°C e com uma velocidade de 0,05 m/s, escoa sobre um cilindro horizontal com 50 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a uma temperatura uniforme de 20°C. A transferência de calor por convecção natural será significativa? Qual seria a situação se o fluido fosse ar à pressão atmosférica?

9.108 De acordo com resultados experimentais para o escoamento de ar paralelo a placas verticais aquecidas e isotérmicas, o efeito da convecção natural sobre o coeficiente de transferência de calor por convecção será de 5% quando Gr_L/Re_L^2 = 0,08. Seja uma placa vertical aquecida, com 0,3 m de altura, com a superfície mantida a uma temperatura de 60°C em ar atmosférico a 25°C. Qual é a velocidade vertical mínima necessária para um escoamento de ar de modo que os efeitos da convecção natural sejam inferiores a 5% da taxa de transferência de calor?

9.109 Um conjunto de placas de circuitos verticais com 150 mm de altura deve ser resfriado com ar de tal maneira que a temperatura nas placas não seja superior a 60°C, quando a temperatura do ambiente é de 25°C.

Admitindo condições de superfícies isotérmicas, determine a dissipação de potência elétrica admissível por placa nas seguintes configurações de resfriamento:
(a) Somente convecção natural (nenhum escoamento forçado de ar).
(b) Escoamento de ar com uma velocidade descendente de 0,6 m/s.
(c) Escoamento de ar com uma velocidade ascendente de 0,3 m/s.
(d) Escoamento de ar com uma velocidade (ascendente ou descente) de 5 m/s.

9.110 Um tubo horizontal com 100 mm de diâmetro transporta óleo quente que deve ser usado no projeto de um aquecedor de água industrial. Com base em uma vazão consumida de água típica, a sua velocidade sobre o tubo é de 0,5 m/s. O óleo quente mantém a temperatura da superfície externa do tubo a 85°C e a temperatura da água é de 37°C.

Investigue o efeito da direção do escoamento sobre a taxa de transferência de calor (W/m) para escoamentos: (a) horizontal, (b) descendente e (c) ascendente.

9.111 Determine a taxa de transferência de calor nas placas de aço do Problema 7.24, levando em conta a convecção natural nas superfícies das placas. Qual é a taxa de variação da temperatura da placa correspondente? Represente graficamente o coeficiente de transferência de calor associado à convecção natural, à convecção forçada e a convecção mista para velocidades do ar variando na faixa 2 ≤ u_∞ ≤ 10 m/s. A velocidade da placa é pequena em comparação com a velocidade do ar.

9.112 Painéis quadrados (250 mm × 250 mm) com um acabamento plástico decorativo de elevada refletividade são curados em um forno a 125°C e resfriados em ar quiescente a 29°C. Considerações de qualidade ditam que os painéis devam permanecer na posição horizontal e que a taxa de resfriamento deva ser controlada. Para aumentar a produtividade da fábrica, propõe-se substituir o método de resfriamento em batelada por um sistema de correia transportada com uma velocidade de 0,5 m/s.

Compare as taxas iniciais (imediatamente após deixar o forno) de transferência de calor por convecção nos dois métodos de resfriamento.

Transferência de Massa

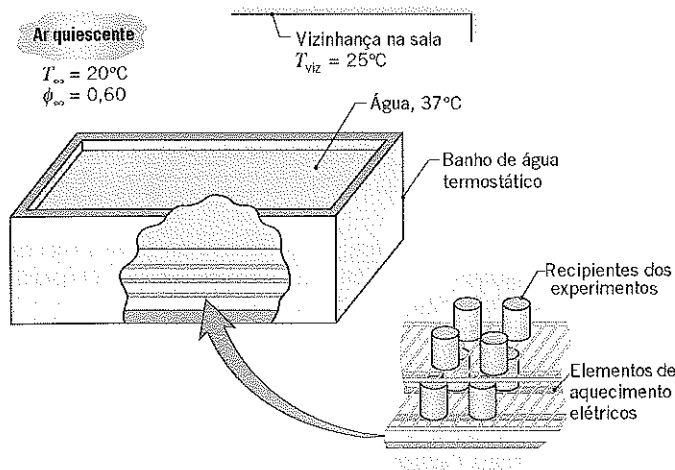
9.113 Uma vestimenta encharcada com água é pendurada para secar em uma sala quente a pressão atmosférica. O ar quiescente está seco e a uma temperatura de 40°C. A vestimenta pode ser con-

siderada estar a uma temperatura uniforme de 25°C e ter um comprimento característico de 1 m na direção vertical. Estime a taxa de secagem por unidade de largura da vestimenta.

9.114 Um banho de água é usado para manter recipientes fechados contendo reações biológicas experimentais a uma temperatura uniforme de 37°C. A parte superior do banho tem largura e comprimento de 0,25 m e 0,50 m, respectivamente, e é descoberta para permitir fácil acesso para a remoção ou colocação dos recipientes. O banho está localizado em um laboratório sem correntes de ar, com o ar a pressão atmosférica, a uma temperatura de 20°C e com uma umidade relativa de 60%. As paredes do laboratório estão a uma temperatura uniforme de 25°C.

(a) Estime a perda térmica na superfície do banho por troca radiante com a vizinhança.

(b) Calcule o número de Grashof usando a Equação 9.65, que pode ser usada em escoamentos de convecção natural impulsionados por gradientes de temperatura e de concentração. Use o comprimento característico L que é apropriado para a superfície exposta do banho de água.

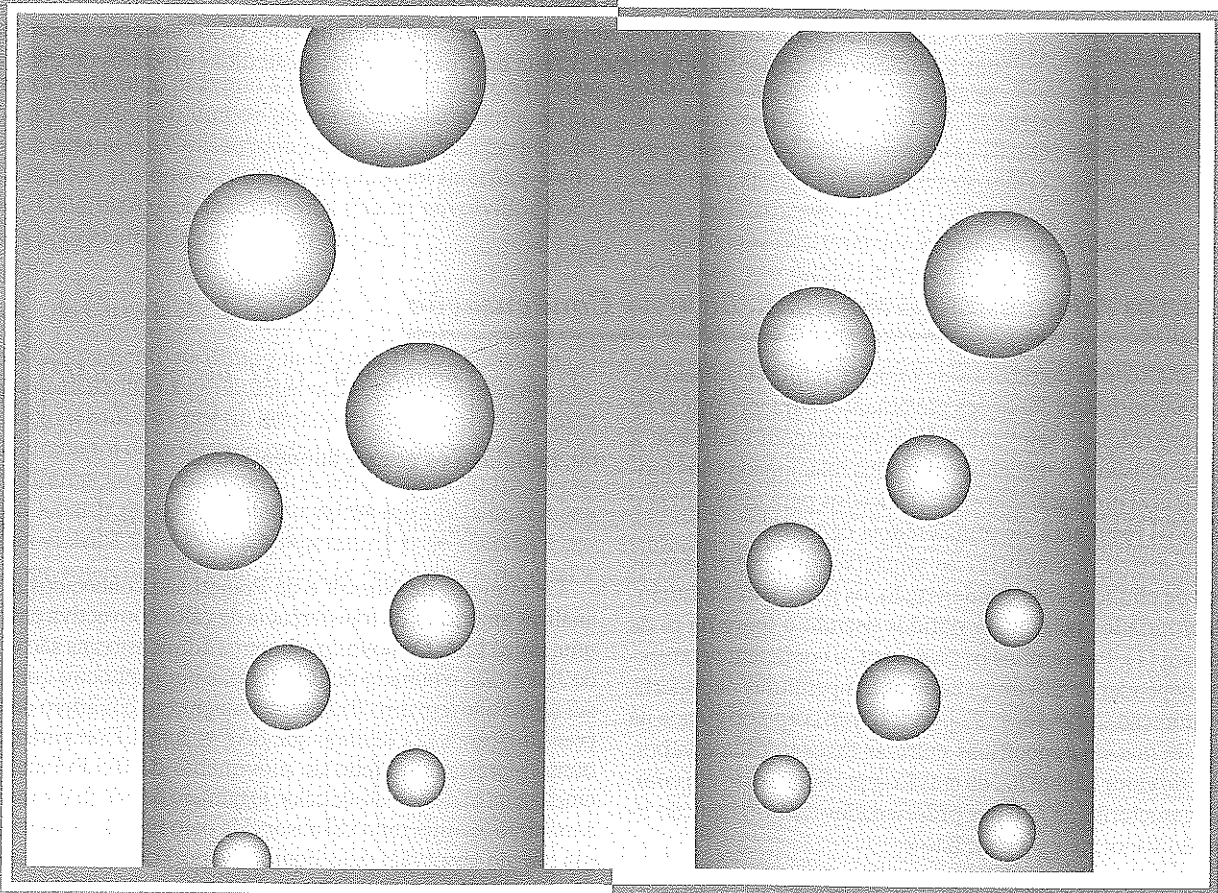
(c) Estime o coeficiente de transferência de calor por convecção natural usando o resultado para Gr_L obtido na parte (b).

(d) Recorra à analogia entre as transferências de calor e de massa e use uma correlação apropriada para estimar o coeficiente de transferência de massa usando Gr_L. Calcule a taxa de evaporação da água em base diária e a perda térmica por evaporação.

(e) Calcule a perda de calor total na superfície e compare as contribuições relativas dos efeitos sensível, latente e radiante. Reveja as hipóteses feitas em sua análise, especialmente aquelas relacionadas à analogia termo-mássica.

9.115 Em uma manhã muito calma, a temperatura da superfície de um lago usado para resfriar o condensador de uma planta de potência está a 30°C, enquanto o ar ambiente está a 23°C com uma umidade relativa de 80%. Suponha uma temperatura da vizinhança de 285 K. O lago pode ser considerado com uma forma circular com um diâmetro de aproximadamente 4 km. Determine a perda térmica na superfície do lago por radiação, por convecção natural e por evaporação. Essa perda térmica determina a capacidade do lago de resfriar o condensador. Justifique por que a correlação da transferência de calor que você selecionou é útil, mesmo com o Ra_L fora da faixa para qual ela é especificada. *Sugestao*: Veja o Problema 9.114.

9.116 Células-combustível similares à célula MPT do Exemplo 1.4 operam com uma mistura de água líquida e metanol ao invés de hidrogênio; o ânodo é colocado em contato direto com o combustível líquido. Oxigênio (espécie A) é enviado para cátodo exposto por convecção natural. Desta forma, não há necessidade de sopradores ou bombas para operar o dispositivo. A potência produzida por *células-combustível de metanol diretas e passivas* (CCMDs) pode se tornar *limitada pela transferência de massa*, pois a corrente elétrica produzida pela CCMD está relacionada à taxa na qual o oxigênio é consumido no cátodo pela expressão $I = 4n_A\mathcal{F}\mathcal{M}_A$, onde $\mathcal{F}$ é a constante de Faraday, $\mathcal{F}$ = 96489 C/mol. Considere uma CCMD passiva com uma membrana 120 mm × 120 mm. Determine a corrente elétrica máxima possível produzida pela CCMD, quando a fração mássica do oxigênio no cátodo é de $m_{A,s} = 0{,}10$, para casos nos quais o cátodo está voltado para cima ou é vertical. Como uma primeira aproximação e para ilustrar a sensibilidade do dispositivo com base em sua orientação em relação à vertical, suponha que as forças de empuxo são dominadas pela diferença das densidades associadas à variação da fração mássica do oxigênio entre a superfície do cátodo e o ambiente quiescente, que é o ar atmosférico a T_∞ = 25°C. Considere que o ar quiescente seja composto por nitrogênio e oxigênio, com uma fração mássica do oxigênio de $m_{A,\infty} = 0{,}233$.

CAPÍTULO 10

Ebulição e Condensação

Neste capítulo focamos em processos convectivos associados à mudança de fase de um fluido. Em particular, analisamos processos que podem ocorrer em uma interface sólido-líquido ou sólido-vapor, como a *ebuliçao* e a *condensaçao*. Nesses casos, os efeitos do calor *latente* associado à mudança de fase são significativos. A mudança do estado líquido para o estado vapor, devido à ebulição, é mantida pela transferência de calor oriunda de uma superfície sólida; por outro lado, a condensação de um vapor para o estado líquido resulta em transferência de calor para a superfície sólida.

Como envolvem movimentação do fluido, a ebulição e a condensação são classificadas como tipos do modo de transferência de calor por convecção. Entretanto, elas são caracterizadas por fatores específicos. Em função de haver uma mudança de fase, a transferência de calor para ou a partir do fluido pode ocorrer sem influenciar na sua temperatura. Na realidade, na ebulição ou na condensação, altas taxas de transferência de calor podem ser atingidas com pequenas diferenças de temperaturas. Além do *calor latente* h_{fg}, dois outros parâmetros são importantes na caracterização desses processos. São eles: a tensão superficial na interface líquido-vapor e a *diferença de massas específicas* entre as duas fases. Essa diferença induz uma *força de empuxo*, que é proporcional a $g(\rho_l - \rho_v)$. Em função dos efeitos combinados do calor latente e do escoamento induzido pelo empuxo, as taxas e os coeficientes de transferência de calor na ebulição e na condensação são, em geral, muito maiores do que aqueles característicos da transferência de calor por convecção sem mudança de fase.

Muitas aplicações na engenharia que são caracterizadas por altos fluxos térmicos envolvem ebulição e condensação. Em um ciclo de potência em circuito fechado, líquido pressurizado é convertido em vapor em uma *caldeira*. Após a expansão em uma turbina, o vapor retorna ao estado líquido em um *condensador*, de onde é bombeado para a caldeira para repetir o ciclo. *Evaporadores*, nos quais ocorre o processo de ebulição, e condensadores também são componentes essenciais em ciclos de refrigeração por compressão de vapor. Os altos coeficientes de transferência de calor associados à ebulição a tornam atrativa para ser considerada com propósitos de gerenciamento do desempenho térmico de equipamentos eletrônicos avançados. O projeto racional de tais componentes exige que os processos associados de mudança de fase sejam bem compreendidos.

Neste capítulo, nossos objetivos são desenvolver um entendimento das condições físicas associadas à ebulição e à condensação e fornecer uma base para efetuar os cálculos correlatos de transferência de calor.

10.1 *Parâmetros Adimensionais na Ebulição e na Condensação*

Em nossa análise dos fenômenos de camada-limite (Capítulo 6), adimensionalizamos as equações governantes para identificar os grupos adimensionais relevantes. Esta abordagem melhorou a nossa compreensão dos mecanismos físicos relacionados aos processos e sugeriu procedimentos simplificados para generalizar e representar os resultados da transferência de calor.

Como é difícil desenvolver as equações que governam os processos de ebulição e de condensação, os parâmetros adimensionais apropriados podem ser obtidos usando o teorema pi de Buckingham [1]. Para ambos os processos, o coeficiente convectivo pode depender da diferença entre as temperaturas na superfície e de saturação, $\Delta T = |T_s - T_{sat}|$, da força de corpo originada na diferença de massas específicas entre as fases líquida e vapor, $g(\rho_l - \rho_v)$, do calor latente h_{fg}, da tensão superficial σ, de um comprimento característico L, e das propriedades termofísicas do líquido ou do vapor: ρ, c_p, k e μ. Isto é,

$$h = h\,[\Delta T, g(\rho_l - \rho_v), h_{fg}, \sigma, L, \rho, c_p, k, \mu] \qquad (10.1)$$

Como são 10 variáveis e 5 dimensões (m, kg, s, J, K), existem $(10 - 5) = 5$ grupos pi, que podem ser representados nas seguintes formas:

$$\frac{hL}{k} = f\left[\frac{\rho g(\rho_l - \rho_v)L^3}{\mu^2}, \frac{c_p\,\Delta T}{h_{fg}}, \frac{\mu c_p}{k}, \frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma}\right] \qquad (10.2a)$$

ou, definindo os grupos adimensionais,

$$Nu_L = f\left[\frac{\rho g\,(\rho_l - \rho_v)L^3}{\mu^2}, Ja, Pr, Bo\right] \qquad (10.2b)$$

Os números de Nusselt e de Prandtl são conhecidos de nossas análises anteriores da transferência de calor convectiva envolvendo uma única fase. Os novos parâmetros adimensionais são o número de Jakob, Ja, o número de Bond, Bo, e um parâmetro que não possui nome que tem uma forte semelhança com o número de Grashof (ver Equação 9.12 e lembrar que $\beta\Delta T \approx \Delta p/\rho$). Esse parâmetro sem nome representa o efeito do movimento do fluido induzido pelo empuxo na transferência de calor. O número de Jakob é a razão entre a máxima energia sensível absorvida pelo líquido (vapor) e a energia latente absorvida pelo líquido (vapor) durante a condensação (ebulição). Em muitas aplicações, a energia sensível é muito menor do que a energia latente e Ja possui um valor numérico pequeno. O número de Bond representa a razão entre a força de empuxo e a força de tensão superficial. Nas seções a seguir, iremos delinear o papel desses parâmetros na ebulição e na condensação.

10.2 *Modos de Ebulição*

Quando a evaporação ocorre em uma interface sólido-líquido, ela é chamada *ebuliçao*. O processo ocorre quando a temperatura da superfície T_s é superior à temperatura de saturação T_{sat} correspondente à pressão no líquido. Calor é transferido da superfície sólida para o líquido e a forma apropriada da lei do resfriamento de Newton é

$$q_s'' = h(T_s - T_{sat}) = h\,\Delta T_e \qquad (10.3)$$

onde $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$ é chamado de *excesso de temperatura*. O processo é caracterizado pela formação de bolhas de vapor que crescem e, em seguida, se desprendem da superfície. O crescimento e a dinâmica da bolha de vapor dependem, de forma complicada, do excesso de temperatura, da natureza da superfície e de propriedades termofísicas do fluido, como, por exemplo, a sua tensão superficial. Por sua vez, a dinâmica da formação da bolha de vapor afeta o movimento do líquido próximo à superfície e, portanto, influencia fortemente o coeficiente de transferência de calor.

A ebulição pode ocorrer sob várias condições. Por exemplo, na *ebuliçao em piscina*, o líquido encontra-se quiescente e o seu movimento próximo à superfície é devido à convecção natural e à mistura induzida pelo crescimento e o desprendimento das bolhas. Em contraste, na *ebuliçao com convecçao forçada*, o movimento do fluido é induzido por meios externos, bem como pela convecção natural e pela mistura induzida pelas bolhas. A ebulição também pode ser classificada em função de estar *sub-resfriada* ou *saturada*. Na ebulição sub-resfriada, a temperatura do líquido encontra-se abaixo da temperatura de saturação e as bolhas formadas na superfície podem se condensar no líquido. Por outro lado, a temperatura do líquido excede ligeiramente a temperatura de saturação na *ebuliçao saturada*. As bolhas formadas na superfície são, então, impelidas através do líquido pelas forças de empuxo, terminando por aflorar na superfície livre.

10.3 *Ebulição em Piscina*

A *ebuliçao em piscina saturada*, como mostrada na Figura 10.1, tem sido muito estudada. Embora exista um aumento brusco na temperatura do líquido próximo à superfície do sólido, a temperatura na maior parte do líquido permanece ligeiramente acima do valor de saturação. Conseqüentemente, as bolhas geradas na interface líquido-sólido ascendem e afloram na interface líquido-vapor. Uma visão dos mecanismos físicos envolvidos pode ser obtida pelo exame da *curva de ebuliçao*.

10.3.1 A Curva de Ebulição

Usando o equipamento mostrado na Figura 10.2, Nukiyama [2] foi o primeiro a identificar diferentes regimes de ebulição em piscina. O fluxo térmico de um fio horizontal de *níquel-cromo* para a água saturada foi determinado pela medição da corrente elétrica I e do diferencial de potencial E. A temperatura do fio foi determinada a partir do conhecimento da maneira pela qual a sua resistência elétrica varia com a temperatura. Esse sistema é conhecido por aquecimento com *potência controlada*, no qual a temperatura do fio T_s (e assim o excesso de temperatura ΔT_e) é a variável dependente, e o ajuste da potência (e assim o fluxo térmico q_s'') é a variável independente. Seguindo as setas da *curva de aquecimento* da Figura 10.3, fica evidente que, na medida em que a potência é aplicada, o fluxo térmico aumenta com o excesso de temperatura, inicialmente de maneira lenta e posteriormente muito rapidamente.

Nukiyama observou que a ebulição, evidenciada pela presença de bolhas, não iniciou até que $\Delta T_e \approx 5°C$. Com a elevação adicional da potência, o fluxo térmico aumentou para níveis bastante elevados até que, *subitamente*, em um valor ligeiramente superior a q''_{max}, a temperatura do fio saltou para o seu ponto de fusão e a sua "queima" (*burnout*) aconteceu. Contudo, repetindo o experimento com um fio de *platina*, que possui um ponto de fusão mais elevado (2045 K contra 1500 K), Nukiyama foi capaz de manter fluxos térmicos acima de q''_{max} sem a ocorrência da ruptura do fio. Quando, em seguida, ele reduziu a potência, a variação de ΔT_e com q_s'' seguiu a *curva de resfriamento* da Figura 10.3. Quando o fluxo térmico atingiu o ponto de mínimo q''_{min},

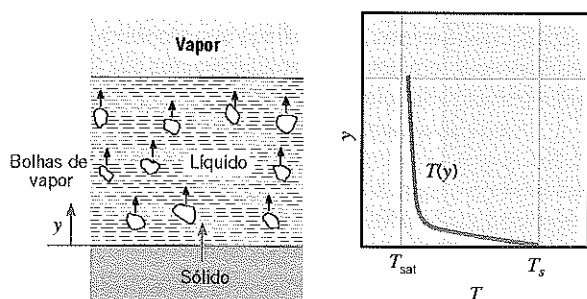



FIGURA 10.1 Distribuição de temperaturas na ebulição em piscina saturada com uma interface líquido-vapor.

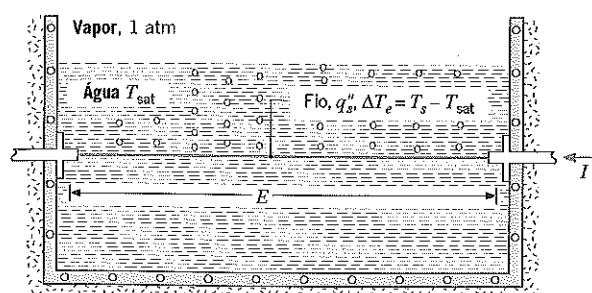



FIGURA 10.2 Equipamento de aquecimento com potência controlada de Nukiyama para demonstração da curva de ebulição.

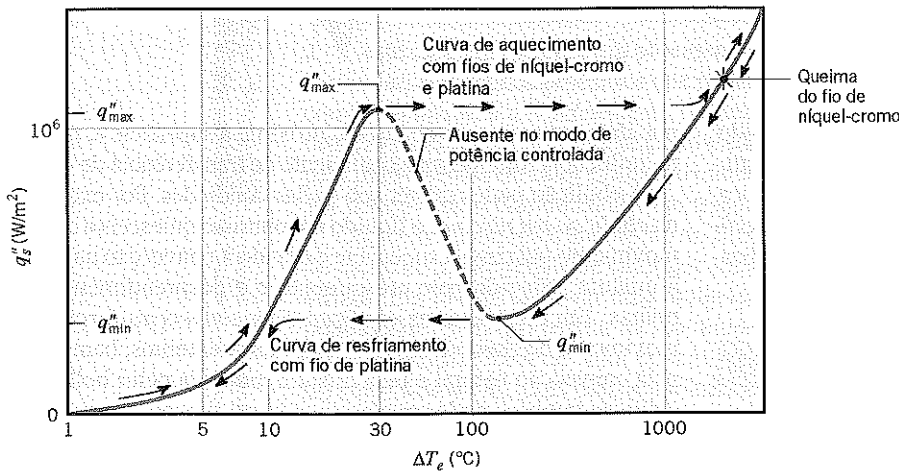



FIGURA 10.3 Curva de ebulição de Nukiyama para água saturada a pressão atmosférica.

uma diminuição adicional na potência causou uma queda brusca do excesso de temperatura e o processo passou a seguir a curva de aquecimento original até o ponto de saturação.

Nukiyama supôs que o efeito de histerese na Figura 10.3 fosse uma conseqüência do método de aquecimento com potência controlada, no qual ΔT_e é uma variável dependente. Ele também acreditava que, com o uso de um processo de aquecimento que permitisse o controle independente de ΔT_e, a porção da curva de ebulição que estava faltando (tracejada) poderia ser obtida. Sua conjectura foi confirmada posteriormente por Drew e Mueller [3]. Pela condensação de vapor no interior de um tubo a diferentes pressões, eles foram capazes de controlar o vapor de ΔT_e na ebulição de um fluido orgânico com baixo ponto de ebulição sobre a superfície externa do tubo, obtendo dessa forma a parte que faltava da curva de ebulição.

10.3.2 Modos de Ebulição em Piscina

Uma avaliação dos mecanismos físicos envolvidos no processo pode ser efetuada com o exame dos diferentes modos, ou regimes, da ebulição em piscina. Esses regimes estão identificados na curva de ebulição da Figura 10.4. Esta curva é para a água a 1 atm, embora tendências semelhantes caracterizem o comportamento de outros fluidos. Na Equação 10.3 observamos que q''_s depende do coeficiente convectivo h, assim como do excesso de temperatura ΔT_e. Diferentes regimes de ebulição podem ser identificados de acordo com o valor de ΔT_e.

Ebulição com Convecção Natural Diz-se existir ebulição com convecção natural se $\Delta T_e \leq \Delta T_{e,A}$, onde $\Delta T_{e,A} \approx 5$°C. A tempe-

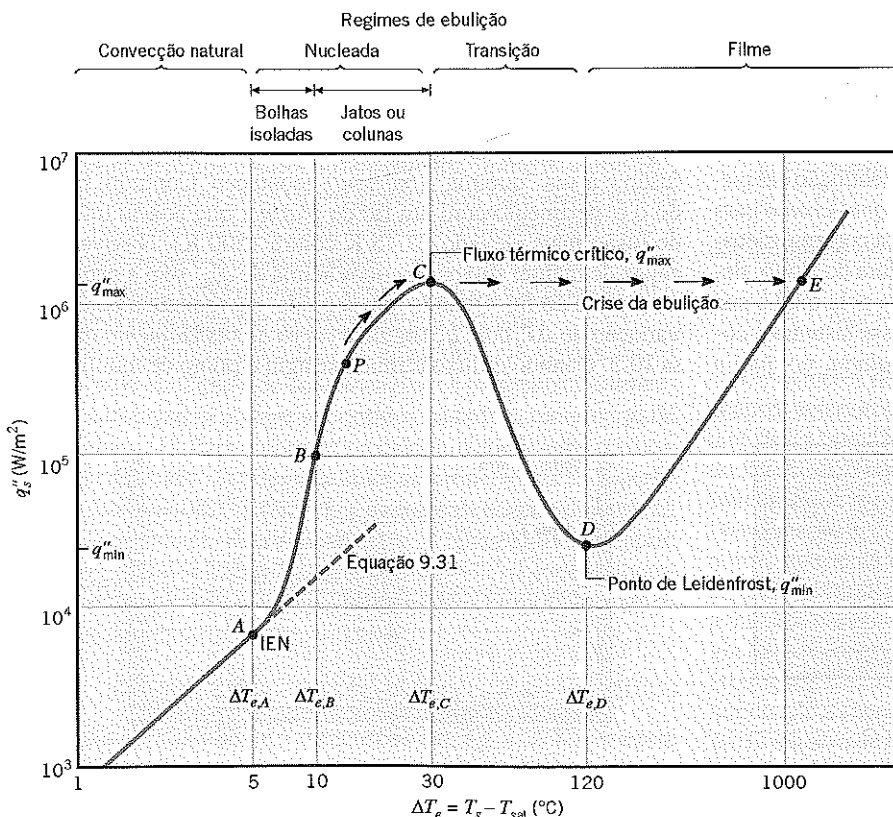



FIGURA 10.4 Curva de ebulição típica para a água a 1 atm: fluxo térmico na superfície q''_s como uma função do excesso de temperatura, $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$.

ratura da superfície deve estar um pouco acima da temperatura de saturação para garantir a formação de bolhas. À medida que o excesso de temperatura é aumentado, o início da formação de bolhas acabará ocorrendo, mas abaixo do ponto *A* (denominado *início da ebuliçao nucleada*, IEN) o movimento do fluido é determinado principalmente pelos efeitos da convecção natural. Em função de o escoamento ser laminar ou turbulento, *h* varia com ΔT_e elevado a uma potência de 1/4 ou de 1/3, respectivamente, e q''_s varia em relação a ΔT_e elevado às potências 5/4 ou 4/3. Para uma grande placa horizontal, o escoamento do fluido é turbulento e a Equação 9.31 pode ser usada para prever a porção da convecção natural da curva de ebulição, como mostrado na Figura 10.4.

Ebulição Nucleada A ebulição nucleada existe no intervalo $\Delta T_{e,A} \leq \Delta T_e \leq \Delta T_{e,C}$, onde $\Delta T_{e,C} \approx 30°C$. Nessa faixa, dois regimes de escoamento diferentes podem ser distinguidos. Na região *A-B*, *bolhas isoladas* se formam nos sítios de nucleação e se desprendem da superfície, como ilustrado na Figura 10.2. Esse desprendimento induz uma considerável mistura no fluido próximo à superfície, aumentando substancialmente *h* e q''_s. Nesse regime, a maior parte da troca de calor se dá por transferência direta da superfície para o líquido em movimento sobre ela e não através das bolhas de vapor acendendo da superfície. Quando ΔT_e ultrapassa $\Delta T_{e,B}$, mais sítios de nucleação se tornam ativos e a maior formação de bolhas causa a interferência e coalescência entre as bolhas. Na região *B-C*, o vapor ascende como *jatos* ou *colunas de bolhas*, que logo se unem para formar bolsões de vapor. Essa condição está ilustrada na Figura 10.5*a*. A interferência entre as bolhas densamente aglomeradas inibe o movimento do líquido na região próxima à superfície. O ponto *P* na Figura 10.4 corresponde a uma inflexão na curva de ebulição, na qual o coeficiente de transferência de calor assume um valor máximo. Nesse ponto, *h* começa a diminuir com o aumento de ΔT_e, embora q''_s, que é o produto entre *h* e ΔT_e, continue aumentando. Essa tendência resulta do fato de que, para $\Delta T_e > \Delta T_{e,P}$, o aumento relativo em ΔT_e é superior à redução relativa de *h*. No ponto *C*, contudo, o aumento adicional no valor de ΔT_e é equilibrado pela redução no *h*. O fluxo térmico máximo, $q''_{s,c} = q''_{max}$, é normalmente chamado de *fluxo térmico crítico*, e para a água à pressão atmosférica é superior a 1 MW/m². No ponto desse máximo, uma quantidade considerável de vapor está sendo formada, tornando difícil para o líquido molhar continuamente a superfície.

Como elevadas taxas de transferência de calor e coeficientes de transferência de calor estão associados a pequenos valores do excesso de temperatura, é desejável operar muitos equipamentos no regime de ebulição nucleada. A magnitude aproximada do coeficiente convectivo pode ser inferida com o uso da Equação 10.3 com a curva de ebulição da Figura 10.4. Dividindo q''_s por ΔT_e, fica evidente que coeficientes convectivos superiores a 10^4 W/(m²·K) são característicos desse regime. Esses valores são consideravelmente maiores do que aqueles normalmente presentes nos processos convectivos sem mudança de fase.

Ebulição no Regime de Transição A região correspondente a $\Delta T_{e,C} \leq \Delta T_e \leq \Delta T_{e,D}$, onde $\Delta T_{e,D} \approx 120°C$, é conhecida por região de *ebuliçao no regime de transiçao, ebuliçao em filme instável*, ou *ebuliçao em filme parcial*. Agora a formação das bolhas é tão rápida que um filme ou uma manta de vapor começa a se formar sobre a superfície. Em qualquer ponto sobre a superfície, as condições oscilam entre a ebulição em filme e a ebulição nucleada, mas a fração da superfície total coberta pelo filme de vapor aumenta com o aumento de ΔT_e. Como a condutividade térmica do vapor é muito menor do que a do líquido, *h* (e q''_s) deve diminuir com o aumento de ΔT_e.

Ebulição em Filme (em Película) A ebulição em filme existe quando $\Delta T_e \times \Delta T_{e,D}$. No ponto *D* da curva de ebulição, conhecido como *ponto de Leidenfrost*, o fluxo térmico atinge um mínimo, $q''_{s,D} = q''_{min}$, e a superfície encontra-se completamente coberta por uma *manta de vapor*. A transferência de calor da superfície para o líquido ocorre por condução e radiação através do vapor. Foi Leidenfrost quem, em 1756, observou que gotículas de água sustentadas pelo filme de vapor evaporam lentamente ao se moverem ao longo de uma superfície quente. À medida que a temperatura superficial é aumentada, a radiação através do filme de vapor se torna significativa e o fluxo térmico aumenta com o crescimento de ΔT_e.

A Figura 10.5 ilustra a natureza da formação do vapor e a dinâmica das bolhas associadas à ebulição nucleada e à ebulição em filme. As fotografias foram obtidas na ebulição de metanol sobre um tubo horizontal.

Embora a discussão anterior sobre a curva de ebulição admita que o controle sobre T_s pode ser mantido, é importante lembrar o experimento de Nukiyama e as muitas aplicações que envolvem o controle de q''_s (por exemplo, em um reator nuclear ou em um equipamento de aquecimento por resistência elétrica). Considere o início em um determinado ponto *P* na Figura 10.4 e

(*a*)

(*b*)

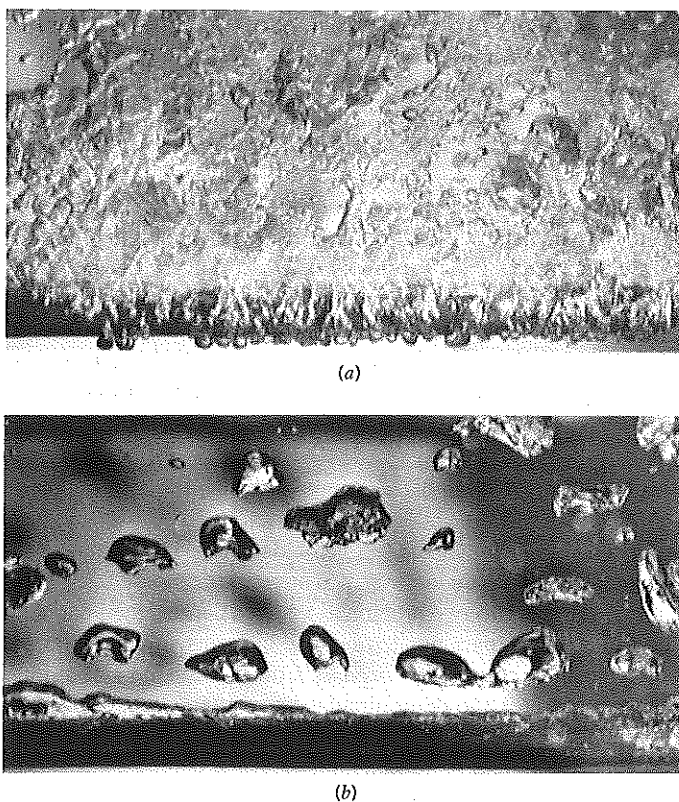



FIGURA 10.5 Ebulição de metanol sobre um tubo horizontal. (*a*) Ebulição nucleada no regime de jatos ou colunas de bolhas. (*b*) Ebulição em filme. As fotografias são cortesias do Professor J.W. Westwater, Universidade de Illinois, em Champaign-Urbana.

o aumento gradual de q''_s. O valor de ΔT_e, e assim o de T_s, irá também aumentar, seguindo a curva de ebulição até o ponto C. Contudo, qualquer aumento em q''_s além desse ponto induzirá um afastamento marcante da curva de ebulição, no qual as condições na superfície mudam abruptamente de $\Delta T_{e,C}$ para $\Delta T_{e,E} \equiv T_{s,E} - T_{sat}$. Como $T_{s,E}$ pode exceder o ponto de fusão do sólido, pode ocorrer a destruição ou a fadiga do sistema. Por esse motivo, o ponto C é freqüentemente chamado de *ponto de queima* ou de *crise de ebuliçao*, e o conhecimento preciso do *fluxo térmico crítico* (FTC), $q''_{s,C} \equiv q''_{max}$, é importante. Nós podemos desejar operar uma superfície de transferência de calor em condições próximas a esse valor, mas raramente desejaremos ultrapassá-lo.

10.4 Correlações da Ebulição em Piscina

Pela forma da curva de ebulição e com base no fato de que diversos mecanismos físicos caracterizam os diferentes regimes, não é surpresa a existência de uma multiplicidade de correlação de transferência de calor para o processo de ebulição. Para a região abaixo de $\Delta T_{e,A}$ na curva de ebulição (Figura 10.4), correlações apropriadas da convecção natural, apresentadas no Capítulo 9, podem ser usadas para estimar os coeficientes e as taxas de transferência de calor. Nesta seção revemos algumas das correlações mais utilizadas para a ebulição nucleada e a ebulição em filme.

10.4.1 Ebulição Nucleada em Piscina

A análise da ebulição nucleada exige uma estimativa do número de sítios de nucleação na superfície e da freqüência de formação de bolhas em cada sítio. Enquanto os mecanismos associados a esse regime de ebulição tenham sido estudados extensivamente, modelos matemáticos completos e confiáveis ainda estão por ser desenvolvidos. Yamagata et al. [4] foram os primeiros a mostrar a influência dos sítios de nucleação na taxa de transferência de calor e a demonstrar que q''_s é aproximadamente proporcional a ΔT_e^3. Tem-se por objetivo desenvolver correlações que reflitam essa relação entre o fluxo térmico na superfície e o excesso de temperatura.

Na Seção 10.3.2 observamos que na região A-B da Figura 10.4 a maior parte da transferência de calor é devida à transferência direta da superfície aquecida para o líquido. Dessa forma, o fenômeno da ebulição nessa região pode ser pensado como um tipo de convecção forçada na fase líquida na qual o movimento do fluido é induzido pelas bolhas em ascensão. Vimos que as correlações da convecção forçada têm usualmente a forma

$$\overline{Nu}_L = C_{cf} Re_L^{m_{cf}} Pr^{n_{cf}} \tag{7.1}$$

e a Equação 7.1 pode oferecer uma idéia de como os dados da ebulição em piscina podem ser correlacionados, desde que uma escala de comprimento e uma velocidade característica possam ser identificadas para inclusão nos números de Nusselt e de Reynolds. O subscrito *cf* é adicionado às constantes que aparecem na Equação 7.1 para nos lembrar de que elas se aplicam nesta correlação de *convecçao forçada*. Como vimos no Capítulo 7, estas constantes são determinadas experimentalmente para escoamentos complicados. Como é postulado que as bolhas em ascensão misturam o líquido, uma escala de comprimento apropriada para superfícies de aquecimento relativamente grandes é o diâmetro das bolhas, D_b. O diâmetro das bolhas logo após o seu desprendimento da superfície aquecida pode ser determinado a partir de um balanço de forças no qual a força de empuxo (que promove o desprendimento da bolha e é proporcional à D_b^3) é igual à força da tensão superficial (que adere a bolha à superfície e é proporcional à D_b), que resulta na expressão

$$D_b \propto \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \tag{10.4a}$$

A constante de proporcionalidade depende do ângulo de contato entre o líquido, seu vapor e a superfície sólida; o ângulo de contato depende do líquido e da superfície sólida que é considerada. Os subscritos l e v indicam os estados de líquido e de vapor saturados, respectivamente, e σ(N/m) é a tensão superficial.

Uma velocidade característica para a agitação do líquido pode ser achada pela divisão da distância percorrida pelo líquido para preencher o espaço deixado pela bolha ao se desprender (proporcional a D_b) pelo tempo entre os desprendimentos de bolhas, t_b. O tempo t_b é igual à energia usada para formar uma bolha de vapor (proporcional a D_b^3), dividida pela taxa na qual calor é adicionado através da área de contato sólido-vapor (proporcional a D_b^2). Assim,

$$V \propto \frac{D_b}{t_b} \propto \frac{D_b}{\left(\dfrac{\rho_l h_{fg} D_b^3}{q''_s D_b^2}\right)} \propto \frac{q''_s}{\rho_l h_{fg}} \tag{10.4b}$$

Substituindo as Equações 10.4a e 10.4b na Equação 7.1, absorvendo as proporcionalidades na constante C_{cf} e substituindo a expressão resultante para h na Equação 10.3, obtém-se a expressão a seguir, na qual as constantes $C_{s,f}$ e n foram recentemente introduzidas e o expoente m_{cf} da Equação 7.1 tem um valor de 2/3 determinado experimentalmente:

$$q''_s = \mu_l h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \left(\frac{c_{p,l} \Delta T_e}{C_{s,f} h_{fg} Pr_l^n}\right)^3 \tag{10.5}$$

A Equação 10.5 foi desenvolvida por Rohsenow [5] e é a primeira e mais amplamente utilizada correlação para ebulição nucleada. O coeficiente $C_{s,f}$ e o expoente n dependem da combinação sólido-líquido e valores representativos determinados experimentalmente destes parâmetros são apresentados na Tabela 10.1. Valores para outras combinações sólido-líquido podem ser obtidos na literatura [6-8]. Valores da tensão superficial e do calor latente de vaporização da água são apresentados na Tabela A.6 e de alguns fluidos selecionados na Tabela A.5. Valores para outros líquidos podem ser obtidos em qualquer edição recente do *Handbook of Chemistry and Physics*. Se a Equação 10.5 for reescrita em termos de um número de Nusselt baseado em uma escala de comprimento arbitrária L, ela terá a forma $Nu_L \propto Ja^2 Pr^{1-3n} Bo^{1/2}$, com todas as propriedades sendo as do líquido, ex-

TABELA 10.1 Valores de $C_{s,f}$ para várias combinações superfície-fluido [5-7]

Combinação superfície-fluido	$C_{s,f}$	n
Água-cobre		
Riscada	0,0068	1,0
Polida	0,0128	1,0
Água-aço inoxidável		
Atacada quimicamente	0,0133	1,0
Polida mecanicamente	0,0132	1,0
Esmerilhada e polida	0,0080	1,0
Água-latão	0,0060	1,0
Água-níquel	0,006	1,0
Água-platina	0,0130	1,0
n-Pentano-cobre		
Polida	0,0154	1,7
Esmerilhada	0,0049	1,7
Benzeno-cromo	0,0101	1,7
Álcool etílico-cromo	0,0027	1,7

ceto ρ_v. Comparando com a Equação 10.2b, vemos que somente o primeiro parâmetro adimensional não está presente. Se o número de Nusselt for baseado no diâmetro da bolha característico dado pela Equação 10.4a, a expressão se reduz a uma forma mais simples $Nu_{D_b} \propto Ja^2\, Pr^{1-3n}$.

A correlação de Rohsenow se aplica somente para superfícies limpas. Quando ela é empregada para estimar o fluxo térmico, os erros podem chegar a $\pm 100\%$. Entretanto, como $\Delta T_e \propto (q''_s)^{1/3}$, esse erro é reduzido por um fator igual a 3 quando a correlação é usada para estimar ΔT_e a partir do conhecimento de q''_s. Também, como $q''_s \propto h_{fg}^{-2}$ e h_{fg} diminui com o aumento da pressão de saturação (temperatura), o fluxo térmico na ebulição nucleada aumentará com a pressurização do líquido.

10.4.2 Fluxo Térmico Crítico na Ebulição Nucleada em Piscina

Reconhecemos que o fluxo térmico crítico, $q''_{s,C} = q''_{max}$, representa um ponto importante sobre a curva de ebulição. Podemos desejar operar um processo de ebulição em uma região próxima a esse ponto, mas devemos reconhecer o perigo de dissipar calor a uma taxa além desse limite. Kutateladze [9], através da análise dimensional, e Zuber [10], através de uma análise de estabilidade hidrodinâmica, obtiveram uma expressão que pode ser aproximada por

$$q''_{max} = C h_{fg}\rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \qquad (10.6)$$

que é independente do material da superfície e depende fracamente da geometria da superfície aquecida através da primeira constante C. Para cilindros horizontais, para esferas e para muitas grandes superfícies aquecidas, o uso da primeira constante com um valor de $C = (\pi/24) \approx 0{,}131$ (a constante de Zuber) concorda com dados experimentais com precisão média de 16%. Para placas horizontais grandes, um valor de $C = 0{,}149$ fornece uma melhor concordância com os dados experimentais. As propriedades na Equação 10.6 são avaliadas na temperatura de saturação. A Equação 10.6 se aplica quando o comprimento característico da superfície aquecida, L, é grande em relação ao diâmetro das bolhas, D_b. Entretanto, quando o aquecedor é pequeno de tal forma que o número de confinamento, $Co = \sqrt{\sigma/(g[\rho_l - \rho_v])}/L = Bo^{-1/2}$ [12], é maior do que aproximadamente 0,2, um fator de correção deve ser usado para levar em conta o pequeno tamanho do aquecedor. Lienhard [11] informa fatores de correção para várias geometrias, incluindo placas horizontais, cilindros, esferas e fitas verticais e horizontais.

É importante observar que o fluxo térmico crítico depende fortemente da pressão, sobretudo através da dependência em relação à pressão da tensão superficial e do calor de vaporização. Cichelli e Bonilla [13] demonstraram experimentalmente que o fluxo térmico máximo aumenta com a pressão até um terço da pressão crítica, quando então passa a decrescer até atingir o valor zero na pressão crítica.

10.4.3 Fluxo Térmico Mínimo

A ebulição no regime de transição possui pouco interesse prático, uma vez que ela só pode ser obtida com o controle da temperatura da superfície do aquecedor. Enquanto nenhuma teoria adequada for desenvolvida para esse regime, as condições podem ser caracterizadas pelo contato periódico *instável* entre o líquido e a superfície aquecida. Entretanto, o limite superior desse regime possui interesse, uma vez que ele corresponde à formação de uma manta ou filme de vapor *estável* e a uma condição de fluxo térmico mínimo. Se o fluxo térmico cair para um valor abaixo desse mínimo, o filme irá colapsar, causando o resfriamento da superfície e o restabelecimento de uma condição de ebulição nucleada.

Zuber [10] utilizou a teoria da estabilidade para deduzir a expressão a seguir para o fluxo térmico mínimo, $q''_{s,D} = q''_{min}$, em uma grande placa horizontal:

$$q''_{min} = C\rho_v h_{fg}\left[\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4} \qquad (10.7)$$

na qual as propriedades são avaliadas na temperatura de saturação. A constante, $C = 0{,}09$, foi determinada experimentalmente por Berenson [14]. Esse resultado possui uma precisão de aproximadamente 50% para a maioria dos fluidos a pressões moderadas, porém fornece piores estimativas em pressões mais elevadas [15]. Um resultado semelhante foi obtido para cilindros horizontais [16].

10.4.4 Ebulição em Filme em Piscina

Para excessos de temperatura além do ponto de Leidenfrost, um filme contínuo de vapor cobre a superfície e não há contato entre a fase líquida e a superfície. Como as condições no filme estável de vapor possuem uma grande semelhança com as existentes na condensação em filme laminar (Seção 10.7), é comum basear as correlações para a ebulição em filme em resultados obtidos na teoria da condensação. Um desses resultados, que se aplica à ebulição em filme sobre um cilindro ou esfera de diâmetro D, possui a forma

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_{conv}D}{k_v} = C\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)h'_{fg}D^3}{\nu_v k_v (T_s - T_{sat})}\right]^{1/4} \qquad (10.8)$$

A constante da correlação C é igual a 0,62 para cilindros horizontais [17] e a 0,67 para esferas [11]. O calor latente corrigido h'_{fg} leva em consideração a energia sensível necessária para manter a temperatura no interior do filme de vapor acima da tempe-

ratura de saturação. Embora ela possa ser aproximada por $h'_{fg} = h_{fg} + 0{,}80c_{p,v}(T_s - T_{sat})$, é sabido que ela depende fracamente do número de Prandtl do vapor [18]. As propriedades do vapor são estimadas na temperatura do filme, $T_f = (T_s + T_{sat})/2$, e a massa específica do líquido é avaliada na temperatura de saturação.

Em temperaturas superficiais elevadas ($T_s \geqslant 300°C$), a transferência de calor por radiação através do filme de vapor se torna significativa. Como a radiação atua para aumentar a espessura do filme, não é razoável supor que os processos radiante e convectivo simplesmente se somem. Bromley [17] investigou a ebulição em filme na superfície externa de tubos horizontais e sugeriu o cálculo do coeficiente de transferência de calor total em uma equação transcendental na forma

$$\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad}\bar{h}^{1/3} \qquad (10.9)$$

Se $\bar{h}_{rad} < \bar{h}_{conv}$, uma forma mais simples pode ser usada:

$$\bar{h} = \bar{h}_{conv} + \tfrac{3}{4}\bar{h}_{rad} \qquad (10.10)$$

O coeficiente radiante efetivo $\bar{h}_{rad}$ é determinado por

$$\bar{h}_{rad} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}} \qquad (10.11)$$

onde ε é a emissividade do sólido (Tabela A.11) e σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

Note que a analogia entre a ebulição em filme e a condensação em filme não é válida para pequenas superfícies com elevada curvatura em função da grande disparidade entre as espessuras dos filmes de vapor e de líquido nos dois processos. A analogia também é questionável em uma superfície vertical, embora estimativas satisfatórias tenham sido obtidas para poucas condições.

10.4.5 Efeitos Paramétricos na Ebulição em Piscina

Nesta seção analisamos resumidamente outros parâmetros que podem afetar a ebulição em piscina, restringindo nossa atenção ao campo gravitacional, ao sub-resfriamento do líquido e às condições da superfície do sólido.

A influência do *campo gravitacional* sobre a ebulição deve ser considerada em aplicações que envolvem viagens espaciais e máquinas rotativas. Essa influência fica evidente pela presença da aceleração gravitacional g nas expressões anteriores. Siegel [19], na sua revisão sobre efeitos da gravidade reduzida, confirma que a dependência $g^{1/4}$ nas Equações 10.6, 10.7 e 10.8 (para os fluxos térmicos máximo e mínimo e para a ebulição em filme) está correta para valores de g de até 0,10 m/s^2. Para a ebulição nucleada, contudo, há evidência de que o fluxo térmico é praticamente independente da aceleração da gravidade, o que contraria a dependência $g^{1/2}$ indicada na Equação 10.5. Forças gravitacionais acima da normal apresentam efeitos similares, embora na região próxima ao IEN a gravidade possa influenciar a convecção induzida pelas bolhas.

Se um líquido em um sistema de ebulição em piscina for mantido a uma temperatura menor do que a temperatura de saturação, diz-se que o líquido está *sub-resfriado*, onde $\Delta T_{sub} \equiv T_{sat} - T_{liq}$. No regime de convecção natural, tipicamente, o fluxo térmico aumenta em função de $(T_s - T_{liq})^{5/4}$ ou $(\Delta T_e + \Delta T_{sub})^{5/4}$. Por outro lado, na ebulição nucleada, a influência do sub-resfriamento é considerada desprezível, embora se saiba que os fluxos térmicos máximo e mínimo, q''_{max} e q''_{min}, aumentem linearmente com ΔT_{sub}. No caso da ebulição em filme, o fluxo térmico aumenta fortemente com o aumento de ΔT_{sub}.

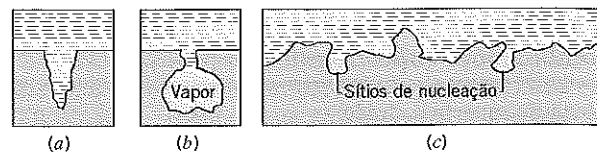



FIGURA 10.6 Formação de sítios de nucleação. (*a*) Cavidade molhada sem retenção de vapor. (*b*) Cavidade reentrante com vapor retido. (*c*) Perfil ampliado de uma superfície rugosa.

A influência da *rugosidade da superfície* (por usinagem, introdução de ranhuras, entalhe ou jateamento de areia) sobre os fluxos térmicos máximo e mínimo e sobre a ebulição em filme é desprezível. Contudo, conforme demonstrado por Berensen [20], o aumento na rugosidade da superfície pode causar um grande aumento no fluxo térmico no regime de ebulição nucleada. Como mostra a Figura 10.6, uma superfície rugosa possui inúmeras cavidades que servem para reter vapor, fornecendo sítios maiores e em maior quantidade para o crescimento das bolhas. Tem-se que a massa específica de sítios de nucleação em uma superfície rugosa pode ser substancialmente maior do que em uma superfície lisa. Contudo, sob condições de ebulição prolongada, os efeitos da rugosidade da superfície geralmente diminuem, indicando que os sítios novos e maiores criados pelo aumento da rugosidade não são locais estáveis para a retenção de vapor.

Superfícies especiais que proporcionam um *aumento* (*intensificaçao*) estável da ebulição nucleada estão disponíveis comercialmente e foram revisadas por Webb [21]. Estas *superfícies intensificadoras* podem ser de dois tipos: (1) revestimento com materiais muito porosos formados por sinterização, solda, pulverização por chama, deposição eletrolítica ou empolamento, e (2) cavidades reentrantes, formadas mecanicamente ou por

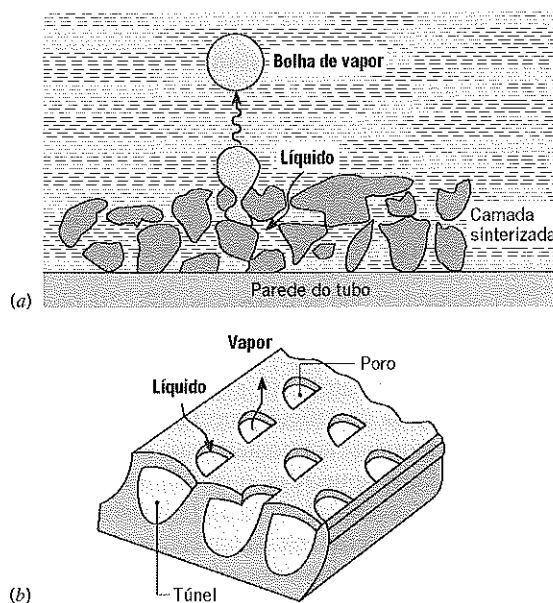



FIGURA 10.7 Superfícies estruturadas típicas para a intensificação da ebulição nucleada. (*a*) Revestimento metálico sinterizado. (*b*) Cavidades reentrantes formadas mecanicamente.

usinagem, que asseguram um contínuo aprisionamento do vapor (ver Figura 10.7). Tais superfícies proporcionam uma renovação contínua do vapor nos sítios de nucleação e o aumento da transferência de calor em mais de uma ordem de grandeza. Técnicas de intensificação ativas, tais como varredura rotativa sobre a superfície, vibração da superfície, vibração do fluido e campos eletrostáticos, também foram revisadas por Bergles [22, 23]. Entretanto, uma vez que essas técnicas complicam o sistema em ebulição e, em muitos casos, prejudicam a sua confiabilidade, elas são pouco utilizadas em aplicações práticas.

EXEMPLO 10.1

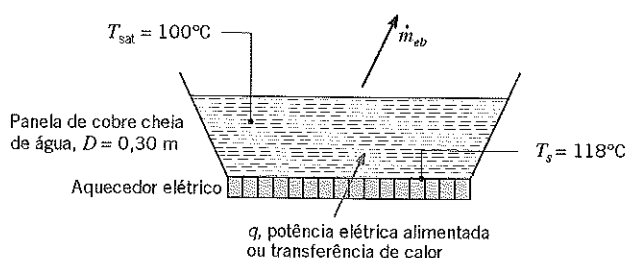
O fundo de uma panela de cobre, com 0,3 m de diâmetro, é mantido a 118°C por um aquecedor elétrico. Estime a potência necessária para ferver água nessa panela. Qual é a taxa de evaporação? Calcule o fluxo térmico crítico.

SOLUÇÃO

Dados: Água fervendo em uma panela de cobre com temperatura superficial especificada.

Achar:

1. Potência exigida no aquecedor elétrico para causar a ebulição.
2. Taxa de evaporação da água devido à ebulição.
3. Fluxo térmico crítico correspondente ao ponto de queima.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Água exposta à pressão atmosférica padrão: 1,01 bar.
3. Água a uma temperatura uniforme de T_{sat} = 100°C.
4. Superfície da base da panela grande e de cobre polido.
5. Perda térmica do aquecedor para a vizinhança desprezível.

Propriedades: Tabela A.6, água saturada, líquida (100°C): $\rho_l = 1/v_f = 957{,}9$ kg/m³, $c_{p,l} = c_{p,f} = 4{,}217$ kJ/(kg·K), $\mu_l = \mu_f = 279 \times 10^{-6}$ N·s/m², $Pr_l = Pr_f = 1{,}76$, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg; $\sigma = 58{,}9 \times 10^{-3}$ N/m. Tabela A.6, água saturada, vapor (100°C): $\rho_v = 1/v_g = 0{,}5956$ kg/m³.

Análise:

1. A partir do conhecimento da temperatura de saturação T_{sat} da água em ebulição a 1 atm e da temperatura da superfície aquecida de cobre T_s, o excesso de temperatura ΔT_e é

$$\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat} = 118°\text{C} - 100°\text{C} = 18°\text{C}$$

De acordo com a curva de ebulição da Figura 10.4, irá ocorrer ebulição nucleada em piscina e a correlação recomendada para estimar a taxa de transferência de calor por unidade de área superficial da placa é dada pela Equação 10.5.

$$q_s'' = \mu_l h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l-\rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left(\frac{c_{p,l}\,\Delta T_e}{C_{s,f}h_{fg}Pr_l^n}\right)^3$$

Os valores de $C_{s,f}$ e n correspondentes à combinação superfície de cobre polida-água são determinados a partir dos resultados experimentais da Tabela 10.1, onde $C_{s,f} = 0{,}0128$ e $n = 1{,}0$. Substituindo os valores numéricos, o fluxo térmico na ebulição é

$$q_s'' = 279\times10^{-6}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2 \times 2257\times10^3\,\text{J/kg} \times\left[\frac{9{,}8\,\text{m/s}^2(957{,}9-0{,}5956)\,\text{kg/m}^3}{58{,}9\times10^{-3}\,\text{N/m}}\right]^{1/2} \times\left(\frac{4{,}217\times10^3\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}\times 18°\text{C}}{0{,}0128\times2257\times10^3\,\text{J/kg}\times1{,}76}\right)^3 = 836\,\text{kW/m}^2$$

Assim, a taxa de transferência de calor na ebulição é

$$q_s = q_s''\times A = q_s''\times\frac{\pi D^2}{4}$$

$$q_s = 8{,}36\times10^5\,\text{W/m}^2\times\frac{\pi(0{,}30\,\text{m})^2}{4} = 59{,}1\,\text{kW} \quad \triangleleft$$

2. Sob condições de regime estacionário, toda a adição de calor na panela irá resultar na evaporação da água. Assim,

$$q_s = \dot{m}_{eb}h_{fg}$$

onde $\dot{m}_{eb}$ é a taxa na qual a água evapora da superfície livre para a sala. Tem-se, então, que

$$\dot{m}_{eb} = \frac{q_s}{h_{fg}} = \frac{5{,}91\times10^4\,\text{W}}{2257\times10^3\,\text{J/kg}} = 0{,}0262\,\text{kg/s} = 94\,\text{kg/h} \quad \triangleleft$$

3. O fluxo térmico crítico para a ebulição nucleada em piscina pode ser estimado pela Equação 10.6:

$$q''_{max} = 0{,}149 h_{fg}\rho_v\left[\frac{\sigma g(\rho_l-\rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Substituindo os valores numéricos apropriados,

$$q''_{max} = 0{,}149\times2257\times10^3\,\text{J/kg}\times0{,}5956\,\text{kg/m}^3 \times\left[\frac{58{,}9\times10^{-3}\,\text{N/m}\times9{,}8\,\text{m/s}^2(957{,}9-0{,}5956)\,\text{kg/m}^3}{(0{,}5956)^2(\text{kg/m}^3)^2}\right]^{1/4}$$

$$q''_{max} = 1{,}26\,\text{MW/m}^2 \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Note que o fluxo térmico crítico, q''_{max} = 1,26 MW/m², representa o fluxo térmico máximo para a ebulição de água

à pressão atmosférica normal. Portanto, a operação do aquecedor a $q''_s = 0{,}836$ MW/m² está abaixo da condição crítica.

2. Usando a Equação 10.7, o fluxo térmico mínimo no ponto de Leidenfrost é $q''_{min} = 18{,}9$ kW/m². Note na Figura 10.4 que, para essa condição, $\Delta T_e \approx 120°C$.

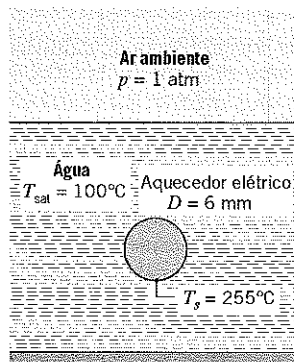
EXEMPLO 10.2

Um elemento aquecedor com revestimento metálico, com 6 mm de diâmetro e emissividade $\varepsilon = 1$, encontra-se imerso em posição horizontal em um banho de água. A temperatura da superfície do metal é de 255°C sob condições de ebulição em regime estacionário. Estime a dissipação de potência por unidade de comprimento do aquecedor.

SOLUÇÃO

Dados: Ebulição na superfície externa de um cilindro horizontal imerso em água.

Achar: Dissipação de potência por unidade de comprimento do cilindro, q''_s.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Água exposta à pressão atmosférica padrão e a uma temperatura uniforme T_{sat}.

Propriedades: Tabela A.6, água saturada, líquida (100°C): $\rho_l = 1/v_f = 957{,}9$ kg/m³, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg. Tabela A.6, vapor d´água a pressão atmosférica ($T_f \approx 450$ K): $\rho_v = 0{,}4902$ kg/m³, $c_{p,v} = 1{,}980$ kJ/(kg·K), $k_v = 0{,}0299$ W/(m·K), $\mu_v = 15{,}25 \times 10^{-6}$ N·s/m².

Análise: O excesso de temperatura é

$$\Delta T_e = T_s - T_{sat} = 255°C - 100°C = 155°C$$

De acordo com a curva de ebulição da Figura 10.4, são atingidas condições de ebulição em filme em piscina quando a transferência de calor ocorre por convecção e por radiação. A taxa de transferência de calor é descrita pela Equação 10.3, escrita com base em um comprimento unitário para uma superfície cilíndrica com diâmetro D:

$$q'_s = q''_s \pi D = \bar{h}\pi D\,\Delta T_e$$

O coeficiente de transferência de calor $\bar{h}$ é calculado pela Equação 10.9,

$$\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad}\bar{h}^{1/3}$$

onde os coeficientes de transferência de calor por convecção e por radiação são obtidos nas Equações 10.8 e 10.11, respectivamente. Para o coeficiente convectivo:

$$\bar{h}_{conv} = 0{,}62\left[\frac{k_v^3\rho_v(\rho_l-\rho_v)g(h_{fg}+0{,}8c_{p,v}\,\Delta T_e)}{\mu_v D\,\Delta T_e}\right]^{1/4}$$

$$\bar{h}_{conv} = 0{,}62$$
$$\times\left[\frac{(0{,}0299)^3(\mathrm{W/(m\cdot K)})^3\times 0{,}4902\,\mathrm{kg/m^3}(957{,}9-0{,}4902)\,\mathrm{kg/m^3}\times 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}{1}\right.$$
$$\left.\times\frac{(2257\times 10^3\,\mathrm{J/kg}+0{,}8\times 1{,}98\times 10^3\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}\times 155°C)}{15{,}25\times 10^{-6}\,\mathrm{N\cdot s/m^2}\times 6\times 10^{-3}\,\mathrm{m}\times 155°C}\right]^{1/4}$$

$$\bar{h}_{conv} = 238\ \mathrm{W/(m^2\cdot K)}$$

Para o coeficiente de transferência de calor por radiação:

$$\bar{h}_{rad} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}}$$

$$\bar{h}_{rad} = \frac{5{,}67\times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2\cdot K^4)}(528^4 - 373^4)\mathrm{K}^4}{(528-373)\,\mathrm{K}} = 21{,}3\ \mathrm{W/(m^2\cdot K)}$$

Resolvendo a Equação 10.9 por tentativa e erro,

$$\bar{h}^{4/3} = 238^{4/3} + 21{,}3\bar{h}^{1/3}$$

tem-se que

$$\bar{h} = 254{,}1\ \mathrm{W/(m^2\cdot K)}$$

Assim, a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do elemento aquecedor é

$$q'_s = 254{,}1\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)}\times\pi\times 6\times 10^{-3}\,\mathrm{m}\times 155°C = 742\,\mathrm{W/m} \quad \triangleleft$$

Comentários: A Equação 10.10 é apropriada para estimar $\bar{h}$; ela fornece um valor de 254,0 W/(m²·K).

10.5 *Ebulição com Convecção Forçada*

Na *ebulição em piscina*, o escoamento do fluido ocorre principalmente em função do movimento das bolhas induzido pelo empuxo originado na superfície aquecida. Em contraste, na *ebulição com convecção forçada* o escoamento é devido a uma movimentação dirigida (ou global) do fluido, bem como em função dos efeitos do empuxo. As condições dependem fortemente da geometria, que pode envolver um escoamento externo sobre placas e cilindros aquecidos ou um escoamento *interno* (em dutos). A ebulição com convecção forçada em um escoamento interno é comumente referida como um *escoamento bifásico* e é caracterizada por mudanças rápidas do estado líquido para o estado vapor no sentido do escoamento.

10.5.1 Ebulição com Convecção Forçada em Escoamento Externo

Para o escoamento externo sobre uma placa aquecida, o fluxo térmico pode ser estimado por correlações padrões da convecção forçada até o ponto onde se inicia a ebulição. À medida que a temperatura da placa aquecida é aumentada, a ebulição nucleada ocorrerá, ocasionando um aumento no fluxo térmico. Se a geração de vapor não for extensiva e o líquido estiver sub-resfriado, Bergles e Rohsenow [24] sugerem um método para estimar o fluxo térmico total em termos de componentes associados à convecção forçada pura e à ebulição em piscina.

Sabe-se que tanto a convecção forçada quanto o sub-resfriamento aumentam o fluxo térmico crítico $q''_{\max}$ na ebulição nucleada. Valores experimentais de até 35 MW/m^2 (compare com os 1,3 MW/m^2 para ebulição em piscina da água a 1 atm) foram relatados [25]. Para um líquido com velocidade V em escoamento cruzado sobre um cilindro com diâmetro D, Lienhard e Eichhorn [26] desenvolveram as expressões a seguir para escoamentos com baixas e altas velocidades, nas quais as propriedades são estimadas na temperatura de saturação.

Baixa Velocidade:

$$\frac{q''_{\max}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{1}{\pi}\left[1 + \left(\frac{4}{We_D}\right)^{1/3}\right] \qquad (10.12)$$

Alta Velocidade:

$$\frac{q''_{\max}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{(\rho_l/\rho_v)^{3/4}}{169\pi} + \frac{(\rho_l/\rho_v)^{1/2}}{19{,}2\pi\, We_D^{1/3}} \qquad (10.13)$$

O número de Weber We_D é a razão entre as forças de inércia e as forças de tensão superficial, e tem a forma

$$We_D \equiv \frac{\rho_v V^2 D}{\sigma} \qquad (10.14)$$

As regiões de alta e baixa velocidade, respectivamente, são determinadas em função do valor do parâmetro do fluxo térmico, $q''_{\max}/(\rho_v h_{fg} V)$, ser menor ou maior do que $[(0{,}275/\pi)(\rho_l/\rho_v)^{1/2} + 1]$. Na maioria dos casos, as Equações 10.12 e 10.13 correlacionam os dados para $q''_{\max}$ com aproximação de 20%.

10.5.2 Escoamento Bifásico

A ebulição com convecção forçada em escoamentos internos está associada à formação de bolhas na superfície interna de um tubo aquecido através do qual um líquido escoa. O crescimento e o desprendimento das bolhas são fortemente influenciados pela velocidade do escoamento e os efeitos fluidodinâmicos diferem significativamente dos presentes na ebulição em piscina. O processo é acompanhado pela existência de uma variedade de padrões de escoamento bifásico.

Considere o desenvolvimento do escoamento no interior de um tubo vertical que é submetido a um fluxo térmico na superfície constante, conforme mostrado na Figura 10.8. A transferência de calor para o líquido sub-resfriado que entra no tubo é inicialmente por *convecção forçada monofásica* e pode ser prevista usando-se as correlações do Capítulo 8. Mais além no tubo, a temperatura da parede se torna superior à temperatura de saturação do líquido e a vaporização inicia-se na *região de ebulição com escoamento sub-resfriado* (*subcooled flow boiling region*). Essa região é caracterizada por gradientes de temperaturas radiais significativos, com bolhas se formando adjacentes à parede aquecida e líquido sub-resfriado escoando perto do centro do tubo. A espessura da região das bolhas aumenta ao longo do tubo até que o núcleo do líquido atinge a temperatura de saturação do fluido. Então as bolhas podem estar presentes em qualquer posição radial e a fração mássica do vapor no fluido média no tempo[1], X, é maior do que zero em qualquer posição radial. Isso marca o início da *região de ebulição com escoamento saturado* (*saturated flow boiling region*). No interior da região de ebulição com escoamento saturado, a fração mássica de vapor média, definida como

$$\overline{X} \equiv \frac{\int_{A_c} \rho u(r,x) X dA_c}{\dot{m}}$$

aumenta e, devido à grande diferença de massas específicas entre as fases de vapor e de líquido, a velocidade média do fluido, u_m, aumenta significativamente.

O primeiro estágio da região de ebulição com escoamento saturado corresponde ao *regime de escoamento com bolhas* (*bubbly flow regime*). Na medida em que $\overline{X}$ aumenta, bolhas individuais coalescem formando bolsões de vapor. Esse *regime de escoamento em bolsões* (*slug-flow regime*) é seguido pelo *regime de escoamento anular* (*annular-flow regime*) no qual o líquido forma um filme na parede do tubo. Esse filme se move ao longo da superfície interna do tubo, enquanto o vapor se move com uma velocidade maior através do núcleo do tubo. A seguir, pontos secos aparecem na superfície interna do tubo e crescem em tamanho no interior de um *regime de transição* (*transition regime*). Finalmente, a superfície inteira do tubo está completamente seca e todo líquido remanescente está na forma de gotas que viajam a alta velocidade no interior do núcleo central do tubo no *regime de névoa* (*mist regime*). Depois de as gotas serem total-

[1] Esse termo é freqüentemente chamado de *qualidade* do fluido bifásico.

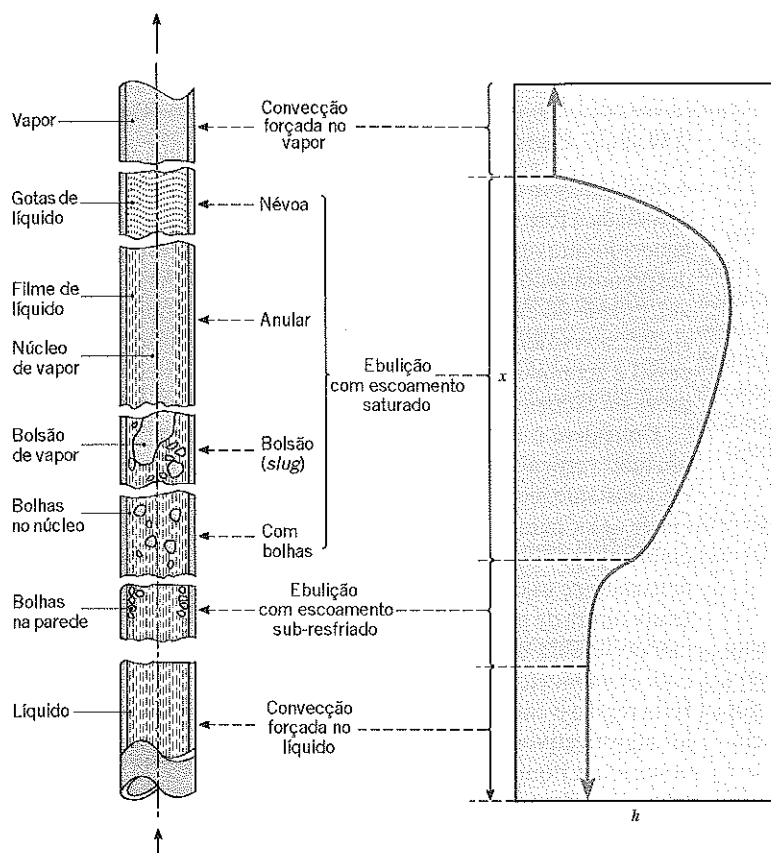



FIGURA 10.8 Regimes de escoamento na ebulição com convecção forçada em um tubo.

mente vaporizadas, o fluido é constituído por vapor superaquecido em uma *segunda* região de convecção forçada monofásica. O aumento da fração mássica de vapor ao longo do comprimento do tubo, em conjunto com a significativa diferença das massas específicas das fases líquida e vapor, aumentam a velocidade média do fluido por várias ordens de grandeza entre a primeira e a segunda regiões de convecção forçada monofásica.

O coeficiente de transferência de calor local varia significativamente na medida em que $\overline{X}$ e u_m diminuem e aumentam, respectivamente, ao longo do comprimento do tubo, x. Em geral, o coeficiente de transferência de calor pode aumentar em aproximadamente uma ordem de grandeza através da região de ebulição com escoamento sub-resfriado. Os coeficientes de transferência de calor aumentam mais nos primeiros estágios da região de ebulição com escoamento saturado. As condições se tornam mais complexas mais para dentro da região de ebulição com escoamento saturado, pois o coeficiente convectivo, definido na Equação 10.3, *tanto* aumenta *quanto* diminui com o aumento de $\overline{X}$, dependendo do fluido e do material do tubo. Tipicamente, o menor coeficiente convectivo está presente na segunda (vapor) região de convecção forçada devido à baixa condutividade térmica do vapor em relação à do líquido.

As correlações a seguir foram desenvolvidas para a região de ebulição com escoamento saturado em tubos circulares lisos [27, 28]:

$$\frac{h}{h_{mf}} = 0{,}6683\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{0{,}1} \overline{X}^{0{,}16}(1-\overline{X})^{0{,}64} f(Fr) + 1058\left(\frac{q_s''}{\dot{m}'' h_{fg}}\right)^{0{,}7}(1-\overline{X})^{0{,}8} G_{s,f} \quad (10.15a)$$

ou

$$\frac{h}{h_{mf}} = 1{,}136\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{0{,}45} \overline{X}^{0{,}72}(1-\overline{X})^{0{,}08} f(Fr) + 667{,}2\left(\frac{q_s''}{\dot{m}'' h_{fg}}\right)^{0{,}7}(1-\overline{X})^{0{,}8} G_{s,f} \quad (10.15b)$$

$$0 < \overline{X} \lesssim 0{,}8$$

onde $\dot{m}'' = \dot{m}/A_{tr}$ é a vazão mássica por unidade de área transversal. Ao utilizar a Equação 10.15, os maiores valores dos coeficientes de transferência de calor, h, devem ser usados. Nessa expressão, o *número de Froude* da fase líquida é $Fr = (\dot{m}''/\rho_l)^2/gD$ e o coeficiente $G_{s,f}$ depende da combinação superfície-líquido. Valores representativos para $G_{s,f}$ são dados na Tabela 10.2. A Equação 10.15 se aplica para tubos verticais e horizontais; nela o *parâmetro de estratificação*, $f(Fr)$, leva em conta a estratificação das fases líquida e vapor que pode ocorrer em tubos horizontais. Seu valor é unitário para tubos verticais e para tubos horizontais com $Fr \geqslant 0{,}04$. Para tubos horizontais com $Fr \leqslant 0{,}04$, $f(Fr) = 2{,}63\, Fr^{0{,}3}$. Todas as propriedades são avaliadas na temperatura de saturação, T_{sat}. O coeficiente convectivo monofásico, h_{mf}, está associado à região de convecção forçada no líquido da Figura 10.8 e é obtido com a Equação 8.62 com as propriedades avaliadas a T_{sat}. Como a Equação 8.62 é para o escoamento turbulento, recomenda-se que a Equação 10.15 não seja usada em situações nas quais a convecção no líquido monofásico seja em regime laminar. A Equação 10.15 se aplica quando as dimensões do canal são grandes em relação ao diâmetro da bolha,

TABELA 10.2 Valores de $G_{s,f}$ para várias combinações superfície-líquido [27, 28]

Fluido em tubo de cobre comercial	$G_{s,f}$
Água	1,00
Querosene	0,488
Refrigerante R-134a	1,63
Refrigerante R-152a	1,10
Para tubos de aço inoxidável, use $G_{s,f} = 1$.	

isto é, para números de confinamento, $Co = \sqrt{\sigma/(g[\rho_l - \rho_v])}/D_h \leq 1/2$ [3].

Para usar a Equação 10.15, a fração mássica de vapor média, $\bar{X}$, tem que ser conhecida. Para variações desprezíveis nas energias cinética e potencial do fluido, assim como com trabalho desprezível, a Equação 1.11d para ser reorganizada para fornecer

$$\bar{X}(x) = \frac{q_s''\pi Dx}{\dot{m}h_{fg}} \tag{10.16}$$

na qual a origem da coordenada x, $x = 0$, corresponde à posição axial onde $\bar{X}$ passa a ser maior do que zero e a variação da entalpia, $u_t + pv$, é igual à variação de $\bar{X}$ multiplicada pela entalpia de vaporização, h_{fg}.

Correlações para a região de ebulição com escoamento sub-resfriado e para os regimes anular e de névoa estão disponíveis na literatura [28]. Para condições de fluxo térmico constante, fluxos térmicos críticos podem ocorrer na região de ebulição com escoamento sub-resfriado, na região de ebulição com escoamento saturado onde $\bar{X}$ é grande ou na região de convecção forçada no vapor. Condições de fluxo térmico crítico podem levar à fundição do material do tubo em situações extremas [29]. Discussões adicionais de ebulição com escoamento estão disponíveis na literatura [7, 30-33]. Bases de dados extensas com milhares de valores do fluxo térmico crítico medidos experimentalmente para amplas faixas de condições operacionais estão também disponíveis [34, 35].

10.5.3 Escoamento Bifásico em Microcanais

Microcanais com escoamentos bifásicos exibem ebulição convectiva forçada de um líquido através de canais circulares ou não-circulares, com diâmetros hidráulicos na faixa de 10 a 1000 μm, com taxas de transferência de calor extremamente altas [36]. Nessas situações, o tamanho característico das bolhas pode ocupar uma fração significativa do diâmetro do tubo e o número de confinamento pode se tornar muito grande. Portanto, há diferentes tipos de regime de escoamento, incluindo regimes nos quais as bolhas ocupam aproximadamente todo o diâmetro do tubo aquecido [37]. Isso pode levar a um aumento dramático do coeficiente convectivo, h, correspondendo ao pico na Figura 10.8. Depois disso, h diminui com o aumento de x como acontece na Figura 10.8. A Equação 10.15 não pode ser usada para prever valores corretos do coeficiente de transferência de calor e nem mesmo prevê tendências corretas para os casos de ebulição com escoamento em microcanais. Há necessidade de se recorrer a uma modelagem mais sofisticada [38].

10.6 *Condensação: Mecanismos Físicos*

A condensação ocorre quando a temperatura de um vapor é reduzida a valores inferiores ao de sua temperatura de saturação. Em equipamentos industriais, o processo resulta usualmente do contato entre o vapor e uma *superfície* fria (Figuras 10.9*a*, *b*). A energia latente do vapor é liberada, calor é transferido para a superfície e o condensado é formado. Outros modos comuns são

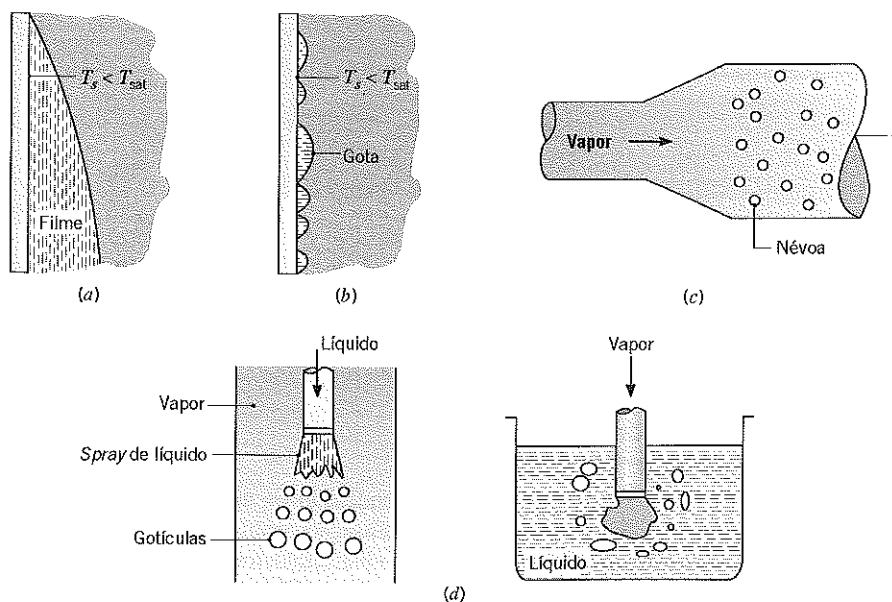



FIGURA 10.9 Modos de condensação. (*a*) Em filme. (*b*) Condensação em gotas sobre uma superfície. (*c*) Condensação homogênea ou formação de névoa resultante do aumento de pressão devido à expansão. (*d*) Condensação por contato direto.

a condensação *homogênea* (Figura 10.9*c*), na qual o vapor condensa em gotículas que permanecem suspensas em uma fase gasosa, formando uma névoa, e a condensação por *contato direto* (Figura 10.9*d*), que ocorre quando o vapor é colocado em contato com um líquido frio. Neste capítulo iremos analisar somente a condensação sobre superfícies.

Como mostrado nas Figuras 10.9*a*, *b*, a condensação pode ocorrer em uma de duas formas, dependendo da condição da superfície. A forma dominante de condensação é aquela na qual um filme de líquido cobre toda a superfície de condensação e, sob a ação da gravidade, o filme escoa continuamente deixando a superfície. A *condensação em filme* é, geralmente, característica de superfícies limpas e isentas de contaminação. Entretanto, se a superfície for revestida com uma substância que induza uma baixa molhabilidade, é possível manter a *condensação em gotas*. As gotas se formam em rachaduras, pequenas depressões e cavidades sobre a superfície e podem crescer e coalescer através da condensação continuada. Tipicamente, mais de 90% da superfície é coberta pelas gotas, que variam de uns poucos micrômetros em diâmetro até aglomerações visíveis a olho nu. As gotículas deixam a superfície devido à ação da gravidade. As condensações em filme e em gotas de vapor d'água sobre uma superfície de cobre, na posição vertical, são mostradas na Figura 10.10. Uma fina camada de oleato cúprico foi aplicada na parcela esquerda da superfície para promover a condensação em gotas. Uma sonda de termopar com 1 mm de diâmetro se estende ao longo da fotografia.

Independentemente do fato de estar na forma de um filme ou de gotas, o condensado representa uma resistência à transferência de calor entre o vapor e a superfície. Como essa resistência aumenta com a espessura do condensado, que por sua vez aumenta na direção do escoamento, é desejável utilizar superfícies verticais com pequena altura ou cilindros horizontais em situações envolvendo condensação em filme. Conseqüentemente, a maioria dos condensadores possui matrizes de tubos horizontais, no interior dos quais escoa um refrigerante líquido, enquanto no lado externo é passado o vapor a ser condensado. Visando à manutenção de elevadas taxas de condensação e de transferência de calor, a formação de gotas é melhor do que a formação de um filme. Na condensação em gotas, a maior parte da transferência de calor se dá através de gotas com diâmetros menores do que 100 μm e podem ser alcançadas taxas de transferência de calor superiores, em mais de uma ordem de grandeza, daquelas associadas à condensação em filme. Portanto, é uma prática usual utilizar revestimentos superficiais que induzam baixas molhabilidades e, dessa forma, estimulam a condensação em gotas. Silicones, Teflon e uma variedade de ceras e ácidos graxos são freqüentemente usados com esse propósito. Contudo, tais revestimentos perdem gradualmente a sua eficácia devido à oxidação, deposição ou simplesmente remoção, e a condensação em filme acaba ocorrendo.

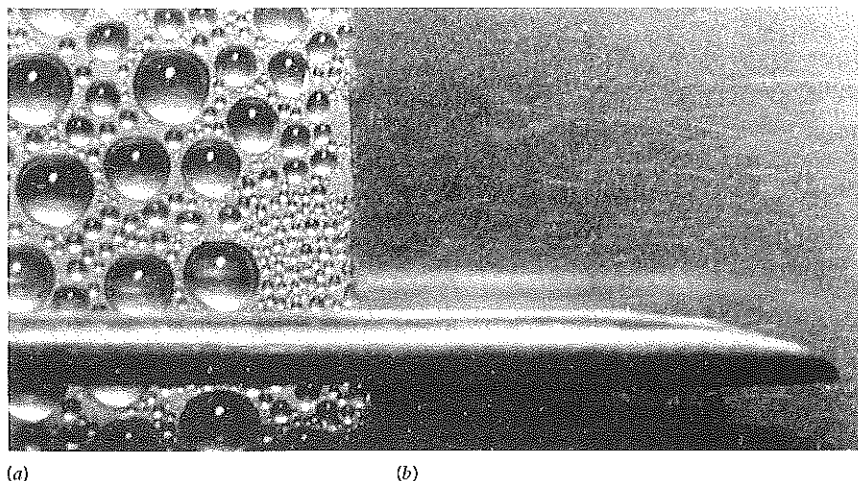
Embora seja desejável se obter a condensação em gotas em aplicações industriais, é freqüentemente difícil manter essa condição. Por esse motivo e como os coeficientes convectivos na condensação em filmes são menores do que aqueles associados à condensação em gotas, os cálculos de projeto de condensadores são freqüentemente baseados na hipótese de que ocorre condensação em filme. Nas seções seguintes deste capítulo, concentramo-nos na condensação em filme e mencionamos apenas sucintamente resultados disponíveis para a condensação em gotas.

(*a*) (*b*)

FIGURA 10.10 Condensação sobre uma superfície vertical. (*a*) Em gotas. (*b*) Em filme. A fotografia é cortesia do Professor J.W. Westwater, Universidade de Illinois, em Champaign-Urbana.

10.7 *Condensação em Filme Laminar sobre uma Placa Vertical*

Como mostrado na Figura 10.11*a*, podem existir diversas características complicadoras associadas à condensação em filme (em película). O filme inicia a sua formação no topo da placa e escoa na direção descendente sob a influência da gravidade. A espessura δ e a vazão mássica de condensado $\dot{m}$ aumentam com o aumento de x, em função da condensação contínua na interface líquido-vapor, que se encontra a T_{sat}. Há, então, transferência de calor dessa interface, através do filme, para a superfície, que é mantida a T_s

$< T_{sat}$. No caso mais geral, o vapor pode estar superaquecido ($T_{v,\infty} > T_{sat}$) e pode ser parte de uma mistura que contém um ou mais gases não-condensáveis. Além disso, há uma tensão de cisalhamento na interface líquido-vapor não nula, que contribui para um gradiente de velocidade no vapor, bem como no filme [39, 40].

Apesar da complexidade associada à condensação em filme, resultados úteis podem ser obtidos fazendo-se suposições originadas de uma análise feita por Nusselt [41].

1. Escoamento laminar e propriedades constantes são supostas no filme líquido.
2. Considera-se que o gás é um vapor puro a uma temperatura uniforme igual à T_{sat}. Com a ausência de gradiente de temperatura no vapor, a transferência de calor para a interface líquido-vapor pode ocorrer somente pela condensação na interface e não por condução vinda do vapor.
3. Supõe-se que a tensão cisalhante na interface líquido-vapor seja desprezível, ou seja, $\partial u/\partial y|_{y=\delta} = 0$. Com essa suposição e a anterior de temperatura uniforme no vapor, não há necessidade de se considerar as camadas-limite de velocidade e térmica no vapor, mostradas na Figura 10.11*a*.
4. As transferências de momento e de energia por advecção no filme de condensado são consideradas desprezíveis. Essa hipótese é razoável em virtude das baixas velocidades associadas ao filme. Tem-se então que a transferência de calor através do filme ocorre apenas por condução, situação na qual a distribuição de temperaturas no líquido é linear.

As condições no filme resultantes dessas hipóteses estão mostradas na Figura 10.11*b*.

A equação do momento na direção x para o filme pode ser obtida da Equação 9.1, com $\rho = \rho_l$ e $\nu = \nu_l$ para o líquido, e com o sinal da parcela da gravidade trocado, pois x está agora no sentido da gravidade. O gradiente de pressão é obtido na Equação 9.2 e é $dp_\infty/dx = +\rho_v g$, pois a massa específica da corrente livre é a massa específica do vapor. A partir da quarta aproximação, as parcelas referentes à advecção de momento podem ser desprezadas e a equação do momento na direção x pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g}{\mu_l}(\rho_l - \rho_v) \tag{10.17}$$

Integrando duas vezes e aplicando condições de contorno nas formas $u(0) = 0$ e $\partial u/\partial y|_{y=\delta} = 0$, o perfil de velocidades no filme se torna

$$u(y) = \frac{g(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] \tag{10.18}$$

Desse resultado, a vazão mássica de condensado por unidade de largura $\Gamma(x)$ pode ser obtida em termos de uma integral que envolve o perfil de velocidades:

$$\frac{\dot{m}(x)}{b} = \int_0^{\delta(x)} \rho_l u(y)\, dy \equiv \Gamma(x) \tag{10.19}$$

Substituindo a Equação 10.18, tem-se que

$$\Gamma(x) = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l} \tag{10.20}$$

A variação específica de δ em função de x, e assim de Γ, pode ser obtida aplicando-se, em primeiro lugar, a exigência de conservação da energia no elemento diferencial mostrado na Figura 10.11*b*. Em uma porção da interface líquido-vapor, com largura unitária e comprimento dx, a taxa de transferência de calor para

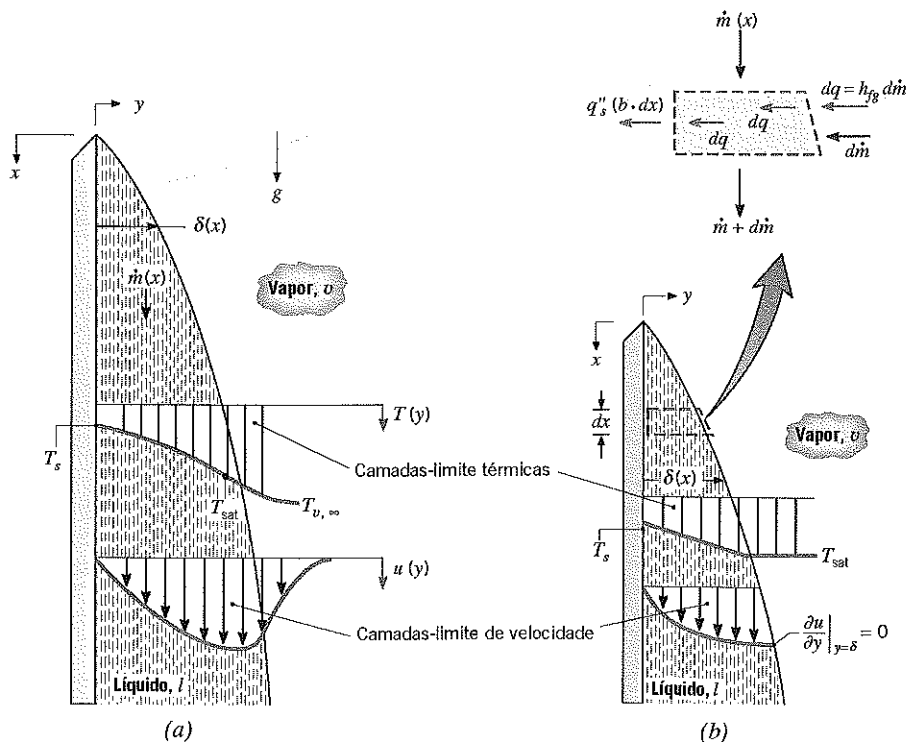



FIGURA 10.11 Efeitos de camada-limite relacionados à condensação em filme sobre uma superfície vertical. (*a*) Sem aproximação. (*b*) Com hipóteses associadas à análise de Nusselt, para uma placa vertical com largura *b*.

o interior do filme, dq, deve ser igual à taxa de energia liberada devido à condensação na interface. Dessa forma,

$$dq = h_{fg}\, d\dot{m} \tag{10.21}$$

Como a advecção é desprezada, tem-se também que a taxa de transferência de calor através da interface deve ser igual à taxa de transferência de calor para a superfície. Assim,

$$dq = q_s''(b \cdot dx) \tag{10.22}$$

Como a distribuição de temperaturas no líquido é linear, a lei de Fourier pode ser usada para expressar o fluxo térmico na superfície como

$$q_s'' = \frac{k_l(T_{sat} - T_s)}{\delta} \tag{10.23}$$

Combinando as Equações 10.19 e 10.21 até 10.23, obtemos então

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{k_l(T_{sat} - T_s)}{\delta h_{fg}} \tag{10.24}$$

Diferenciando a Equação 10.20, também obtemos

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\frac{d\delta}{dx} \tag{10.25}$$

Combinando as Equações 10.24 e 10.25, tem-se que

$$\delta^3\, d\delta = \frac{k_l\mu_l(T_{sat} - T_s)}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\, dx$$

Integrando de $x = 0$, onde $\delta = 0$, até uma posição qualquer x de interesse sobre a superfície,

$$\delta(x) = \left[\frac{4k_l\mu_l(T_{sat} - T_s)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{1/4} \tag{10.26}$$

Esse resultado pode, então, ser substituído na Equação 10.20 para se obter $\Gamma(x)$.

Uma melhora do resultado anterior para $\delta(x)$ foi feita por Nusselt [41] e Rohsenow [42], que mostraram que, com a inclusão dos efeitos da advecção térmica, um termo é adicionado ao calor latente de vaporização. Em lugar de h_{fg}, Rohsenow recomendou o uso de um calor latente modificado1 na forma $h'_{fg} = h_{fg} + 0{,}68c_{p,l}(T_{sat} - T_s)$, ou, em termos do número de Jakob,

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0{,}68Ja) \tag{10.27}$$

Mais recentemente, Sadasivan e Lienhard [18] mostraram que o calor latente modificado depende fracamente do número de Prandtl do líquido.

O fluxo térmico na superfície pode ser representado por

$$q_s'' = h_x(T_{sat} - T_s) \tag{10.28}$$

Igualando à Equação 10.23, o coeficiente convectivo local é então

$$h_x = \frac{k_l}{\delta} \tag{10.29}$$

ou, da Equação 10.26 com h_{fg} substituído por h'_{fg},

$$h_x = \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3h'_{fg}}{4\mu_l(T_{sat} - T_s)x}\right]^{1/4} \tag{10.30}$$

Como h_x depende de $x^{-1/4}$, tem-se que o coeficiente convectivo médio para toda a extensão da placa é

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L}\int_0^L h_x\, dx = \frac{4}{3}h_L$$

ou

$$\bar{h}_L = 0{,}943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3h'_{fg}}{\mu_l(T_{sat} - T_s)L}\right]^{1/4} \tag{10.31}$$

Então, o número de Nusselt médio possui a forma

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k_l} = 0{,}943\left[\frac{\rho_l g(\rho_l - \rho_v)h'_{fg}L^3}{\mu_l k_l(T_{sat} - T_s)}\right]^{1/4} \tag{10.32}$$

Ao usar essa equação, todas as propriedades do líquido devem ser avaliadas na temperatura do filme, $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$, e ρ_v e h_{fg} deve ser estimado a T_{sat}.

Uma análise de camada-limite mais detalhada da condensação em filme sobre uma placa vertical foi efetuada por Sparrow e Gregg [39]. Seus resultados, confirmados por Chen [43], indicam que os erros associados ao uso da Equação 10.32 são inferiores a 3% para $Ja \leq 0{,}1$ e $1 \leq Pr \leq 100$. Dhir e Lienhard [44] também mostraram que a Equação 10.32 pode ser usada para placas inclinadas, se g for substituído por $g \cdot \cos\theta$, onde θ é o ângulo entre a vertical e a superfície. Contudo, essa correção deve ser usada com cautela para grandes valores de θ e não se aplica quando $\theta = \pi/2$. A expressão pode ser usada para condensação sobre a superfície interna ou externa de um tubo vertical com raio R, se $R \gg \delta$.

A transferência de calor total para a superfície é obtida utilizando-se a Equação 10.31 em conjunto com a seguinte forma da lei do resfriamento de Newton:

$$q = \bar{h}_L A(T_{sat} - T_s) \tag{10.33}$$

A taxa de condensação total pode, então, ser determinada pela relação

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_L A(T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}} \tag{10.34}$$

Em geral, as Equações 10.33 e 10.34 são aplicáveis em qualquer geometria superficial, embora a forma de $\bar{h}_L$ varie de acordo com a geometria e as condições de escoamento.

10.8 Condensação em Filme Turbulento

Da mesma forma que para todos os fenômenos convectivos discutidos anteriormente, condições de escoamento turbulento podem estar presentes na condensação em filme. Considere a superfície vertical da Figura 10.12*a*. O critério de transição pode

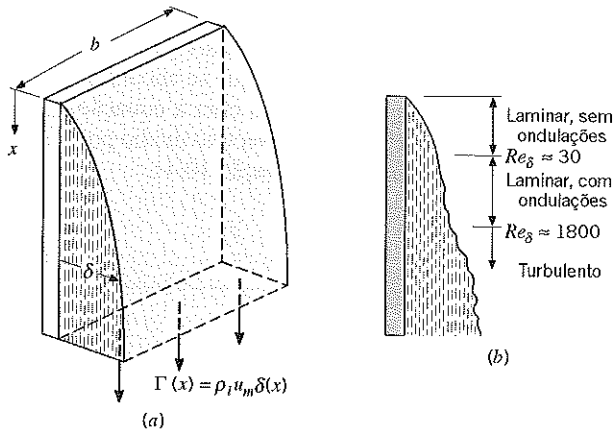



Figura 10.12 Condensação em filme sobre uma placa vertical. (*a*) Taxa de condensado para uma placa com largura *b*. (*b*) Regimes de escoamento.

ser expresso em termos de um número de Reynolds definido por

$$Re_\delta \equiv \frac{4\Gamma}{\mu_l} \tag{10.35}$$

Com a vazão mássica do condensado dada por $\dot{m} = \rho_l u_m b\delta$, o número de Reynolds pode ser escrito como

$$Re_\delta = \frac{4\dot{m}}{\mu_l b} = \frac{4\rho_l u_m \delta}{\mu_l} \tag{10.36}$$

onde u_m é a velocidade média no filme e δ, a espessura do filme, é o comprimento característico. Como no caso das camadas-limite monofásicas, o número de Reynolds é um indicador das condições do escoamento. Como mostrado na Figura 10.12*b*, para $Re_\delta \lesssim 30$, o filme é laminar e isento de ondulações. Para Re_δ maiores, tem-se a formação de ondulações ou marolas na superfície do filme de condensado e em $Re_\delta \approx 1800$ a transição do escoamento laminar para o turbulento está completa.

Na região laminar isenta de ondulações ($Re_\delta \lesssim 30$), as Equações 10.35 e 10.20 podem ser combinadas para fornecer

$$Re_\delta = \frac{4g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l^2} \tag{10.37}$$

Admitindo que $\rho_l \gg \rho_v$ e substituindo as Equações 10.26 e 10.31, a Equação 10.37 pode ser escrita em termos de um número de Nusselt modificado:

$$\frac{\overline{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = 1{,}47Re_\delta^{-1/3} \qquad Re_\delta \lesssim 30 \tag{10.38}$$

Na região laminar com ondulações, Kutateladze [45] recomenda uma correlação com a forma

$$\frac{\overline{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{1{,}08Re_\delta^{1,22} - 5{,}2} \qquad 30 \lesssim Re_\delta \lesssim 1800 \tag{10.39}$$

e para a região turbulenta, Labuntsov [46] recomenda

$$\frac{\overline{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{8750 + 58Pr_l^{-0,5}(Re_\delta^{0,75} - 253)} \qquad Re_\delta \gtrsim 1800 \tag{10.40}$$

Uma representação gráfica dos resultados das correlações anteriores é apresentada na Figura 10.13. As tendências observadas foram verificadas experimentalmente por Gregorig et al. [47] para a água no intervalo $1 < Re_\delta < 7200$. Todas as propriedades são avaliadas como para a condensação em filme laminar, como explicado depois da Equação 10.32.

O número de Reynolds nas Equações de 10.38 a 10.40 está associado à espessura do filme que existe na base da superfície sobre a qual há condensação, $x = L$. Para usar essas equações é necessário determinar o valor do número de Reynolds, Re_δ. Para fazer isso, as Equações 10.34 e 10.36 devem ser combinadas para fornecer

$$\overline{h}_L = \frac{Re_\delta \mu_l h'_{fg}}{4L(T_{sat} - T_s)} \tag{10.41}$$

e expressões para $\overline{h}_L$ podem ser determinadas a partir das Equações 10.38, 10.39 e 10.40, sendo então substituídas na Equação 10.41 para obter-se

$$Re_\delta = 3{,}78\left[\frac{k_l L(T_{sat} - T_s)}{\mu_l h'_{fg}(\nu_l^2/g)^{1/3}}\right]^{3/4} \qquad Re_\delta \lesssim 30 \tag{10.42}$$

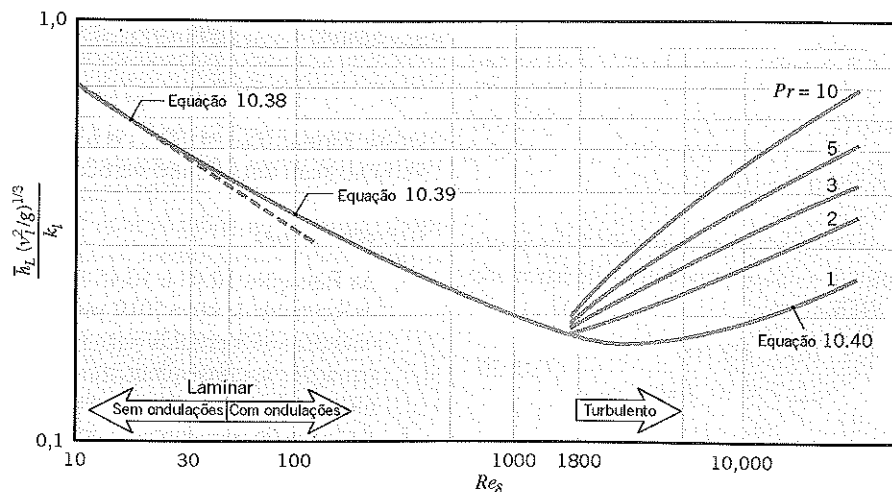



Figura 10.13 Número de Nusselt modificado para a condensação sobre uma placa vertical.

$$Re_\delta = \left[\frac{3{,}70k_lL(T_{sat}-T_s)}{\mu_l h'_{fg}(\nu_l^2/g)^{1/3}} + 4{,}8\right]^{0{,}82} \qquad 30 \lesssim Re_\delta \lesssim 1800 \qquad (10.43)$$

$$Re_\delta = \left[\frac{0{,}069k_lL(T_{sat}-T_s)}{\mu_l h'_{fg}(\nu_l^2/g)^{1/3}} Pr_l^{0,5} - 151Pr_l^{0,5} + 253\right]^{4/3} \qquad Re_\delta \gtrsim 1800 \qquad (10.44)$$

Em um certo problema, as Equações 10.42 a 10.44 podem ser usadas para determinar três valores possíveis para o número de Reynolds. O valor correto é aquele que se encontra na faixa de aplicação apresentada em conjunto com a equação. Uma vez conhecido o Re_δ, o coeficiente convectivo médio pode ser achado mais facilmente a partir da Equação 10.41.

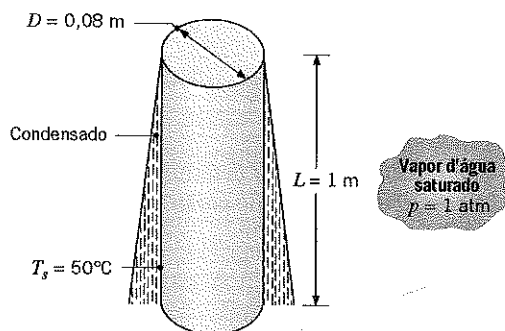
EXEMPLO 10.3

A superfície externa de um tubo vertical, com 1 m de comprimento e 80 mm de diâmetro externo, está exposta a vapor d'água saturado a pressão atmosférica e é mantida a 50°C pelo escoamento de água fria no interior do tubo. Qual é a taxa de transferência de calor para o refrigerante e qual é a taxa de condensação do vapor na superfície?

SOLUÇÃO

Dados: Dimensões e temperatura de um tubo vertical com condensação de vapor sobre a sua superfície externa.

Achar: Taxas de transferência de calor e de condensação.

Esquema:

Considerações: A espessura do filme de condensado é pequena em relação ao diâmetro do cilindro.

Propriedades: Tabela A.6, vapor saturado (p = 1,0133 bar): $T_{sat} = 100°C$, $\rho_v = (1/v_g) = 0{,}596$ kg/m³, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg. Tabela A.6, líquido saturado ($T_f = 75°C$): $\rho_l = (1/v_f) = 975$ kg/m³, $\mu_l = 375 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k_l = 0{,}668$ W/(m·K), $c_{p,l} = 4193$ J/(kg·K), $\nu_l = \mu_l/\rho_l = 385 \times 10^{-9}$ m²/s.

Análise: Como nós consideramos a espessura do filme pequena em relação ao diâmetro do cilindro, podemos usar as correlações das Seções 10.7 e 10.8. Com

$$Ja = \frac{c_{p,l}(T_{sat}-T_s)}{h_{fg}} = \frac{4193 \text{ J/(kg·K)}(100-50)\text{ K}}{2257 \times 10^3 \text{ J/kg}} = 0{,}0929$$

tem-se que

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0{,}68Ja) = 2257 \text{ kJ/kg } (1{,}0632) = 2400 \text{ kJ/kg}$$

Cada uma das Equações 10.42, 10.43 e 10.44 deve ser resolvida para determinar possíveis valores de Re_δ. Em particular, a Equação 10.43 fornece

$$Re_\delta = \left[\frac{3{,}70 \times 0{,}668 \text{ W/(m·K)} \times 1 \text{ m} \times (100-50)\text{K}}{375 \times 10^{-6} \text{ N·s/m}^2 \times 2{,}4 \times 10^6 \text{ J/kg}\left(\dfrac{(385 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s})^2}{9{,}8 \text{ m/s}^2}\right)^{1/3}} + 4{,}8\right]^{0{,}82} = 1177$$

Como a faixa de aplicação da Equação 10.43 é $30 \lesssim Re_\delta \lesssim 1800$, o número de Reynolds correto é 1177. Tem-se, então, da Equação 10.41 que

$$\bar{h}_L = \frac{1177 \times 375 \times 10^{-6} \text{kg/(s·m)} \times 2{,}4 \times 10^6 \text{J/kg}}{4 \times 1 \text{ m}(100-50)\text{K}} = 5300 \text{ W/(m}^2\text{·K)}$$

e das Equações 10.33 e 10.34

$$q = \bar{h}_L(\pi DL)(T_{sat}-T_s) = 5300 \text{ W/(m}^2\text{·K)} \times \pi \times 0{,}08 \text{ m} \times 1 \text{ m } (100-50) \text{ K} = 66{,}6 \text{ kW}$$

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{66{,}6 \times 10^3 \text{ W}}{2{,}4 \times 10^6 \text{ J/kg}} = 0{,}0276 \text{ kg/s}$$

Observe que usando a Equação 10.26 com o calor latente correto, a espessura do filme na base do tubo $\delta(L)$ para a hipótese de regime laminar sem ondulações é

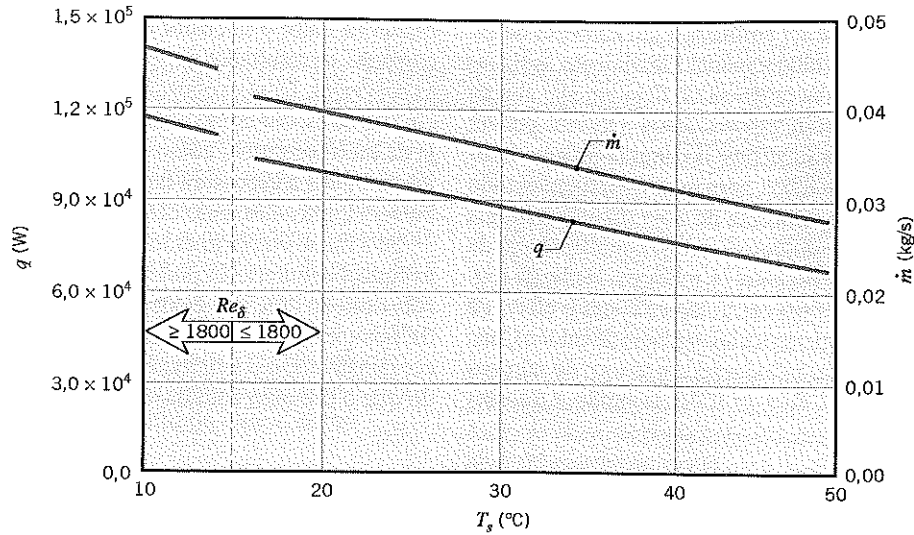
$$\delta(L) = \left[\frac{4k_l\mu_l(T_{sat}-T_s)L}{g\rho_l(\rho_l-\rho_v)h'_{fg}}\right]^{1/4}$$

$$\delta(L) = \left[\frac{4 \times 0{,}668 \text{ W/(m·K)} \times 375 \times 10^{-6} \text{ kg/(s·m)}(100-50) \text{ K} \times 1 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 975 \text{ kg/m}^3 (975 - 0{,}596) \text{ kg/m}^3 \times 2{,}4 \times 10^6 \text{ J/kg}}\right]^{1/4}$$

$$\delta(L) = 2{,}18 \times 10^{-4} \text{ m} = 0{,}218 \text{ mm}$$

Dessa forma, $\delta(L) \ll (D/2)$ e o uso de correlação para placas verticais para um cilindro vertical se justifica.

Comentários:

1. As Equações 10.43 e 10.45 fornecem valores para o número de Reynolds de 910 e 1019, respectivamente. Esses valores para o número de Reynolds estão fora da faixa de aplicação dessas equações e, conseqüentemente, as Equações 10.43 e 10.45 não são apropriadas para serem usadas nesse problema.
2. As taxas de transferência de calor e de massa na condensação podem ser aumentadas pela redução da temperatura da água que escoa no interior do tubo. Para $10 \leq T_s \leq 50°C$, os cálculos fornecem as variações mostradas na figura:

na qual $1969 \geq Re_\delta \geq 1173$ e $5155 \leq \overline{h}_L \leq 5285$ W/(m²·K). Devido a um aumento na taxa de condensação, Re_δ aumenta com a diminuição de T_s. Contudo, um aumento correspondente na espessura do filme causa uma pequena redução no valor do coeficiente convectivo médio. Os cálculos anteriores foram efetuados utilizando a correlação para condições laminares com ondulações, Equação 10.39, sob condições nas quais $Re_\delta < 1800$ ($T_s > 15°C$) e a correlação para condições turbulentas, Equação 10.40, para $Re_\delta > 1800$. Note, contudo, que as correlações não fornecem resultados equivalentes para $Re_\delta = 1800$. Além disso, existe um estreito intervalo de número de Reynolds próximo a 1800 no qual os valores de Re_δ calculados pela Equação 10.39 são levemente superiores a 1800, enquanto os valores de Re_δ calculados pela Equação 10.40 são ligeiramente inferiores a 1800.

10.9
Condensação em Filme sobre Sistemas Radiais

A análise de Nusselt pode ser estendida para a condensação em filme laminar sobre a superfície externa de uma esfera e de um tubo horizontal (Figura 10.14*a*, *b*), e o coeficiente convectivo médio pode ser representado por

$$\overline{h}_D = C\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4} \qquad (10.45)$$

onde $C = 0{,}826$ para a esfera [48] e 0,729 para o tubo [44]. As propriedades nessa equação e na equação a seguir são avaliadas como explicado após a Equação 10.32.

Para uma fileira vertical com N tubos horizontais, Figura 10.14*c*, o coeficiente convectivo médio (nos N tubos) pode ser calculado por

$$\overline{h}_{D,N} = 0{,}729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{N\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4} \qquad (10.46)$$

Ou seja, $\overline{h}_{D,N} = \overline{h}_D N^{-1/4}$, onde $\overline{h}_D$ é o coeficiente de transferência de calor para o primeiro tubo (tubo superior). Tal configuração é usada com freqüência no projeto de condensadores. A redução

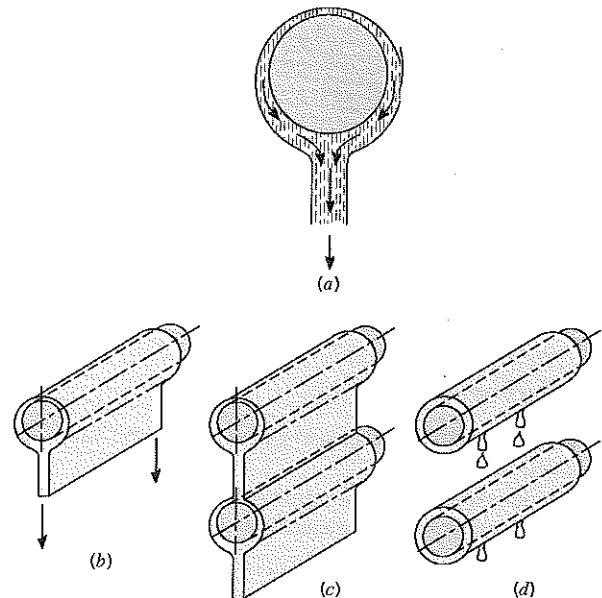



FIGURA 10.14 Condensação em filme sobre (*a*) uma esfera, (*b*) um único tubo horizontal, uma fileira vertical de tubos horizontais com (*c*) uma lâmina contínua de condensado, e (*d*) com gotejamento do condensado.

no $\bar{h}$ com o aumento de N pode ser atribuída a um aumento na espessura do filme média em cada tubo seguinte. Geralmente, as Equações 10.45 e 10.46 estão em concordância ou ligeiramente abaixo dos resultados experimentais com vapores puros. Desvios podem ser atribuídos às ondulações na superfície do líquido no tubo horizontal sozinho. Para a matriz de tubos, admite-se que o condensado escoe na direção descendente na forma de uma lâmina contínua (Figura 10.14*c*) e dois efeitos são desprezados: a transferência de calor para a lâmina de condensado entre os tubos e o ganho de momento que ocorre quando a lâmina cai livremente sob o efeito da gravidade. Esses efeitos intensificam a transferência de calor e Chen [49] levou em consideração suas influências em termos do número de Jakob e do número de tubos. Para $Ja < 0{,}1$, contudo, a transferência de calor é intensificada em menos de 15%. Apesar dessa correção, os resultados experimentais tendem a ser maiores do que as previsões. Uma explicação plausível para a discrepância é que, em vez de escoar como uma lâmina contínua, o condensado goteja de tubo para tubo, como ilustrado na Figura 10.14*d*. O gotejamento reduz a espessura do filme de condensado e promove turbulência, intensificando desta forma a transferência de calor.

Se a razão comprimento/diâmetro for superior a 1,8 tg θ [50], as equações anteriores podem ser usadas em tubos inclinados pela substituição de g por g cos θ, onde o ângulo θ é medido a partir da posição horizontal. Entretanto, na presença de gases não-condensáveis, o coeficiente de transferência de calor será menor do que o previsto com base nas correlações anteriores.

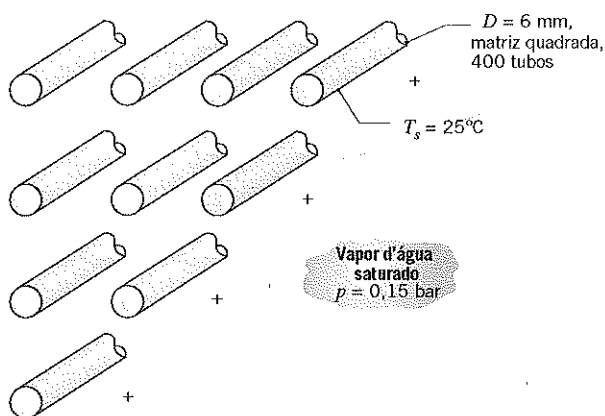
EXEMPLO 10.4

Um condensador de vapor d'água possui uma matriz quadrada composta por 400 tubos, cada um com 6 mm de diâmetro. Se os tubos estão expostos ao vapor saturado a uma pressão de 0,15 bar e a temperatura superficial dos tubos é mantida a 25°C, qual é a taxa de condensação do vapor por unidade de comprimento dos tubos?

SOLUÇÃO

Dados: Configuração e temperatura superficial dos tubos de um condensador que estão em contato com vapor saturado a 0,15 bar.

Achar: Taxa de condensação por unidade de comprimento dos tubos.

Esquema:

Considerações:

1. Concentração de gases não-condensáveis no vapor desprezível.
2. Condensação em filme laminar sobre os tubos.

Propriedades: Tabela A.6, vapor saturado (p = 0,15 bar): T_{sat} = 327 K = 54°C, $\rho_v = (1/v_g) = 0{,}098$ kg/m³, $h_{fg} = 2373$ kJ/kg. Tabela A.6, água saturada (T_f = 312,5 K): $\rho_l = (1/v_f) = 992$ kg/m³, $\mu_l = 663 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k_l = 0{,}631$ W/(m·K), $c_{p,l} = 4178$ J/(kg·K).

Análise: A taxa de condensação *média* em um único tubo da matriz pode ser obtida pela Equação 10.34, na qual, para um comprimento de tubo unitário,

$$\dot{m}'_1 = \frac{q'_1}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_{D,N}(\pi D)(T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}}$$

Da Equação 10.46

$$\bar{h}_{D,N} = 0{,}729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{N\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4}$$

ou com $N = 20$, $Ja = 0{,}051$ e $h'_{fg} = 2455$ kJ/kg,

$$\bar{h}_{D,N} = 0{,}729\ \{[9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 992\ \text{kg/m}^3\ (992 - 0{,}098)\ \text{kg/m}^3 \times (0{,}631\ \text{W/(m·K)})^3\ 2{,}455 \times 10^6\ \text{J/kg}] \div [20 \times 663 \times 10^{-6}\ \text{kg/(s·m)}(54 - 25)\ \text{K} \times 0{,}006\ \text{m}]\}^{1/4}$$

$$\bar{h}_{D,N} = 5194\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Dessa forma, a taxa de condensação média em um único tubo é

$$\dot{m}'_1 = \frac{5194\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}(\pi \times 0{,}006\ \text{m})(54 - 25)\ \text{K}}{2{,}455 \times 10^6\ \text{J/kg}} = 1{,}16 \times 10^{-3}\ \text{kg/(s·m)}$$

Para toda a matriz, a taxa de condensação por unidade de comprimento dos tubos é, então,

$$\dot{m}' = N^2 \dot{m}'_1 = 400 \times 1{,}16 \times 10^{-3}\ \text{kg/(s·m)} = 0{,}464\ \text{kg/(s·m)} \quad \triangleleft$$

Comentários: Como $Ja < 0{,}1$; a Equação 10.46 fornece uma estimativa confiável do coeficiente de transferência de calor médio.

10.10
Condensação em Filme no Interior de Tubos Horizontais

Condensadores utilizados em sistemas de refrigeração e de condicionamento de ar envolvem, geralmente, a condensação de vapor no interior de tubos horizontais ou verticais. As condições no interior dos tubos são complicadas e dependem fortemente da velocidade do escoamento do vapor no interior do tubo. Se a velocidade for pequena, a condensação ocorre da maneira ilustrada na Figura 10.15*a* em um tubo horizontal. Isto é, o condensado escoa da região superior do tubo para a região inferior, e, posteriormente, na direção longitudinal juntamente com o vapor. Para baixas velocidades do escoamento do vapor, como

$$Re_{v,ent} = \left(\frac{\rho_v u_{m,v} D}{\mu_v}\right)_{ent} < 35000$$

onde *ent* se refere à entrada do tubo, Chato [51] recomenda uma expressão na forma

$$\bar{h}_D = 0{,}555\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4} \tag{10.47}$$

na qual, para esse caso, o calor latente modificado é

$$h'_{fg} \equiv h_{fg} + \tfrac{3}{8}c_{p,l}(T_{sat} - T_s) \tag{10.48}$$

FIGURA 10.15 Condensação em filme no interior de um tubo horizontal. (*a*) Seção transversal do escoamento do condensado para baixas velocidades do vapor. (*b*) Seção longitudinal do escoamento do condensado para altas velocidades do vapor.

As propriedades nessas equações são avaliadas como explicado após a Equação 10.32.

Para velocidades do vapor mais elevadas, o regime do escoamento bifásico se torna anular (Figura 10.15*b*). O vapor ocupa a parte central da região anular, que diminui o diâmetro à medida que a espessura da camada de condensado aumenta na direção do escoamento. Resultados para essa condição de escoamento são fornecidos por Marto [52].

10.11
Condensação em Gotas

Tipicamente, os coeficientes de transferência de calor na condensação em gotas são uma ordem de grandeza maiores do que os da condensação em filme. Na realidade, em aplicações de transferência de calor nas quais a condensação em gotas é induzida, outras resistências térmicas podem ser significativamente maiores do que a devida ao processo de condensação e, conseqüentemente, não são necessárias correlações confiáveis para o processo de condensação.

Entre os muitos sistemas superfície-fluido estudados [53], a maior parte dos dados experimentais é para a condensação de vapor d'água sobre superfícies de cobre preparadas para a condensação em gotas — isto é, superfícies nas quais a molhabilidade é reduzida — e são correlacionados por uma expressão que apresenta a forma [54]

$$\bar{h}_{cg} = 51104 + 2044T_{sat}(°C) \quad 22°C \lesssim T_{sat} \lesssim 100°C \tag{10.49}$$

$$\bar{h}_{cg} = 255510 \quad 100°C \lesssim T_{sat} \tag{10.50}$$

onde o coeficiente de transferência de calor possui unidades (W/(m²·K)). As taxas de transferência de calor e de condensação podem ser calculadas pelas Equações 10.33 e 10.34, nas quais h'_{fg} é dado pela Equação 10.27 e as propriedades são avaliadas como explicado após a Equação 10.32. O efeito do sub-resfriamento, $T_{sat} - T_s$, em $\bar{h}_{cg}$ é pequeno e pode ser desprezado.

O efeito de vapores não-condensáveis no vapor d'água pode ser muito importante e foi estudado por Shade e Mikic [55]. Além disso, se o material que compõe a superfície de condensação não for tão bom condutor quanto o cobre ou prata, a sua resistência térmica se torna um fator a ser levado em consideração. Como todo o calor é transferido para as gotas, que são muito pequenas e estão bem distribuídas sobre a superfície, as linhas de fluxo térmico no interior do material que compõe a superfície localizadas próximas às áreas ativas de condensação irão se *agrupar*, induzindo uma resistência de *constrição*. Esse efeito foi estudado por Hannemann e Mikic [56].

10.12
Resumo

É evidente que a ebulição e a condensação são processos complicados para os quais a existência de relações generalizadas é, de certa forma, limitada. Este capítulo identifica as características físicas essenciais desses processos e apresenta correlações adequadas para a realização de cálculos de engenharia aproximados. Entretanto, uma grande quantidade de informações adicionais está disponível e uma parte significativa encontra-se resumida em diversas e amplas revisões sobre o assunto [7, 15, 25, 30-33, 52, 54, 56-61].

Você pode testar o seu entendimento da transferência de calor com mudança de fase respondendo às questões a seguir.

- O que é *ebulição em piscina*? *Ebulição com convecção forçada*? *Ebulição saturada*?
- Como o *excesso de temperatura* é definido?
- Esboce a *curva de ebulição* e identifique regimes e características importantes. O que é o *fluxo térmico crítico*? O que é o *ponto de Leidenfrost*? Como ocorre a progressão ao longo da curva de ebulição se o fluxo térmico na superfície for controlado? Qual é a natureza do efeito de histerese? Como ocorre a progressão ao longo da curva de ebulição se a temperatura na superfície for controlada?
- Como o fluxo térmico depende do excesso de temperatura no regime de *ebulição nucleada*?
- Quais modos de transferência de calor estão associados à *ebulição em filme*?
- Como é definida a intensidade de *sub-resfriamento* do líquido?
- Com qual intensidade o fluxo térmico na ebulição é influenciado pelas magnitudes do campo gravitacional, do sub-resfriamento do líquido e da rugosidade superficial?
- Como o escoamento bifásico e a transferência de calor em microcanais se diferem do escoamento bifásico e da transferência de calor em tubos maiores?
- Como a *condensação em gotas* difere da *condensação em filme*? Qual modo de condensação é caracterizado por maiores taxas de transferência de calor?
- Para condensação em filme laminar sobre uma superfície vertical, como os coeficientes concetivos local e médio variam com a distância da aresta frontal (superior)?
- Como o número de Reynolds é definido na condensação em filme sobre uma superfície vertical? Quais são os regimes de escoamento correspondentes?

Referências

1. Fox, R. W., A. T. McDonald, and P. J. Pritchard, *Introduction to Fluid Mechanics*, 6th ed. Wiley, New York, 2003.
2. Nukiyama, S., *J. Japan Soc. Mech. Eng.*, **37**, 367, 1934 (Translation: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **9**, 1419, 1966).
3. Drew, T. B., and C. Mueller, *Trans. AIChE*, **33**, 449, 1937.
4. Yamagata, K., F. Kirano, K. Nishiwaka, and H. Matsuoka, *Mem. Fac. Eng. Kyushu*, **15**, 98, 1955.
5. Rohsenow, W. M., *Trans. ASME*, **74**, 969, 1952.
6. Vachon, R. I., G. H. Nix, and G. E. Tanger, *J. Heat Transfer*, **90**, 239, 1968.
7. Collier, J. G., and J. R. Thome, *Convective Boiling and Condensation*, 3rd ed., Oxford University Press, New York, 1996.
8. Pioro I. L., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **42**, 2003, 1999.
9. Kutateladze, S. S., *Kotloturbostroenie*, **3**, 10, 1948.
10. Zuber, N., *Trans. ASME*, **80**, 711, 1958.
11. Lienhard, J. H., *A Heat Transfer Textbook*, 2nd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.
12. Nakayama, W., A. Yabe, P. Kew, K. Cornwell, S. G. Kandlikar, and V. K. Dhir, in S. G. Kandlikar, M. Shoji, and V. K. Dhir, Eds., *Handbook of Phase Change: Boiling and Condensation*, Chap. 16, Taylor & Francis, New York, 1999.
13. Cichelli, M. T., and C. F. Bonilla, *Trans. AIChE*, **41**, 755, 1945.
14. Berenson, P. J., *J. Heat Transfer*, **83**, 351, 1961.
15. Hahne, E., and U. Grigull, *Heat Transfer in Boiling*, Hemisphere/Academic Press, New York, 1977.
16. Lienhard, J. H., and P. T. Y. Wong, *J. Heat Transfer*, **86**, 220, 1964.
17. Bromley, L. A., *Chem. Eng. Prog.*, **46**, 221, 1950.
18. Sadasivan, P., and J. H. Lienhard, *J. Heat Transfer*, **109**, 545, 1987.
19. Siegel, R., *Adv. Heat Transfer*, **4**, 143, 1967.
20. Berensen, P. J., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **5**, 985, 1962.
21. Webb, R. L., *Heat Transfer Eng.*, **2**, 46, 1981, and *Heat Transfer Eng.*, **4**, 71, 1983.
22. Bergles, A. E., "Enhancement of Heat Transfer," *Heat Transfer 1978*, Vol. 6, pp. 89–108, Hemisphere Publishing, New York, 1978.
23. Bergles, A. E., in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.7.9, Begell House, New York, 2002.
24. Bergles, A. E., and W. H. Rohsenow, *J. Heat Transfer*, **86**, 365, 1964.
25. van Stralen, S., and R. Cole, *Boiling Phenomena*, McGraw-Hill/Hemisphere, New York, 1979.
26. Lienhard, J. H., and R. Eichhorn, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, 1135, 1976.
27. Kandlikar, S. G., *J. Heat Transfer*, **112**, 219, 1990.
28. Kandlikar, S. G., and H. Nariai, in S. G. Kandlikar, M. Shoji, and V. K. Dhir, Eds., *Handbook of Phase Change: Boiling and Condensation*, Chap. 15, Taylor & Francis, New York, 1999.
29. Celata, G. P., and A. Mariani, in S. G. Kandlikar, M. Shoji, and V. K. Dhir, Eds., *Handbook of Phase Change: Boiling and Condensation*, Chap. 17, Taylor & Francis, New York, 1999.
30. Tong, L. S., and Y. S. Tang, *Boiling Heat Transfer and Two Phase Flow*, 2nd ed., Taylor & Francis, New York, 1997.
31. Rohsenow, W. M., in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, Chap. 13, McGraw-Hill, New York, 1973.
32. Griffith, P., in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, Chap. 14, McGraw-Hill, New York, 1973.
33. Ginoux, J. N., *Two-Phase Flow and Heat Transfer*, McGraw-Hill/Hemisphere, New York, 1978.
34. Hall, D. D., and I. Mudawar, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43**, 2573, 2000.
35. Hall, D. D., and I. Mudawar, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43**, 2605, 2000.

36. Qu, W., and I. Mudawar, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **46**, 2755, 2003.
37. Ghiaasiaan, S. M., and S. I. Abdel-Khalik, in J. P. Hartnett, T. F. Irvine, Y. I. Cho, and G. A. Greene, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 34, Academic Press, New York, 2001.
38. Qu, W., and I. Mudawar, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **46**, 2773, 2003.
39. Sparrow, E. M., and J. L. Gregg, *J. Heat Transfer*, **81**, 13, 1959.
40. Koh, J. C. Y., E. M. Sparrow, and J. P. Hartnett, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **2**, 69, 1961.
41. Nusselt, W., *Z. Ver. Deut. Ing.*, **60**, 541, 1916.
42. Rohsenow, W. M., *Trans. ASME*, **78**, 1645, 1956.
43. Chen, M. M., *J. Heat Transfer*, **83**, 48, 1961.
44. Dhir, V. K., and J. H. Lienhard, *J. Heat Transfer*, **93**, 97, 1971.
45. Kutateladze, S. S., *Fundamentals of Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1963.
46. Labuntsov, D. A., *Teploenergetika*, **4**, 72, 1957.
47. Gregorig, R., J. Kern, and K. Turek, *Wärme Stoffübertrag.*, **7**, 1, 1974.
48. Popiel, Cz. O., and L. Boguslawski, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18**, 1486, 1975.
49. Chen, M. M., *J. Heat Transfer*, **83**, 55, 1961.
50. Selin, G., "Heat Transfer by Condensing Pure Vapours Outside Inclined Tubes," *International Developments in Heat Transfer*, Part 2, International Heat Transfer Conference, University of Colorado, pp. 278–289, ASME, New York, 1961.
51. Chato, J. C., *J. ASHRAE*, **4**, 52, 1962.
52. Marto, P. J., in W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and Y. I. Cho, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, 3rd ed., Chap. 14, McGraw-Hill, New York, 1998.
53. Tanner, D. W., D. Pope, C. J. Potter, and D. West, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **11**, 181, 1968.
54. Griffith, P., in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.6.5, Hemisphere Publishing, New York, 1990.
55. Shade, R., and B. Mikic, "The Effects of Non-condensable Gases on Heat Transfer During Dropwise Condensation," Paper 67b presented at the 67th Annual Meeting of the American Institute of Chemical Engineers, Washington, DC, 1974.
56. Hannemann, R., and B. Mikic, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, 1309, 1976.
57. Collier, J. G., and V. Wadekar, in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.7.2, Begell House, New York, 2002.
58. Butterworth, D., in D. Butterworth and G. F. Hewitt, Eds., *Two-Phase Flow and Heat Transfer*, Oxford University Press, London, 1977, pp. 426–462.
59. McNaught, J., and D. Butterworth, in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 2.6.2, Begell House, New York, 2002.
60. Rose, J. W., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **24**, 191, 1981.
61. Pioro, L. S., and I. L. Pioro, *Industrial Two-Phase Thermosyphons*, Begell House, New York, 1997.

Problemas

Considerações Gerais

10.1 Mostre que, para a água a uma pressão de 1 atm e com $T_s - T_{sat} = 10°C$, o número de Jakob é muito menor do que a unidade. Qual é o significado físico desse resultado? Verifique se essa conclusão se aplica a outros fluidos.

10.2 A superfície de um cilindro horizontal com 20 mm de diâmetro é mantida com um excesso de temperatura de 5°C em água saturada a 1 atm. Estime o fluxo térmico usando a correlação apropriada da convecção natural e compare o seu resultado com a curva de ebulição da Figura 10.4. Para a ebulição nucleada, estime o valor máximo do coeficiente de transferência de calor a partir da curva de ebulição.

10.3 O papel da tensão superficial na formação de bolhas pode ser demonstrado considerando-se uma bolha esférica de vapor saturado puro em equilíbrio *mecânico* e *térmico* com o seu líquido superaquecido.

(a) Iniciando com um esboço de uma bolha isolada, efetue um balanço de forças para obter uma expressão para o raio da bolha,

$$r_b = \frac{2\sigma}{p_{sat} - p_l}$$

onde p_{sat} é a pressão do vapor saturado e p_l é a pressão no líquido superaquecido externo à bolha.

(b) Em um diagrama *p-v*, represente os estados do líquido e da bolha. Discuta quais mudanças nessas condições causarão o aumento ou o colapso da bolha.

(c) Calcule o tamanho da bolha sob condições de equilíbrio nas quais o vapor está saturado a 101°C e a pressão no líquido corresponde a uma temperatura de saturação de 100°C.

Ebulição Nucleada e Fluxo Térmico Crítico

10.4 Uma corrente elétrica passa por um longo fio com 1 mm de diâmetro. Há dissipação de 3150 W/m e a temperatura superficial do fio atinge 126°C, quando ele está submerso em água a 1 atm. Qual é o coeficiente de transferência de calor da ebulição? Estime o valor do coeficiente de correlação $C_{s,f}$.

10.5 Estime o coeficiente de transferência de calor na ebulição nucleada em piscina de água fervendo a pressão atmosférica sobre a superfície externa de um tubo revestido com uma camada de platina, que possui 10 mm de diâmetro e é mantido a uma temperatura 10°C acima da temperatura de saturação.

10.6 Represente graficamente o fluxo térmico da ebulição nucleada de água saturada a pressão atmosférica sobre uma grande placa horizontal de cobre polido, na faixa de excesso de temperatura de $5°C \leq \Delta T_e \leq 30°C$. Compare os seus resultados com a Figura 10.4. Também determine o excesso de temperatura correspondente ao fluxo térmico crítico.

10.7 Uma expressão simples para levar em consideração o efeito da pressão no coeficiente convectivo da ebulição nucleada em água (W/(m²·K)) é

$$h = C(\Delta T_e)^n \left(\frac{p}{p_a}\right)^{0,4}$$

onde p e p_a são a pressão do sistema e a pressão atmosférica padrão, respectivamente. Para uma placa horizontal e no intervalo $15 < q_s'' < 235$ kW/m², $C = 5{,}56$ e $n = 3$. A unidade de ΔT_e é o kelvin. Compare as estimativas feitas com essa expressão com aquelas obtidas pela correlação de Rohsenow ($C_{s,f} = 0{,}013$; $n = 1$) para pressões de 2 e 5 bar, com $\Delta T_e = 10°C$.

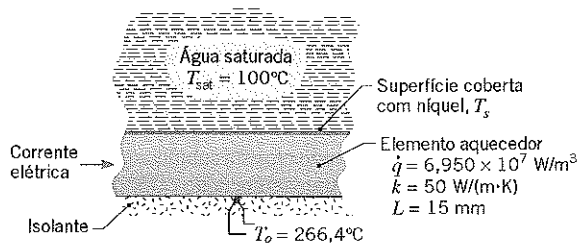
10.8 No Exemplo 10.1 analisamos condições nas quais uma ebulição vigorosa ocorre em uma panela de água e nós determinamos a potência elétrica (taxa de transferência de calor) requerida para manter uma temperatura especificada na base da panela. Entretanto, a potência elétrica é, na verdade, a variável de controle (independente), que tem como conseqüência de seu valor a temperatura da panela.

(a) Para a ebulição nucleada na panela de cobre do Exemplo 10.1, calcule e represente graficamente a temperatura da panela como uma função da taxa de transferência de calor para $1 \le q \le 100$ kW.

(b) Se a temperatura inicial da água fosse igual à temperatura da sala, obviamente, ela teria que ser aquecida por um período de tempo até que entre em ebulição. Considere condições logo após o início do aquecimento e a água a 20°C. Estime a temperatura da base da panela para uma taxa de transferência de calor de 8 kW.

10.9 Calcule o fluxo térmico crítico em uma grande superfície horizontal para os seguintes fluidos a 1 atm: mercúrio, etanol e refrigerante R-134a. Compare esses resultados com o fluxo térmico crítico para a água a 1 atm.

10.10 O fundo de uma panela de cobre, que possui 150 mm de diâmetro, é mantido a 115°C por um elemento de aquecimento elétrico. Estime a potência necessária para ferver a água nesta panela. Determine a taxa de evaporação. Qual é a razão entre o fluxo térmico na superfície e o fluxo térmico crítico? Qual temperatura na panela é requerida para atingir o fluxo térmico crítico?

10.11 Um elemento aquecedor coberto com níquel, com uma espessura de 15 mm e uma condutividade térmica de 50 W/(m·K), está exposto à água saturada a pressão atmosférica. Um termopar é fixado à sua superfície posterior, que é bem isolada. Medidas em uma condição de operação particular fornecem uma dissipação de potência elétrica no elemento aquecedor de $6{,}950 \times 10^7$ W/m³ e uma temperatura de $T_o = 266{,}4°C$.

(a) A partir dos dados anteriores, calcule a temperatura da superfície, T_s, e o fluxo térmico na superfície exposta.

(b) Usando o fluxo térmico na superfície determinado na parte (a), estime a temperatura da superfície utilizando uma correlação de ebulição apropriada.

10.12 Avanços na integração em grande escala (VLSI — *very large scale integration*) de componentes eletrônicos em um *chip* são freqüentemente restringidos pela capacidade em se resfriar o chip. Em computadores de grande porte, uma série contendo várias centenas de chips, cada um com uma área de 25 mm², pode ser montada sobre um substrato cerâmico. Um método para o resfriamento dessa série consiste na sua imersão em um fluido que possui um baixo ponto de ebulição, tal como o refrigerante R-134a. A 1 atm e 247 K, as propriedades do líquido saturado são: $\mu = 1{,}46 \times 10^{-4}$ N·s/m², $c_p = 1551$ J/(kg·K) e Pr = 3,2. Admita valores de $C_{s,f} = 0{,}004$ e $n = 1{,}7$.

(a) Estime a potência dissipada por um único *chip* se ele está operando a 50% do fluxo térmico crítico. Qual é o valor correspondente da temperatura do chip?

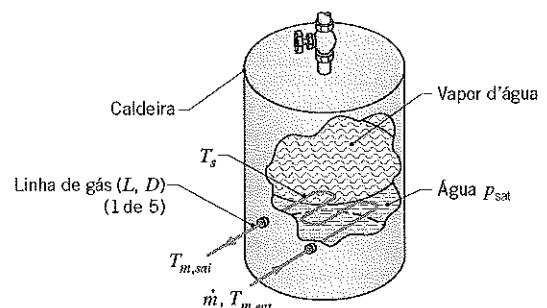
[(b)] Calcule e represente graficamente a temperatura do chip como uma função do fluxo térmico na superfície para $0{,}25 \le q_s''/q_{máx}'' \le 0{,}90$.

10.13 Etilenoglicol saturado a 1 atm é aquecido por uma superfície horizontal revestida de cromo, que possui um diâmetro de 200 mm e é mantida a uma temperatura de 480 K. Estime a potência de aquecimento exigida e a taxa de evaporação. Qual fração da potência máxima associada ao fluxo térmico crítico é representada pela potência exigida pelo processo? A 470 K, as propriedades do líquido saturado são: $\mu = 0{,}38 \times 10^{-3}$ N·s/m², $c_p = 3280$ J/(kg·K) e $Pr = 8{,}7$. A massa específia do vapor saturado é $\rho = 1{,}66$ kg/m³. Considere as constantes da ebulição nucleada iguais a $C_{s,f} = 0{,}01$ e $n = 1{,}0$.

10.14 Tubos de cobre, com 25 mm de diâmetro e 0,75 m de comprimento, são usados para ferver água saturada a 1 atm.

(a) Se os tubos operam a 75% do fluxo térmico crítico, quantos tubos são necessários para produzir 750 kg/h de vapor? Qual é a temperatura correspondente na superfície dos tubos?

[(b)] Calcule e represente graficamente a temperatura na superfície do tubo como uma função do fluxo térmico para $0{,}25 \le q_s''/q_{máx}'' \le 0{,}90$. No mesmo gráfico, represente o correspondente número necessário de tubos para fornecer a produção de vapor especificada.

10.15 Considere uma caldeira que queima gás na qual cinco serpentinas de cobre, com parede delgada, diâmetro de 25 mm e 8 m de comprimento, estão submersas em água pressurizada a 4,37 bar. As paredes das serpentinas são polidas e podem ser consideradas isotérmicas. Gases de combustão entram em cada serpentina com uma temperatura de $T_{m,ent} = 700°C$ e a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}08$ kg/s, respectivamente.

Determine a temperatura da parede da serpentina T_s e a temperatura do gás na saída da serpentina, $T_{m,sai}$, para as condições especificadas. Como uma primeira aproximação, as propriedades dos gases de combustão podem ser consideradas iguais as do ar a 700 K.

10.16 Estime a corrente elétrica que provocará a queima de um fio de níquel com 1 mm de diâmetro submerso em água à pressão atmosférica. A resistência elétrica do fio é de 0,129 Ω/m.

10.17 Estime a potência (W/m²) necessária para manter uma placa de latão a $\Delta T_e = 15°C$ em contato com água saturada fervendo a 1 atm. Qual é a potência necessária se a água estiver pressurizada a 10 atm? A que fração do fluxo térmico crítico a placa está operando?

10.18 Foi demonstrado experimentalmente que o fluxo térmico crítico depende de forma significativa da pressão, sobretudo através da dependência da tensão superficial do fluido e do seu calor latente de vaporização em relação à pressão. Usando a Equação 10.6, calcule valores de q''_{max} para a água sobre uma grande superfície horizontal como uma função da pressão. Demonstre que a condição de pico para o fluxo térmico crítico ocorre a uma pressão de aproximadamente um terço da pressão crítica (p_c = 221 bar). Como todos os fluidos comuns apresentam essa característica, sugira quais coordenadas devem ser usadas para representar graficamente a relação entre valores do fluxo térmico crítico e da pressão para obter uma curva que seja universal.

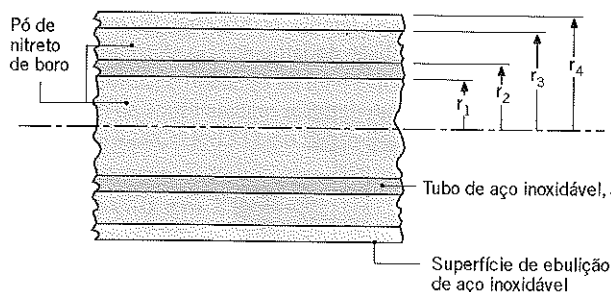
10.19 Ao utilizar análise dimensional, Kutateladze [9] postulou que o fluxo térmico crítico varia com o calor de vaporização, com a massa específica do vapor, com a tensão superficial e com o parâmetro do diâmetro da bolha, dado pela Equação 10.4a. Verifique que a análise dimensional fornece a seguinte expressão para o fluxo térmico crítico:

$$q''_{max} = Ch_{fg}\rho_v^{1/2}D_b^{-1/2}\sigma^{1/2}$$

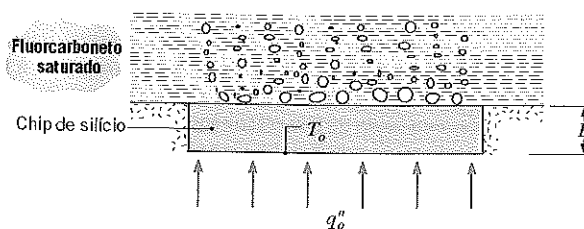
10.20 Um fluido dielétrico a pressão atmosférica é aquecido com um fio de platina horizontal com 0,5 mm de diâmetro. Determine a temperatura do fio quando ele é aquecido a 50% do fluxo térmico crítico. As propriedades do fluido são $c_{p,l}$ = 1300 J/(kg·K), h_{fg} = 142 kJ/kg, k_l = 0,075 W/(m·K), ν_l = 0,32 × 10^{-6} m²/s, ρ_l = 1400 kg/m³, ρ_v = 7,2 kg/m³, σ = 12,4 × 10^{-3} N/m, T_{sat} = 34°C. Admita que as constantes da ebulição nucleada sejam $C_{s,f}$ = 0,005 e n = 1,7. Para cilindros horizontais pequenos, o fluxo térmico crítico é encontrado multiplicando o valor associado aos cilindros horizontais grandes por um fator de correção F, sendo $F = 0{,}89 + 2{,}27\exp(-3{,}44\, Co^{-1/2})$.O número de confinamento é baseado no raio do cilindro e a faixa de aplicação do fator de correção é $1{,}3 \leqslant Co \leqslant 6{,}7$ [11].

10.21 Qual é o fluxo térmico crítico na ebulição de água a 1 atm sobre uma grande superfície horizontal na superfície da lua, onde a aceleração gravitacional equivale a um sexto da que existe na superfície da Terra?

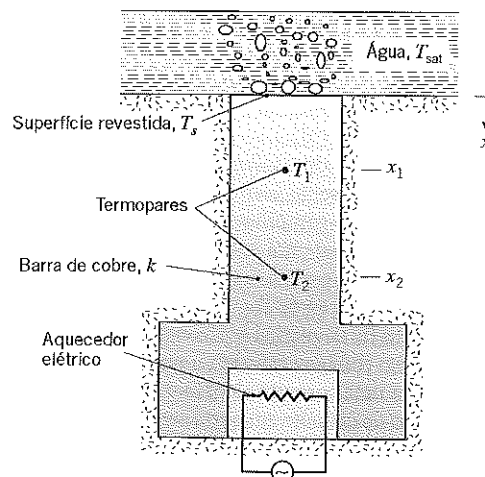
10.22 Um aquecedor para promover a ebulição de um líquido saturado é formado por dois tubos concêntricos de aço inoxidável recheados com pó denso de nitreto de boro. Uma corrente elétrica é passada pelo tubo interno, gerando um aquecimento volumétrico uniforme $\dot{q}$ (W/m³). A superfície exposta do tubo externo encontra-se em contato com o líquido e o fluxo térmico na ebulição é dado por

$$q''_s = C(T_s - T_{sat})^3$$

Teme-se que em operação à elevada potência os tubos de aço inoxidável se oxidam severamente se a temperatura for superior a $T_{ai,x}$ ou então que o nitreto de boro se deteriore se sua temperatura exceder $T_{nb,x}$. Admitindo que a temperatura de saturação do líquido (T_{sat}) e a temperatura da superfície de ebulição (T_s) sejam especificadas, deduza expressões para as temperaturas máximas nos tubos de aço inoxidável (ai) e no nitreto de boro (nb). Expresse seus resultados em termos de parâmetros geométricos (r_1, r_2, r_3, r_4), das condutividades térmicas (k_{ai}, k_{nb}) e dos parâmetros de ebulição (C, T_{sat}, T_s).

10.23 Um *chip* de silício com espessura L = 2,5 mm e condutividade térmica k_s = 135 W/(m·K) é resfriado pela ebulição de um fluorocarboneto líquido saturado (T_{sat} = 57°C) sobre a sua superfície. Os circuitos eletrônicos na parte inferior do chip produzem um fluxo térmico uniforme de q''_0 = 5 × 10^4 W/m², enquanto os lados do *chip* são perfeitamente isolados.

As propriedades do fluorcarboneto saturado são $c_{p,l}$ = 1100 J/(kg·K), h_{fg} = 84 400 J/kg, ρ_l = 1619,2 kg/m³, ρ_v = 13,4 kg/m³, σ = 8,1 × 10^{-3} kg/s², μ_l = 440 × 10^{-6} kg/(m·s) e Pr_l = 9,01. Além disso, as constantes da ebulição nucleadas são $C_{s,f}$ = 0,005 e n = 1,7.

(a) Em condições de regime estacionário, qual é a temperatura T_o na superfície inferior do chip? Se, durante a realização de testes com o chip, q''_o for aumentado para 90% do fluxo térmico crítico, qual será o novo valor da temperatura T_o em regime estacionário?

(b) Calcule e represente graficamente as temperaturas nas superfícies do chip (superior e inferior) como uma função do fluxo térmico para $0{,}20 \leq q''_o/q''_{max} \leq 0{,}90$. Se a temperatura máxima admitida no chip é de 80°C, qual é o valor máximo permitido para q''_o?

10.24 Um aparelho para efetuar experimentos de ebulição possui uma barra de cobre (k = 400 W/(m·K)), que tem uma de suas extremidades exposta a um líquido em ebulição, um aquecedor encapsulado na extremidade oposta e encontra-se isolada termicamente da vizinhança em todas as suas superfícies, exceto a exposta ao líquido. São inseridos termopares na barra que são usados para medir as temperaturas em posições distantes x_1 = 10 mm e x_2 = 25 mm da superfície.

(a) Um experimento é efetuado para determinar as características de ebulição de um revestimento especial que é aplicado sobre a superfície exposta. Sob condições de regime estacionário, ebulição nucleada é mantida em água saturada à pressão atmosférica e valores T_1 = 133,7°C e T_2 = 158,6°C

são registrados. Se $n = 1$, qual o valor do coeficiente $C_{s,f}$ associado à correlação de Rohsenow?

(b) Supondo a aplicabilidade da correlação de Rohsenow com o valor de $C_{s,f}$ determinado na parte (a), calcule e represente graficamente o excesso de temperatura ΔT_e como uma função do fluxo térmico na ebulição para $10^5 \leq q_s'' \leq 10^6$ W/m². Quais são os valores correspondentes de T_1 e T_2, para $q_s'' = 10^6$ W/m²? Se q_s'' for aumentado para $1{,}5 \times 10^6$ W/m², podem os resultados anteriores ser extrapolados para inferir os valores correspondentes de ΔT_e, T_1 e T_2?

Fluxo Térmico Mínimo e Ebulição em Filme

10.25 Uma pequena esfera de cobre, inicialmente a uma temperatura elevada e uniforme $\overline{T}(0) = T_i$, é subitamente imersa em um grande banho de um fluido mantido a T_{sat}. A temperatura inicial da esfera excede o ponto de Leidenfrost, que corresponde à temperatura T_D na Figura 10.4.

(a) Esboce a variação da temperatura média na esfera, $\overline{T}(t)$, em função do tempo durante o processo de têmpera. Indique nesse esboço as temperaturas T_i, T_D e T_{sat}, assim como os regimes de ebulição em filme, transição, ebulição nucleada e o regime de convecção monofásica. Identifique as principais características do histórico da temperatura.

(b) Em qual(is) instante(s) do tempo no processo de resfriamento você espera que a temperatura superficial da esfera apresente um desvio mais acentuado em relação à temperatura no seu centro? Explique sua resposta.

10.26 Uma esfera, feita da liga de alumínio 2024, com diâmetro de 20 mm e temperatura uniforme de 500°C é subitamente imersa em um banho de água saturada mantido a pressão atmosférica. A superfície da esfera tem uma emissividade de 0,25.

(a) Calcule o coeficiente de transferência de calor total para a condição inicial. Qual fração do coeficiente total é contribuição da radiação?

(b) Estime a temperatura da esfera 30 s após ser imersa no banho?

10.27 Uma barra de aço, com 20 mm de diâmetro, 200 mm de comprimento e emissividade de 0,9, é removida de um forno a 455°C e subitamente submersa na posição horizontal em um banho de água à pressão atmosférica. Estime a taxa inicial de transferência de calor que sai da barra.

10.28 Uma corrente elétrica passa através de um condutor horizontal, com 2 mm de diâmetro e emissividade de 0,5, quando este condutor se encontra imerso em água à pressão atmosférica.

(a) Estime a dissipação de potência por unidade de comprimento do condutor necessária para manter a sua temperatura superficial em 555°C.

(b) Para diâmetros de condutores iguais a 1,5; 2,0 e 2,5 mm, calcule e represente graficamente a dissipação de potência por unidade de comprimento como uma função da temperatura superficial para $250 \leq T_s \leq 650$°C. Em uma figura separada, represente a contribuição percentual da radiação como uma função de T_s.

10.29 Considere um fio de platina horizontal, com diâmetro de $D = 1$ mm, suspenso em água saturada a pressão atmosférica. O fio é aquecido por uma corrente elétrica. Determine o fluxo térmico saindo do fio no instante em que a superfície do fio atinge a sua temperatura de fusão. Determine a temperatura no eixo central do fio correspondente. Devido à oxidação a temperaturas muito altas, a emissividade do fio é $\varepsilon = 0{,}80$ quando ele arrebenta. As propriedades do vapor d'água na temperatura do filme de 1209 K são $\rho_v = 0{,}189$ kg/m³, $c_{p,v} = 2404$ J/(kg·K), $\nu_v = 231 \times 10^{-6}$ m²/s e $k_v = 0{,}113$ W/(m·K).

10.30 Um elemento aquecedor de 5 mm de diâmetro é mantido com uma temperatura superficial de 350°C, quando imerso horizontalmente em água sob pressão atmosférica. A cobertura do elemento é de aço inoxidável com acabamento de polimento mecânico com uma emissividade de 0,25.

(a) Calcule a dissipação de potência elétrica e a taxa de produção de vapor por unidade de comprimento do aquecedor.

(b) Se o aquecedor fosse operado na mesma taxa de dissipação de potência no regime de ebulição nucleada, qual temperatura a superfície atingiria? Calcule a taxa de produção de vapor por unidade de comprimento para essa condição de operação.

(c) Esboce a curva de ebulição e represente as duas condições de operação das partes (a) e (b). Compare os resultados de suas análises. Se o elemento aquecedor for operado na opção de potência controlada, explique como você alcançaria essas duas condições de operação, iniciando a partir de um elemento frio.

10.31 A energia térmica gerada por um chip de silício aumenta na proporção de sua velocidade de processamento. O chip de silício do Problema 10.23 é projetado para operar no regime de ebulição nucleada a aproximadamente 30% do fluxo térmico crítico. Um pulso súbito na velocidade de processamento do chip dispara a ebulição em filme, após o qual a velocidade e a dissipação de potência retornam aos seus valores de projeto.

(a) Em qual regime de ebulição o chip opera após a dissipação de potência retornar ao seu valor de projeto?

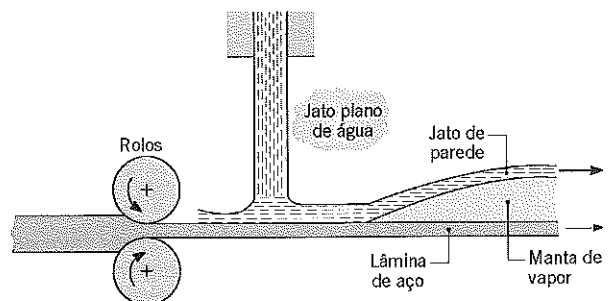
(b) Para retornar ao regime de ebulição nucleada, em quanto a velocidade de processamento tem que ser reduzida em relação ao valor de projeto?

10.32 Um cilindro, com diâmetro de 120 mm e a 1000 K, é temperado em água saturada a 1 atm. Descreva o processo de têmpera e estime a taxa máxima de remoção de calor, por unidade de comprimento, durante o processo.

10.33 Um fio horizontal de platina, com 1 mm de diâmetro e emissividade $\varepsilon = 0{,}25$, opera em água saturada a uma pressão de 1 atm.

(a) Qual será o fluxo térmico na superfície se a sua temperatura superficial for $T_s = 800$ K?

(b) Para emissividades de 0,1; 0,25 e 0,95, faça um gráfico em escala log-log do fluxo térmico como uma função do excesso de temperatura na superfície, $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$, para $150 \leq \Delta T_e \leq 550$ K. Mostre no gráfico o fluxo térmico crítico e o ponto de Leidenfrost. Separadamente, represente graficamente a contribuição percentual da radiação no fluxo térmico total para $150 \leq \Delta T_e \leq 550$ K.

10.34 Quando uma lâmina de aço deixa a última série de rolos em um processo de laminação a quente, antes de ser bobinada, ela é temperada com a utilização de jatos planos de água. Devido às elevadas temperaturas na lâmina, ocorre ebulição em filme na região logo após a colisão do jato.

Considere condições nas quais a lâmina de aço abaixo da manta de vapor está a uma temperatura de 907 K e tem uma emissividade de 0,35. Desprezando os efeitos dos movimentos da lâmina e do jato, e supondo que a ebulição no filme possa ser

aproximada por aquela associada a um grande cilindro horizontal com 1 m de diâmetro, estime a taxa de transferência de calor, por unidade de área superficial, da lâmina para o jato de parede.

10.35 Uma esfera de cobre com 10 mm de diâmetro, inicialmente a uma temperatura elevada T_i especificada, é temperada em um banho contendo água saturada (1 atm). Usando o método da capacitância global, estime o tempo necessário para resfriar a esfera (a) de $T_i = 130°C$ a 110°C e (b) de $T_i = 550°C$ a 220°C. Represente graficamente o histórico da temperatura para cada um dos processos de têmpera.

Ebulição com Convecção Forçada

10.36 Um tubo com 2 mm de diâmetro é usado para aquecer água saturada a 1 atm, que escoa em escoamento cruzado sobre a sua superfície externa. Calcule e represente graficamente o fluxo térmico crítico como uma função da velocidade da água no intervalo entre 0 e 2 m/s. No seu gráfico, identifique a região de ebulição em piscina e a região de transição entre as faixas de velocidades baixas e elevadas. *Sugestão*: O Problema 10.20 contém informações relevantes para a ebulição em piscina sobre cilindros de pequenos diâmetros.

10.37 Água, saturada a 1 atm e a uma velocidade de 2 m/s, escoa sobre um elemento de aquecimento circular com 5 mm de diâmetro. Qual é a taxa máxima de aquecimento (W/m) para a ebulição em piscina?

10.38 Um tubo vertical de aço transporta água a uma pressão de 10 bar. A água líquida saturada é bombeada para dentro do tubo (com diâmetro $D = 0{,}1$ m) na sua extremidade inferior ($x = 0$), com uma velocidade média de $u_m = 0{,}05$ m/s. O tubo está exposto à combustão de carvão pulverizado, que fornece um fluxo térmico uniforme de $q'' = 100\,000$ W/m^2.

(a) Determine a temperatura da parede do tubo e a qualidade da água em escoamento em $x = 15$ m. Suponha $C_{s,f} = 1$.

(b) Determine a temperatura da parede do tubo em um local depois de $x = 15$ m, no qual há escoamento monofásico de vapor a uma temperatura média de T_{sat}. Suponha que o vapor nesse local também esteja a uma pressão de 10 bar.

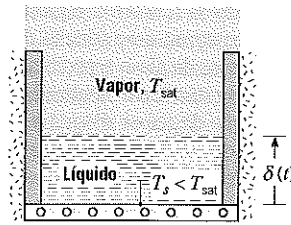
(c) Represente graficamente a temperatura da parede do tubo na faixa de $-5 \text{ m} \leq x \leq 30$ m.

10.39 Seja o refrigerante R-134a escoando em um tubo horizontal liso, com 10 mm de diâmetro interno e 2 mm de espessura de parede. O refrigerante está a uma temperatura de saturação de 15°C (para a qual $\rho_{v,sat} = 23{,}75$ kg/m^3) e escoa a uma vazão de 0,01 kg/s. Determine a temperatura de parede máxima associada a um fluxo térmico de 10^5 W/m^2 na superfície interna da parede em uma posição 0,4 m a jusante do início da ebulição para tubos feitos de (a) cobre puro e (b) aço inoxidável AISI 316.

10.40 Determine o diâmetro do tubo associado a $p = 1$ atm e um número de confinamento máximo de 0,5 para o etanol, o mercúrio, a água, o R-134a e o fluido dielétrico do Problema 10.23.

Condensação em Filme

10.41 Vapor d'água saturado a 0,1 bar condensa com um coeficiente de transferência de calor de 6800 W/(m^2·K) no lado externo de um tubo de latão, que possui diâmetros interno e externo de 16,5 e 19 mm, respectivamente. O coeficiente de transferência de calor na água escoando no interior do tubo é igual a 5200 W/(m^2·K). Estime a taxa de condensação do vapor por unidade de comprimento do tubo, sendo a temperatura média da água igual a 30°C.

10.42 Considere um recipiente exposto a um vapor saturado, T_{sat}, que possui a superfície inferior fria, $T_s < T_{sat}$ e com paredes laterais isoladas.

Admitindo uma distribuição de temperaturas linear no líquido, efetue um balanço de energia na interface líquido-vapor para obter a seguinte expressão para a taxa de crescimento da camada de líquido:

$$\delta(t) = \left[\frac{2k_l(T_{sat} - T_s)}{\rho_l h_{fg}} t\right]^{1/2}$$

Calcule a espessura da camada de líquido formada em 1 h, para uma superfície inferior com 200 mm^2, mantida a 80°C e exposta a vapor d'água saturado a 1 atm. Compare esse resultado com o condensado formado em uma placa *vertical* com as mesmas dimensões e no mesmo período de tempo.

10.43 Vapor d'água saturado a 1 atm condensa sobre a superfície externa de um tubo vertical com 100 mm de diâmetro e 1 m de comprimento, com uma temperatura superficial uniforme de 94°C. Estime a taxa de condensação total e a taxa de transferência de calor para o tubo.

10.44 Determine a taxa de condensação total e a taxa de transferência de calor no Problema 10.43, se o vapor saturado estivesse a 1,5 bar.

10.45 Uma placa vertical com 500 mm de altura e 200 mm de largura deve ser usada para condensar vapor d'água saturado a 1 atm.

(a) A que temperatura superficial a placa deve ser mantida para atingir uma taxa de condensação de $\dot{m} = 25$ kg/h?

(b) Calcule e represente graficamente a temperatura superficial como uma função da taxa de condensação para $15 \leq \dot{m} \leq 50$ kg/h.

(c) No mesmo gráfico e para o mesmo intervalo de $\dot{m}$, represente a temperatura superficial em função da taxa de condensação para o caso de uma placa com 200 mm de altura por 500 mm de largura.

10.46 Uma placa vertical de 2 m × 2 m tem um lado exposto a vapor d'água saturado a pressão atmosférica e o outro à água de resfriamento que mantém a temperatura da placa a 50°C.

(a) Qual é a taxa de transferência de calor para o refrigerante? Qual a taxa na qual o vapor condensa sobre a placa?

(b) Para placas inclinadas com um ângulo θ em relação à vertical, o coeficiente convectivo médio para a condensação na superfície superior, $\bar{h}_{L(incl)}$, pode ser aproximado por uma expressão com a forma, $\bar{h}_{L(incl)} \approx (\cos(\theta))^{1/4} \bar{h}_{L(vert)}$ onde $h_{L(vert)}$ é o coeficiente médio para a orientação vertical. Estando a placa 2 m × 2 m inclinada de 45° em relação à normal, quais são as taxas de transferência de calor e de condensação?

10.47 Vapor saturado de etilenoglicol a 1 atm está exposto a uma placa vertical, com 300 mm de altura e 100 mm de largura, que possui uma temperatura uniforme de 420 K. Estime a taxa de transferência de calor para a placa e a taxa de condensação do vapor. Aproxime as propriedades do líquido pelas correspondentes à condição de saturação a 373 K (Tabela A.5).

10.48 Uma placa vertical com 2,5 m de altura, mantida a uma temperatura uniforme de 54°C, está exposta à vapor d'água saturado a pressão atmosférica.

(a) Estime as taxas de condensação e de transferência de calor por unidade de largura da placa.

(b) Se a altura da placa fosse reduzida à metade, o regime de escoamento permanecerá o mesmo ou mudará?

(c) Para o intervalo $54 \leq T_s \leq 90°C$, represente graficamente a taxa de condensação como uma função da temperatura da placa para as duas alturas da placa especificadas nas partes (a) e (b).

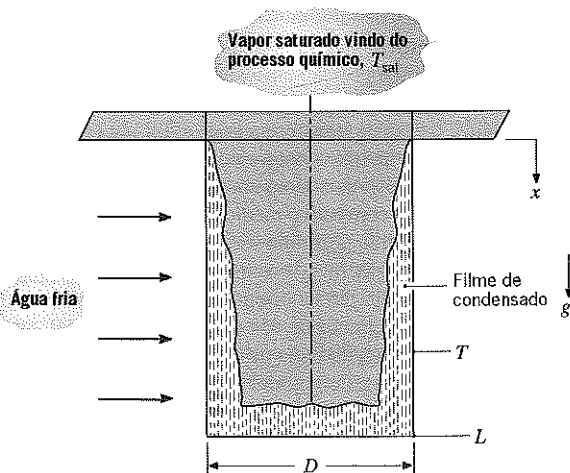
10.49 Duas configurações estão sendo analisadas no projeto de um sistema de condensação de vapor d'água a 1 atm, utilizando uma placa vertical mantida a 90°C. A primeira configuração é uma única placa vertical com dimensões $L \times w$ e a segunda consiste de duas placas verticais $(L/2) \times w$, onde L e w são as dimensões vertical e horizontal, respectivamente. Qual configuração você escolheria?

10.50 O condensador de uma planta de potência a vapor é constituído por uma matriz quadrada alinhada com 625 tubos, cada um com diâmetro de 25 mm. Considere condições nas quais vapor d'água saturado a 0,105 bar condensa sobre a superfície externa dos tubos, cuja temperatura de parede igual a 17°C é mantida pelo escoamento de água de resfriamento no interior dos tubos. Qual é a taxa de transferência de calor para a água por unidade de comprimento da matriz tubular? Qual é a taxa de condensação correspondente?

10.51 O condensador de uma planta de potência a vapor é construído com tubos de aço inoxidável 302 (k_a = 15 W/(m·K)), com diâmetros externo e interno de D_e = 30 mm e D_i = 26 mm, respectivamente. Vapor d'água saturado a 0,135 bar condensa sobre a superfície externa de um tubo, enquanto água a uma temperatura média de T_m = 290 K encontra-se em escoamento plenamente desenvolvido no interior do tubo.

(a) Para uma vazão de água de $\dot{m}$ = 0,25 kg/s, quais são a temperatura da superfície externa do tubo $T_{s,e}$ e as taxas de transferência de calor e de condensação de vapor por unidade de comprimento do tubo? Como uma primeira estimativa, você pode estimar as propriedades do filme líquido na temperatura de saturação. Se alguém desejar aumentar as taxas de transferência, qual é o fator limitante que deve ser levado em conta?

(b) Explore o efeito da vazão do escoamento da água em $T_{s,e}$ e na taxa de transferência de calor por unidade de comprimento?

10.52 Vapor saturado oriundo de um processo químico condensa a uma taxa baixa sobre a superfície interna de um recipiente cilíndrico vertical com paredes finas, com comprimento L e diâmetro D. A parede do recipiente é mantida a uma temperatura uniforme T_s pelo escoamento de água fria ao redor da sua superfície externa.

Deduza uma expressão para o tempo, t_e, necessário para o enchimento completo do recipiente com o condensado, admitindo que o filme de condensado seja laminar. Expresse o seu resultado em termos de D, L, $(T_{sat} - T_s)$, g e das propriedades do fluido pertinentes.

10.53 Determine a taxa de condensação total e a taxa de transferência de calor para o processo de condensação do Problema 10.43, se o tubo estiver na posição horizontal.

10.54 Uma tubulação, com 25 mm de diâmetro, sem isolamento térmico e com uma temperatura superficial de 15°C, atravessa uma sala com o ar a uma temperatura de 37°C e a uma umidade relativa de 75%. Estime a taxa de condensação por unidade de comprimento da tubulação, admitindo condensação em filme ao invés da condensação em gotas.

10.55 Um tubo horizontal, com 50 mm de diâmetro e temperatura superficial de 34°C, está exposto a vapor d'água a 0,2 bar. Estime a taxa de condensação e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo.

10.56 Um tubo horizontal, com 1 m de comprimento e temperatura superficial de 70°C, é usado para condensar vapor d'água saturado a uma pressão de 1 atm.

(a) Qual é o diâmetro necessário para atingir uma taxa de condensação de 125 kg/h?

(b) Represente graficamente a taxa de condensação como uma função da temperatura superficial no intervalo $70 \leq T_s \leq 90°C$, para diâmetros do tubo de 125, 150 e 175 mm.

10.57 O Ato do Ar Limpo (*Clean Air Act*) proibiu a produção de clorofluorocarbonos (CFCs) nos Estados Unidos a partir de 1996. Um CFC amplamente usado, refrigerante R-12, foi substituído pelo R-134a em muitas aplicações em função de suas propriedades similares, incluindo baixo ponto de ebulição a pressão atmosférica, T_{sat} = 243 K e 246,9 K para o R-12 e o R-134a, respectivamente. Compare o desempenho desses dois refrigerantes sob as condições a seguir. O vapor saturado do refrigerante a 310 K condensa ao escoar no interior de um tubo, com 30 mm de diâmetro e 0,8 m de comprimento, cuja temperatura de parede é mantida a 290 K. Se o vapor entra no tubo com uma vazão de 0,010 kg/s, quais são a taxa de condensação e a vazão mássica de vapor deixando o tubo? As propriedades relevantes do R-12 a T_{sat} = 310 K são ρ_v = 50,1 kg/m³, h_{fg} = 160 kJ/kg e $\mu_v = 150 \times 10^{-7}$ N·s/m², e as do R-12 líquido a T_f = 300 K são ρ_l = 1306 kg/m³, $c_{p,l}$ = 978 J/(kg·K), $\mu_l = 2{,}54 \times 10^{-4}$ N·s/m² e k_l = 0,072 W/(m·K). As propriedades do vapor de R134-a saturado são ρ_v = 46,1 kg/m³, h_{fg} = 166 kJ/kg e $\mu_v = 136 \times 10^{-7}$ N·s/m².

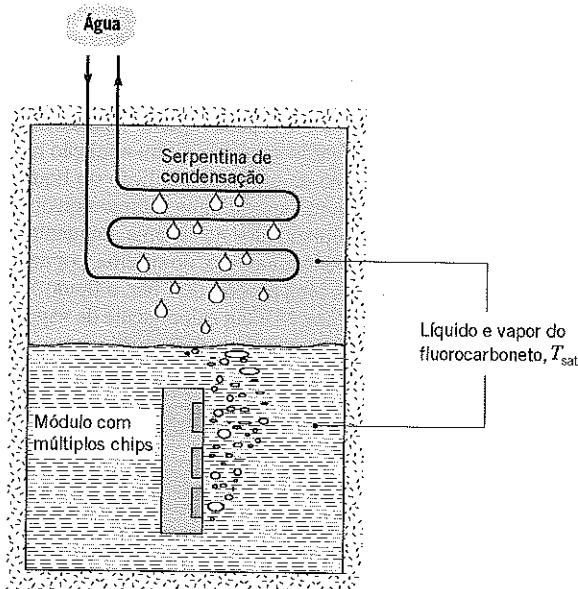
10.58 Vapor d'água saturado a uma pressão de 0,1 bar condensa sobre uma matriz tubular quadrada com 100 tubos, cada um com 8 mm de diâmetro.

(a) Com a superfície dos tubos mantida a 27°C, estime a taxa de condensação por unidade de comprimento dos tubos.

(b) Sujeito às restrições de que o número total de tubos e o diâmetro de cada um estejam fixos em 100 e 8 mm, respectivamente, quais são as opções disponíveis para aumentar a taxa de condensação? Avalie essas opções quantitativamente.

10.59 Um trocador de calor tubular de tubos concêntricos, com tubos de parede delgada, possui 0,19 m de comprimento e é usado para aquecer água deionizada de 40 a 60°C a uma vazão mássica de 5 kg/s. A água deionizada escoa pelo tubo interno, que possui 30 mm de diâmetro, enquanto vapor d'água saturado a 1 atm é alimentado na região anular formada com o tubo externo que tem 60 mm de diâmetro. As propriedades termofísicas da água deionizada são ρ = 982,3 kg/m³, c_p = 4181 J/(kg·K), k = 0,643 W/(m·K), $\mu = 548 \times 10^{-6}$ N·s/m² e Pr = 3,56. Estime os coeficientes convectivos em ambos os lados do tubo interno e determine a temperatura na parede do tubo interno na extremidade da saída da água. A condensação proporciona uma temperatura na parede do tubo interno aproximadamente igual à temperatura de saturação do vapor?

10.60 Uma técnica para o resfriamento de módulos que possuem múltiplos chips envolve a submersão do módulo em um fluorocarboneto líquido saturado. O vapor gerado devido à ebulição na superfície do módulo é condensado sobre a superfície externa de um tubo de cobre que se encontra suspenso na região acima do líquido preenchida pelo vapor. O tubo, com parede delgada, possui diâmetro D = 10 mm e forma uma serpentina em um

plano horizontal. Ele é resfriado por água, que entra a 285 K e sai a 315 K. Todo o calor dissipado pelos chips do módulo é transferido através de uma superfície de ebulição com dimensões de 100 mm por 100 mm, na qual o fluxo térmico para o fluorocarboneto líquido a $T_{sat} = 57°C$ é de 10^5 W/m². As propriedades do líquido são $k_l = 0{,}0537$ W/(m·K), $c_{p,l} = 1100$ J/(kg.K), $h'_{fg} \approx h_{fg} = 84400$ J/kg, $\rho_l = 1619{,}2$ kg/m³, $\rho_v = 13{,}4$ kg/m³, $\sigma = 8{,}1 \times 10^{-3}$ kg/s², $\mu_l = 440 \times 10^{-6}$ kg/(m·s) e $Pr_l = 9$.

(a) Para a taxa de dissipação de calor especificada, quais são a taxa de condensação (kg/s) e a vazão mássica de água (kg/s) necessárias?
(b) Admitindo escoamento plenamente desenvolvido em todo o tubo, determine a temperatura na superfície do tubo na entrada e na saída da serpentina.
(c) Admitindo uma temperatura superficial uniforme no tubo de $T_s = 53{,}0°C$, determine o comprimento que a serpentina deve possuir.

10.61 Determine a taxa de condensação sobre uma esfera com 100 mm de diâmetro e com uma temperatura superficial de 150°C, que se encontra imersa em vapor saturado de etilenoglicol a uma pressão de 1 atm. Aproxime as propriedades do líquido pelas correspondentes à condição de saturação a 373 K (Tabela A.5).

10.62 Uma esfera de cobre com 10 mm de diâmetro, inicialmente a uma temperatura uniforme de 50°C, é colocada no interior de um grande recipiente contendo vapor d'água saturado a 1 atm. Usando o método da capacitância global, estime o tempo necessário para que a esfera atinja uma condição de equilíbrio. Qual a quantidade de condensado (kg) formada durante esse período?

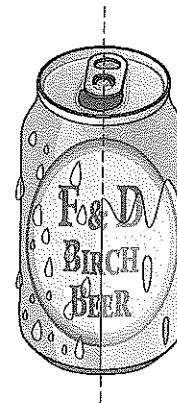
10.63 Vapor d'água saturado a 1,5 bar condensa no interior de um tubo horizontal com 75 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a 100°C. Supondo baixas velocidades no escoamento do vapor e um processo de condensação em filme, estime o coeficiente de transferência de calor e a taxa de condensação por unidade de comprimento do tubo.

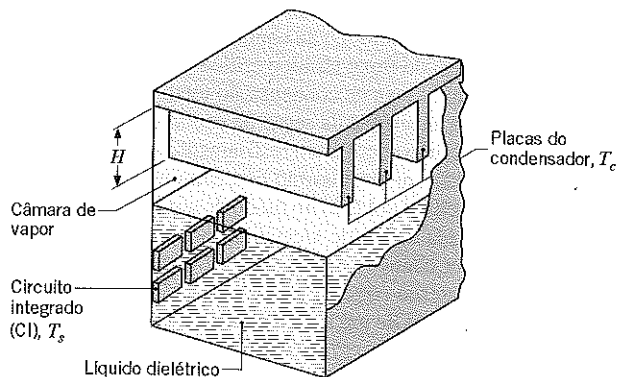
Condensação em Gotas

10.64 Considere o Problema 10.41. Em um esforço para aumentar a taxa de condensação, um engenheiro propõe colocar um revestimento de Teflon, com $L = 100$ μm de espessura, sobre a superfície exterior do tubo de latão para promover a condensação em gotas. Estime o novo coeficiente de transferência de calor por condensação e a nova taxa de condensação de vapor por unidade de comprimento do tubo após a aplicação do revestimento. Comente sobre o efeito do esquema proposto na taxa de condensação (a taxa de condensação por unidade de comprimento no Problema 10.41 é de aproximadamente 1×10^{-3} kg/s).

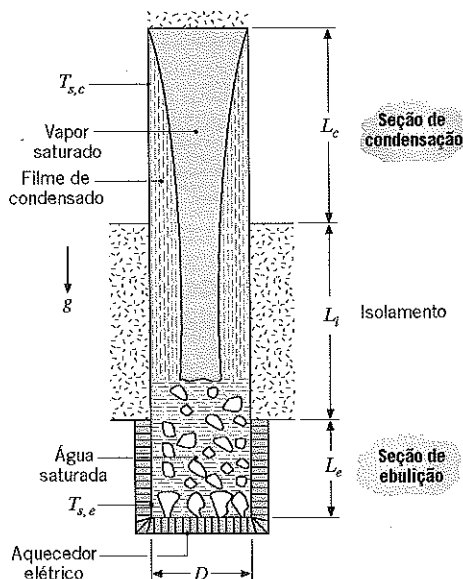
10.65 Considere as condições do Problema 10.54. Estime a taxa de condensação para a condensação em gotas.

10.66 Uma lata de bebida, com diâmetro de 65 mm e altura de 120 mm, tem uma temperatura uniforme de 5°C quando retirada de uma geladeira. A lata é colocada sobre uma mesa em uma sala com o ar ambiente a uma temperatura de 32°C e uma umidade relativa de 75%.

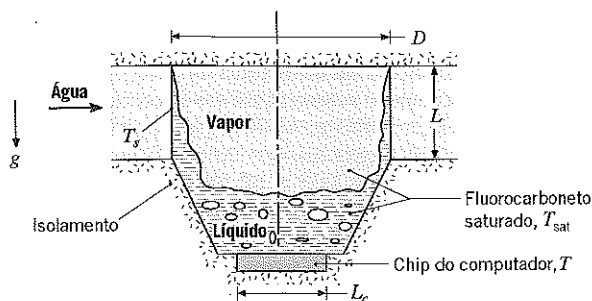
Estime a taxa de condensação, supondo: (a) Condensação em gotas e (b) condensação em filme. Compare as taxas e explique sob quais condições a condensação em gotas pode ocorrer.

Ebulição/Condensação Combinadas

10.67 Uma técnica passiva para o resfriamento de circuitos integrados que dissipam calor envolve a submersão dos circuitos em um fluido dielétrico com baixo ponto de ebulição. O vapor gerado no resfriamento dos circuitos é condensado sobre placas verticais suspensas na câmara de vapor acima do líquido. A temperatura das placas é mantida abaixo da temperatura de saturação e, durante a operação em regime estacionário, um equilíbrio é estabelecido entre a taxa de transferência de calor para as placas do condensador e a taxa de dissipação de calor pelos circuitos integrados (CIs).

Considere condições nas quais a área superficial de cada CI, com 25 mm², encontra-se submersa em um fluorocarboneto líquido para o qual $T_{sat} = 50°C$, $\rho_l = 1700$ kg/m³, $c_{p,l} = 1005$ J/(kg·K), $\mu_l = 6{,}80 \times 10^{-4}$ kg/(s·m), $k_l = 0{,}062$ W/(m·K), $Pr_l = 11{,}0$, $\sigma = 0{,}013$ kg/s², $h_{fg} = 1{,}05 \times 10^5$ J/kg, $C_{s,f} = 0{,}004$ e $n = 1{,}7$. Se os circuitos integrados operam com uma temperatura superficial $T_s = 75°C$, qual é a taxa de dissipação de calor em cada circuito integrado? Se as placas do condensador possuem uma altura $H = 50$ mm e são mantidas a uma temperatura $T_c = 15°C$

por um refrigerante interno, qual quantidade de área superficial para a condensação deve ser disponibilizada para equilibrar o calor gerado por 500 circuitos integrados?

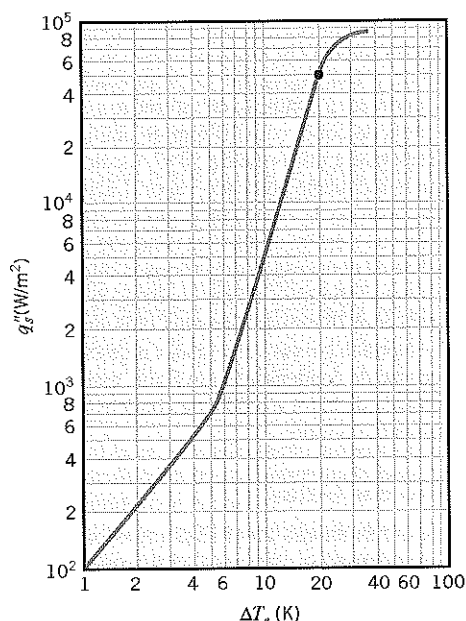
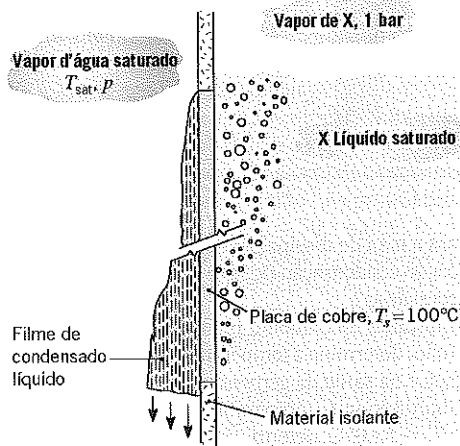
10.68 Um termossifão é formado por um recipiente fechado que absorve calor ao longo de sua seção de ebulição e rejeita calor ao longo de sua seção de condensação. Considere um termossifão formado por um cilindro de aço inoxidável, polido mecanicamente, que possui paredes finas e um diâmetro D. O calor fornecido ao termossifão ferve água saturada à pressão atmosférica sobre as superfícies da seção de ebulição (região inferior), que possui comprimento L_e. O calor é então rejeitado na condensação do vapor, formando um fino filme que desce por gravidade ao longo da parede da seção de condensação, com comprimento L_c, retornando para a seção de ebulição. As duas seções são separadas por uma seção termicamente isolada, que possui comprimento L_i. A superfície superior da seção de condensação pode ser tratada como estando termicamente isolada. As dimensões do termossifão são: $D = 20$ mm, $L_e = 20$ mm, $L_c = 40$ mm e $L_i = 40$ mm.

(a) Determine a temperatura média da superfície de ebulição, $T_{s,e}$, se o fluxo térmico na ebulição nucleada deve ser mantido a 30% do fluxo térmico crítico.

(b) Determine a taxa de condensação total, $\dot{m}$, e a temperatura média da superfície da seção de condensação, $T_{s,c}$.

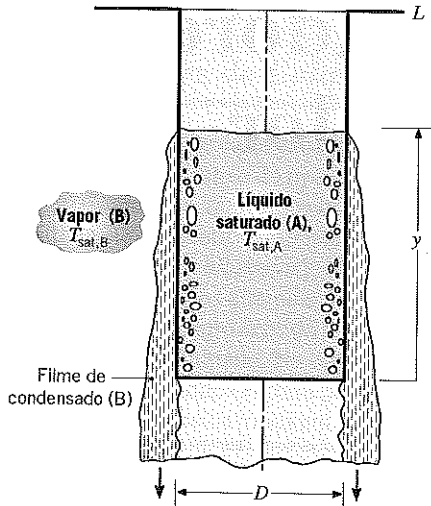
10.69 Um esquema inovador para o resfriamento de chips de computadores utiliza um termossifão contendo um fluorocarboneto saturado. O chip é soldado no fundo de um recipiente com uma forma parecida com a de xícara, no interior do qual o calor é dissipado por ebulição, sendo a seguir transferido para um refrigerante externo (água) pela condensação do vapor sobre a superfície interna de um tubo com parede delgada.

As constantes da ebulição nucleada e as propriedades do fluorocarboneto são as fornecidas no Problema 10.23. Além disso, $k_l = 0{,}054$ W/(m·K).

(a) Se o chip opera sob condições de regime estacionário e o seu fluxo térmico superficial é mantido a 90% do fluxo térmico crítico, qual é a sua temperatura T? Qual é a dissipação de potência total, se a dimensão do chip é de $L_c = 20$ mm em cada lado?

(b) Se o diâmetro do tubo é de $D = 30$ mm e a sua superfície é mantida pela água a $T_s = 25°C$, qual é o comprimento de tubo L necessário para manter as condições especificadas?

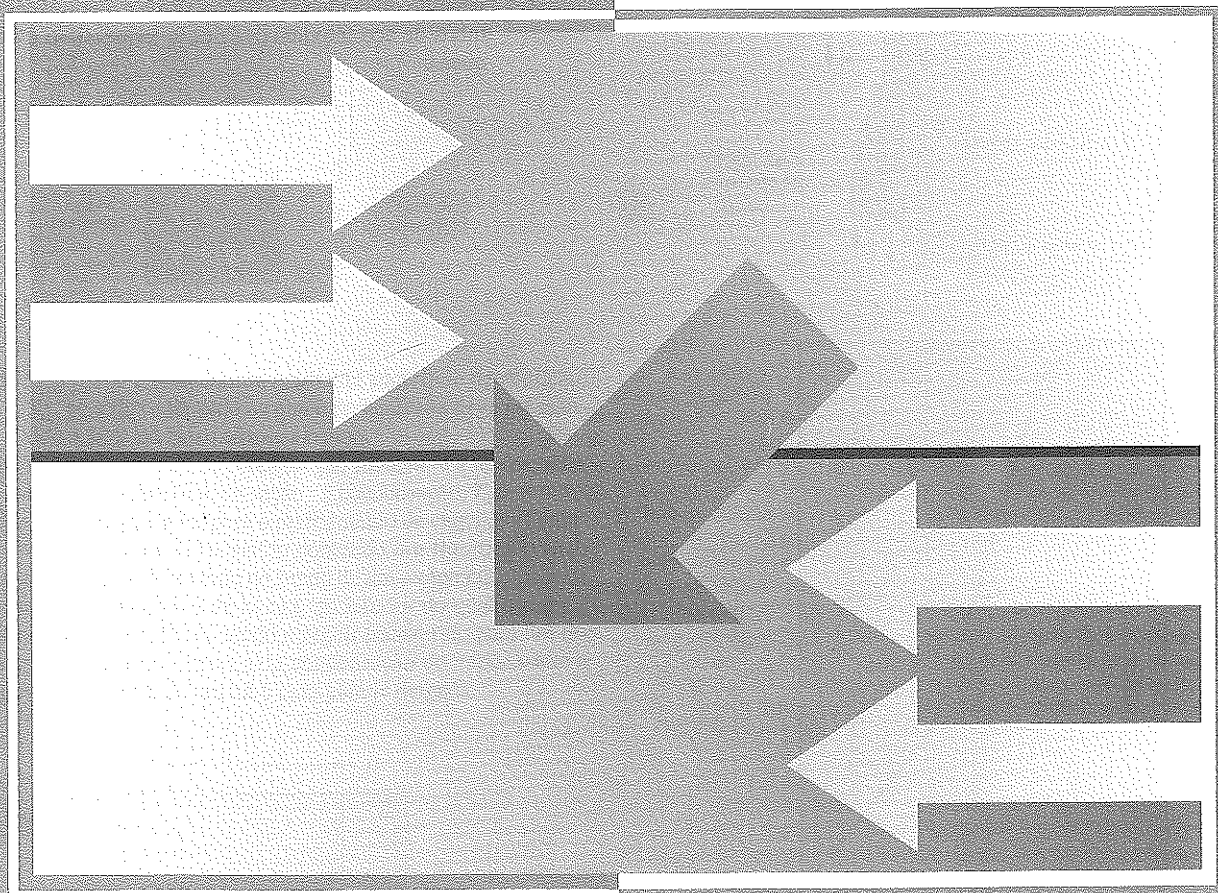
10.70 Uma seção de condensação/ebulição contém uma placa de cobre, com dimensões de 2 m × 2 m, que opera a uma temperatura uniforme de $T_s = 100°C$ e separa vapor d'água saturado, em condensação, de um líquido saturado X, em ebulição nucleada em piscina. Uma porção da curva de ebulição do líquido X é mostrada na figura. Tanto vapor d'água saturado quanto líquido saturado de X são alimentados no sistema, enquanto a água condensada e o vapor X são removidos do sistema, por meios não mostrados no esboço. A uma pressão de 1 bar, o fluido X possui uma temperatura de saturação e um calor latente de vaporização de $T_{sat} = 80°C$ e $h_{fg} = 700.000$ J/kg, respectivamente.

(a) Estime as taxas de evaporação e de condensação (kg/s) nos dois fluidos.

(b) Determine a temperatura de saturação T_{sat} e a pressão p no vapor d'água, admitindo que ocorra condensação em filme.

10.71 Um recipiente cilíndrico de paredes delgadas, com diâmetro D e altura L, contém, até uma altura y, um líquido (A) com um reduzido ponto de ebulição, que se encontra a $T_{sat,A}$. O recipiente está localizado no interior de uma grande câmara, na qual há vapor de um fluido (B) com elevado ponto de ebulição. O vapor B condensa em um filme laminar sobre a superfície externa do recipiente cilíndrico, que se forma a partir da localização da superfície livre do líquido A. O processo de condensação mantém a ebulição nucleada do líquido A ao longo da parede do recipiente, de acordo com a relação $q'' = C(T_s - T_{sat})^3$, onde C é uma constante empírica conhecida.

(a) Para a porção da parede coberta pelo filme de condensado, deduza uma equação para a temperatura média da parede do recipiente, T_s. Suponha que as propriedades dos fluidos A e B sejam conhecidas.
(b) A que taxa o calor é fornecido ao líquido A?
(c) Admitindo que, inicialmente, o recipiente se encontre cheio do líquido, ou seja, $y = L$, deduza uma expressão para o tempo necessário para evaporar todo o líquido no recipiente.

10.72 Foi proposto que o ar muito quente retido no interior do sótão de uma casa no verão pode ser usado como a fonte de energia para um aquecedor de água *passivo* instalado no sótão. Custos com energia para o aquecimento da água fria e com o condicionamento do ar são ambos reduzidos. Dez termossifões, similares aos do Problema 10.68, são inseridos na base de um aquecedor de água bem isolado termicamente. Cada termossifão tem uma seção de condensação com $L_c = 50$ mm de comprimento, uma seção isolada com $L_i = 40$ mm e uma seção de ebulição com $L_e = 30$ mm de comprimento. O diâmetro de cada termossifão é igual a $D = 20$ mm. O fluido de trabalho no interior dos termossifões é água a uma pressão de $p = 0{,}047$ bar.
(a) Determine a taxa de aquecimento fornecida pelos dez termossifões, quando a ebulição ocorre a 25% do fluxo térmico crítico. Quais são as temperaturas médias nas seções de ebulição e de condensação?
(b) Durante a noite, a temperatura do sótão fica inferior à temperatura da água. Estime a perda de calor do tanque de água quente para o sótão frio, supondo que as perdas pelo isolamento do tanque são desprezíveis e que a espessura dos tubos de aço inoxidável de cada termossifão é muito pequena.

CAPÍTULO **11**

Trocadores de Calor

O processo de troca de calor entre dois fluidos que estão a diferentes temperaturas e se encontram separados por uma parede sólida ocorre em muitas aplicações de engenharia. O equipamento usado para implementar essa troca é conhecido por *trocador de calor*, e suas aplicações específicas podem ser encontradas no aquecimento de ambientes e no condicionamento de ar, na produção de potência, na recuperação de calor em processos e no processamento químico.

Neste capítulo nossos objetivos são apresentar os parâmetros de desempenho para avaliar a eficácia de um trocador de calor e desenvolver metodologias para projetar um trocador de calor ou para prever o desempenho de um trocador existente operando sob condições especificadas.

11.1 *Tipos de Trocadores de Calor*

Tipicamente, os trocadores de calor são classificados em função da *configuração do escoamento* e do *tipo de construção*. No trocador de calor mais simples, os fluidos quente e frio se movem no mesmo sentido ou em sentidos opostos em uma construção com *tubos concêntricos* (ou *bitubular*). Na configuração *paralela* da Figura 11.1*a*, os fluidos quente e frio entram pela mesma extremidade, escoam no mesmo sentido e deixam o equipamento também na mesma extremidade. Na configuração *contracorrente* da Figura 11.1*b*, os fluidos entram por extremidades opostas, escoam em sentidos opostos e deixam o equipamento em extremidades opostas.

Alternativamente, os fluidos podem se mover em *escoamento cruzado* (um fluido escoa perpendicularmente ao outro), como ilustrado pelos trocadores de calor tubulares, *com* e *sem aletas*, na Figura 11.2. As duas configurações são tipicamente diferenciadas por uma idealização que trata o escoamento do fluido sobre os tubos como *misturado* e *não-misturado*. Na Figura 11.2*a*, diz-se que o fluido está não-misturado, pois as aletas impedem o movimento na direção (y) que é transversal à direção (x) do escoamento principal. Nesse caso, a temperatura do fluido varia com x e y. Ao contrário, para o feixe tubular não-aletado da Figura 11.2*b*, o movimento do fluido, e conseqüentemente sua mistura na direção transversal, é possível e a variação de temperatura ocorre principalmente na direção do escoamento principal. Como o escoamento no interior dos tubos é não-misturado, em trocadores aletados os dois fluidos são não-misturados, enquanto em trocadores não-aletados um fluido é misturado e o outro não. A natureza da condição de mistura pode influenciar significativamente o desempenho do trocador de calor.

Outra configuração comum é o trocador de calor *casco e tubos* [1]. Formas específicas desse tipo de trocador de calor diferem de acordo com os números de passes no casco e nos tubos.

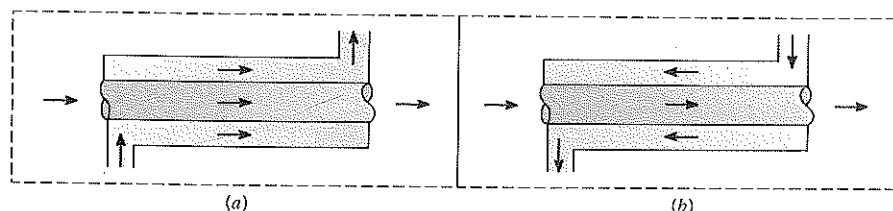



FIGURA 11.1 Trocadores de calor de tubos concêntricos. (*a*) Escoamento paralelo. (*b*) Escoamento contracorrente.

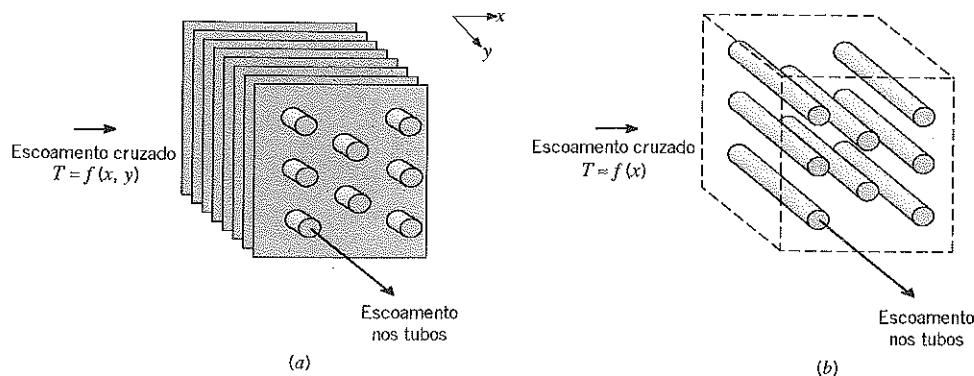



FIGURA 11.2 Trocadores de calor com escoamentos cruzados. (*a*) Aletado com ambos os fluidos não-misturados. (*b*) Não-aletado com um fluido misturado e o outro não-misturado.

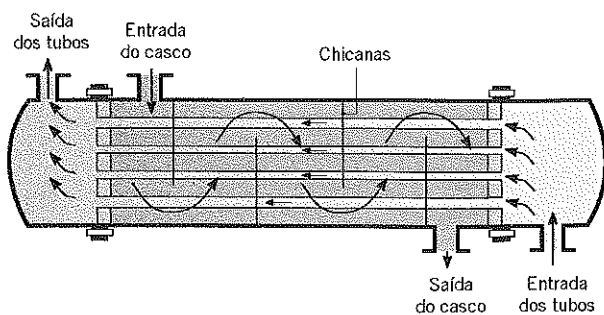



FIGURA 11.3 Trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e um passe nos tubos (modo de operação contracorrente).

FIGURA 11.4 Trocadores de calor casco e tubos. (*a*) Um passe no casco e dois passes nos tubos. (*b*) Dois passes no casco e quatro passes nos tubos.

Sua forma mais simples envolve um único *passe* nos tubos e no casco, sendo mostrada na Figura 11.3. Geralmente, são instaladas chicanas para aumentar o coeficiente convectivo no fluido no lado do casco, induzindo turbulência e um componente de velocidade na direção do escoamento cruzado. Além disso, as chicanas apóiam fisicamente os tubos, reduzindo a vibração dos tubos induzida pelo escoamento. Trocadores de calor com chicanas e com um passe no casco e dois passes nos tubos, e com dois passes no casco e quatro passes nos tubos são mostrados nas Figuras 11.4*a* e 11.4*b*, respectivamente.

Uma classe especial e importante de trocadores de calor é utilizada para atingir superfícies de transferência de calor muito grandes ($\geqslant$ 400 m^2/m^3 para líquidos e $\geqslant$ 700 m^2/m^3 para gases) por unidade de volume. Conhecidos por *trocadores de calor compactos*, esses equipamentos possuem densas matrizes de tubos aletados ou placas e são tipicamente usados quando pelo menos um dos fluidos é um gás, sendo portanto caracterizado por um pequeno coeficiente de transferência de calor. Os tubos podem ser *planos* ou *circulares*, como nas Figuras 11.5*a* e 11.5*b*, *c*, respectivamente, e as aletas podem ser *planas* ou *circulares*, como nas Figuras 11.5*a*, *b* e 11.5*c*, respectivamente. Trocadores de calor com placas paralelas podem ser aletados ou corrugados, e podem ser utilizados com modos de operação de um único passe (Figura 11.5*d*) ou com múltiplos passes (Figura 11.5*e*). As seções de escoamento associadas aos trocadores de calor compactos são tipicamente pequenas ($D_h \leqslant 5$ mm), e o escoamento é geralmente laminar.

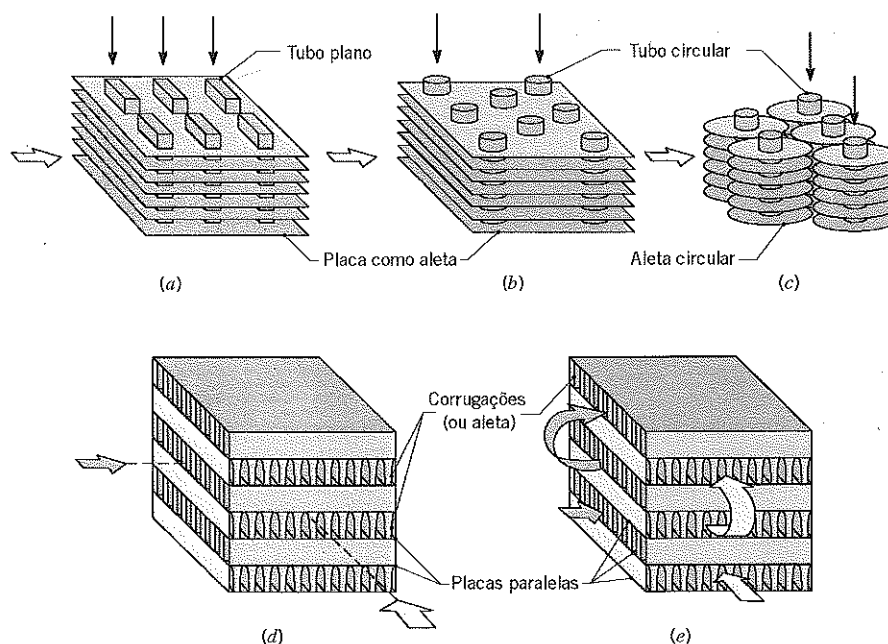



FIGURA 11.5 Núcleos de trocadores de calor compactos. (*a*) Tubo aletado (tubos planos, placas contínuas como aletas). (*b*) Tubo aletado (tubos circulares, placas contínuas como aletas). (*c*) Tubo aletado (tubos circulares, aletas circulares). (*d*) Placa aletada (passe único). (*e*) Placa aletada (múltiplo passe).

11.2 O Coeficiente Global de Transferência de Calor

Uma etapa essencial, e freqüentemente a mais imprecisa, de qualquer análise de trocadores de calor é a determinação do *coeficiente global de transferência de calor*. Lembrando da Equação 3.19, esse coeficiente é definido em função da resistência térmica total à transferência de calor entre dois fluidos. Nas Equações 3.18 e 3.31, o coeficiente foi determinado levando-se em consideração as resistências condutiva e convectiva entre fluidos separados por paredes compostas planas e cilíndricas, respectivamente. É importante reconhecer, contudo, que tais resultados se aplicam somente no caso de superfícies *limpas* e *sem aletas*.

Ao longo da operação normal de trocadores de calor, com freqüência as superfícies estão sujeitas à deposição de impurezas dos fluidos, à formação de ferrugem ou a outras reações entre o fluido e o material que compõe a parede. A conseqüente formação de um filme ou de incrustações sobre a superfície pode aumentar significativamente a resistência à transferência de calor entre os fluidos. Esse efeito pode ser levado em conta através da introdução de uma resistência térmica adicional, conhecida por *fator de deposição*, R_d. O seu valor depende da temperatura de operação, da velocidade do fluido e do tempo de serviço do trocador de calor.

Além disso, sabemos que freqüentemente são adicionadas aletas às superfícies expostas a um ou ambos os fluidos que, ao aumentarem a área superficial, reduzem a resistência térmica à transferência de calor por convecção. Nesse sentido, com a inclusão dos efeitos relativos à deposição e às aletas (superfícies estendidas), o coeficiente global de transferência de calor pode ser representado por

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_f A_f} = \frac{1}{U_q A_q}$$

$$= \frac{1}{(\eta_o hA)_f} + \frac{R''_{d,f}}{(\eta_o A)_f} + R_p + \frac{R''_{d,q}}{(\eta_o A)_q} + \frac{1}{(\eta_o hA)_q} \quad (11.1)$$

onde f e q indicam os fluidos frio e quente, respectivamente. Note que o cálculo do produto UA não exige a especificação do lado quente ou do lado frio ($U_f A_f = U_q A_q$). Entretanto, o cálculo de um coeficiente global depende se está baseado na área superficial no lado do fluido quente ou do fluido frio, uma vez que $U_f \neq U_q$ se $A_f \neq A_q$. A resistência condutiva na parede R_p é obtida da Equação 3.6 no caso de uma parede plana ou da Equação 3.28 para uma parede cilíndrica. Embora valores representativos para o fator de deposição estejam listados na Tabela 11.1, esse fator é uma variável ao longo da operação do trocador de calor (aumentando a partir de zero, no caso de uma superfície limpa, em função do acúmulo de depósitos sobre a superfície). Discussões abrangentes sobre a deposição estão disponíveis nas Referências 2 a 4.

TABELA 11.1 Fatores de deposição representativos [1]

Fluido	R''_d (m² · K/W)
Água do mar e água de alimentação tratada para caldeira (abaixo de 50°C)	0,0001
Água do mar e água de alimentação tratada para caldeira (acima de 50°C)	0,0002
Água de rio (abaixo de 50°C)	0,0002–0,001
Óleo combustível	0,0009
Líquidos de refrigeração	0,0002
Vapor d'água (sem arraste de óleo)	0,0001

A grandeza η_o na Equação 11.1 é conhecida como *eficiência global da superfície* ou *efetividade da temperatura* de uma superfície aletada. Ela é definida de tal modo que, para a superfície do lado quente ou do lado frio sem deposição, a taxa de transferência de calor é

$$q = \eta_o hA(T_b - T_\infty) \quad (11.2)$$

onde T_b é a temperatura da superfície na qual as aletas estão instaladas (base) (Figura 3.20) e A é a área superficial total (aletas mais a base exposta). Esta grandeza foi apresentada na Seção 3.6.5 e a expressão a seguir foi deduzida:

$$\eta_o = 1 - \frac{A_a}{A}(1 - \eta_a) \quad (11.3)$$

na qual A_a é a área superficial de todas as aletas e η_a é a eficiência de uma única aleta. Para ser coerente com a nomenclatura comumente utilizada na análise de trocadores de calor, a razão entre a área superficial das aletas e a área superficial total foi representada na forma A_a/A. Essa representação difere daquela utilizada na Seção 3.6.5, onde a razão está representada na forma NA_a/A_t, com A_a representando a área de uma aleta e A_t a área superficial total. Se uma aleta plana ou um pino com comprimento L (Figura 3.16) for usada e uma extremidade adiabática for suposta, as Equações 3.76 e 3.86 fornecem

$$\eta_a = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad (11.4)$$

onde $m = (2h/kt)^{1/2}$ e t é a espessura da aleta. Para diversas geometrias de aletas mais usuais, a eficiência pode ser obtida na Tabela 3.5.

Note que, como escrita, a Equação 11.2 corresponde à deposição desprezível. Entretanto, se a deposição for significativa, o coeficiente convectivo na Equação 11.2 deve ser substituído por um coeficiente global de transferência de calor *parcial* com a forma $U_p = h/(1 + hR''_d)$. Ao contrário da Equação 11.1, que fornece o coeficiente global de transferência de calor entre os fluidos quente e frio, U_p é chamado de coeficiente parcial porque ele somente inclui o coeficiente convectivo e o fator de deposição associados a um fluido e a sua superfície adjacente. Coeficientes parciais para os lados quente e frio são, então, $U_{p,q} = h_q/(1 + h_q R''_{d,q})$ e $U_{p,f} = h_f/(1 + h_f R''_{d,f})$, respectivamente. A Equação 11.3 pode ainda ser usada para avaliar η_0 para o lado quente e/ou frio, mas U_p tem que ser usado no lugar de h para avaliar a eficiência da aleta correspondente. Além disso, mostra-se facilmente que as segunda e quarta parcelas no lado direito da Equa-

TABELA 11.2 Valores representativos do coeficiente global de transferência de calor

Fluidos Envolvidos	U (W/(m²·K))
Água para água	850–1700
Água para óleo	110–350
Condensador de vapor d'água (água nos tubos)	1000–6000
Condensador de amônia (água nos tubos)	800–1400
Condensador de álcool (água nos tubos)	250–700
Trocador de calor com tubos aletados (água nos tubos, ar em escoamento cruzado)	25–50

ção 11.1 podem ser retiradas se os coeficientes convectivos nas primeira e quinta parcelas foram substituídos por $U_{p,f}$ e $U_{p,q}$, respectivamente.

Freqüentemente, a parcela relativa à condução na parede na Equação 11.1 pode ser desprezada, uma vez que paredes delgadas com elevada condutividade térmica são geralmente utilizadas. Também um dos coeficientes convectivos é freqüentemente muito menor do que o outro e, assim, domina a determinação do coeficiente global. Por exemplo, se um dos fluidos for um gás e o outro um líquido ou uma mistura líquido-vapor em ebulição ou condensação, o coeficiente de transferência de calor no lado do gás será muito menor. É em tais situações que são utilizadas aletas para melhorar a convecção no lado do gás. Valores representativos do coeficiente global são resumidos na Tabela 11.2.

Para os trocadores de calor tubulares não-aletados das Figuras 11.1 a 11.4, a Equação 11.1 se reduz a

$$\frac{1}{UA}=\frac{1}{U_iA_i}=\frac{1}{U_eA_e}$$
$$=\frac{1}{h_iA_i}+\frac{R''_{d,i}}{A_i}+\frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi kL}+\frac{R''_{d,e}}{A_e}+\frac{1}{h_eA_e} \quad (11.5)$$

onde os subscritos i e e se referem às superfícies interna e externa do tubo ($A_i = \pi D_i L$ e $A_e = \pi D_e L$), que podem estar expostas tanto ao fluido quente quanto ao fluido frio.

O coeficiente global de transferência de calor pode ser determinado a partir do conhecimento dos coeficientes de transferência de calor nos fluidos quente e frio, dos fatores de deposição e de parâmetros geométricos apropriados. Para superfícies não-aletadas, os coeficientes convectivos podem ser estimados pelas correlações apresentadas nos Capítulos 7 e 8. Para configurações padronizadas de aletas, os coeficientes podem ser obtidos a partir de resultados compilados por Kays e London [5].

11.3 *Análise de Trocadores de Calor: Uso da Média Log das Diferenças de Temperaturas*

Para projetar ou prever o desempenho de um trocador de calor é essencial relacionar a taxa total de transferência de calor a grandezas tais como: as temperaturas de entrada e de saída dos fluidos, o coeficiente global de transferência de calor e a área superficial total disponível para a transferência de calor. Duas dessas relações podem ser obtidas, de imediato, com a aplicação de balanços globais de energia nos fluidos quente e frio, como mostrado na Figura 11.6. Em particular, se q é a taxa total de transferência de calor entre os fluidos quente e frio, e a transferência de calor entre o trocador e a vizinhança é desprezível, assim como as mudanças nas energias potencial e cinética do sistema, a aplicação da equação da energia para processos contínuos em regime estacionário, Equação 1.11*d*, fornece

$$q=\dot{m}_q(i_{q,ent}-i_{q,sai}) \quad (11.6a)$$

e

$$q=\dot{m}_f(i_{f,sai}-i_{f,ent}) \quad (11.7a)$$

onde i é a entalpia do fluido. Os subscritos q e f se referem aos fluidos quente e frio, enquanto *ent* e *sai* designam as condições do fluido na entrada e na saída. Se os fluidos não passam por uma mudança de fase e se forem admitidos calores específicos constantes, essas expressões se reduzem a

$$q=\dot{m}_q c_{p,q}(T_{q,ent}-T_{q,sai}) \quad (11.6b)$$

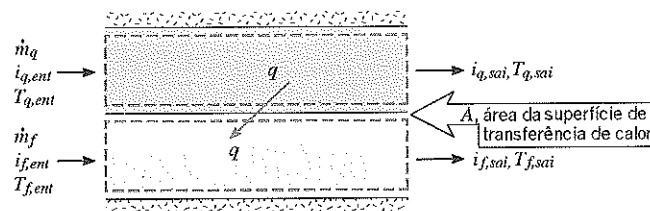



FIGURA 11.6 Balanços de energia globais para os fluidos quente e frio de um trocador de calor com dois fluidos.

e

$$q=\dot{m}_f c_{p,f}(T_{f,sai}-T_{f,ent}) \quad (11.7b)$$

onde as temperaturas que aparecem nas expressões se referem às temperaturas dos *médias* fluidos nas localizações indicadas. Note que as Equações 11.6 e 11.7 são independentes da configuração do escoamento e do tipo do trocador de calor.

Uma outra expressão útil pode ser obtida relacionando-se a taxa de transferência de calor total q à diferença de temperaturas ΔT entre os fluidos quente e frio, onde

$$\Delta T \equiv T_h - T_c \quad (11.8)$$

Tal expressão seria uma extensão da lei do resfriamento de Newton, com o coeficiente global de transferência de calor U usado no lugar do único coeficiente de transferência de calor h. Entretanto, como ΔT varia com a posição no trocador de calor,

torna-se necessário trabalhar com uma equação para a taxa na forma

$$q = UA\,\Delta T_m \tag{11.9}$$

onde ΔT_m é uma *média* apropriada de diferenças de temperaturas. A Equação 11.9 pode ser usada com as Equações 11.6 e 11.7 para efetuar uma análise de trocadores de calor. Contudo, antes de poder realizar essa análise, a forma específica de ΔT_m deve ser estabelecida.

11.3.1 O Trocador de Calor com Escoamento Paralelo

As distribuições de temperaturas nos fluidos quente e frio associadas a um trocador de calor com escoamento paralelo estão mostradas na Figura 11.7. Inicialmente, a diferença de temperaturas ΔT é grande, mas diminui com o aumento de x, aproximando-se assintoticamente de zero. É importante observar que, nesse tipo de trocador, a temperatura de saída do fluido frio nunca pode ser superior à do fluido quente. Na Figura 11.7, os subscritos 1 e 2 indicam as extremidades opostas do trocador de calor. Essa convenção é utilizada em todos os tipos de trocadores de calor analisados. Para o escoamento paralelo, tem-se que $T_{q,ent} = T_{q,1}$; $T_{q,sai} = T_{q,2}$; $T_{f,ent} = T_{f,1}$ e $T_{f,sai} = T_{f,2}$.

A forma de ΔT_m pode ser determinada pela aplicação de um balanço de energia em elementos diferenciais nos fluidos quente e frio. Cada elemento possui um comprimento dx e uma área de transferência de calor dA, como ilustrado na Figura 11.7. Os balanços de energia e a análise posterior estão sujeitos às seguintes considerações:

1. O trocador de calor encontra-se isolado termicamente da vizinhança, situação na qual a única troca de calor ocorre entre os fluidos quente e frio.
2. A condução axial ao longo dos tubos é desprezível.
3. Mudanças nas energias cinética e potencial são desprezíveis.

FIGURA 11.7 Distribuições de temperaturas em um trocador de calor com escoamento paralelo.

4. Os calores específicos dos fluidos são constantes.
5. O coeficiente global de transferência de calor é constante.

Os calores específicos podem, naturalmente, variar em função das mudanças de temperatura, e o coeficiente global de transferência de calor pode variar devido a mudanças nas propriedades dos fluidos e nas condições de escoamento. Entretanto, em muitas aplicações tais variações não são significativas e é razoável trabalhar com valores médios de $c_{p,f}$, $c_{p,q}$ e U no trocador de calor.

Aplicando um balanço de energia em cada um dos elementos diferenciais da Figura 11.7, tem-se que

$$dq = -\dot{m}_q c_{p,q}\, dT_q \equiv -C_q\, dT_q \tag{11.10}$$

e

$$dq = \dot{m}_f c_{p,f}\, dT_f \equiv C_f\, dT_f \tag{11.11}$$

onde C_q e C_f são as *taxas de capacidade calorífica* dos fluidos quente e frio, respectivamente. Essas expressões podem ser integradas ao longo do trocador de calor, fornecendo os balanços de energia globais representados pelas Equações 11.6b e 11.7b. A transferência de calor através da área dA também pode ser escrita como

$$dq = U\,\Delta T\, dA \tag{11.12}$$

onde $\Delta T = T_q - T_f$ é a diferença de temperaturas *local* entre os fluidos quente e frio.

Para determinar a forma integrada da Equação 11.12, iniciamos pela substituição das Equações 11.10 e 11.11 na forma diferencial da Equação 11.8

$$d(\Delta T) = dT_q - dT_f$$

para obter

$$d(\Delta T) = -dq\left(\frac{1}{C_q} + \frac{1}{C_f}\right)$$

Substituindo dq a partir da Equação 11.12 e integrando ao longo do trocador de calor, obtemos

$$\int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U\left(\frac{1}{C_q} + \frac{1}{C_f}\right)\int_1^2 dA$$

ou

$$\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = -UA\left(\frac{1}{C_q} + \frac{1}{C_f}\right) \tag{11.13}$$

Substituindo C_q e C_f pelas Equações 11.6b e 11.7b, respectivamente, tem-se que

$$\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = -UA\left(\frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{q} + \frac{T_{f,sai} - T_{f,ent}}{q}\right)$$

$$= -\frac{UA}{q}[(T_{q,ent} - T_{f,ent}) - (T_{q,sai} - T_{f,sai})]$$

Reconhecendo que, no trocador de calor com escoamento paralelo da Figura 11.7, $\Delta T_1 = (T_{q,ent} - T_{f,ent})$ e $\Delta T_2 = (T_{q,sai} - T_{f,sai})$, obtemos então

$$q = UA\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)}$$

Comparando a expressão anterior com a Equação 11.9, concluímos que a diferença de temperaturas média apropriada é uma média logarítmica (média log) das diferenças de temperaturas, ΔT_{ml}. Conseqüentemente, podemos escrever

$$q = UA\,\Delta T_{ml} \tag{11.14}$$

onde

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \tag{11.15}$$

Lembre-se de que, para o *trocador com escoamento paralelo*,

$$\begin{bmatrix} \Delta T_1 \equiv T_{q,1} - T_{f,1} = T_{q,ent} - T_{f,ent} \\ \Delta T_2 \equiv T_{q,2} - T_{f,2} = T_{q,sai} - T_{f,sai} \end{bmatrix} \tag{11.16}$$

11.3.2 O Trocador de Calor com Escoamento Contracorrente

As distribuições de temperaturas nos fluidos quente e frio associadas ao trocador de calor com escoamento contracorrente estão mostradas na Figura 11.8. Ao contrário do trocador com escoamento paralelo, essa configuração proporciona a transferência de calor entre as parcelas mais quentes dos dois fluidos em uma extremidade, assim como entre as parcelas mais frias na outra extremidade. Por esse motivo, a variação na diferença de temperaturas, $\Delta T = T_q - T_f$, em relação ao x não é em posição alguma tão elevada quanto na região de entrada de um trocador de calor com escoamento paralelo. Note que a temperatura de saída do fluido frio pode, agora, ser maior do que a temperatura de saída do fluido quente.

As Equações 11.6b e 11.7b se aplicam em qualquer trocador de calor e, portanto, podem ser usadas para o arranjo contracorrente. Além disso, a partir de uma análise como a efetuada na Seção 11.3.1, pode-se mostrar que as Equações 11.14 e 11.15 também são utilizáveis. Entretanto, no *trocador contracorrente* as diferenças de temperaturas nas extremidades devem agora ser definidas como

$$\begin{bmatrix} \Delta T_1 \equiv T_{q,1} - T_{f,1} = T_{q,ent} - T_{f,sai} \\ \Delta T_2 \equiv T_{q,2} - T_{f,2} = T_{q,sai} - T_{f,ent} \end{bmatrix} \tag{11.17}$$

Note que, para as mesmas temperaturas de entrada e de saída, a média log das diferenças de temperaturas no arranjo contracorrente é superior à do paralelo, $\Delta T_{ml,CC} > \Delta T_{ml,EP}$. Dessa forma, admitindo-se um mesmo valor de U para os dois arranjos, a área necessária para que ocorra uma dada taxa de transferência de calor q é menor no arranjo contracorrente do que no arranjo paralelo. Observe também que $T_{f,sai}$ pode ser maior do que $T_{q,sai}$ no arranjo contracorrente, mas não no paralelo.

FIGURA 11.8 Distribuições de temperaturas em um trocador de calor com escoamento contracorrente.

11.3.3 Condições Operacionais Especiais

É útil observar certas condições especiais nas quais os trocadores de calor podem ser operados. A Figura 11.9*a* ilustra distribuições de temperaturas em um trocador de calor no qual o fluido quente possui uma taxa de capacidade calorífica, $C_q \equiv \dot{m}_q c_{p,q}$, que é muito maior do que a do fluido frio, $C_f \equiv \dot{m}_f c_{p,f}$. Nesse caso, a temperatura do fluido quente permanece aproximadamente constante ao longo de todo o trocador de calor, enquanto a temperatura do fluido frio aumenta. A mesma condição é alcançada se o fluido quente for um vapor condensando. A condensação ocorre a uma temperatura constante e, para todas as finalidades práticas, $C_q \to \infty$. De forma inversa, em um evaporador ou em uma caldeira (Figura 11.9*b*), é o fluido frio que muda de fase e permanece a uma temperatura praticamente uniforme ($C_f \to \infty$). O mesmo efeito é obtido sem mudança de fase se $C_q \ll C_f$. Note que, com a condensação ou a evaporação, a taxa de transferência de calor é dada pela Equação 11.6a ou 11.7a. O terceiro caso especial (Figura 11.9*c*) envolve um trocador de calor contracorrente no qual as taxas de capacidades caloríficas são iguais ($C_q = C_f$). A diferença de temperaturas ΔT deve, então, ser uma constante ao longo de todo o trocador e $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T_{ml}$.

Embora as condições de escoamento sejam mais complicadas em trocadores de calor com múltiplos passes ou com escoamento cruzado, as Equações 11.6, 11.7, 11.14 e 11.15 podem ainda ser utilizadas se forem feitas modificações na definição da média log das diferenças de temperaturas [6].

Metodologias para usar o método MLDT em outros tipos de trocadores de calor estão na Seção 11S.1.

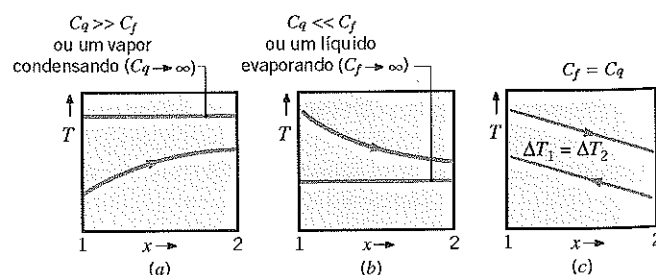



FIGURA 11.9 Condições especiais em trocadores de calor. (*a*) $C_q \gg C_f$ ou um vapor condensando. (*b*) Um líquido evaporando ou $C_q \ll C_f$. (*c*) Um trocador de calor em contracorrente com fluidos com taxas de capacidades caloríficas equivalentes ($C_q = C_f$).

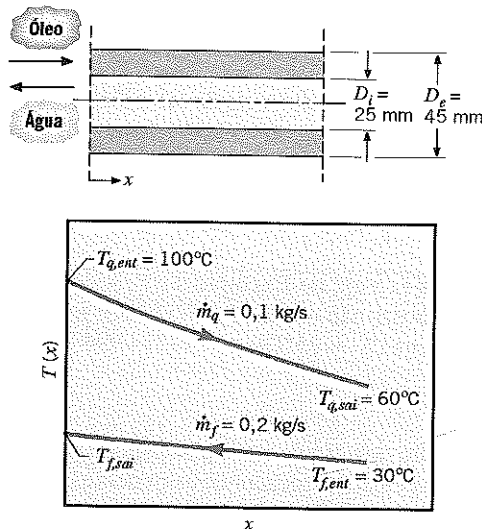
Exemplo 11.1

Um trocador de calor bitubular (tubos concêntricos) com configuração contracorrente é utilizado para resfriar o óleo lubrificante de um grande motor de turbina a gás industrial. A vazão mássica da água de resfriamento através do tubo interno ($D_i = 25$ mm) é de 0,2 kg/s, enquanto a vazão do óleo através da região anular ($D_e = 45$ mm) é de 0,1 kg/s. O óleo e a água entram a temperaturas de 100 e 30°C, respectivamente. Qual deve ser o comprimento do trocador se a temperatura de saída do óleo deve ser de 60°C?

Solução

Dados: Vazões e temperaturas de entrada dos fluidos em um trocador de calor bitubular em contracorrente, cujos diâmetros interno e externo são conhecidos.

Achar: Comprimento do trocador para alcançar uma temperatura de saída do fluido quente especificada.

Esquema:

Considerações:

1. Perda de calor para a vizinhança desprezível.
2. Mudanças nas energias cinética e potencial desprezíveis.
3. Propriedades constantes.
4. Resistência térmica na parede do tubo e fatores de deposição desprezíveis.
5. Condições de escoamento plenamente desenvolvidas na água e no óleo (U independente de x).

Propriedades: Tabela A.5, óleo de motor não usado ($\bar{T}_q$ = 80°C = 353 K): $c_p = 2131$ J/(kg·K), $\mu = 3{,}25 \times 10^{-2}$ N·s/m², $k = 0{,}138$ W/(m·K). Tabela A.6, água ($\bar{T}_f \approx 35$°C): $c_p = 4178$ J/(kg·K), $\mu = 725 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k = 0{,}625$ W/(m·K), $Pr = 4{,}85$.

Análise: A taxa de transferência de calor requerida pode ser obtida em um balanço de energia global no fluido quente, Equação 11.6b.

$$q = \dot{m}_q c_{p,q}(T_{q,ent} - T_{q,sai})$$

$$q = 0{,}1 \text{ kg/s} \times 2131 \text{ J/(kg·K)}(100 - 60)\text{°C} = 8524 \text{ W}$$

Utilizando a Equação 11.7b, a temperatura de saída da água é

$$T_{f,sai} = \frac{q}{\dot{m}_f c_{p,f}} + T_{f,ent}$$

$$T_{f,sai} = \frac{8524 \text{ W}}{0{,}2 \text{ kg/s} \times 4178 \text{ J/(kg·K)}} + 30\text{°C} = 40{,}2\text{°C}$$

Conseqüentemente, o uso de $\bar{T}_f = 35$°C para avaliar as propriedades da água foi uma boa escolha. Agora, o comprimento do trocador de calor pode ser obtido pela Equação 11.14,

$$q = UA\,\Delta T_{ml}$$

onde $A = \pi D_i L$ e das Equações 11.15 e 11.17

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{q,ent} - T_{f,sai}) - (T_{q,sai} - T_{f,ent})}{\ln[(T_{q,ent} - T_{f,sai})/(T_{q,sai} - T_{f,ent})]} = \frac{59{,}8 - 30}{\ln(59{,}8/30)} = 43{,}2\text{°C}$$

Da Equação 11.5, o coeficiente global de transferência de calor é

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_e)}$$

Para o escoamento da água através do tubo,

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_f}{\pi D_i \mu} = \frac{4 \times 0{,}2 \text{ kg/s}}{\pi(0{,}025 \text{ m})725 \times 10^{-6} \text{ N·s/m}^2} = 14.050$$

Conseqüentemente, o escoamento é turbulento e o coeficiente de transferência de calor pode ser calculado pela Equação 8.60

$$Nu_D = 0{,}023\, Re_D^{4/5}\, Pr^{0{,}4}$$

$$Nu_D = 0{,}023\,(14.050)^{4/5}\,(4{,}85)^{0{,}4} = 90$$

Donde

$$h_i = Nu_D \frac{k}{D_i} = \frac{90 \times 0{,}625 \text{ W/(m·K)}}{0{,}025 \text{ m}}$$

$$= 2250 \text{ W/(m}^2\text{·K)}$$

Para o escoamento do óleo através da região anular, o diâmetro hidráulico é, pela Equação 8.71, $D_h = D_e - D_i = 0{,}02$ m, e o número de Reynolds é

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{\rho(D_e - D_i)}{\mu} \times \frac{\dot{m}_q}{\rho\pi(D_e^2 - D_i^2)/4}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_q}{\pi(D_e + D_i)\mu}$$

$$= \frac{4 \times 0{,}1 \text{ kg/s}}{\pi(0{,}045 + 0{,}025) \text{ m} \times 3{,}25 \times 10^{-2} \text{ kg/(s·m)}} = 56{,}0$$

O escoamento na região anular é, portanto, laminar. Supondo temperatura uniforme ao longo da superfície interna da região anular e a superfície externa perfeitamente isolada, o coeficiente de transferência de calor na superfície interna pode ser obtido na Tabela 8.2. Com $(D_i/D_e) = 0{,}56$; uma interpolação linear fornece

$$Nu_i = \frac{h_e D_h}{k} = 5{,}63$$

e

$$h_e = 5{,}63\ \frac{0{,}138\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}{0{,}020\ \text{m}} = 38{,}8\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

O coeficiente global de transferência de calor por convecção é, então,

$$U = \frac{1}{(1/2250\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K))} + (1/38{,}8\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K))}} = 38{,}1\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

e a partir da equação para a taxa de transferência de calor, tem-se que

$$L = \frac{q}{U\pi D_i \Delta T_{ml}} = \frac{8524\ \text{W}}{38{,}1\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}\,\pi(0{,}025\ \text{m})\,(43{,}2°\text{C})} = 65{,}9\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. O coeficiente convectivo no lado do fluido quente controla a taxa de transferência de calor entre os dois fluidos e o baixo valor de h_e é o responsável pelo elevado valor de L. A incorporação de métodos de intensificação da transferência de calor, como os descritos na Seção 8.8, poderia ser usada para diminuir o tamanho do trocador de calor.
2. Como $h_i \gg h_e$, a temperatura na parede do tubo irá seguir de perto a temperatura da água de resfriamento. Conseqüentemente, a hipótese de temperatura uniforme na parede, que é inerente quando se usa a Tabela 8.2 na obtenção do h_e, é razoável.

EXEMPLO 11.2

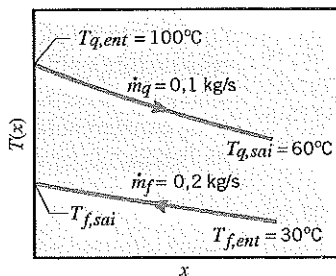
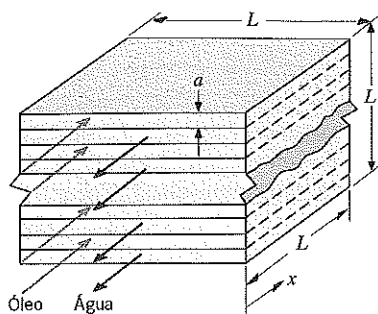
O trocador de calor bitubular com configuração contracorrente do Exemplo 11.1 é substituído por um trocador tipo placas, compacto, que é constituído por um conjunto de placas finas de metal, separadas por N espaços (canais) de espessura a. Os escoamentos do óleo e da água são subdivididos em $N/2$ correntes individuais, com a água e o óleo escoando em sentidos opostos em canais alternados. É desejável que o conjunto tenha a forma cúbica, com uma dimensão característica externa igual a L. Determine as dimensões externas do trocador de calor como uma função do número de canais entre placas, sendo as vazões, as temperaturas de entrada e a temperatura de saída do óleo desejada as mesmas do Exemplo 11.1. Compare as quedas de pressão nas correntes de óleo e de água no trocador tipo placas com as quedas de pressão nas correntes do Exemplo 11.1, se forem especificados 60 canais entre placas.

SOLUÇÃO

Dados: Configuração de um trocador de calor tipo placas. Vazões dos fluidos, temperaturas de entrada e temperatura de saída do óleo desejada.

Achar:

1. Dimensões externas do trocador de calor.
2. Quedas de pressão no trocador de calor tipo placas com $N = 60$ canais e no trocador bitubular do Exemplo 11.1.

Esquema:

Considerações:

1. Perda de calor para a vizinhança desprezível.
2. Mudanças nas energias cinética e potencial desprezíveis.
3. Propriedades constantes.
4. Resistência térmica nas placas e fatores de deposição desprezíveis.
5. Condições de escoamento plenamente desenvolvidas na água e no óleo.
6. Coeficientes de transferência de calor idênticos nas duas superfícies de cada canal e em todos os canais ocupados por um mesmo fluido.
7. Dimensão externa do trocador de calor grande comparada à espessura dos canais entre placas.

Propriedades: Veja no Exemplo 11.1. Além destas, Tabela A.5, óleo de motor não usado ($\bar{T}_q = 353$ K): $\rho = 852{,}1$ kg/m³. Tabela A.6, água ($\bar{T}_f \approx 35°$C): $\rho = v_f^{-1} = 994$ kg/m³.

Análise:

1. A espessura dos canais entre placas pode ser relacionada à dimensão global do trocador de calor pela expressão $a = L/N$ e a área de transferência de calor total é $A = L^2(N - 1)$. Supondo $a \ll L$ e a presença de escoamento laminar, o número de Nusselt para cada canal é fornecido na Tabela 8.1 e é

$$Nu_D = \frac{hD_h}{k} = 7{,}54$$

Da Equação 8.66, o diâmetro hidráulico é $D_h = 2a$. A combinação das equações anteriores fornece para a água:

$$h_f = 7{,}54kN/2L = 7{,}54 \times 0{,}625 \text{ W/(m·K)} \times N/2L$$
$$= (2{,}36 \text{ W/(m·K)})N/L$$

Da mesma forma, para o óleo:

$$h_q = 7{,}54kN/2L = 7{,}54 \times 0{,}138 \text{ W/(m·K)} \times N/2L$$
$$= (0{,}520 \text{ W/(m·K)})N/L$$

e o coeficiente global convectivo é

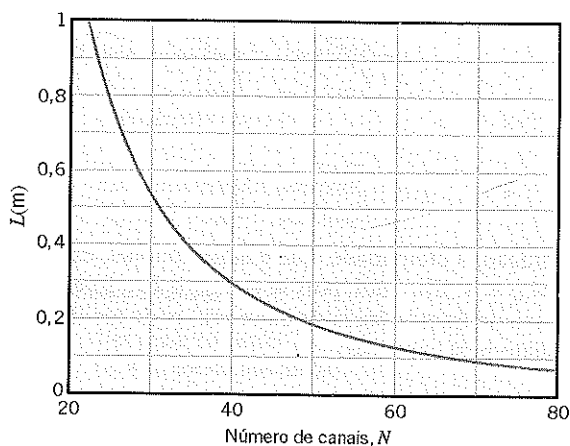
$$U = \frac{1}{1/h_f + 1/h_q}$$

Do Exemplo 11.1, a média log das diferenças de temperaturas e a taxa de transferência de calor são $\Delta T_{ml} = 43{,}2°\text{C}$ e $q = 8524$ W, respectivamente. Da Equação 11.14 tem-se que

$$UA = \frac{L^2(N-1)}{1/h_f + 1/h_q} = \frac{q}{\Delta T_{\text{ml}}}$$

que pode ser rearranjada para fornecer

$$L = \frac{q}{\Delta T_{\text{ml}}(N-1)}\left[\frac{1}{h_f L} + \frac{1}{h_q L}\right]$$
$$= \frac{8524 \text{ W}}{43{,}2°\text{C}(N-1)N}\left[\frac{1}{2{,}36 \text{ W/(m·K)}} + \frac{1}{0{,}520 \text{ W/(m·K)}}\right]$$
$$= \frac{463 \text{ m}}{N(N-1)} \qquad \triangleleft$$

O tamanho do trocador de calor compacto diminui na medida em que o número de canais é aumentado, como mostrado na figura a seguir.

2. Para $N = 60$ canais, a dimensão do conjunto é $L = 0{,}131$ m com base nos resultados da parte 1, e a espessura dos canais é $a = L/N = 0{,}131 \text{ m}/60 = 0{,}00218$ m.

O diâmetro hidráulico é $D_h = 0{,}00436$ m e a velocidade média em cada canal por que passa água é

$$u_m = \frac{\dot{m}}{\rho L^2/2} = \frac{2 \times 0{,}2 \text{ kg/s}}{994 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}131^2 \text{ m}^2} = 0{,}0235 \text{ m/s}$$

fornecendo um número de Reynolds de

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{994 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}0235 \text{ m/s} \times 0{,}00436 \text{ m}}{725 \times 10^{-6} \text{ N·s/m}^2} = 141$$

Para os canais por onde escoa o óleo

$$u_m = \frac{\dot{m}}{\rho L^2/2} = \frac{2 \times 0{,}1 \text{ kg/s}}{852{,}1 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}131^2 \text{ m}^2} = 0{,}0137 \text{ m/s}$$

fornecendo um número de Reynolds de

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{852{,}1 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}0137 \text{ m/s} \times 0{,}00436 \text{ m}}{3{,}25 \times 10^{-2} \text{ N·s/m}^2} = 1{,}57$$

Conseqüentemente, o escoamento é laminar em ambos os fluidos, como considerado na parte 1. As Equações 8.19 e 8.22a podem ser usadas para calcular a queda de pressão para a água:

$$\Delta p = \frac{64}{Re_D} \cdot \frac{\rho u_m^2}{2D_h} \cdot L = \frac{64}{141} \times \frac{994 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}0235^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \times 0{,}00436 \text{ m}}$$
$$\times 0{,}131 \text{ m} = 3{,}76 \text{ N/m}^2 \qquad \triangleleft$$

Analogamente, para o óleo

$$\Delta p = \frac{64}{Re_D} \cdot \frac{\rho u_m^2}{2D_h} \cdot L = \frac{64}{1{,}57} \times \frac{852{,}1 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}0137^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \times 0{,}00436 \text{ m}}$$
$$\times 0{,}131 \text{ m} = 98{,}2 \text{ N/m}^2 \qquad \triangleleft$$

No Exemplo 11.1, o fator de atrito associado ao escoamento da água pode ser calculado pela Equação 8.21, sendo para condições de tubo liso $f = (0{,}790 \ln(14050) - 1{,}64)^{-2} = 0{,}0287$. A velocidade média é $u_m = 4\dot{m}/(\rho\pi D_i^2) = 4 \times 0{,}2 \text{ kg/s}/(994 \text{ kg/m}^3 \times \pi \times 0{,}025^2 \text{ m}^2) = 0{,}410$ m/s, e a queda de pressão é

$$\Delta p = f \cdot \frac{\rho u_m^2}{2D_h} \cdot L = 0{,}0287 \times \frac{994 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}410^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \times 0{,}025 \text{ m}}$$
$$\times 65{,}9 \text{ m} = 6310 \text{ N/m}^2 \qquad \triangleleft$$

Para o óleo escoando na região anular, a velocidade média é $u_m = 4\dot{m}/[\rho\pi(D_e^2 - D_i^2)\} = 4 \times 0{,}1 \text{ kg/s}/[852{,}1 \text{ kg/m}^3 \times \pi \times (0{,}045^2 - 0{,}025^2) \text{ m}^2] = 0{,}107$ m/s, e a queda de pressão é

$$\Delta p = \frac{64}{Re_D} \cdot \frac{\rho u_m^2}{2D_h} \cdot L = \frac{64}{56} \times \frac{852{,}1 \text{ kg/m}^3 \times 0{,}107^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \times 0{,}020 \text{ m}}$$
$$\times 65{,}9 \text{ m} = 18.300 \text{ N/m}^2 \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. O aumento do número de canais aumenta o produto UA através, simultaneamente, de uma maior disponibilidade de área superficial e do aumento dos coeficientes de transferência de calor associados aos escoamentos dos fluidos através de passagens menores.
2. A razão área-volume do trocador de calor com $N = 60$ é $L^2(N-1)/L^3 = (N-1)/L = (60-1)/0{,}131 \text{ m} = 451 \text{ m}^2/\text{m}^3$.
3. O volume ocupado pelo trocador de calor bitubular é $V = \pi D_e^2 L/4 = \pi \times 0{,}045^2 \text{ m}^2 \times 65{,}9 \text{ m}/4 = 0{,}10 \text{ m}^3$, enquanto o volume do trocador tipo placas compacto é $V = L^3 = 0{,}131^3 \text{ m}^3 = 0{,}0022 \text{ m}^3$. O uso do trocador de calor tipo placas resulta em uma redução de 97,8% no volume em relação ao trocador de calor bitubular convencional.
4. As quedas de pressão associadas ao uso do trocador de calor compacto são significativamente menores em relação às

da configuração bitubular convencional. As quedas de pressão são reduzidas em 99,9% e 99,5% nos escoamentos da água e do óleo, respectivamente.

5. A deposição nas superfícies de transferência de calor resulta em uma diminuição na espessura dos canais, assim como em uma associada redução na taxa de transferência de calor e em um aumento na queda de pressão.
6. Como $h_f > h_q$, as temperaturas das finas placas de metal irão seguir de perto as da água e, como no Exemplo 11.1, a hipótese de condições de temperatura uniforme para obter h_f e h_q é razoável.
7. Um método para fabricar um trocador de calor deste tipo é apresentado por C.F. McDonald, *Appl. Thermal Engin.*, **20**, 471, 2000.

11.4 *Análise de Trocadores de Calor: O Método da Efetividade-NUT*

É uma tarefa fácil usar o método da média logarítmica das diferenças de temperaturas (MLDT) na análise de trocadores de calor quando as temperaturas dos fluidos na entrada são conhecidas e as temperaturas de saída ou são especificadas ou podem ser determinadas de imediato pelas expressões do balanço de energia, Equações 11.6b e 11.7b. O valor da ΔT_{ml} para o trocador de calor pode, então, ser determinado. Entretanto, se apenas as temperaturas na entrada forem conhecidas, o uso do método da MLDT exige um processo iterativo trabalhoso. Conseqüentemente, é preferível utilizar um procedimento alternativo, conhecido por método da *efetividade*-NUT (ou método ε-NUT).

11.4.1 Definições

Para definir a *efetividade de um trocador de calor*, devemos em primeiro lugar determinar a *taxa de transferência de calor máxima possível*, q_{max}, em um trocador. Essa taxa de transferência de calor poderia, em princípio, ser alcançada em um trocador de calor contracorrente (Figura 11.8) com comprimento infinito. Em tal trocador, um dos fluidos iria apresentar a máxima diferença de temperaturas possível, $T_{q,ent} - T_{f,ent}$. Para ilustrar isso, considere uma situação na qual $C_f < C_q$, na qual, pelas Equações 11.10 e 11.11, $|dT_f| > |dT_q|$. O fluido frio iria então experimentar a maior variação de temperatura e, como $L \rightarrow \infty$, ele seria aquecido até a temperatura de entrada do fluido quente ($T_{f,sai} = T_{q,ent}$). Desta forma, da Equação 11.7b,

$$C_f < C_q: \qquad q_{max} = C_f(T_{q,ent} - T_{f,ent})$$

Analogamente, se $C_q < C_f$, o fluido quente iria experimentar a maior variação de temperatura e seria resfriado até a temperatura de entrada do fluido frio ($T_{q,sai} = T_{f,ent}$). Da Equação 11.6b, obteríamos então

$$C_q < C_f: \qquad q_{max} = C_q(T_{q,ent} - T_{f,ent})$$

Com base nos resultados anteriores, estamos então prontos para escrever a expressão geral

$$q_{max} = C_{min}(T_{q,ent} - T_{f,ent}) \qquad (11.18)$$

onde C_{min} é igual ao menor entre C_f e C_q. Para temperaturas de entrada dos fluidos quente e frio conhecidas, a Equação 11.18 fornece a taxa de transferência de calor máxima que poderia ser alcançada em um trocador. Um rápido exercício mental deve ser capaz de convencer o leitor de que a taxa de transferência de calor máxima possível *não* é igual a $C_{max}(T_{q,ent} - T_{f,ent})$. Se o fluido que apresenta a maior taxa de capacidade calorífica também experimentar a máxima variação de temperatura possível, a conservação de energia na forma $C_f(T_{f,sai} - T_{f,ent}) = C_q(T_{q,ent} - T_{q,sai})$ irá exigir que o outro fluido experimente uma variação de temperatura ainda maior. Por exemplo, se $C_{max} = C_f$ e fosse argumentado que é possível que $T_{f,sai}$ seja igual a $T_{q,ent}$, tem-se que $(T_{q,ent} - T_{q,sai}) = (C_f/C_q)(T_{q,ent} - T_{f,ent})$, ou seja, $(T_{q,ent} - T_{q,sai}) > (T_{q,ent} - T_{f,ent})$. Tal condição é, obviamente, impossível.

Agora fica lógico definir a *efetividade*, ε, como a razão entre a taxa de transferência de calor real em um trocador de calor e a taxa de transferência de calor máxima possível:

$$\varepsilon \equiv \frac{q}{q_{max}} \qquad (11.19)$$

Das Equações 11.6b, 11.7b e 11.18, tem-se que

$$\varepsilon = \frac{C_h(T_{q,ent} - T_{q,sai})}{C_{min}(T_{q,ent} - T_{f,ent})} \qquad (11.20)$$

ou

$$\varepsilon = \frac{C_c(T_{f,sai} - T_{f,ent})}{C_{min}(T_{q,ent} - T_{f,ent})} \qquad (11.21)$$

Por definição, a efetividade, que é adimensional, está no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Ela é útil, pois se ε, $T_{q,ent}$ e $T_{f,ent}$ forem conhecidos, a taxa de transferência de calor real pode ser determinada de imediato pela expressão

$$q = \varepsilon C_{min}(T_{q,ent} - T_{f,ent}) \qquad (11.22)$$

Para qualquer trocador de calor, pode ser mostrado que [5]

$$\varepsilon = f\left(\text{NUT}, \frac{C_{min}}{C_{max}}\right) \qquad (11.23)$$

onde C_{min}/C_{max} é igual a C_f/C_q ou C_q/C_f, dependendo das magnitudes relativas das taxas de capacidades caloríficas dos fluidos quente e frio. O *número de unidades de transferência* (NUT) é um parâmetro adimensional amplamente utilizado na análise de trocadores de calor, sendo definido como

$$\text{NUT} \equiv \frac{UA}{C_{min}} \qquad (11.24)$$

11.4.2 Relações Efetividade-NUT

Para determinar a forma específica da relação efetividade-NUT, Equação 11.23, considere um trocador de calor com *escoamento paralelo* no qual $C_{min} = C_q$. Da Equação 11.20, obtemos então

$$\varepsilon = \frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} \tag{11.25}$$

e, das Equações 11.6b e 11.7b, tem-se que

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{\dot{m}_q c_{p,q}}{\dot{m}_f c_{p,f}} = \frac{T_{f,sai} - T_{f,ent}}{T_{q,ent} - T_{q,sai}} \tag{11.26}$$

Considere agora a Equação 11.13, que pode ser escrita na forma

$$\ln\left(\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) = -\frac{UA}{C_{min}}\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)$$

ou, da Equação 11.24

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \exp\left[-\text{NUT}\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right] \tag{11.27}$$

Rearranjando o lado esquerdo dessa expressão na forma

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{T_{q,sai} - T_{q,ent} + T_{q,ent} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

e substituindo $T_{f,sai}$ a partir da Equação 11.26, tem-se que

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{(T_{q,sai} - T_{q,ent}) + (T_{q,ent} - T_{f,ent}) - (C_{min}/C_{max})(T_{q,ent} - T_{q,sai})}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

ou, a partir da Equação 11.25

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = -\varepsilon + 1 - \left(\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\varepsilon = 1 - \varepsilon\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)$$

Substituindo a expressão anterior na Equação 11.27 e explicitando ε, obtemos para o *trocador de calor com escoamento paralelo*

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{-\text{NUT}[1 + (C_{min}/C_{max})]\}}{1 + (C_{min}/C_{max})} \tag{11.28a}$$

Como exatamente o mesmo resultado pode ser obtido para $C_{min} = C_f$, a Equação 11.28a se aplica para qualquer trocador de calor com escoamento paralelo, independentemente do fato de a taxa de capacidade calorífica mínima estar associada ao fluido quente ou ao fluido frio.

Expressões similares foram desenvolvidas para uma variedade de trocadores de calor [5] e resultados representativos estão resumidos na Tabela 11.3, onde C_r é a *razão entre as taxas de capacidades caloríficas*, $C_r \equiv C_{min}/C_{max}$. Na dedução da Equação 11.31a para um trocador casco e tubos com múltiplos passes no casco, considera-se que o NUT total esteja igualmente distribuído entre os passes nos cascos com a mesma configuração, NUT = n(NUT)$_1$. Para determinar ε, (NUT)$_1$ deve ser calculado em primeiro lugar usando-se a área de transferência de calor de um casco, ε_1 é então calculado com a Equação 11.30a, e ε é finalmente calculado com a Equação 11.31a. Note que, para $C_r = 0$, como em uma caldeira ou em um condensador, ε é dada pela Equação 11.35a para *todas as configurações de escoamento*.

TABELA 11.3 Relações da efetividade de trocadores de calor [5]

Configuração do Escoamento	Relação		
Tubos concêntricos (bitubulares)			
Escoamento paralelo	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NUT}(1 + C_r)]}{1 + C_r}$		(11.28a)
Escoamento contracorrente	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NUT}(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-\text{NUT}(1 - C_r)]}$	$(C_r < 1)$	
	$\varepsilon = \frac{\text{NUT}}{1 + \text{NUT}}$	$(C_r = 1)$	(11.29a)
Casco e tubos			
Um passe no casco (2, 4, ... passes nos tubos)	$\varepsilon_1 = 2\left\{1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \frac{1 + \exp[-(\text{NUT})_1(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-(\text{NUT})_1(1 + C_r^2)^{1/2}]}\right\}^{-1}$		(11.30a)
n Passes no casco ($2n$, $4n$, ... passes nos tubos)	$\varepsilon = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - C_r\right]^{-1}$		(11.31a)
Escoamento cruzado (passe único)			
Dois fluidos não-misturados	$\varepsilon = 1 - \exp\left[\left(\frac{1}{C_r}\right)(\text{NUT})^{0,22}\{\exp[-C_r(\text{NUT})^{0,78}] - 1\}\right]$		(11.32)
C_{max}(misturado), C_{min}(não-misturado)	$\varepsilon = \left(\frac{1}{C_r}\right)(1 - \exp\{-C_r[1 - \exp(-\text{NUT})]\})$		(11.33a)
C_{min}(misturado), C_{max}(não-misturado)	$\varepsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1}\{1 - \exp[-C_r(\text{NUT})]\})$		(11.34a)
Todos os trocadores ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp(-\text{NUT})$		(11.35a)

Assim, nesse caso particular, tem-se que o comportamento do trocador de calor é independente da configuração do escoamento. Para o trocador de calor com escoamento cruzado com ambos os fluidos não-misturados, a Equação 11.32 é exata somente para $C_r = 1$. Entretanto, ela pode ser usada como uma boa aproximação para todos $0 < C_r \leq 1$. Para $C_r = 0$, a Equação 11.35a deve ser usada.

Em cálculos envolvendo o projeto de trocadores de calor (Seção 11.5), é mais conveniente trabalhar com relações ε-NUT na forma

$$\text{NUT} = f\left(\varepsilon, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

Relações explícitas para o NUT em função do ε e C_r são fornecidas na Tabela 11.4. Note que a Equação 11.32 não pode ser manipulada para fornecer uma relação direta do NUT em função de ε e C_r. Observe também que, para determinar o NUT de um trocador de calor casco e tubos com múltiplos passes no casco, ε deveria ser determinado em primeiro lugar para todo o trocador. As variáveis F e ε_1 seriam então calculadas usando-se as Equações 11.31c e 11.31b, respectivamente. O parâmetro E seria determinado em seqüência pela Equação 11.30c e substituído na Equação 11.30b para achar $(\text{NUT})_1$. Finalmente, esse resultado seria multiplicado por n para obter o NUT de todo o trocador, como indicado na Equação 11.31d.

As expressões anteriores estão representadas graficamente nas Figuras 11.10 a 11.15. Ao se usar a Figura 11.13, a abscissa corresponde ao número total de unidades de transferência, $\text{NUT} = n(\text{NUT})_1$. Na Figura 11.15, as linhas contínuas correspondem ao caso de $C_{\min}$ misturado e $C_{\max}$ não-misturado, enquanto as linhas tracejadas correspondem ao caso de $C_{\min}$ não-misturado e $C_{\max}$ misturado. Note que, para $C_r = 0$, todos os trocadores de calor

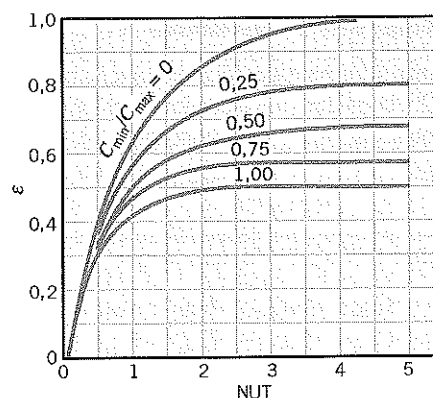



FIGURA 11.10 Efetividade de um trocador de calor com configuração paralela (Equação 11.28).

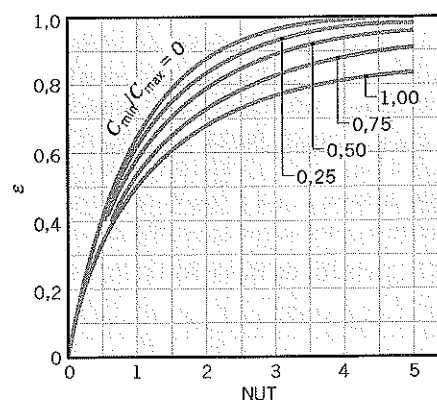



FIGURA 11.11 Efetividade de um trocador de calor com configuração contracorrente (Equação 11.29).

TABELA 11.4 Relações do NUT de trocadores de calor

Configuração do Escoamento	Relação	
Tubos concêntricos (bitubulares)		
Escoamento paralelo	$\text{NUT} = -\dfrac{\ln[1-\varepsilon(1+C_r)]}{1+C_r}$	(11.28b)
Escoamento contracorrente	$\text{NUT} = \dfrac{1}{C_r-1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon C_r-1}\right) \quad (C_r < 1)$	
	$\text{NUT} = \dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (C_r = 1)$	(11.29b)
Casco e tubos		
Um passe no casco (2, 4, ... passes nos tubos)	$(\text{NUT})_1 = -(1+C_r^2)^{-1/2}\ln\left(\dfrac{E-1}{E+1}\right)$	(11.30b)
	$E = \dfrac{2/\varepsilon_1-(1+C_r)}{(1+C_r^2)^{1/2}}$	(11.30c)
n Passes no casco ($2n$, $4n$, ... passes nos tubos)	Use as Equações 11.30b e 11.30c com	
	$\varepsilon_1 = \dfrac{F-1}{F-C_r} \quad F = \left(\dfrac{\varepsilon C_r-1}{\varepsilon-1}\right)^{1/n} \quad \text{NUT} = n(\text{NUT})_1$	(11.31b, c, d)
Escoamento cruzado (passe único)		
$C_{\max}$(misturado), $C_{\min}$(não-misturado)	$\text{NUT} = -\ln\left[1+\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln(1-\varepsilon C_r)\right]$	(11.33b)
$C_{\min}$(misturado), $C_{\max}$(não-misturado)	$\text{NUT} = -\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln[C_r\ln(1-\varepsilon)+1]$	(11.34b)
Todos os trocadores ($C_r = 0$)	$\text{NUT} = -\ln(1-\varepsilon)$	(11.35b)

possuem a mesma efetividade, que pode ser calculada pela Equação 11.35a. Além disso, se NUT $\leqslant$ 0,25, todos os trocadores de calor possuem aproximadamente a mesma efetividade, independentemente do valor de C_r, e ε pode, mais uma vez, ser calculada pela Equação 11.35a. Sendo mais abrangente, quando $C_r > 0$ e NUT $\geqslant$ 0,25, o trocador de calor em contracorrente é o mais efetivo. Para qualquer trocador, os valores máximo e mínimo da efetividade estão associados a $C_r = 0$ e $C_r = 1$, respectivamente.

Como observado anteriormente, no contexto dos trocadores de calor com escoamento cruzado, os termos *misturado* e *não-*

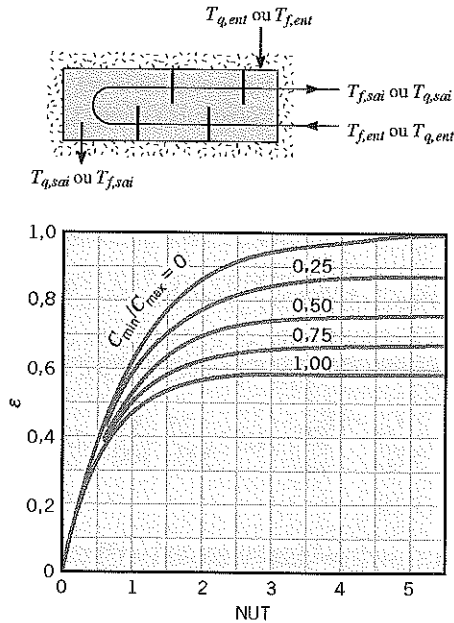



FIGURA 11.12 Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e qualquer múltiplo de dois passes nos tubos (dois, quatro, etc. passes nos tubos) (Equação 11.30).

FIGURA 11.14 Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com os dois fluidos não-misturados (Equação 11.32).

FIGURA 11.13 Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com dois passes no casco e qualquer múltiplo de quatro passes nos tubos (quatro, oito, etc. passes nos tubos) (Equação 11.31 com $n = 2$).

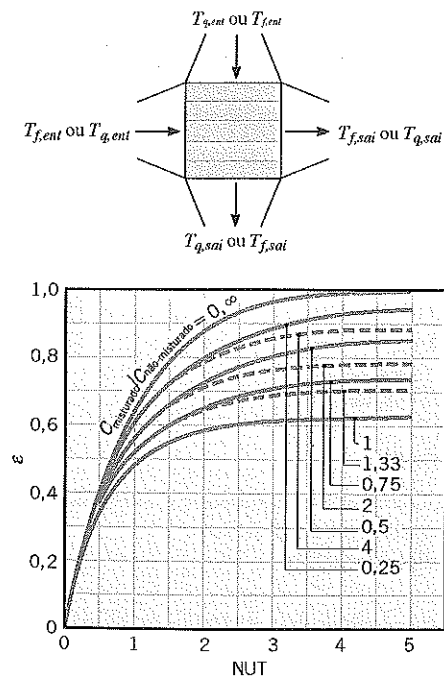



FIGURA 11.15 Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com um fluido misturado e o outro não-misturado (Equações 11.33 e 11.34).

misturado são idealizações representando casos limites de condições reais de escoamento. Isto é, a maioria dos escoamentos não é completamente misturada nem completamente não-misturada, exibindo na verdade níveis parciais de mistura. Esse problema foi tratado por DiGiovanni e Webb [7] e expressões algébricas foram desenvolvidas para determinar a relação ε–NUT para valores arbitrários de mistura parcial.

Também chamamos a atenção para o fato de que os métodos MLDT e ε–NUT abordam a análise de trocadores de calor em uma perspectiva global, não fornecendo informações sobre as condições no interior do trocador. Embora variações de escoamento e de temperatura no interior de um trocador de calor possam ser determinadas usando-se códigos computacionais comerciais de CFD (*computational fluid dynamic* – fluidodinâmica computacional), procedimentos numéricos mais simples podem ser empregados. Tais procedimentos foram usados por Ribando et al. para determinar variações de temperatura em trocadores de calor bitubulares e casco e tubos [8].

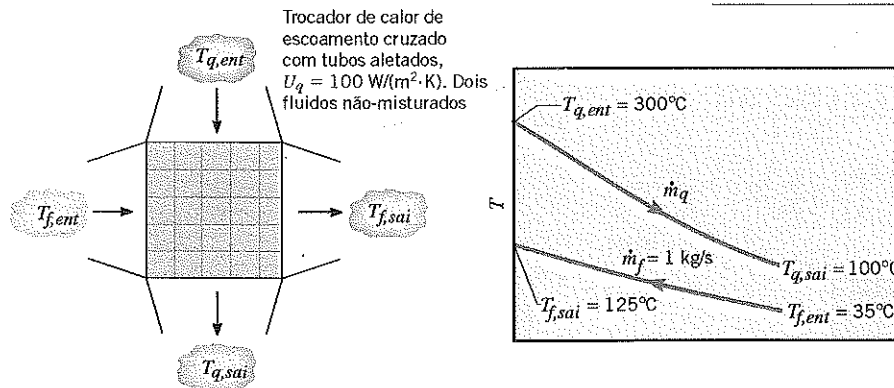
EXEMPLO 11.3

Gases quentes de exaustão, a uma temperatura de 300°C, entram em um trocador de calor com tubos aletados e escoamento cruzado e deixam esse trocador a 100°C, sendo usados para aquecer uma vazão de 1 kg/s de água pressurizada de 35°C a 125°C. O calor específico dos gases de exaustão é de aproximadamente 1000 J/(kg·K) e o coeficiente global de transferência de calor baseado na área superficial no lado do gás é igual a U_q = 100 W/(m²·K). Utilizando o método ε–NUT, determine a área superficial no lado do gás, A_q, necessária para a troca térmica.

SOLUÇÃO

Dados: Temperaturas de entrada e de saída dos gases quentes e da água utilizados em um trocador de calor com escoamento cruzado e tubos aletados. Vazão mássica da água e coeficiente global de transferência de calor baseado na área da superfície no lado do gás.

Achar: Área superficial no lado do gás.

Esquema:

Considerações:

1. Perda de calor para a vizinhança e variações nas energias cinética e potencial desprezíveis.
2. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.6, água (T_f = 80°C): $c_{p,f}$ = 4197 J/(kg·K). Gases de exaustão: $c_{p,q}$ = 1000 J/(kg·K).

Análise: A área superficial requerida pode ser obtida a partir do conhecimento do número de unidades de transferência, o qual, por sua vez, pode ser obtido com o conhecimento da razão entre as taxas de capacidades caloríficas e da efetividade. Para determinar a taxa de capacidade calorífica mínima, iniciamos calculando

$$C_f = \dot{m}_f c_{p,f} = 1\ \text{kg/s} \times 4197\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)} = 4197\ \text{W/K}$$

Como $\dot{m}_q$ não é especificada, C_q é obtida pela combinação dos balanços globais de energia, Equações 11.6b e 11.7b:

$$C_q = \dot{m}_q c_{p,q} = C_f \frac{T_{f,sai} - T_{f,ent}}{T_{q,ent} - T_{q,sai}} = 4197 \frac{125 - 35}{300 - 100} = 1889\ \text{W/K} = C_{\min}$$

Da Equação 11.18

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{q,ent} - T_{f,ent}) = 1889\ \text{W/K}\,(300 - 35)°\text{C} = 5{,}00 \times 10^5\ \text{W}$$

Pela Equação 11.7b, a taxa de transferência de calor real é

$$q = \dot{m}_f c_{p,f}(T_{f,sai} - T_{f,ent}) = 1\ \text{kg/s} \times 4197\ \text{J/(kg}\cdot\text{K)}(125 - 35)°\text{C}$$
$$q = 3{,}78 \times 10^5\ \text{W}$$

Assim, pela Equação 11.19, a efetividade é

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{3{,}78 \times 10^5\ \text{W}}{5{,}00 \times 10^5\ \text{W}} = 0{,}75$$

Com

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1889}{4197} = 0{,}45$$

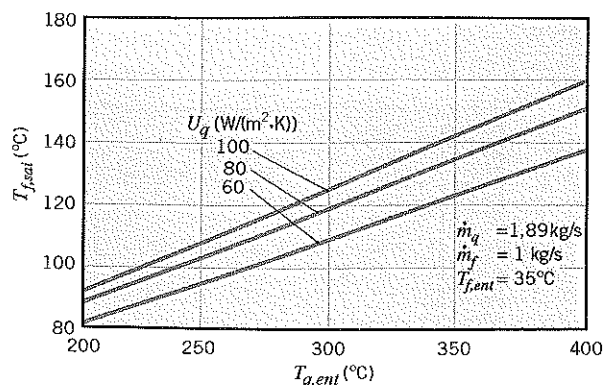
tem-se que, com base na Figura 11.14, que

$$\text{NUT} = \frac{U_q A_q}{C_{\min}} \approx 2{,}1$$

ou

$$A_q = \frac{2{,}1(1889\ \text{W/K})}{100\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 39{,}7\ \text{m}^2 \quad \triangleleft$$

Comentários: Com o trocador de calor dimensionado (A_q = 39,7 m^2) e colocado em operação, o seu desempenho real está sujeito a variações incontroláveis na temperatura de entrada dos gases de exaustão ($200 \leq T_{q,ent} \leq 400$°C) e à degradação gradual das superfícies do trocador devido à deposição (U_q diminui de 100 para 60 W/(m^2·K)). Para um valor fixo de $C_{min} = C_q = 1889$ W/K, a redução no valor de U_q corresponde a uma redução no valor de NUT (para NUT $\approx$ 1,26) e, portanto, a uma redução na efetividade do trocador de calor, que pode ser calculada pela Equação 11.32. Os efeitos dessas variações sobre a temperatura de saída da água foram calculados e o gráfico ao lado apresenta os resultados.

Se a intenção é manter uma temperatura da água na saída fixa e igual a $T_{f,sai}$ = 125°C, poderiam ser feitos ajustes nas vazões, $\dot{m}_f$ e $\dot{m}_q$, a fim de compensar essas variações. As equações do modelo podem ser usadas para determinar tais ajustes e, desta forma, servem como base para o projeto do *controlador* necessário.

11.5 *Cálculos de Projeto e de Desempenho de Trocadores de Calor: Uso do Método Efetividade-NUT*

Dois tipos gerais de problemas envolvendo trocadores de calor são comumente encontrados pelo engenheiro que trabalha nesta área.

No *problema de projeto de trocadores*, as temperaturas de entrada dos fluidos e suas vazões, assim como as temperaturas de saída dos fluidos quente e frio desejadas, estão especificadas. O problema de projeto é, então, o de especificar o tipo do trocador de calor e determinar a sua dimensão — isto é, a área da superfície de transferência de calor A — requerida para se alcançar as temperaturas de saída desejadas. O problema de projeto é normalmente encontrado quando um trocador de calor deve ser especialmente construído para uma aplicação específica. Alternativamente, em um *cálculo de desempenho de trocador de calor*, um trocador de calor existente é analisado para determinar a taxa de transferência de calor e as temperaturas de saída dos fluidos para condições especificadas de vazões e temperaturas de entrada. O cálculo de desempenho está comumente associado ao uso de tipos e tamanhos de trocadores de calor fora dos padrões disponíveis em um fornecedor.

Em problemas de projeto de trocadores de calor, o método ε-NUT pode ser usado calculando-se primeiramente ε e (C_{min}/C_{max}). A equação apropriada (ou gráfico) pode então ser usada para obter o valor do NUT, que por sua vez pode ser utilizado para determinar A. Em um cálculo de desempenho, os valores do NUT e de (C_{min}/C_{max}) podem ser calculados e o valor de ε pode, então, ser determinado com a equação apropriada (ou gráfico) para um tipo específico de trocador. Como q_{max} também pode ser calculada pela Equação 11.18, torna-se uma questão simples determinar a taxa de transferência de calor real a partir da exigência de que $q = \varepsilon q_{max}$. As temperaturas de saída dos dois fluidos podem, então, ser determinadas pelas Equações 11.6b e 11.7b.

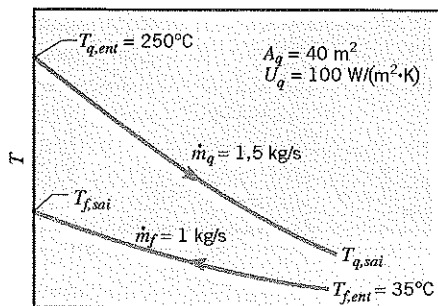
Exemplo 11.4

Considere o projeto do trocador de calor do Exemplo 11.3, ou seja, de um trocador com tubos aletados e escoamento cruzado, com um coeficiente global de transferência de calor baseado na área no lado do gás e uma área no lado do gás de 100 W/(m^2·K) e 40 m^2, respectivamente. A vazão mássica e a temperatura de entrada da água permanecem iguais a 1 kg/s e 35°C. Entretanto, uma mudança nas condições operacionais do gerador de gases quentes faz com que os gases passem a entrar no trocador de calor a uma vazão de 1,5 kg/s e a uma temperatura de 250°C. Qual é a taxa de transferência de calor no trocador e quais são as temperaturas de saída do gás e da água?

Solução

Dados: Condições de entrada dos fluidos quente e frio em um trocador de calor com tubos aletados e escoamento cruzado, com área de transferência de calor e coeficiente global de transferência de calor conhecidos.

Achar: Taxa de transferência de calor e temperatura de saída dos fluidos.

Esquema:

Considerações:

1. Perda de calor para a vizinhança e variações nas energias cinética e potencial desprezíveis.
2. Propriedades constantes (as mesmas do Exemplo 11.3).

Análise: O problema pode ser classificado como um de *cálculo do desempenho* de um trocador de calor. As taxas de capacidades caloríficas são

$$C_f = \dot{m}_f c_{p,f} = 1\,\text{kg/s} \times 4197\,\text{J/(kg·K)} = 4197\,\text{W/K}$$
$$C_q = \dot{m}_q c_{p,q} = 1{,}5\,\text{kg/s} \times 1000\,\text{J/(kg·K)} = 1500\,\text{W/K} = C_{\min}$$

então

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1500}{4197} = 0{,}357$$

O número de unidades de transferência é

$$\text{NUT} = \frac{U_q A_q}{C_{\min}} = \frac{100\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \times 40\,\text{m}^2}{1500\,\text{W/K}} = 2{,}67$$

Com base na Figura 11.14, a efetividade do trocador de calor é então $\varepsilon \approx 0{,}82$ e, a partir da Equação 11.18, a taxa de transferência de calor máxima possível é

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{q,ent} - T_{f,ent}) = 1500\,\text{W/K}\,(250 - 35)°\text{C} = 3{,}23 \times 10^5\,\text{W}$$

Assim, com base na definição de ε, Equação 11.19, a taxa de transferência de calor real é

$$q = \varepsilon q_{\max} = 0{,}82 \times 3{,}23 \times 10^5\,\text{W} = 2{,}65 \times 10^5\,\text{W} \quad \triangleleft$$

Agora, torna-se uma questão simples a determinação das temperaturas de saída pelos balanços de energia globais. A partir da Equação 11.6b

$$T_{q,sai} = T_{q,ent} - \frac{q}{\dot{m}_q c_{p,q}} = 250°\text{C} - \frac{2{,}65 \times 10^5\,\text{W}}{1500\,\text{W/K}} = 73{,}3°\text{C} \quad \triangleleft$$

e da Equação 11.7b

$$T_{f,sai} = T_{f,ent} + \frac{q}{\dot{m}_f c_{p,f}} = 35°\text{C} + \frac{2{,}65 \times 10^5\,\text{W}}{4197\,\text{W/K}} = 98{,}1°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Com base na Equação 11.32, $\varepsilon = 0{,}845$, o que está em boa concordância com a estimativa obtida no gráfico.
2. De maneira implícita, foi considerado que o valor do coeficiente global de transferência de calor permaneceu inalterado com a variação em $\dot{m}_q$. Na realidade, com uma redução de aproximadamente 20% no valor de $\dot{m}_q$, haveria uma redução em U_q que, apesar de ser percentualmente menor, ainda assim seria significativa.
3. Como discutido no Comentário do Exemplo 11.3, poderiam ser feitos ajustes na vazão para manter uma temperatura de saída da água fixa. Se, por exemplo, a temperatura de saída tivesse que ser mantida em $T_{f,sai} = 125°\text{C}$, a vazão da água deveria ser reduzida para o valor dado pela Equação 11.7b. Isto é,

$$\dot{m}_f = \frac{q}{c_{p,f}(T_{f,sai} - T_{f,ent})} = \frac{2{,}65 \times 10^5\,\text{W}}{4197\,\text{J/(kg·K)}(125 - 35)°\text{C}}$$
$$= 0{,}702\,\text{kg/s}$$

Mais uma vez, foi admitido que a variação na vazão tem um efeito desprezível no valor de U_q. Nesse caso essa hipótese é boa, uma vez que a contribuição dominante para o valor de U_q é do coeficiente de transferência de calor no lado do gás e não do coeficiente no lado da água.

Exemplo 11.5

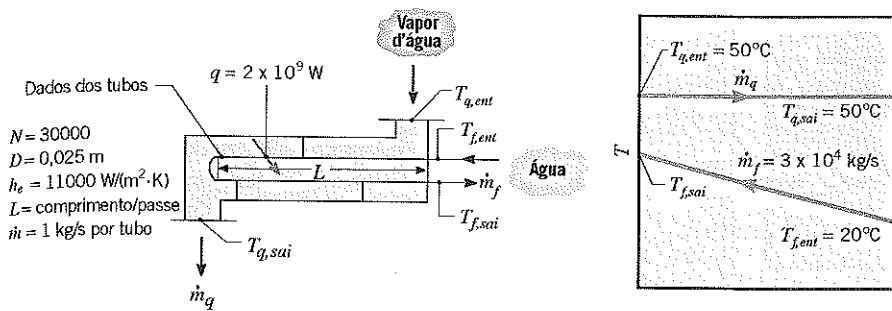
O condensador de uma grande usina de potência a vapor é um trocador de calor no qual há a condensação de vapor d'água em água líquida. Considere que o condensador é um trocador de calor *casco e tubos* com um único casco e 30.000 tubos, cada um efetuando dois passes. Os tubos possuem parede delgada e diâmetro $D = 25$ mm, e o vapor condensa sobre a superfície externa dos tubos, com um coeficiente de transferência de calor associado à condensação igual a $h_e = 11.000$ W/(m²·K). A taxa de transferência de calor que deve ser efetivada é de $q = 2 \times 10^9$ W, e isto é atingido pela passagem de água de resfriamento através dos tubos a uma vazão de 3×10^4 kg/s (a vazão em cada tubo é portanto de 1 kg/s). A água entra nos tubos a 20°C, enquanto o vapor condensa a uma temperatura de 50°C. Qual é a temperatura da água de resfriamento na saída do condensador? Qual deve ser o comprimento L por passe dos tubos?

Solução

Dados: Trocador de calor com um casco e 30000 tubos com dois passes cada um.

Achar:

1. Temperatura de saída da água de resfriamento.
2. Comprimento do tubo por passe para atingir a transferência de calor requerida.

Esquema:

Considerações:

1. Transferência de calor entre o trocador e a vizinhança e variações nas energias cinética e potencial desprezíveis.
2. Escoamento e condições térmicas no interior dos tubos plenamente desenvolvidos.
3. Resistência térmica no material do tubo e efeitos da deposição desprezíveis.
4. Propriedades constantes.

Propriedades: Tabela A.6, água (admita $\bar{T}_f \approx 27°C = 300$ K): $\rho = 997$ kg/m³, $c_p = 4179$ J/(kg·K), $\mu = 855 \times 10^{-6}$ N·s/m², $k = 0,613$ W/(m·K), $Pr = 5,83$.

Análise:

1. A temperatura de saída da água de resfriamento pode ser obtida pelo balanço de energia global, Equação 11.7b. Conseqüentemente,

$$T_{f,sai} = T_{f,ent} + \frac{q}{\dot{m}_f c_{p,f}} = 20°C + \frac{2 \times 10^9 \text{ W}}{3 \times 10^4 \text{ kg/s} \times 4179 \text{ J/(kg·K)}}$$

$$T_{f,sai} = 36,0°C \quad \triangleleft$$

2. O problema pode ser classificado como de *cálculo de projeto de trocador de calor*. Em primeiro lugar, determinamos o coeficiente global de transferência de calor para ser utilizado no método ε-NUT.

A partir da Equação 11.5

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_e)}$$

onde h_i pode ser estimado por uma correlação do escoamento interno. Com

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 1 \text{ kg/s}}{\pi(0,025 \text{ m})855 \times 10^{-6} \text{ N·s/m}^2} = 59567$$

o escoamento é turbulento e usando a Equação 8.60

$$Nu_D = 0,023\, Re_D^{4/5} Pr^{0,4} = 0,023(59567)^{0,8}(5,83)^{0,4} = 308$$

Assim,

$$h_i = Nu_D \frac{k}{D} = 308 \frac{0,613 \text{ W/(m·K)}}{0,025 \text{ m}} = 7543 \text{ W/(m}^2\text{·K)}$$

$$U = \frac{1}{[(1/7543) + (1/11000)] \text{ m}^2\text{·K/W}} = 4474 \text{ W/(m}^2\text{·K)}$$

Usando a metodologia de cálculo de projeto, observamos que

$$C_q = C_{max} = \infty$$

e

$$C_{min} = \dot{m}_f c_{p,f} = 3 \times 10^4 \text{ kg/s} \times 4179 \text{ J/(kg·K)} = 1,25 \times 10^8 \text{ W/K}$$

a partir da qual

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = C_r = 0$$

A taxa de transferência de calor máxima possível é

$$q_{max} = C_{min}(T_{q,ent} - T_{f,ent}) = 1,25 \times 10^8 \text{ W/K} \times (50 - 20) \text{ K} = 3,76 \times 10^9 \text{ W}$$

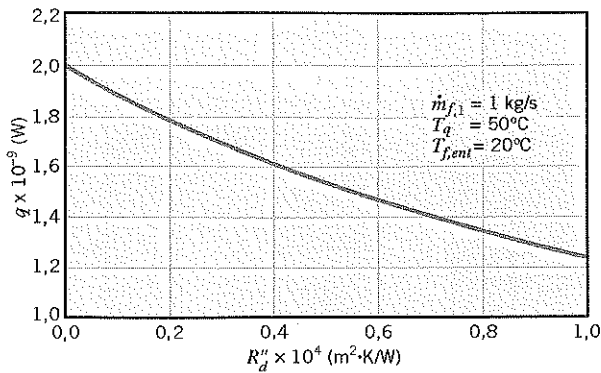
a partir da qual

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{2 \times 10^9 \text{ W}}{3,76 \times 10^9 \text{ W}} = 0,532$$

Com a Equação 11.35b ou na Figura 11.12, achamos que NUT = 0,759. Da Equação 11.24, tem-se que o comprimento dos tubos por passe é

$$L = \frac{\text{NUT} \cdot C_{min}}{U(N2\pi D)} = \frac{0,759 \times 1,25 \times 10^8 \text{ W/K}}{4474 \text{ W/(m}^2\text{·K)}(30000 \times 2 \times \pi \times 0,025 \text{ m})} = 4,51 \text{ m} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Lembre que L é o comprimento do tubo por passe, e neste caso o comprimento total por tubo é de 9,0 m. O comprimento total de todos os tubos no condensador é $N \times L \times 2 = 30000 \times 4,51 \text{ m} \times 2 = 271000$ m ou 271 km.
2. Com o transcorrer do tempo, o desempenho do trocador de calor piora devido à deposição sobre as superfícies interna e externa dos tubos. Uma programação exemplo de manutenção indicaria a retirada do trocador da linha de processo e a limpeza dos seus tubos quando os fatores de deposição atingissem os valores de $R''_{d,i} = R''_{d,e} = 10^{-4}$ m²·K/W. Para determinar o efeito da deposição no desempenho do trocador, o método ε–NUT pode ser utilizado para calcular a taxa de transferência de calor total em função do fator de deposição, com $R''_{d,e}$ considerado igual a $R''_{d,i}$. Os seguintes resultados são obtidos:

Para manter a exigência de $q = 2 \times 10^9$ W com a deposição máxima permissível e a restrição de $\dot{m}_{f,1} = 1$ kg/s, o comprimento dos tubos ou o número de tubos tem que ser aumentado. Mantendo o comprimento por passe em $L = 4,51$ m, seriam necessários $N = 48300$ tubos para transferir 2×10^9 W para $R''_{d,i} = R''_{d,e} = 10^{-4}$ m²·K/W. O aumento correspondente na vazão mássica total para $\dot{m}_f = N\dot{m}_{f,1} = 48300$ kg/s teria o efeito colateral benéfico de reduzir a temperatura de saída da água para $T_{f,sai} = 29,9$°C, diminuindo dessa forma os danos potenciais que estariam associados à sua descarga no meio ambiente. O comprimento adicional dos tubos associado ao aumento do número de tubos para $N = 48300$ é de 165 km, que resultaria em um aumento significativo no custo de capital do condensador.

3. A planta de potência a vapor gera 1250 MW de eletricidade com um valor de venda de \$0,05 por kW·h. Se a planta for parada por 48 horas para limpar os tubos do condensador, a perda de receita do proprietário da planta é de 48 h $\times$ 1250 $\times$ 10^6 W $\times$ \$0,05/(1 $\times$ 10^3 W·h) = \$3 milhões.
4. Admitindo condições de superfície lisa no interior de cada tubo, o fator de atrito pode ser determinado pela Equação 8.20b, $f = 0,184(59567)^{-0,2} = 0,020$. A queda de pressão em um tubo de comprimento $L = 9$ m pode ser determinada pela Equação 8.22a, na qual $u_m = 4\dot{m}/(\rho\pi D^2) = (4 \times 1$ kg/s)/(997 kg/m³ $\times$ π $\times$ 0,025² m²) = 2,04 m/s.

$$\Delta p = f\frac{\rho u_m^2}{2D}L = 0,020\frac{997\,\text{kg/m}^3(2,04\,\text{m/s})^2}{2(0,025\,\text{m})}9,0\,\text{m} = 15300\,\text{N/m}^2$$

Conseqüentemente, a potência requerida para bombear a água de resfriamento através dos 48300 tubos pode ser encontrada usando a Equação 8.22b e é

$$P = \frac{\Delta p\dot{m}}{\rho} = \frac{15300\,\text{N/m}^2 \times 48300\,\text{kg/s}}{997\,\text{kg/m}^3} = 742000\,\text{W} = 0,742\,\text{MW}$$

A bomba da água de resfriamento é impulsionada por um motor elétrico. Sendo a eficiência da combinação bomba-motor igual a 87%, o custo anual em função das perdas por atrito nos tubos do condensador é de 24 h/dia $\times$ 365 dias/ano $\times$ 0,742 $\times$ 10^6 W $\times$ \$0,05/1 $\times$ 10^3 W·h/0,87 = \$374000.

5. Projetos ótimos de condensadores são baseados no desempenho térmico desejado e em considerações ambientais, assim como nos custos de capital, nos custos operacionais e nos custos de manutenção associados ao equipamento.

11.6 *Trocadores de Calor Compactos*

Como discutido na Seção 11.1, *trocadores de calor compactos* são tipicamente utilizados quando se deseja uma elevada área de transferência de calor por unidade de volume e pelo menos um dos fluidos é um gás. Muitas configurações tubulares e com placas foram analisadas, onde as diferenças básicas estão principalmente no projeto e no arranjo das aletas. As características da transferência de calor e do escoamento foram determinadas para configurações específicas e são tipicamente apresentadas no formato das Figuras 11.16 e 11.17. Resultados da transferência de calor são correlacionados em termos do fator j de Colburn, $j_C = StPr^{2/3}$ e do número de Reynolds, com o número de Stanton ($St = h/Gc_p$) e o número de Reynolds ($Re = GD_h/\mu$) baseados na velocidade mássica máxima

$$G \equiv \rho V_{\text{max}} = \frac{\rho V A_{\text{fr}}}{A_{\text{el}}} = \frac{\dot{m}}{A_{\text{el}}} = \frac{\dot{m}}{\sigma A_{\text{fr}}} \tag{11.36}$$

A grandeza σ é a razão entre a área livre mínima para o escoamento através das passagens aletadas (área da seção transversal normal à direção de escoamento), A_{el}, e a área frontal, A_{fr}, do trocador de calor. Os valores de σ, D_h (o diâmetro hidráulico da passagem para o escoamento), α (a área da superfície de transferência de calor pelo volume total do trocador), A_a/A (a razão entre a área das aletas e a área total de transferência de calor), e outros parâmetros geométricos são informados para cada configuração. A razão A_a/A é usada na Equação 11.3 para avaliar a eficiência global da superfície, η_o. Em um cálculo de projeto, α seria usado para determinar o volume requerido do trocador de calor, após a determinação da área de transferência de calor total; em um cálculo de desempenho ele seria utilizado para determinar a área a partir do conhecimento do volume do trocador de calor.

No cálculo de trocadores de calor compactos, informações empíricas, como as fornecidas nas Figuras 11.16 e 11.17, seriam usadas em primeiro lugar para determinar o coeficiente convectivo médio nas superfícies aletadas. O coeficiente global de transferência de calor seria então determinado, e, usando-se o método ε-NUT, seriam efetuados os cálculos de projeto ou de desempenho do trocador de calor.

A queda de pressão associada ao escoamento através de matrizes de tubos aletados, como os mostrados nas Figuras 11.16 e 11.17, pode ser calculada pela expressão

$$\Delta p = \frac{G^2 v_{ent}}{2}\left[(1 + \sigma^2)\left(\frac{v_{sai}}{v_{ent}} - 1\right) + f\frac{A}{A_{\text{el}}}\frac{v_m}{v_{ent}}\right] \tag{11.37}$$

onde v_{ent} e v_{sai} são volumes específicos do fluido na entrada e na saída, e $v_m = (v_{ent} + v_{sai})/2$. A primeira parcela no lado direito da Equação 11.37 leva em consideração os efeitos cumulativos de variação de pressão devida à aceleração e desacelera-

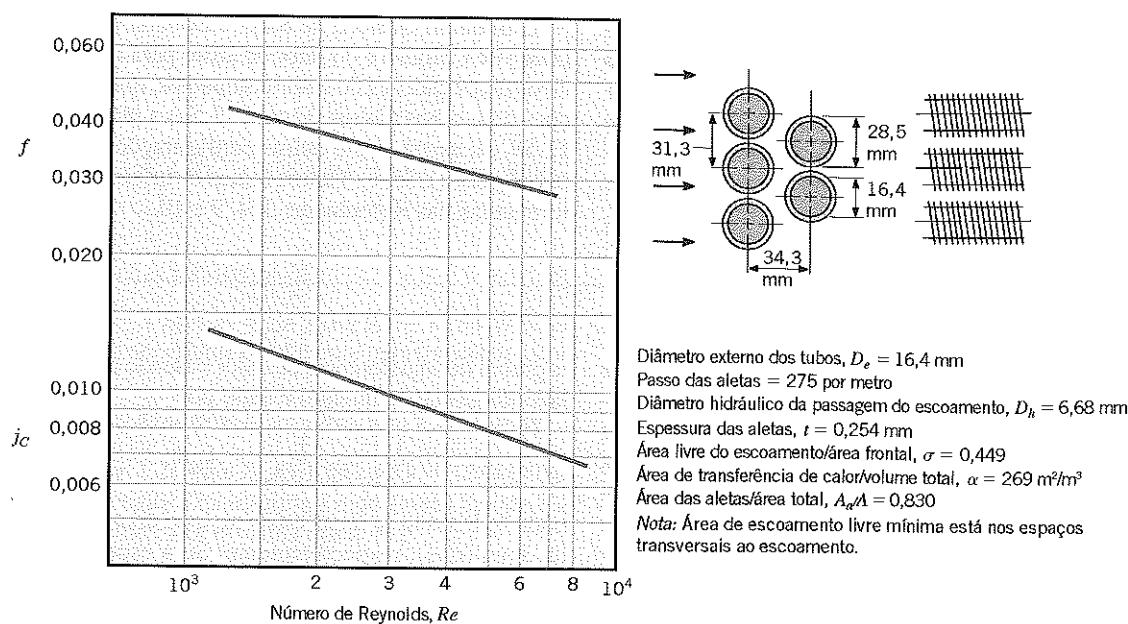



FIGURA 11.16 Transferência de calor e fator de atrito para um trocador de calor com tubos e aletas circulares, superfície CF-7.0-5/8J, em Kays e London [5].

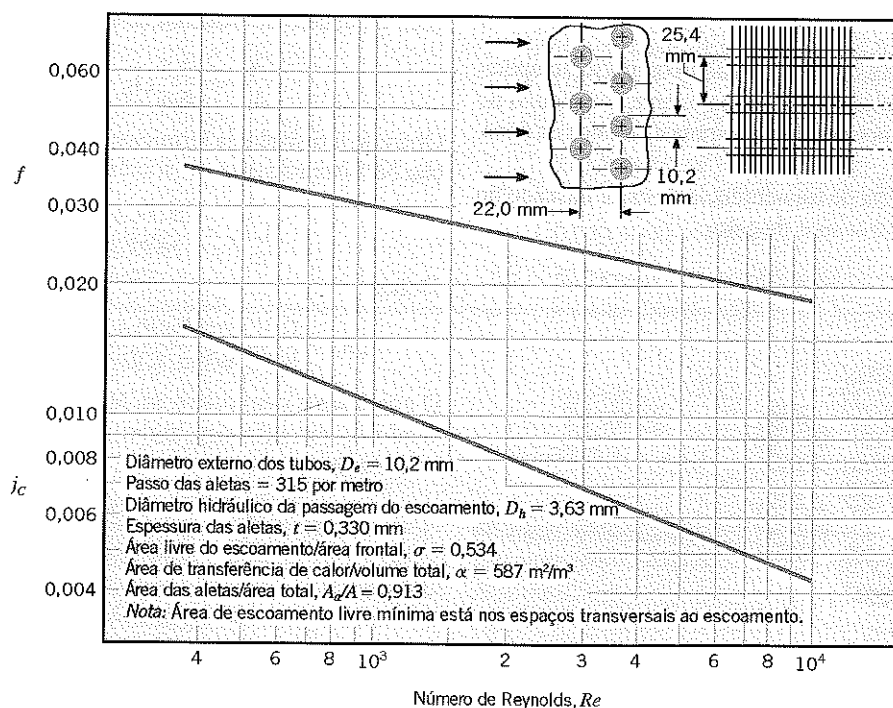



FIGURA 11.17 Transferência de calor e fator de atrito para um trocador de calor com tubos circulares e aletas contínuas, superfície 8.0-3/8T, em Kays e London [5].

ção do fluido não viscoso na entrada e na saída do trocador, respectivamente. Os efeitos são reversíveis e, se as variações na massa específica do fluido puderem ser desprezadas ($v_{ent} \simeq v_{sai}$), a parcela é desprezível. A segunda parcela leva em conta as perdas devido à fricção no fluido no núcleo do trocador, com condições plenamente desenvolvidas sendo consideradas presentes em todo esse núcleo. Para uma dada configuração do núcleo do trocador, o fator de atrito é conhecido em função do número de Reynolds, como, por exemplo, nas Figuras 11.16 e 11.17; e para uma dada dimensão de trocador de calor, a razão entre áreas pode ser avaliada a partir da relação $(A/A_{el}) = (\alpha V/\sigma A_{fr})$, onde V é o volume total do trocador de calor.

A Equação 11.37 não leva em conta as perdas irreversíveis devido aos efeitos viscosos na entrada e na saída do trocador de calor. As perdas dependem da natureza do duto usado para transportar os fluidos para e saindo do núcleo do trocador. Se a transição entre o

duto de transporte e o núcleo ocorre com pouca separação do fluido, as perdas são pequenas. Contudo, se houver mudanças abruptas entre a área da seção transversal dos dutos e a área livre para o escoamento no trocador, a separação é relevante e as perdas correspondentes são grandes. As perdas na entrada e na saída podem ser estimadas com base em *coeficientes de contração* e de *expansão* empíricos obtidos para uma variedade de geometrias de núcleos [5].

O trabalho clássico de Kays e London [5] fornece dados do fator j de Colburn e do fator de atrito para muitos diferentes núcleos de trocadores de calor compactos, que incluem configurações com tubos planos (Figura 11.5*a*) e placas aletadas (Figura 11.5*d*, *e*), assim como outras configurações com tubos circulares (Figura 11.5*b*, *c*). Outras fontes de informação excelentes são fornecidas nas Referências 3, 4, 9 e 10.

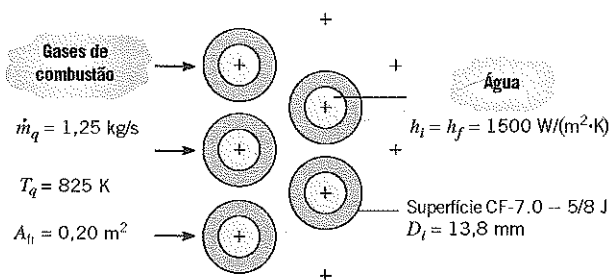
EXEMPLO 11.6

Considere um trocador de calor compacto com tubos aletados que possui um núcleo com a configuração da Figura 11.16. A estrutura do núcleo é construída em alumínio e os tubos possuem um diâmetro interno de 13,8 mm. Em uma aplicação que envolve a recuperação de calor, água escoa através dos tubos proporcionando um coeficiente convectivo interno de $h_i = 1500$ W/(m²·K), enquanto gases de combustão, a 1 atm e 825 K, escoam em escoamento cruzado sobre os tubos. Se a vazão do escoamento do gás é de 1,25 kg/s e a área frontal é de 0,20 m², qual é o valor do coeficiente global de transferência de calor baseado no lado do gás? Se uma vazão de 1 kg/s de água deve ser aquecida de 290 a 370 K, qual é o volume do trocador de calor necessário?

SOLUÇÃO

Dados: Geometria de um trocador de calor compacto, temperatura e vazão do escoamento de gás, e coeficiente convectivo no lado da água. Vazão e temperaturas de entrada e de saída da água.

Achar: Coeficiente global de transferência de calor baseado no lado do gás. Volume do trocador de calor.

Esquema:

Considerações:

1. Gás com propriedades do ar atmosférico a uma temperatura média suposta de 700 K.
2. Deposição desprezível.

Propriedades: Tabela A.1, alumínio ($T \approx 300$ K): $k = 237$ W/(m·K). Tabela A.4, ar ($p = 1$ atm, $\bar{T} = 700$ K): $c_p = 1075$ J/(kg·K), $\mu = 338{,}8 \times 10^{-7}$ N·s/m², $Pr = 0{,}695$. Tabela A.6, água ($\bar{T} = 330$ K): $c_p = 4184$ J/(kg·K).

Análise: Fazendo referência à Equação 11.1, o gás de combustão e a água são, respectivamente, os fluidos quente e frio. Assim, desprezando os efeitos da deposição e reconhecendo que a superfície interna do tubo não possui aletas ($\eta_{o,f} = 1$), o coeficiente global de transferência de calor baseado na área superficial no lado do gás (lado quente) é dado por

$$\frac{1}{U_q} = \frac{1}{h_f(A_f/A_q)} + A_q R_p + \frac{1}{\eta_{o,q} h_q}$$

onde A_q e A_f são as áreas totais no lado do gás (quente) e no lado da água (frio), respectivamente. Se a espessura das aletas for considerada desprezível, pode ser mostrado facilmente que

$$\frac{A_f}{A_q} \approx \frac{D_i}{D_e}\left(1 - \frac{A_{a,q}}{A_q}\right)$$

onde $A_{a,q}$ é a porção da área total no lado do gás associada às aletas. A aproximação possui erro de até 10% e para as condições do núcleo do trocador de calor (Figura 11.16)

$$\frac{A_f}{A_q} \approx \frac{13{,}8}{16{,}4}(1 - 0{,}830) = 0{,}143$$

Obtendo a resistência térmica condutiva na parede com a Equação 3.28, tem-se que

$$A_q R_p = \frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi Lk/A_q} = \frac{D_i \ln(D_e/D_i)}{2k(A_f/A_q)}$$

Donde

$$A_q R_p = \frac{(0{,}0138\,\text{m})\ln(16{,}4/13{,}8)}{2(237\,\text{W/(m}\cdot\text{K))}(0{,}143)} = 3{,}51 \times 10^{-5}\,\text{m}^2\cdot\text{K/W}$$

O coeficiente convectivo no lado do gás pode ser obtido utilizando-se, em primeiro lugar, a Equação 11.36 para avaliar a velocidade mássica:

$$G = \frac{\dot{m}}{\sigma A_{fr}} = \frac{1{,}25\,\text{kg/s}}{0{,}449 \times 0{,}20\,\text{m}^2} = 13{,}9\,\text{kg/(s}\cdot\text{m}^2)$$

Donde

$$Re = \frac{13{,}9\,\text{kg/(s}\cdot\text{m}^2) \times 6{,}68 \times 10^{-3}\,\text{m}}{338{,}8 \times 10^{-7}\,\text{kg/(s}\cdot\text{m)}} = 2740$$

e a partir da Figura 11.16, $j_C \approx 0{,}010$. Portanto,

$$h_q \approx 0{,}010\frac{Gc_p}{Pr^{2/3}} = 0{,}010\frac{(13{,}9\,\text{kg/(s}\cdot\text{m}^2))(1075\,\text{J/(kg}\cdot\text{K))}}{(0{,}695)^{2/3}}$$

$$= 190\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Para obter a eficiência global da superfície no lado quente usando a Equação 11.3, a eficiência da aleta deve ser antes determinada na Figura 3.19. Com $r_{2c} = 14{,}38$ mm, $r_2/r_1 = 1{,}75$, $L_c = 6{,}18$ mm, $A_p = 1{,}57 \times 10^{-6}$ m² e $L_c^{3/2}(h_q/kA_p)^{1/2} = 0{,}34$; tem-se que $\eta_a \approx 0{,}89$. Dessa forma,

$$\eta_{o,q} = 1 - \frac{A_a}{A}(1 - \eta_a) = 1 - 0{,}830(1 - 0{,}89) = 0{,}91$$

Obtemos, então,

$$\frac{1}{U_q}=\left(\frac{1}{1500\times 0{,}143}+3{,}51\times 10^{-5}+\frac{1}{0{,}91\times 190}\right)\text{m}^2\cdot\text{K/W}$$

$$\frac{1}{U_q}=(4{,}66\times 10^{-3}+3{,}51\times 10^{-5}+5{,}78\times 10^{-3})=0{,}010\,\text{m}^2\cdot\text{K/W}$$

ou

$$U_q=100\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \qquad \triangleleft$$

Com $C_f = \dot{m}_f\, c_{p,f}$ = 1 kg/s × 4184 J/(kg·K) = 4184 W/K, o trocador de calor deve ser grande o suficiente para transferir calor na quantidade

$$q=C_f(T_{f,sai}-T_{f,ent})=4184\ \text{W/K}\,(370-290)\ \text{K}=3{,}35\times 10^5\ \text{W}$$

Com $C_q = \dot{m}_q c_{p,q}$ = 1,25 kg/s × 1075 J/(kg·K) = 1344 W/K, a taxa de capacidade calorífica mínima é a do fluido quente e a taxa de transferência de calor máxima possível é

$$q_{\max}=C_{\min}(T_{q,ent}-T_{f,ent})=1344\ \text{W/K}\,(825-290)\ \text{K}=7{,}19\times 10^5\ \text{W}$$

Tem-se que

$$\varepsilon=\frac{q}{q_{\max}}=\frac{3{,}35\times 10^5\ \text{W}}{7{,}19\times 10^5\ \text{W}}=0{,}466$$

Dessa forma, com (C_{min}/C_{max}) = 0,321, a Figura 11.14 (trocador de calor com escoamento cruzado com os dois fluidos não-misturados) fornece

$$\text{NUT}=\frac{U_qA_q}{C_{\min}}\approx 0{,}65$$

A área da superfície de transferência de calor no lado do gás necessária é, então,

$$A_q=\frac{0{,}65\times 1344\ \text{W/K}}{100\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}}=8{,}7\ \text{m}^2$$

Com a área da superfície no lado do gás por unidade de volume do trocador de calor correspondendo a α = 269 m²/m³ (Figura 11.16), o volume requerido para o trocador de calor é

$$V=\frac{A_q}{\alpha}=\frac{8{,}7\ \text{m}^2}{269\ \text{m}^2/\text{m}^3}=0{,}032\ \text{m}^3 \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. O efeito da resistência térmica condutiva na parede do tubo é desprezível, enquanto as contribuições das resistências térmicas convectivas nos lados frio e quente são comparáveis.
2. O conhecimento do volume do trocador de calor fornece o seu comprimento na direção do escoamento do gás, $L = V/A_{fr}$ = 0,032 m³/0,20 m² = 0,16 m, a partir do qual o número de colunas de tubos na direção do escoamento pode ser determinado.

$$N_L\approx\frac{L-D_a}{S_L}+1=\frac{(160-28{,}5)\ \text{mm}}{34{,}3\ \text{mm}}+1=4{,}8\approx 5$$

3. A temperatura do gás que deixa o trocador de calor é

$$T_{q,sai}=T_{q,ent}-\frac{q}{C_q}=825\ \text{K}-\frac{3{,}35\times 10^5\ \text{W}}{1344\ \text{W/K}}=576\ \text{K}$$

Dessa forma, a hipótese de $\overline{T}_q$ = 700 K é excelente.

4. Pela Figura 11.16, o fator de atrito é $f \approx 0{,}033$. Com $(A/A_{el}) = (\alpha V/\sigma A_{fr})$ = (269 × 0,032/0,449 × 0,20) = 96, v_{ent}(825 K) = 2,37 m³/kg, v_{sai}(576 K) = 1,65 m³/kg e v_m = 2,01 m³/kg, a Equação 11.37 fornece uma queda de pressão de

$$\Delta p=\frac{(13{,}9\ \text{kg/(s}\cdot\text{m}^2))^2(2{,}37\ \text{m}^3/\text{kg})}{2}[(1+0{,}202)(0{,}696-1)$$
$$+\,0{,}033\times 96\times 0{,}848]$$
$$\Delta p=530\ \text{kg/(s}^2\cdot\text{m})=530\ \text{N/m}^2$$

11.7 Resumo

Como existem muitas aplicações importantes, a pesquisa e desenvolvimento voltados para os trocadores de calor possuem um longo histórico. Tal atividade não está em hipótese alguma terminada, pois muitos trabalhadores talentosos continuam buscando formas para melhorar o projeto e o desempenho desses equipamentos. Na realidade, com o aumento da preocupação com a conservação de energia, tem havido uma constante e substancial intensificação dessa atividade. Um ponto central nesses trabalhos é a *intensificação da transferência de calor*, que inclui a busca por superfícies especiais para trocadores de calor, através das quais uma melhora na taxa de transferência pode ser conseguida. Neste capítulo nos esforçamos para desenvolver ferramentas que irão permitir que você efetue cálculos aproximados de trocadores de calor. Considerações mais detalhadas a respeito desse assunto estão disponíveis na literatura, incluindo o tratamento das incertezas associadas à análise de trocadores de calor [3, 4, 7, 9-15].

Embora tenhamos restringido nossa atenção a trocadores de calor em que há a separação dos fluidos quente e frio por meio de uma parede estacionária, existem outras opções importantes. Por exemplo, trocadores de calor *evaporativos* permitem o *contato direto* entre um líquido e um gás (não há parede de separação), e, em função dos efeitos da energia latente, elevadas taxas de transferência de calor por unidade de volume são possíveis. Também, para a troca térmica entre gases, são freqüentemente utilizados *regeneradores*, nos quais o mesmo espaço é ocupado alternadamente pelos gases quente e frio. Em um regenerador fixo, tal como um leito recheado, os gases quente e frio entram alternadamente em um sólido poroso estacionário. Em um regenerador rotativo, o sólido poroso é uma roda que gira, que expõe alternadamente as suas superfícies aos gases quente e frio, que escoam continuamente. Descrições detalhadas desses tipos de trocadores de calor estão disponíveis na literatura [3, 4, 9, 12, 16-19].

Você pode testar o seu entendimento de aspectos fundamentais respondendo às questões a seguir.

- Quais são as duas possíveis configurações de um *trocador de calor de tubos concêntricos* (*trocador bitubular*)? Para cada

configuração, quais restrições estão associadas às temperaturas de saída dos fluidos?
- Como usados em um *trocador de calor de escoamentos cruzados*, qual o significado dos termos *misturado* e *não-misturado*? Em qual sentido eles são idealizações das condições reais?
- Por que são usadas chicanas em um *trocador de calor casco e tubos*?
- Qual é a característica principal que distingue um *trocador de calor compacto*?
- Qual efeito a *deposição* tem sobre o coeficiente global de transferência de calor e, assim, no desempenho de um trocador de calor?
- Qual efeito as *superfícies aletadas* têm sobre o coeficiente global de transferência de calor e, assim, no desempenho de um trocador de calor? Quando o uso de aletas é mais apropriado?
- Quando o coeficiente global de transferência de calor pode ser representado por $U = (h_i^{-1} + h_e^{-1})^{-1}$?
- Qual é a forma apropriada da diferença de temperaturas média entre os dois fluidos em um trocador de calor com escoamento paralelo ou contracorrente?
- O que pode ser dito sobre a variação na temperatura de um fluido saturado evaporando ou condensando em um trocador de calor?
- Qual fluido irá apresentar a maior variação de temperatura em um trocador de calor, o fluido com a máxima ou com a mínima taxa de capacidade calorífica?
- Por que a taxa de transferência de calor máxima possível em um trocador de calor *não é* igual a $C_{max}(T_{q,ent} - T_{f,ent})$? Pode a temperatura de saída do fluido frio alguma vez ser superior à temperatura de entrada do fluido quente?
- O que é a *efetividade* de um trocador de calor? Qual é o intervalo de seus valores possíveis? O que é o *número de unidades de transferência*? Qual é o intervalo de seus valores possíveis?
- Geralmente, como varia a efetividade se o tamanho (área da superfície) de um trocador de calor for aumentado? Se o coeficiente global de transferência de calor for aumentado? Se a razão das taxas de capacidades caloríficas for diminuída? Em relação ao número de unidades de transferência, há limitações nas tendências anteriores? Qual penalidade está associada ao aumento do tamanho de um trocador de calor? Ao aumento do coeficiente global de transferência de calor?

Referências

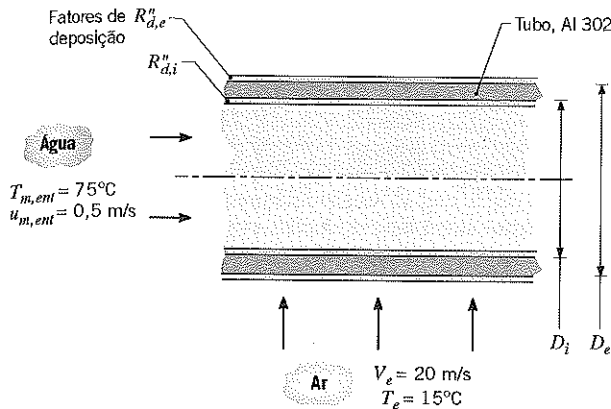
1. *Standards of the Tubular Exchange Manufacturers Association*, 6th ed., Tubular Exchanger Manufacturers Association, New York, 1978.
2. Chenoweth, J. M., and M. Impagliazzo, Eds., *Fouling in Heat Exchange Equipment*, American Society of Mechanical Engineers Symposium Volume HTD-17, ASME, New York, 1981.
3. Kakac, S., A. E. Bergles, and F. Mayinger, Eds., *Heat Exchangers*, Hemisphere Publishing, New York, 1981.
4. Kakac, S., R. K. Shah, and A. E. Bergles, Eds., *Low Reynolds Number Flow Heat Exchangers*, Hemisphere Publishing, New York, 1983.
5. Kays, W. M., and A. L. London, *Compact Heat Exchangers*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1984.
6. Bowman, R. A., A. C. Mueller, and W. M. Nagle, *Trans. ASME*, **62**, 283, 1940.
7. DiGiovanni, M. A., and R. L. Webb, *Heat Transfer Eng.*, **10**, 61, 1989.
8. Ribando, R. J., G. W. O'Leary, and S. Carlson-Skalak, *Comp. Appl. Eng. Educ.*, **5**, 231, 1997.
9. Shah, R. K., C. F. McDonald, and C. P. Howard, Eds., *Compact Heat Exchangers*, American Society of Mechanical Engineers Symposium Volume HTD-10, ASME, New York, 1980.
10. Webb, R. L., in G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Section 3.9, Begell House, New York, 2002.
11. Marner, W. J., A. E. Bergles, and J. M. Chenoweth, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **105**, 358, 1983.
12. G. F. Hewitt, Exec. Ed., *Heat Exchanger Design Handbook*, Vols. 1–5, Begell House, New York, 2002.
13. Webb, R. L., and N.-H. Kim, *Principles of Enhanced Heat Transfer*, 2nd ed., Taylor & Francis, New York, 2005.
14. Andrews, M. J., and L. S. Fletcher, *ASME/JSME Thermal Eng. Conf.*, **4**, 359, 1995.
15. James, C. A., R. P. Taylor, and B. K. Hodge, *ASME/JSME Thermal Eng. Conf.*, **4**, 337, 1995.
16. Coppage, J. E., and A. L. London, *Trans. ASME*, **75**, 779, 1953.
17. Treybal, R. E., *Mass-Transfer Operations*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1980.
18. Sherwood, T. K., R. L. Pigford, and C. R. Wilkie, *Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1975.
19. Schmidt, F. W., and A. J. Willmott, *Thermal Energy Storage and Regeneration*, Hemisphere Publishing, New York, 1981.

Problemas

Coeficiente Global de Transferência de Calor

11.1 Em uma caldeira flamatubular, produtos de combustão quentes, escoando através de uma matriz de tubos com paredes finas, são utilizados para ferver água escoando sobre os tubos. Quando da instalação, o coeficiente global de transferência de calor era igual a 400 W/(m²·K). Após 1 ano de uso, há deposição sobre as superfícies interna e externa dos tubos, correspondendo a fatores de deposição de $R''_{d,i} = 0{,}0015$ m²·K/W e $R''_{d,e} = 0{,}0005$ m²·K/W, respectivamente. A caldeira deveria ser parada para serviços de limpeza das superfícies dos tubos?

11.2 Um tubo de aço inoxidável AISI 302, com diâmetros interno e externo de $D_i = 22$ mm e $D_e = 27$ mm, respectivamente, é usado em um trocador de calor com escoamento cruzado. Os fato-

res de deposição, R''_d, nas superfícies interna e externa são estimados serem iguais a 0,0004 m²·K/W e 0,0002 m²·K/W, respectivamente.

(a) Determine o coeficiente global de transferência de calor baseado na área externa do tubo, U_e. Compare as resistências térmicas devido à convecção, à condução na parede do tubo e à deposição.

(b) Em vez de ar escoando sobre o tubo, considere uma situação na qual o fluido em escoamento cruzado é água a 15°C, com uma velocidade de $V_e = 1$ m/s. Determine o coeficiente global de transferência de calor baseado na área externa do tubo, U_e. Compare as resistências térmicas devido à convecção, à condução na parede do tubo e à deposição.

(c) Para as condições água-ar da parte (a) e velocidades médias, $u_{m,i}$, de 0,2; 0,5 e 1,0 m/s, represente graficamente o valor do coeficiente global de transferência de calor como uma função da velocidade do escoamento cruzado para $5 \leq V_e \leq 30$ m/s.

(d) Para as condições água-água da parte (b) e velocidades do escoamento cruzado, V_e, de 1, 3 e 8 m/s, represente graficamente o valor do coeficiente global de transferência de calor como uma função da velocidade média para $0{,}5 \leq u_{m,i} \leq 2{,}5$ m/s.

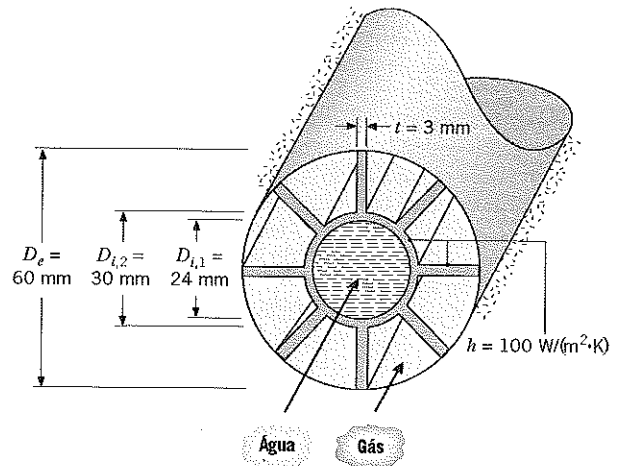
11.3 Um trocador de calor casco e tubos deve aquecer um líquido ácido que escoa em tubos não aletados com diâmetros interno e externo $D_i = 10$ mm e $D_e = 11$ mm, respectivamente. Um gás quente escoa pelo casco. Para evitar corrosão no material dos tubos, o engenheiro pode especificar a utilização de uma liga metálica Ni-Cr-Mo resistente à corrosão ($\rho_m = 8900$ kg/m³, $k_m = 8$ W/(m·K)) ou de fluoreto de polivinilideno (PVDF) ($\rho_f = 1780$ kg/m³, $k_f = 0{,}17$ W/(m·K)). Os coeficientes de transferência de calor interno e externo são $h_i = 1500$ W/(m²·K) e $h_e = 200$ W/(m²·K), respectivamente.

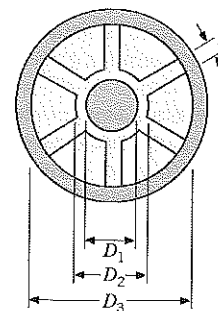
(a) Determine a razão entre as áreas das superfícies do plástico e do metal necessárias para transferir a mesma quantidade de calor.

(b) Determine a razão entre as massas do plástico e do metal associadas aos projetos dos dois trocadores de calor.

(c) O custo da liga metálica por unidade de massa é três vezes maior do que o do plástico. Determine qual material do tubo deveria ser especificado com base no custo.

11.4 Um tubo de aço ($k = 50$ W/(m·K)) com diâmetros interno e externo $D_i = 20$ mm e $D_e = 26$ mm, respectivamente, é usado para transferir calor de gases quentes que escoam sobre o tubo ($h_q = 200$ W/(m²·K)) para água fria que escoa através do tubo ($h_f = 8000$ W/(m²·K)). Qual é o coeficiente global de transferência de calor baseado no lado do fluido frio U_f? Para melhorar a transferência de calor, 16 aletas planas, com perfil retangular, são instaladas longitudinalmente ao longo da superfície externa do tubo. As aletas encontram-se igualmente espaçadas ao redor da circunferência do tubo, cada uma possuindo uma espessura de 2 mm e um comprimento de 15 mm. Qual é o coeficiente global de transferência de calor U_f correspondente?

11.5 Um equipamento para recuperação de calor envolve a transferência de energia dos gases quentes de exaustão, que passam através de uma região anular, para água pressurizada que escoa através do tubo interno da região anular. Esse tubo interno possui diâmetros interno e externo de 24 e 30 mm, e está conectado a um tubo externo, isolamento termicamente da vizinhança e com 60 mm de diâmetro, por meio de oito barras de suporte. Cada barra de suporte possui 3 mm de espessura e é fabricada formando um conjunto integrado com o tubo interno em aço-carbono ($k = 50$ W/(m·K)).

Considere condições nas quais a água a 300 K escoa através do tubo interno a uma vazão de 0,161 kg/s, enquanto os gases de exaustão a 800 K escoam através da região anular, mantendo um coeficiente convectivo de 100 W/(m²·K) sobre as superfícies das barras de suporte e a superfície externa do tubo interno. Qual é a taxa de transferência de calor do gás para a água, por unidade de comprimento do tubo?

11.6 Um projeto inovador para um condensador consiste em um tubo com condutividade térmica de 200 W/(m·K) com aletas longitudinais firmemente encaixadas no interior de um tubo maior. Um refrigerante, em condensação a 45°C, escoa axialmente através do tubo interno, enquanto água, a uma vazão de 0,012 kg/s, escoa pelos seis canais formados ao redor do tubo interno. Os diâmetros pertinentes são $D_1 = 10$ mm, $D_2 = 14$ mm e $D_3 = 50$ mm, enquanto a espessura das aletas é $t = 2$ mm. Considere que o coeficiente de transferência de calor associado ao refrigerante em condensação seja extremamente elevado.

Determine a taxa de remoção de calor por unidade de comprimento do tubo em uma seção do tubo na qual a água está a 15°C.

11.7 O condensador de uma planta de potência a vapor possui N = 1000 tubos de latão (k_t = 110 W/(m·K)), cada um com diâmetros interno e externo D_i = 25 mm e D_e = 28 mm, respectivamente. A condensação do vapor d'água na superfície externa dos tubos é caracterizada por um coeficiente convectivo de h_e = 10000 W/(m²·K).

(a) Se água de resfriamento vinda de um grande lago é bombeada através dos tubos do condensador a $\dot{m}_f$ = 400 kg/s, qual é o coeficiente global de transferência de calor U_e baseado na área da superfície externa de um tubo? Propriedades da água podem ser aproximadas como sendo $\mu = 9{,}60 \times 10^{-4}$ N·s/m², k = 0,60 W/(m·K) e Pr = 6,6.

(b) Se, após uma longa operação, a deposição causa uma resistência de $R''_{d,i} = 10^{-4}$ m²·K/W na superfície interna, qual é o valor de U_e?

(c) Se a água é retirada do lago a 15°C e 10 kg/s de vapor d'água a 0,0622 bar devem ser condensados, qual é a temperatura correspondente da água ao deixar o condensador? O calor específico da água é de 4180 J/(kg·K).

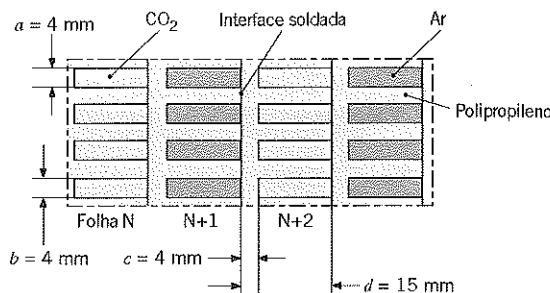
11.8 Tubos de alumínio com paredes delgadas e diâmetro D = 10 mm são usados no condensador de um aparelho de ar condicionado. Sob condições normais de operação, um coeficiente de transferência de calor por convecção de h_i = 5000 W/(m²·K) está associado à condensação sobre a superfície interna dos tubos, enquanto um coeficiente h_e = 100 W/(m²·K) é mantido pelo escoamento de ar sobre os tubos.

(a) Qual é o valor do coeficiente global de transferência de calor se os tubos não forem aletados?

(b) Qual é o valor do coeficiente global de transferência de calor baseado na superfície interna, U_i, se aletas anulares (circulares) em alumínio, com espessura t = 1,5 mm, diâmetro externo D_e = 20 mm e passo S = 3,5 mm, forem instaladas na superfície externa dos tubos? Baseie seus cálculos em uma seção de tubo com 1 m de comprimento. Submetido às exigências de que $t \geqslant 1$ mm e $(S - t) \geq 1{,}5$ mm, explore os efeitos de variações em t e S sobre o valor de U_i. Qual combinação de t e S propiciaria o melhor desempenho da transferência de calor?

11.9 Um trocador de calor de escoamento cruzado e tubos aletados deve usar o gás de exaustão de uma turbina a gás para aquecer água pressurizada. Medidas em laboratório são efetuadas em uma versão protótipo do trocador, com área superficial de 10 m², para determinar o coeficiente global de transferência de calor como uma função das condições operacionais. Medidas efetuadas sob condições particulares, nas quais $\dot{m}_q$ = 2 kg/s, $T_{q,ent}$ = 325°C, $\dot{m}_f$ = 0,5 kg/s e $T_{f,ent}$ = 25°C, revelam uma temperatura de saída da água de $T_{f,sai}$ = 150°C. Qual é o valor do coeficiente global de transferência de calor no trocador?

11.10 Água, a uma vazão de 45.500 kg/h, é aquecida de 80 até 150°C em um trocador de calor que possui dois passes no casco e oito passes nos tubos, com uma área superficial total de 925 m². Gases quentes de exaustão, que possuem aproximadamente as mesmas propriedades termofísicas do ar, entram no trocador a 350°C e o deixam a 175°C. Determine o coeficiente global de transferência de calor.

11.11 Um novo conceito de trocador de calor consiste em um grande número de folhas de polipropileno extrudado (k = 0,17 W/(m·K)), possuindo uma geometria semelhante à de uma superfície aletada, que são posteriormente empilhadas e fundidas para formarem o núcleo do trocador de calor. Além de ser barato, o trocador de calor pode ser facilmente reciclado ao final de sua vida útil. Dióxido de carbono, a 10°C e a uma pressão de 2 atm, escoa nos canais frios com uma velocidade média de u_m = 0,1 m/s. Ar, a 30°C e 2 atm, escoa nos canais quentes a 0,2 m/s. Desprezando as resistências térmicas de contato na interface soldada, determine o produto do coeficiente de transferência de calor e da área de transferência de calor, UA, para um núcleo de trocador de calor constituído por 200 canais frios e 200 canais quentes.

Cálculos de Projeto e de Desempenho

11.12 As propriedades e as vazões dos fluidos quente e frio de um trocador de calor são mostradas na tabela a seguir. Qual fluido limita a taxa de transferência de calor no trocador? Explique a sua escolha.

	Fluido quente	Fluido frio
Massa específica kg/m³	997	1247
Calor específico, J/(kg·K)	4179	2564
Condutividade térmica, W/(m·K)	0,613	0,287
Viscosidade, N·s/m²	$8{,}55 \times 10^{-4}$	$1{,}68 \times 10^{-4}$
Vazão, m³/h	14	16

11.13 Um fluido de processo, com calor específico de 3500 J/(kg·K) e escoando a 2 kg/s, deve ser resfriado de 80°C a 50°C com água gelada, que é fornecida a uma temperatura de 15°C e a uma vazão de 2,5 kg/s. Considerando um coeficiente global de transferência de calor igual a 2000 W/(m²·K), calcule as áreas de transferência de calor necessárias para as seguintes configurações de trocadores de calor: (a) escoamento paralelo, (b) escoamento contracorrente, (c) casco e tubos, um passe no casco e 2 passes nos tubos, e (d) escoamento cruzado, único passe, dois fluidos não-misturados. Compare os resultados de sua análise.

11.14 Um trocador de calor casco e tubos (dois passes no casco e quatro passes nos tubos) é usado para aquecer 10000 kg/h de água pressurizada de 35 a 120°C, utilizando 5000 kg/h de água pressurizada que entra no trocador a 300°C. Sendo o coeficiente global de transferência de calor igual a 1500 W/(m²·K), determine a área de transferência de calor requerida.

11.15 Considere o trocador de calor do Problema 11.14. Após vários anos de operação, observa-se que a temperatura de saída da água fria atinge somente 95°C, em vez dos desejados 120°C, para as mesmas vazões e temperaturas de entrada dos fluidos. Determine o fator de deposição total (superfícies interna e externa), que é a causa do desempenho pior do equipamento.

11.16 Um trocador de calor bitubular (tubos concêntricos) em contracorrente é projetado para aquecer água de 20 a 80°C, utilizando óleo quente, que é alimentado na região anular a 160°C e retirado a 140°C. O tubo interno, com parede delgada, possui um diâmetro de D_i = 20 mm e o coeficiente global de transferência de calor é igual a 500 W/(m²·K). A condição de projeto exige uma taxa de transferência de calor total de 3000 W.

(a) Qual é o comprimento do trocador de calor?

(b) Após 3 anos de operação, o desempenho do trocador é deteriorado pela presença de deposição no lado da água e a temperatura de saída da água é de somente 65°C para as mes-

mas vazões e temperaturas de entrada. Quais são os valores correspondentes da taxa de transferência de calor, da temperatura de saída do óleo, do coeficiente global de transferência de calor e do fator de deposição no lado da água, $R''_{d,f}$?

11.17 Considere o trocador de calor bitubular em contracorrente do Exemplo 11.1. O projetista deseja analisar o efeito da vazão da água de resfriamento no comprimento do tubo. Todas as outras condições, incluindo a temperatura de saída do óleo igual a 60°C, permanecem as mesmas.

(a) Na análise do Exemplo 11.1, vimos que o coeficiente global U é dominado pelo coeficiente convectivo no lado quente. Supondo que as propriedades da água sejam independentes da temperatura, calcule U como uma função da vazão da água. Justifique um valor constante de U nos cálculos da parte (b).

[(b)] Calcule e represente graficamente o comprimento do tubo do trocador necessário L e a temperatura de saída da água $T_{f,sai}$ como funções da vazão da água de resfriamento para $0{,}15 \leq \dot{m}_f \leq 0{,}30$ kg/s.

11.18 Considere um trocador de calor bitubular com uma área de 50 m² operando nas seguintes condições:

	Fluido quente	Fluido frio
Taxa de capacidade calorífica, kW/K	6	3
Temperatura de entrada, °C	60	30
Temperatura de saída, °C	—	54

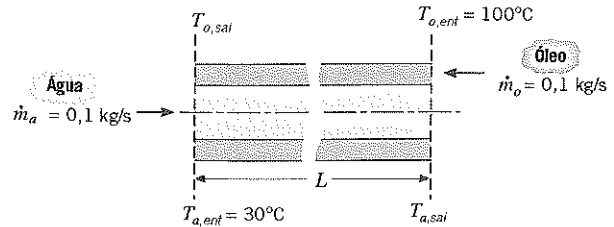
(a) Determine a temperatura de saída do fluido quente.
(b) O trocador está operando com escoamento paralelo ou contracorrente, ou você não pode dizer com base nas informações fornecidas?
(c) Calcule o coeficiente global de transferência de calor.
(d) Calcule a efetividade desse trocador.
(e) Qual seria a efetividade desse trocador se o seu comprimento fosse tornado muito grande?

11.19 Para um exercício de projeto, foi dada a tarefa a um aluno de projetar um trocador de calor que atinja as seguintes especificações:

	$\dot{m}$ (kg/s)	$T_{m,ent}$(°C)	$T_{m,sai}$(°C)
Água quente	28	90	—
Água fria	27	34	60

Como em muitas situações do mundo real, o cliente não revelou, ou não conhece, exigências adicionais que permitiriam a você definir diretamente uma configuração final. No início, é útil a elaboração de um projeto simplificado baseado em suposições simplificadoras, que pode ser avaliado para determinar quais exigências adicionais e compromissos deveriam ser considerados pelo cliente.

(a) Projete um trocador de calor para atingir as especificações anteriores. Liste e explique suas hipóteses. *Sugestão:* Inicie achando o valor requerido para UA e, usando valores representativos para U, determine valores para A.
(b) Avalie o seu projeto identificando quais características e configurações poderiam ser exploradas com o seu cliente, com o objetivo de desenvolver especificações mais completas.

11.20 Um trocador de calor bitubular, utilizado para o resfriamento de óleo lubrificante, possui um tubo interno com parede fina e 25 mm de diâmetro, que transporta água, e um tubo externo com 45 mm de diâmetro, que transporta o óleo. O trocador opera em contracorrente com um coeficiente global de transferência de calor de 60 W/(m²·K). As propriedades médias dos fluidos são apresentadas na tabela.

Propriedades	Água	Óleo
ρ (kg/m³)	1000	800
c_p (J/(kg·K))	4200	1900
ν (m²/s)	7×10^{-7}	1×10^{-5}
k (W/(m·K))	0,64	0,134
Pr	4,7	140

(a) Se a temperatura de saída do óleo for de 60°C, determine a taxa de transferência de calor total e a temperatura de saída da água.
(b) Determine o comprimento necessário para o trocador de calor.

11.21 Um trocador de calor bitubular, que opera em contracorrente e é usado para resfriar óleo de motor, encontra-se em serviço há um longo período de tempo. A área da superfície de transferência de calor do trocador é de 5 m² e o *valor de projeto* do coeficiente global de transferência de calor é de 38 W/(m²·K). Durante uma corrida para teste, óleo de motor, escoando a 0,1 kg/s, é resfriado de 110°C para 66°C por água fornecida a 25°C e a uma vazão de 0,2 kg/s. Determine se houve deposição durante o período de serviço. Se houve, calcule o fator de deposição, R''_d (m²·K/W).

11.22 Um trocador de calor casco e tubos deve ser projetado para aquecer 2,5 kg/s de água de 15 a 85°C. O aquecimento deve ser obtido pela passagem de óleo de motor quente, que está disponível a 160°C, pelo lado do casco do trocador. Sabe-se que o óleo proporciona um coeficiente convectivo médio de $\bar{h}_e$ = 400 W/(m²·K) no lado externo dos tubos. A água é dividida em 10 tubos que atravessam o casco. Cada tubo possui parede delgada e diâmetro D = 25 mm, e faz oito passes no casco. Se o óleo deixa o trocador a 100°C, qual é a sua vazão? Qual o comprimento que os tubos devem ter para que o aquecimento desejado seja atingido?

11.23 Um radiador de automóvel pode ser visto como um trocador de calor com escoamento cruzado, com os dois fluidos não-misturados. Água, a uma vazão de 0,05 kg/s, entra no radiador a 400 K e deve deixá-lo a 330 K. A água é resfriada por ar, que entra a 0,75 kg/s e a 300 K.

(a) Sendo o coeficiente global de transferência de calor igual a 200 W/(m²·K), qual é a área de transferência de calor necessária?

[(b)] Um engenheiro de construção afirma que podem ser gravados sulcos sobre a superfície aletada do trocador, que poderiam aumentar significativamente o coeficiente global de transferência de calor. Com todas as demais condições permanecendo as mesmas e a área de transferência de calor determinada na parte (a), faça um gráfico das temperaturas de saída do ar e da água como funções do U para $200 \leq U \leq 400$ W/(m²·K). Que benefícios resultam do aumento no coeficiente global de transferência de calor nessa aplicação?

11.24 Ar quente para uma operação de secagem em larga escala deve ser produzido pela passagem do ar sobre uma matriz de tubos (não-misturado), enquanto produtos de combustão escoam pelo interior dos tubos. A área do trocador de calor de escoamento cruzado é de A = 25 m², e, para as condições de operação propostas, o fabricante especifica um coeficiente global de transferência de calor U = 35 W/(m²·K). Pode ser considerado que tanto o ar quanto os gases de combustão possuem um calor específico c_p = 1040 J/(kg·K). Considere condições nas quais os gases de combustão, escoando a uma vazão de 1 kg/s, entram

no trocador de calor a 800 K, enquanto o ar a uma vazão de 5 kg/s tem uma temperatura de entrada de 300 K.

(a) Quais são as temperaturas de saída do ar e dos gases de combustão?

(b) Após uma operação por um longo período, espera-se que a deposição sobre a superfície interna dos tubos cause uma resistência de depósitos igual a $R''_d = 0{,}004$ m²·K/W. A operação deve ser interrompida com o objetivo de proceder à limpeza dos tubos?

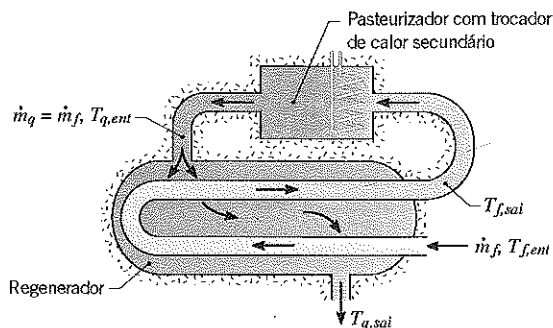
(c) O desempenho do trocador de calor pode ser melhorado pelo aumento de sua área e/ou do coeficiente global de transferência de calor. Explore o efeito de mudanças nesses parâmetros sobre a temperatura de saída do ar para $500 \leq UA \leq 2500$ W/K.

11.25 Em um laticínio, leite, a uma vazão de 250 litros/hora e a uma temperatura do *corpo da vaca* de 38,6°C, deve ser refrigerado até uma temperatura segura para o armazenamento de 13°C ou menos. Água do subsolo a 10°C está disponível a uma vazão de 0,72 m³/h. A massa específica e o calor específico do leite são 1030 kg/m³ e 3860 J/(kg·K), respectivamente.

(a) Determine o produto *UA* de um trocador de calor em contracorrente necessário para o processo de refrigeração. Determine o comprimento do trocador, se o tubo interno tiver um diâmetro de 50 mm e o coeficiente global de transferência de calor for de $U = 1000$ W/(m²·K).

(b) Determine a temperatura de saída da água.

(c) Usando o valor de *UA* achado na parte (a), determine a temperatura de saída do leite se a vazão da água for dobrada. Qual é a temperatura de saída se a vazão for dividida por 2?

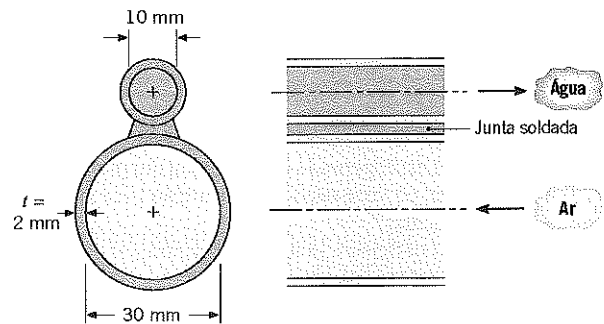
11.26 Um trocador de calor casco e tubos, com um passe no casco e dois passes nos tubos, é usado como um *regenerador* para pré-aquecer leite antes que ele seja pasteurizado. Leite frio entra no regenerador a $T_{f,ent} = 5$°C, enquanto leite quente, saindo do processo de pasteurização, entra a $T_{q,ent} = 70$°C. Após deixar o regenerador, o leite aquecido entra em um segundo trocador de calor, que eleva a sua temperatura de $T_{f,sai}$ para 70°C.

(a) Um regenerador deve ser usado em um processo de pasteurização no qual a vazão do leite é $\dot{m}_f = \dot{m}_q = 5$ kg/s. Para essa vazão, o fabricante do regenerador especifica um coeficiente global de transferência de calor de 2000 W/(m²·K). Sendo a efetividade desejada do regenerador igual a 0,5, qual é a área de transferência de calor necessária? Quais são a taxa de recuperação de calor e as temperaturas de saída dos fluidos correspondentes? Pode-se considerar que o leite tenha as propriedades da água.

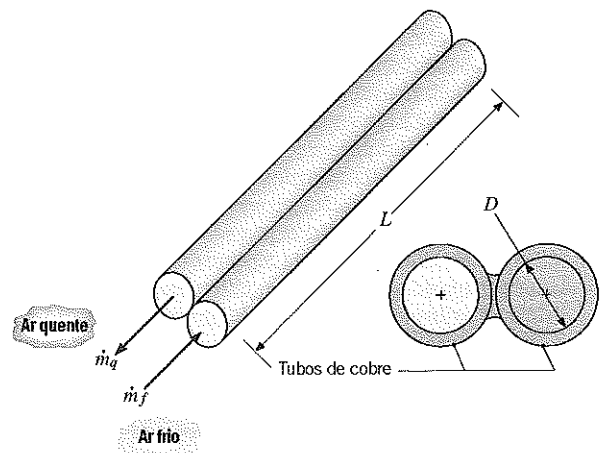
(b) Se o fluido quente no trocador de calor secundário obtém a sua energia da combustão de gás natural e o queimador tem uma eficiência de 90%, quais seriam as economias anuais em energia e no custo do combustível associadas à instalação do regenerador? O processo opera continuamente ao longo de todo o ano e o preço do gás natural é $C_{gn} = \$0{,}0075$/MJ.

11.27 O aquecedor interno de um automóvel troca calor entre o fluido quente do radiador e o ar externo mais frio. A vazão da água é grande quando comparada à vazão do ar e sabe-se que a efetividade ε do aquecedor depende da vazão do ar de acordo com a relação $\varepsilon \sim \dot{m}_{ar}^{-0,2}$.

(a) Se o ventilador for trocado para alto e $\dot{m}_{ar}$ for dobrada, determine o aumento percentual no calor adicionado ao interior do automóvel, se as temperaturas de entrada dos dois fluidos permanecerem inalteradas.

(b) Para a condição de operação do ventilador com velocidade baixa, o aquecedor aquece o ar externo de 0 a 30°C. Quando o ventilador é ajustado em média, a vazão do ar aumenta em 50% e a transferência de calor aumenta em 20%. Ache a nova temperatura de saída do ar.

11.28 Um trocador de calor de tubos gêmeos, que opera em contracorrente, é construído pela soldagem de dois tubos circulares de níquel, cada um com 40 m de comprimento, conforme mostrado na figura. Água quente escoa pelo tubo menor, com 10 mm de diâmetro, e ar, a pressão atmosférica, escoa através do tubo maior que tem 30 mm de diâmetro. Os dois tubos possuem uma espessura de parede de 2 mm. A condutância térmica de contato por unidade de comprimento da junta soldada é de 100 W/(m·K). As vazões mássicas da água e do ar são 0,04 e 0,12 kg/s, respectivamente. As temperaturas de entrada da água e do ar são de 85 e 23°C, respectivamente.

Empregue o método ε-NUT para determinar a temperatura de saída do ar. *Sugestão:* Leve em consideração os efeitos da condução circunferencial nas paredes dos tubos tratando-as como se fossem superfícies estendidas.

11.29 Um trocador de calor de tubos gêmeos, com escoamento em contracorrente, opera com vazões iguais de 0,003 kg/s nas correntes de ar quente e de ar frio. A corrente fria entra a 280 K e deve ser aquecida até 340 K, utilizando o ar quente disponível a 360 K. A pressão média das correntes de ar é 1 atm e a queda de pressão máxima permissível na linha de ar frio é de 10 kPa. Pode ser considerado que as paredes dos tubos atuam como aletas, cada uma com uma eficiência de 100%.

(a) Determine o diâmetro D e o comprimento L dos tubos que satisfazem às exigências de transferência de calor e queda de pressão especificadas.

(b) Para o diâmetro D e o comprimento L determinados na parte (a), gere gráficos da temperatura de saída da corrente fria, da taxa de transferência de calor e da queda de pressão como funções das vazões iguais no intervalo de 0,002 a 0,004 kg/s. Comente os seus resultados.

11.30 Um trocador de calor de tubos gêmeos, operando em contracorrente, como aquele ilustrado no Exercício 11.29, tem 5 m de comprimento e é usado para aquecer ar para um processo de secagem. Os tubos são feitos de aço carbono não-ligado (k = 60 W/(m·K) e têm um diâmetro interno e uma espessura de parede de 50 mm e 4 mm, respectivamente. A resistência térmica por unidade de comprimento da solda conectando os dois tubos é R''_t = 0,01 m·K/W. Considere condições nas quais o ar entra em um tubo a uma pressão de 5 atm, a uma temperatura de 17°C e a uma vazão de 0,030 kg/s, enquanto vapor d'água saturado a 2,455 bar condensa no interior do outro tubo. O coeficiente convectivo para a condensação pode ser aproximado por 5000 W/(m²·K). Qual é a temperatura de saída do ar? Qual é a vazão de condensado que deixa o sistema? *Sugestão:* Leve em consideração os efeitos da condução circunferencial nos tubos tratando-os como superfícies estendidas.

11.31 Água quente para uma operação de lavagem industrial é produzida através da recuperação de calor dos gases de exaustão de uma fornalha. É utilizado um trocador de calor de escoamento cruzado, com os gases passando sobre os tubos e a água fazendo um único passe através dos tubos. Os tubos de aço (k = 60 W/(m·K)) possuem diâmetro interno e externo de D_i = 15 mm e D_e = 20 mm, respectivamente, e a matriz de tubos alternados possui passos longitudinal e transversal de $S_T = S_L$ = 40 mm. O espaço no qual a matriz está instalada tem uma largura (que corresponde ao comprimento dos tubos) de W = 2 m e uma altura (normal ao eixo dos tubos) de H = 1,2 m. O número de tubos no plano transversal é, portanto, $N_T \approx H/S_T = 30$. As propriedades do gás podem ser aproximadas por aquelas do ar atmosférico e o coeficiente de transferência de calor associado ao escoamento da água no interior dos tubos pode ser aproximado por 3000 W/(m²·K).

(a) Se 50 kg/s de água devem ser aquecidos de 290 até 350 K por 40 kg/s de gases de exaustão que entram no trocador a 700 K, qual é a temperatura de saída dos gases e quantas colunas de tubos N_L são necessárias?

(b) A temperatura de saída da água pode ser controlada através da variação da vazão dos gases e/ou de sua temperatura de entrada. Para o valor de N_L determinado na parte (a) e os valores especificados de H, W, S_T, $\dot{m}_f$ e $T_{f,ent}$, calcule e represente graficamente $T_{f,sai}$ como uma função de $\dot{m}_q$ no intervalo $20 \leq \dot{m}_q \leq 40$ kg/s, para valores de $T_{q,ent}$ = 500, 600 e 700 K. Também represente graficamente as variações correspondentes de $T_{q,sai}$. Se $T_{q,sai}$ não deve ficar abaixo de 400 K para prevenir a condensação de vapores corrosivos sobre as superfícies do trocador de calor, há alguma restrição nos valores de $\dot{m}_q$ e $T_{q,ent}$?

11.32 Um trocador de calor com escoamento cruzado e único passe usa gases de exaustão quentes (misturados) para aquecer uma vazão de 3 kg/s de água (não-misturada) de 30 até 80°C. Os gases de exaustão, que possuem propriedades termofísicas similares às do ar, entram e saem do trocador a 225 e 100°C, respectivamente. Sabendo que o coeficiente global de transferência de calor é de 200 W/(m²·K), estime a área de transferência de calor necessária.

11.33 Considere as condições dos fluidos e o coeficiente global de transferência de calor do Problema 11.32 para um trocador de calor bitubular que opera com escoamento paralelo. O tubo que separa os fluidos possui parede delgada e um diâmetro de 100 mm.

(a) Determine o comprimento que o trocador deve possuir.

(b) Supondo que o escoamento da água no interior do tubo interno esteja plenamente desenvolvido, estime o coeficiente de transferência de calor.

(c) Utilizando o coeficiente global e as temperaturas de entrada fornecidos do Problema 11.32, represente graficamente a taxa de transferência de calor e as temperaturas de saída dos fluidos como funções do comprimento do tubo para $60 \leq L \leq 400$ m, para uma configuração de escoamento paralelo.

(d) Se o trocador de calor fosse operado em contracorrente e com os mesmos coeficiente global e temperaturas de entrada, qual seria a redução no comprimento do tubo necessário em comparação com o valor encontrado na parte (a)?

(e) Para a configuração contracorrente, represente graficamente a efetividade e as temperaturas de saída dos fluidos como funções do comprimento do tubo para $60 \leq L \leq 400$ m.

11.34 Um trocador de calor de escoamento cruzado, usado em um procedimento de *bypass* cardiopulmonar, resfria sangue escoando a uma vazão de 5 litros/min de uma temperatura do corpo de 37°C até 25°C para induzir a hipotermia do corpo, que diminui as exigências metabólicas e de oxigênio. O refrigerante é água gelada a 0°C e a sua vazão é ajustada para fornecer uma temperatura de saída de 15°C. O trocador de calor opera com os dois fluidos não-misturados e o coeficiente global de transferência de calor é igual a 750 W/(m²·K). A massa específica e o calor específico do sangue são 1050 kg/m³ e 3740 J/(kg·K), respectivamente.

(a) Determine a taxa de transferência de calor no trocador.

(b) Calcule a vazão da água.

(c) Qual é a área da superfície do trocador de calor?

(d) Calcule e represente graficamente as temperaturas de saída do sangue e da água como uma função da vazão da água na faixa de 2 a 4 litros/min, supondo que todos os outros parâmetros permaneçam inalterados. Comente sobre como as variações nas temperaturas de saída são afetadas pelas variações na vazão da água. Explique esse comportamento e por que ele é uma vantagem para esta aplicação.

11.35 Vapor d'água saturado a 0,14 bar é condensado em um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e dois passes nos tubos. O trocador possui 130 tubos de latão, cada um com um comprimento por passe de 2 m. Os tubos possuem diâmetros interno e externo de 13,4 e 15,9 mm, respectivamente. Água de resfriamento entra nos tubos a 20°C com uma velocidade média de 1,25 m/s. O coeficiente de transferência de calor para a condensação sobre as superfícies externas dos tubos é de 13500 W/(m²·K).

(a) Determine o coeficiente global de transferência de calor, a temperatura de saída da água do resfriamento e a taxa de condensação do vapor.

(b) Com todas as demais condições mantidas sem alteração, porém levando em consideração variações no coeficiente global de transferência de calor, represente graficamente a temperatura de saída da água de resfriamento e a taxa de condensação do vapor como funções da vazão da água para $10 \leq \dot{m}_f \leq 30$ kg/s.

11.36 Um aquecedor de água de alimentação, que abastece uma caldeira, é um trocador de calor casco e tubos com passe no casco e dois passes nos tubos. Ele possui cem tubos com paredes delgadas, diâmetro de 20 mm e comprimento (por passe) de 2 m. Sob condições normais de operação, a água entra nos tubos a 10 kg/s e 290 K, sendo aquecida pela condensação de vapor d'água saturado a 1 atm sobre a superfície externa dos tubos. O coeficiente de transferência de calor no lado do vapor saturado é de 10000 W/(m²·K).

(a) Determine a temperatura de saída da água.

[(b)] Com todas as demais condições permanecendo inalteradas, porém levando em consideração variações no coeficiente global de transferência de calor, represente graficamente a temperatura de saída da água como uma função de sua vazão para $5 \leq \dot{m}_f \leq 20$ kg/s.

[(c)] No gráfico da parte (b), adicione duas curvas para a temperatura de saída da água como uma função de sua vazão para fatores de deposição de $R''_d = 0{,}0002$ e $0{,}0005$ m²·K/W.

11.37 Vapor d'água saturado a 110°C é condensado em um trocador de calor casco e tubos (1 passe no casco; 2, 4, ... passes nos tubos) com um valor de UA de 2,5 kW/K. A água de resfriamento entra a 40°C.

(a) Calcule a vazão de água de resfriamento requerida para manter uma taxa de transferência de calor de 150 kW.

[(b)] Supondo que UA seja independente da vazão, calcule e represente graficamente a vazão da água requerida para fornecer taxas de transferência de calor na faixa de 130 a 160 kW. Comente sobre a validade de suas suposições.

11.38 Um trocador de calor casco e tubos (1 passe no casco, 2 passes nos tubos) deve ser usado para condensar 2,73 kg/s de vapor d'água saturado a 340 K. A condensação ocorre na superfície externa dos tubos e o coeficiente convectivo correspondente é de 10000 W/(m²·K). A temperatura da água de resfriamento entrando nos tubos é de 15°C, enquanto a temperatura de saída não deve ser superior a 30°C. São especificados tubos de 19 mm de diâmetro com parede delgada e a velocidade média do escoamento da água através dos tubos deve ser mantida a 0,5 m/s.

(a) Qual é o número mínimo de tubos que deve ser usado e qual é o comprimento dos tubos por passe correspondente?

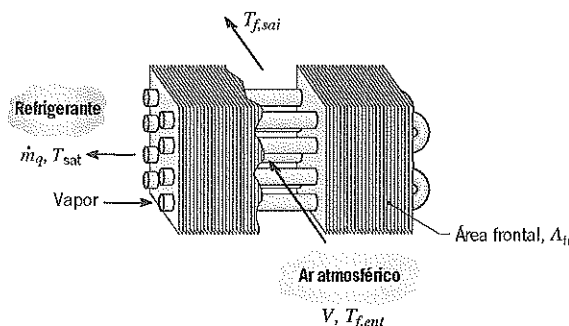
(b) Para reduzir o tamanho do trocador, é proposto o aumento do coeficiente convectivo no lado da água com a inserção de uma malha de fios nos tubos. Se a malha aumentar o coeficiente convectivo por um fator igual a dois, qual é o novo comprimento dos tubos por passe requerido?

11.39 Vapor d'água saturado deixa uma turbina de vapor a uma vazão de 1,5 kg/s e a uma pressão de 0,51 bar. O vapor deve ser completamente condensado em líquido saturado em um trocador de calor casco e tubos que usa água da rede pública como fluido frio. A água entra nos tubos, com paredes delgadas, a 17°C e deve deixá-los a 57°C. Supondo um coeficiente global de transferência de calor de 2000 W/(m²·K), determine a área da superfície de transferência de calor necessária e a vazão de água. Após um longo período de operação, a deposição causa uma diminuição no coeficiente global de transferência de calor para 1000 W/(m²·K), de tal modo que para condensar completamente o vapor deve haver uma redução na sua vazão. Para as mesmas temperatura de entrada e vazão da água, qual é a nova vazão de vapor necessária para uma condensação completa?

11.40 Um trocador de calor para dois fluidos apresenta temperaturas de entrada e de saída do fluido quente de 65 e 40°C, e de 15 e 30°C para o fluido frio. Você pode dizer se este trocador está operando em contracorrente ou em paralelo? Determine a efetividade do trocador de calor.

11.41 O cérebro humano é especialmente sensível a elevadas temperaturas. O sangue frio nas veias deixando a face e o pescoço e retornando ao coração pode contribuir para a regulação térmica do cérebro, através do resfriamento do sangue arterial que escoa para o cérebro. Considere uma veia e uma artéria se deslocando do tórax até a base do crânio por uma distância de $L = 250$ mm, com vazões mássicas de 3×10^{-3} kg/s em sentidos opostos nos dois vasos. Os vasos têm diâmetro $D = 5$ mm e são separados por uma distância $w = 7$ mm. A condutividade térmica do tecido circundante é $k_t = 0{,}5$ W/(m·K). Se o sangue arterial entra a 37°C e o sangue venoso entra a 27°C, a que temperatura o sangue arterial irá sair? Se o sangue arterial se aquecer em demasia e o corpo responder diminuindo pela metade a vazão do sangue, o quanto mais quente o sangue arterial que entra pode estar, ainda mantendo a sua temperatura de saída abaixo dos 37°C? *Sugestão:* Se considerarmos que todo o calor que sai da artéria entra na veia, então a transferência de calor entre os dois vasos pode ser modelada usando uma relação disponível na Tabela 4.1. Aproxime as propriedades do sangue como aquelas da água.

11.42 Considere um trocador de calor bitubular *muito comprido* com temperaturas de entrada da água quente e da água fria de 85 e 15°C. A vazão da água quente é duas vezes a da água fria. Considerando calores específicos equivalentes para a água quente e a água fria, determine a temperatura de saída da água quente para as seguintes modalidades de operação: (a) escoamento em contracorrente e (b) escoamento em paralelo.

11.43 Um trocador de calor de placas aletadas é usado para condensar o vapor saturado de um refrigerante em um sistema de ar condicionado. O vapor tem uma temperatura de saturação de 45°C e uma taxa de condensação de 0,015 kg/s é ditada pelas exigências de desempenho do sistema. A área frontal do condensador é fixada em $A_{fr} = 0{,}25$ m² por exigências de instalação e um valor de $h_{fg} = 135$ kJ/kg pode ser admitido para o refrigerante.

(a) O projeto do condensador deve ser baseado em uma temperatura de entrada do ar nominal de $T_{f,ent} = 30$°C e em uma velocidade do ar na entrada nominal $V = 2$ m/s, para a qual o construtor do núcleo do trocador de calor indica um coeficiente global de $U = 50$ W/(m²·K). Qual é o valor correspondente da área da superfície de transferência de calor requerida para alcançar a taxa de condensação especificada? Qual é a temperatura de saída do ar?

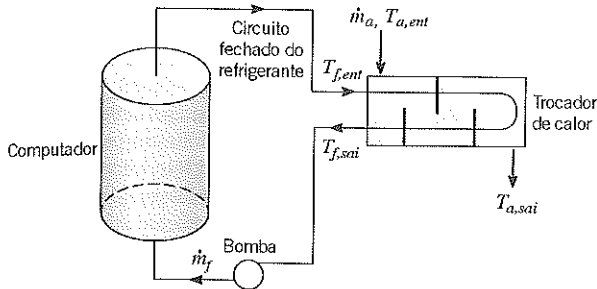
[(b)] O construtor do núcleo do trocador de calor informa também que $U \propto V^{0,7}$. Durante a operação diária a temperatura de entrada do ar não é controlável e pode variar de 27 a 38°C. Se a área do trocador de calor é fixada pelo resultado da parte (a), qual é a faixa de velocidades do ar necessárias para manter a taxa de condensação especificada? Represente graficamente a velocidade como uma função da temperatura de entrada do ar.

11.44 Um trocador de calor casco e tubos deve aquecer 10000 kg/h de água de 16 a 84°C, utilizando óleo de motor quente que escoa através do casco. O óleo faz um único passe no casco, entrando a 160°C e deixando o trocador a 94°C, com um coeficiente de transferência de calor médio de 400 W/(m²·K). A água escoa através de 11 tubos de latão com 22,9 mm de diâmetro interno e 25,4 mm de diâmetro externo, com cada tubo fazendo quatro passes no casco.

(a) Admitindo o escoamento da água plenamente desenvolvido, determine o comprimento dos tubos por passe requerido.

[(b)] Para o comprimento dos tubos determinado na parte (a), represente graficamente a efetividade, as temperaturas de saída dos fluidos e o coeficiente de transferência de calor no lado da água como funções da vazão da água para 5000 ≤

$\dot{m}_f \leq 15000$ kg/h, com todas as demais condições permanecendo inalteradas.

11.45 Em um supercomputador, os atrasos na programação de sinais são reduzidos utilizando-se configurações com circuitos de alta massa específica, que são resfriados por sua imersão em um líquido dielétrico especial. O fluido é bombeado em um circuito fechado através do computador e de um trocador de calor casco e tubo adjacente, que possui um passe no casco e dois nos tubos.

Durante a operação em condições normais, o calor gerado no interior do computador é transferido para o fluido dielétrico que passa através do computador a uma vazão de $\dot{m}_f = 4{,}81$ kg/s. Por sua vez, o fluido passa através dos tubos do trocador de calor e o calor é transferido para a água que passa sobre os tubos. Pode ser considerado que o fluido dielétrico possui propriedades constantes iguais a: $c_p = 1040$ J/(kg·K), $\mu = 7{,}65 \times 10^{-4}$ kg/(s·m), $k = 0{,}058$ W/(m·K) e $Pr = 14$. Durante a operação em condições normais, água resfriada, a uma vazão de $\dot{m}_a = 2{,}5$ kg/s e uma temperatura de entrada de $T_{a,ent} = 5°C$, escoa sobre os tubos. A água possui um calor específico de 4200 J/(kg·K) e proporciona um coeficiente convectivo médio de 10000 W/(m²·K) na superfície externa dos tubos.

(a) Se o trocador de calor possui 72 tubos com paredes delgadas, cada um com 10 mm de diâmetro, e admite-se a existência de escoamento plenamente desenvolvido no interior dos tubos, qual é o coeficiente de transferência de calor associado ao escoamento através dos tubos?

(b) Se o fluido dielétrico entra no trocador de calor a $T_{f,ent} = 25°C$ e deve deixá-lo a $T_{f,sai} = 15°C$, qual deve ser o comprimento dos tubos por passe?

[(c)] Para o trocador de calor com o comprimento de tubo por passe determinado na parte (b), represente graficamente a temperatura de saída do fluido dielétrico como uma função de sua vazão para $4 \leq \dot{m}_f \leq 6$ kg/s. Leve em consideração as variações correspondentes no coeficiente global de transferência de calor, porém suponha que todas as demais condições permaneçam sem alteração.

[(d)] O responsável local pela instalação do computador está preocupado com variações no desempenho do refrigerador, que fornece a água fria ($\dot{m}_a$;$T_{a,ent}$), e os seus efeitos sobre a temperatura de saída $T_{f,sai}$ do fluido dielétrico. Com todas as demais condições permanecendo sem alteração, determine o efeito de uma variação de ± 10% na vazão mássica da água fria sobre o valor de $T_{f,sai}$.

[(e)] Repita a análise de desempenho da parte (d) para determinar o efeito de uma variação de ± 3°C na temperatura de entrada da água sobre $T_{f,sai}$, com todas as demais condições permanecendo inalteradas.

11.46 Um trocador de calor casco e tubos possui 135 tubos com paredes delgadas em uma configuração com dois passes, cada um com 12,5 mm de diâmetro e uma área de transferência de calor total de 47,5 m². Água (o fluido pelo lado dos tubos) entra no trocador de calor a 15°C e 6,5 kg/s, sendo aquecida por gases de exaustão que entram a 200°C e 5 kg/s. Pode ser considerado que o gás possui as propriedades do ar atmosférico e o coeficiente global de transferência de calor é de aproximadamente 200 W/(m²·K).

(a) Quais são as temperaturas de saída do gás e da água?

(b) Admitindo escoamento plenamente desenvolvido, qual é o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção no lado dos tubos?

[(c)] Com todas as demais condições permanecendo sem alteração, represente graficamente a efetividade e as temperaturas de saída dos fluidos como funções da vazão mássica da água na faixa de 6 a 12 kg/s.

[(d)] Qual é a temperatura de entrada do gás necessária para que o trocador de calor forneça 10 kg/s de água quente a uma temperatura de saída de 42°C, com todas as demais condições permanecendo inalteradas? Qual é a efetividade para essa condição de operação?

11.47 Um sistema de conservação de energia térmica oceânica está sendo proposto para a geração de energia elétrica. Tal sistema está baseado no ciclo padrão de energia no qual o fluido de serviço é evaporado, passa através de uma turbina e, em seqüência, é condensado. O sistema deve ser utilizado em locais muito especiais, nos quais a temperatura da água do oceano na região próxima à superfície é de aproximadamente 300 K, enquanto a temperatura em profundidades razoáveis é de aproximadamente 280 K. A água mais quente é usada como uma fonte de calor para evaporar o fluido de serviço, enquanto a água mais fria é utilizada como um sumidouro de calor para a condensação do fluido. Considere uma unidade que deve gerar 2 MW de eletricidade com uma eficiência (produção de energia elétrica em relação ao calor alimentado) de 3%. O evaporador é um trocador de calor com um único casco e muitos tubos fazendo dois passes. Se o fluido de serviço é evaporado na sua temperatura de mudança de fase de 290 K, com a água do oceano entrando no trocador a 300 K e deixando-o a 292 K, qual é a área de troca térmica que o evaporador deve possuir? Qual é a vazão de água através do evaporador que deve ser mantida? O coeficiente global de transferência de calor pode ser aproximado por 1200 W/(m²·K).

11.48 Um trocador de calor de escoamento cruzado com único passe, com os dois fluidos não-misturados, está sendo usado para aquecer água ($\dot{m}_f = 2$ kg/s, $c_p = 4200$ J/(kg·K)) de 20°C para 100°C com gases de exaustão quentes ($c_p = 1200$ J/(kg·K)) entrando a 320°C. Qual é a vazão mássica requerida dos gases de exaustão? Admita que *UA* é igual ao seu valor de projeto de 4700 W/K, independentemente da vazão mássica do gás.

11.49 Vapor d'água de processo, saturado a 1 atm, é condensado em um trocador de calor casco e tubos (um casco e dois passes nos tubos). Água de resfriamento entra nos tubos a 15°C e com uma velocidade média de 3,5 m/s. Os tubos possuem paredes delgadas e são feitos de cobre com um diâmetro de 14 mm e um comprimento de 0,5 m. O coeficiente de transferência de calor por convecção na condensação sobre a superfície externa dos tubos é de 21800 W/(m²·K).

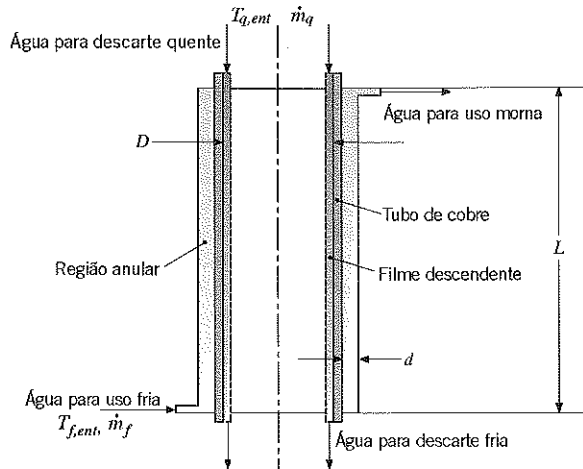
(a) Determine o número de tubos por passe necessário para condensar 2,3 kg/s de vapor.

(b) Determine a temperatura de saída de água.

(c) Determine a taxa de condensação máxima possível que poderia ser obtida com esse trocador de calor usando as mesmas vazão mássica e temperatura de entrada da água.

[(d)] Usando a área de transferência de calor determinada na parte (a), represente graficamente a temperatura de saída da água e a taxa de condensação do vapor para velocidades médias da água na faixa entre 1 e 5 m/s. Admita que o coeficiente de transferência de calor por convecção no lado do casco permaneça constante.

11.50 O engenheiro-chefe de uma universidade que está construindo um grande número de novos dormitórios para os estudantes

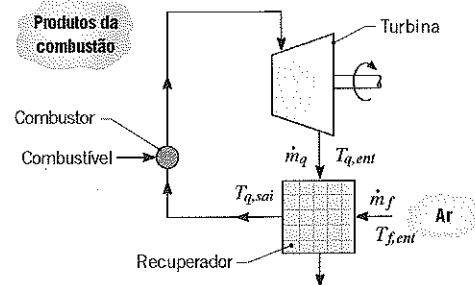
decide instalar um trocador de calor bitubular de tubos concêntricos, operando em contracorrente, na tubulação de cada chuveiro nos dormitórios. As tubulações de cobre têm parede delgada e um diâmetro $D_i = 50$ mm. Água para descarte vinda dos chuveiros entra nos trocadores de calor a $T_{q,ent} = 38°C$, enquanto a água para uso entra nos dormitórios a $T_{f,ent} = 10°C$. A água de descarte escoa para baixo na parede vertical interna da tubulação em um fino *filme descendente*, fornecendo um $h_q = 10000$ W/(m²·K).

(a) Se o espaço anular tem $d = 10$ mm, o comprimento do trocador de calor é $L = 1$ m e a vazão de água para uso é $\dot{m} = 10$ kg/min, determine a taxa de transferência de calor e a temperatura de saída da água morna para uso.
(b) Se uma mola helicoidal for instalada no espaço anular de tal modo que a água para uso seja forçada a seguir uma trajetória em espiral de sua entrada até a sua saída, resultando em um $h_f = 9050$ W/(m²·K), determine a taxa de transferência de calor e a temperatura de saída da água para uso.
(c) Com base no resultado da parte (b), calcule a economia diária se 15000 estudantes tomarem, cada um, um banho de 10 min por dia e o custo de aquecimento da água for de \$0,07/(kW·h).

11.51 Um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e um passe nos tubos (Figura 11.3) é utilizado para resfriar o óleo de um grande motor marítimo. Água de lago (o fluido no lado do casco) entra no trocador de calor a 2 kg/s e 15°C, enquanto o óleo entra a 1 kg/s e 140°C. O óleo escoa através de 100 tubos de cobre, cada um com 500 mm de comprimento e com diâmetros interno e externo de 6 e 8 mm, respectivamente. O coeficiente de transferência de calor no lado do casco é de aproximadamente 500 W/(m²·K).
(a) Qual é a temperatura de saída do óleo?
(b) Ao longo do tempo ocorre uma queda no desempenho da bomba de água do motor, bem como um acúmulo de depósitos sobre a superfície externa dos tubos. Para avaliar o efeito dessas mudanças sobre o desempenho do trocador de calor, obtenha dois gráficos da temperatura de saída do óleo como uma função da vazão mássica da água no intervalo entre 1 e 2 kg/s. Um dos gráficos deve corresponder a uma superfície externa limpa ($R''_{d,f} = 0$) e o outro a condições na superfície para as quais $R''_{d,f} = 0{,}0003$ m²·K/W.

11.52 Um trocador de calor casco e tubos, com um passe no casco e 20 passes nos tubos, utiliza água quente no lado dos tubos para aquecer óleo que escoa pelo lado do casco. O único tubo, de cobre, possui diâmetros interno e externo de 20 e 24 mm, e um comprimento por passe de 3 m. A água entra a 87°C e 0,2 kg/s, e sai a 27°C. As temperaturas de entrada e de saída do óleo são 7 e 37°C. Qual é o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção médio na superfície externa do tubo?

11.53 O óleo em um motor é resfriado por ar em um trocador de calor de escoamentos cruzados no qual os dois fluidos são não-misturados. Ar atmosférico entra a 30°C e 0,53 kg/s. Óleo, a uma vazão de 0,026 kg/s, entra a 75°C e escoa através de um tubo com 10 mm de diâmetro. Supondo escoamento plenamente desenvolvido e fluxo térmico constante na parede, estime o coeficiente de transferência de calor no lado do óleo. Se o coeficiente de transferência de calor por convecção global é de 53 W/(m²·K) e a área total de transferência de calor é de 1 m², determine a efetividade. Qual é a temperatura de saída do óleo?

11.54 É proposto que o gás de exaustão de uma planta de geração de potência elétrica a diesel seja usado para gerar vapor d'água em um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e um passe nos tubos. Os tubos de aço têm uma condutividade térmica de 40 W/(m·K), um diâmetro interno de 50 mm e uma espessura de parede de 4 mm. O gás de exaustão, cuja vazão é de 2 kg/s, entra no trocador de calor a 400°C e tem que deixá-lo a 215°C. Para limitar a queda de pressão no interior dos tubos, a velocidade do gás nos tubos não deve ser superior a 25 m/s. Se água saturada a 11,7 bar é alimentada no lado do casco do trocador, determine o número necessário de tubos e o seu comprimento. Suponha que as propriedades do gás de exaustão possam ser aproximadas pelas do ar atmosférico e que a resistência térmica no lado da água seja desprezível. Entretanto, leve em consideração a deposição no lado do gás nos tubos e use uma resistência de deposição de 0,0015 m²·K/W.

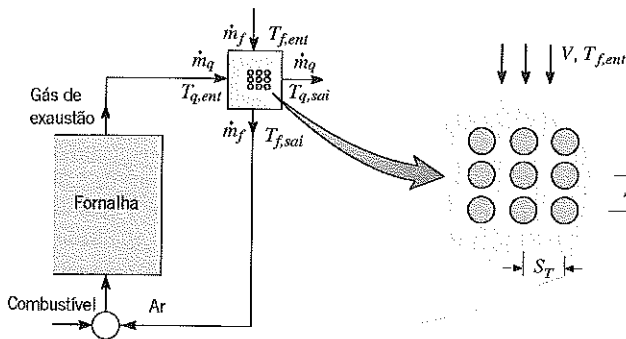
11.55 Um recuperador é um trocador de calor que aquece ar usado em um processo de combustão pela extração de energia dos produtos da combustão. Ele pode ser usado para aumentar a eficiência de uma turbina a gás através do aumento da temperatura do ar que entra no combustor.

Considere um sistema no qual o recuperador é um trocador de calor de escoamento cruzado, com os dois fluidos não-misturados, e as vazões associadas à exaustão da turbina e ao ar são $\dot{m}_q = 6{,}5$ kg/s e $\dot{m}_f = 6{,}2$ kg/s, respectivamente. O valor correspondente do coeficiente global de transferência de calor é $U = 100$ W/(m²·K).
(a) Sendo as temperaturas de entrada do gás e do ar $T_{q,ent} = 700$ K e $T_{f,ent} = 300$ K, respectivamente, qual área de transferência de calor é necessária para fornecer uma temperatura de saída do ar de $T_{f,sai} = 500$ K? Tanto o ar quanto os produtos da combustão podem ser considerados com um calor específico de 1040 J/(kg·K).
(b) Para as condições especificadas, calcule e represente graficamente a temperatura de saída do ar como uma função da área de transferência de calor.

11.56 Um trocador de calor bitubular utiliza água, disponível a 15°C, para resfriar etilenoglicol de 100 para 60°C. As vazões da água e do etilenoglicol são de 0,5 kg/s cada uma. Quais são a taxa de transferência de calor máxima possível e a efetividade do trocador de calor? Qual o modo de operação preferível, escoamento em paralelo ou escoamento em contracorrente?

11.57 Água é usada nas duas correntes que escoam através de um trocador de calor com escoamentos cruzados (não-misturados) e um único passe. A água quente entra a 90°C e 10000 kg/h, enquanto a água fria entra a 10°C e 20000 kg/h. Sendo a efetividade do trocador igual a 60%, determine a temperatura de saída da água fria.

11.58 Um trocador de calor com escoamentos cruzados é formado por uma matriz de 32 tubos em um duto com 0,6 m². Água quente, a 150°C e com uma velocidade média de 0,5 m/s, entra nos tubos, que possuem diâmetros interno e externo de 10,2 e 12,5 mm. Ar atmosférico a 10°C entra no trocador a uma vazão volumétrica de 1,0 m³/s. O coeficiente convectivo na superfície externa dos tubos é de 400 W/(m²·K). Estime as temperaturas de saída dos fluidos.

11.59 O gás de exaustão de uma fornalha é usado para pré-aquecer o ar de combustão alimentado nos queimadores da fornalha. O gás, que possui uma vazão de 15 kg/s e uma temperatura de entrada de 1100 K, passa pelos tubos de uma matriz tubular, enquanto o ar, a uma vazão de 10 kg/s e a uma temperatura de entrada de 300 K, encontra-se em escoamento cruzado sobre o lado externo dos tubos. Os tubos não possuem aletas e o coeficiente global de transferência de calor é de 100 W/(m²·K). Determine a área total da superfície dos tubos necessária para se obter uma temperatura de saída do ar de 850 K. Pode-se supor que tanto o gás de exaustão como o ar possuem um calor específico de 1075 J/(kg·K).

11.60 Um recuperador é um trocador de calor que aquece o ar usado em um processo de combustão pela extração de energia dos produtos de combustão (o gás de exaustão). Considere a utilização de um trocador de calor com escoamentos cruzados e um único passe como recuperador.

Oitenta tubos cerâmicos de carbeto de silício (k = 20 W/(m·K)), com diâmetros interno e externo iguais a 55 e 80 mm, respectivamente, e com comprimento L = 1,4 m, são posicionados formando uma matriz de tubos alinhados com passos longitudinal e transversal de S_L = 100 mm e S_T = 120 mm, respectivamente. Ar frio escoa transversalmente sobre a matriz de tubos com condições a montante que equivalem a V = 1 m/s e $T_{f,ent}$ = 300 K, enquanto os gases quentes de exaustão, com temperatura de alimentação de $T_{q,ent}$ = 1400 K, passam pelo interior dos tubos. As superfícies externas dos tubos estão limpas, enquanto as superfícies internas são caracterizadas por um fator de deposição de $R''_d = 2 \times 10^{-4}$ m²·K/W. As vazões do ar e dos gases de exaustão são de $\dot{m}_f$ = 1,0 kg/s e $\dot{m}_q$ = 1,05 kg/s, respectivamente. Como primeiras aproximações, (1) estime todas as propriedades necessárias do ar a 1 atm e 300 K, (2) suponha que os gases de exaustão possuam as propriedades do ar a 1 atm e 1400 K, e (3) admita que a temperatura na parede do tubo esteja a 800 K com o propósito de levar em consideração o efeito de propriedades variáveis na transferência de calor por convecção.

(a) Se existir uma economia de combustível da ordem de 1% associada a cada aumento de 10°C na temperatura do ar de combustão ($T_{f,s}$) acima de 300 K, qual é a economia percentual de combustível para as condições especificadas?

(b) O desempenho do recuperador é fortemente influenciado pelo produto do coeficiente global de transferência de calor e da área total, UA. Calcule e represente graficamente $T_{f,sai}$ e a economia percentual de combustível como funções do valor de UA para $300 \leq UA \leq 600$ W/K. Sem alterar as vazões, quais são as medidas que podem ser tomadas para aumentar o valor de UA?

11.61 Considere a operação do sistema forno-recuperador do Problema 11.60 sob condições nas quais energia química é convertida em energia térmica no combustor a uma taxa de $q_{comb} = 2{,}0 \times 10^6$ W e energia é transferida dos gases de combustão para a carga no interior do forno a uma taxa de $q_{car} = 1{,}4 \times 10^6$ W. Supondo vazões ($\dot{m}_f = \dot{m}_q$ = 1,0 kg/s) e calores específicos ($c_{p,f} = c_{p,q}$ = 1200 J/(kg·K)) equivalentes para o ar frio e os gases de exaustão no recuperador, determine $T_{q,ent}$, $T_{q,sai}$ e $T_{f,sai}$ quando $T_{f,ent}$ = 300 K e o recuperador possui uma efetividade de ε = 0,30. Qual é o valor da efetividade que seria necessário para atingir uma temperatura de entrada do ar no combustor de 800 K?

11.62 Um trocador de calor casco e tubos, com um passe no casco e dois passes nos tubos, é usado para transferir calor de uma solução de etilenoglicol-água (lado do casco), vinda de um coletor solar instalado no telhado, para água pura (lado dos tubos) usada nas atividades normais da casa. Os tubos possuem diâmetros interno e externo de D_i = 3,6 mm e D_e = 3,8 mm, respectivamente. Cada um dos 100 tubos tem 0,8 m de comprimento (0,4 m por passe) e o coeficiente de transferência de calor associado à mistura de etileno glicol é de h_e = 11000 W/(m²·K).

(a) Para tubos de cobre puro, calcule a taxa de transferência de calor da solução de etileno glicol-água ($\dot{m}$ = 2,5 kg/s, $T_{q,ent}$ = 80°C) para a água pura ($\dot{m}$ = 2,5 kg/s, $T_{f,ent}$ = 20°C). Determine as temperaturas de saída das duas correntes de fluidos. A massa específica e o calor específico da mistura etileno glicol-água são 1040 kg/m³ e 3660 J/(kg·K), respectivamente.

(b) Propõe-se substituir a matriz tubular de cobre por uma matriz composta por tubos de náilon resistente a altas temperaturas com os mesmos diâmetro e espessura de parede. O náilon é caracterizado por uma condutividade térmica de k_n = 0,31 W/(m·K). Determine o comprimento dos tubos necessário para transferir a mesma quantidade de calor da parte (a).

11.63 Considere um trocador de calor bitubular caracterizado por um coeficiente global de transferência de calor uniforme e que opera sob as seguintes condições:

	$\dot{m}$ (kg/s)	c_p (J/(kg·K))	T_i (°C)	T_o (°C)
Fluido frio	0,125	4200	40	95
Fluido quente	0,125	2100	210	—

Qual é a taxa de transferência de calor máxima possível? Qual é a efetividade do trocador de calor? O trocador de calor deve ser operado em paralelo ou em contracorrente? Qual é a razão entre as áreas necessárias nestas duas condições de escoamento?

11.64 Considere um trocador de calor bitubular cujas temperaturas de entrada das águas quente e fria são de 200 e 35°C, respectivamente. As vazões dos fluidos quente e frio são 42 e 84 kg/h, respectivamente. Admita que o coeficiente global de transferência de calor é igual a 180 W/(m²·K).

(a) Qual é a taxa de transferência de calor máxima que pode ser atingida para as condições de entrada especificadas?
(b) Se o trocador de calor for operado em contracorrente com uma área de transferência de calor de 0,33 m², determine as temperaturas de saída dos fluidos.
[(c)] Com todas as demais condições permanecendo inalteradas, represente graficamente a efetividade e as temperaturas de saída dos fluidos como funções do produto UA no intervalo compreendido entre 50 e 1000 W/K. À medida que o valor de UA se torna muito elevado, qual é o valor assintomático de $T_{q,sai}$?
(d) Qual é o maior valor possível que pode ser alcançado para a taxa de transferência de calor nas condições de entrada especificadas, se o trocador for operado em paralelo e o seu comprimento for muito grande? Qual é a efetividade do trocador nessa configuração?
[(e)] Para a operação com escoamento em paralelo, represente graficamente a efetividade e as temperaturas de saída dos fluidos como funções do produto UA no intervalo entre 50 e 1000 W/K. À medida que UA se torna muito elevado, quais são os valores assintóticos de $T_{q,sai}$ e $T_{f,ent}$?

11.65 O espaço livre em qualquer planta de processo que abriga trocadores de calor casco e tubos tem que ser suficientemente grande para permitir que a manutenção da matriz tubular seja efetuada facilmente. Uma regra prática dita que o espaço livre deve ser no mínimo 2,5 vezes o comprimento da matriz tubular, de tal forma que a matriz possa ser removida completamente do casco (assim o valor mínimo absoluto do espaço livre é o dobro do comprimento da matriz) e posteriormente limpa, reparada ou trocada facilmente (associada à metade extra do comprimento da matriz no espaço livre). O local no qual o trocador de calor do Problema 11.22 deve ser instalado tem 8 m de comprimento e, conseqüentemente, o trocador de calor com 4,7 m é muito grande para o local previsto. Um trocador de calor casco e tubos com dois cascos, um sobre o outro, será suficientemente pequeno para caber no local previsto? Cada casco possui 10 tubos, com 8 passes nos tubos.

11.66 Analise a influência de uma espessura de placa não-nula no Exemplo 11.2, quando há 40 canais.
(a) Determine as dimensões externas, L, do núcleo do trocador de calor para uma espessura de placa igual a $t = 0{,}8$ mm, considerando placas de alumínio puro ($k_{Al} = 237$ W/(m·K)) e de fluoreto de polivinilideno (PVDF, $k_{pv} = 0{,}17$ W/(m·K)). Despreze as espessuras das placas exteriores superior e inferior.
[(b)] Represente graficamente a dimensão do núcleo do trocador como uma função da espessura das placas para o alumínio e para o PVDF no intervalo $0 \leq t \leq 1$ mm.

11.67 Gases quentes de exaustão são utilizados em um trocador de calor casco e tubos para aquecer 2,5 kg/s de água de 35 a 85°C. Os gases, que podem ser considerados como portadores das propriedades do ar, entram no trocador a 200°C e o deixam a 93°C. O coeficiente global de transferência de calor é de 180 W/(m²·K). Usando o método da efetividade-NUT, calcule a área do trocador de calor.

11.68 Em cirurgias com coração aberto sob condições hipotérmicas, o sangue do paciente é resfriado antes da cirurgia e reaquecido após a mesma. Propõe-se para este fim a utilização de um trocador de calor bitubular em contracorrente com 0,5 m de comprimento. O tubo interno possui parede delgada e um diâmetro de 55 mm. O calor específico do sangue é de 3500 J/(kg·K).
(a) Se água a $T_{q,ent} = 60$°C e $\dot{m}_q = 0{,}10$ kg/s é usada para aquecer o sangue que entra no trocador a $T_{f,ent} = 18$°C e $\dot{m}_f = 0{,}05$ kg/s, qual é a temperatura do sangue ao deixar o trocador de calor? O coeficiente global de transferência de calor é de 500 W/(m²·K).
[(b)] O cirurgião pode desejar controlar a taxa de transferência de calor q e a temperatura de saída $T_{f,sai}$ do sangue com a alteração da vazão e/ou da temperatura de entrada da água durante o processo de reaquecimento. Para auxiliar o desenvolvimento de um controlador apropriado para os valores especificados de $\dot{m}_f$ e $T_{f,ent}$, calcule e represente graficamente q e $T_{f,sai}$ como funções de $\dot{m}_q$ para $0{,}05 \leq \dot{m}_q \leq 0{,}20$ kg/s e valores de $T_{q,ent} = 50$, 60 e 70°C. Como a influência dominante sobre o coeficiente global de transferência de calor está associada às condições do escoamento do sangue, o valor de U pode ser considerado constante e igual a 500 W/(m²·K). Devem algumas condições de operação ser excluídas?

11.69 Etilenoglicol e água, a 60 e 10°C, respectivamente, entram em um trocador de calor casco e tubos com área de transferência de calor total igual a 15 m². Com vazões do etilenoglicol e da água de 2 e 5 kg/s, respectivamente, o coeficiente global de transferência de calor é de 800 W/(m²·K).
(a) Determine a taxa de transferência de calor e as temperaturas de saída dos fluidos.
[(b)] Supondo todas as demais condições inalteradas, represente graficamente a efetividade e as temperaturas de saída dos fluidos como funções da vazão do etilenoglicol para $0{,}5 \leq \dot{m}_q \leq 5$ kg/s.

11.70 Uma caldeira usada para gerar vapor d'água saturado tem a forma de um trocador de calor com escoamentos cruzados e tubos sem aletas, com a água escoando no interior dos tubos e um gás a alta temperatura em escoamento cruzado sobre os tubos. O gás, que possui um calor específico de 1120 J/(kg·K) e uma vazão mássica de 10 kg/s, entra no trocador de calor a 1400 K. A água, a uma vazão de 3 kg/s, entra como líquido saturado a 450 K e sai como vapor saturado à mesma temperatura. Se o coeficiente global de transferência de calor é de 50 W/(m²·K) e há 500 tubos, cada um com 0,025 m de diâmetro, qual é o comprimento necessário dos tubos?

11.71 O calor perdido no gás de exaustão de um forno industrial é recuperado pela colocação de uma matriz de tubos sem aletas na chaminé do forno. Água pressurizada, a uma vazão de 0,025 kg/s, faz um passe através de *cada* um dos tubos, enquanto o gás de exaustão, que possui uma velocidade a montante de 5,0 m/s, se move em escoamento cruzado sobre os tubos a uma vazão de 2,25 kg/s. A matriz tubular forma uma matriz quadrada de 100 tubos de paredes delgadas (10 × 10), cada um com 25 mm de diâmetro e 4 m de comprimento. Os tubos são alinhados com um passo transversal de 50 mm. As temperaturas de entrada da água e dos gases de exaustão são de 300 e 800 K, respectivamente. O escoamento da água é plenamente desenvolvido e supõe-se que as propriedades do gás sejam iguais às do ar atmosférico.
(a) Qual é o coeficiente global de transferência de calor?
(b) Quais são as temperaturas de saída dos fluidos?
[(c)] A operação do trocador de calor pode variar de acordo com a demanda por água quente. Para o projeto do trocador especificado e as condições de entrada, calcule e represente graficamente a taxa de recuperação de calor e as temperaturas de saída dos dois fluidos como funções da vazão da água por tubo para $0{,}02 \leq \dot{m}_{f,1} \leq 0{,}20$ kg/s.

11.72 Um trocador de calor é formado por uma matriz com 1200 tubos com paredes delgadas sobre os quais ar escoa em escoamento cruzado. Os tubos estão posicionados em linha, perfazendo 40 colunas longitudinais (ao longo da direção do escoamento do ar) e 30 linhas transversais. Os tubos possuem 0,07 m de diâmetro e 2 m de comprimento, com passos transversal e longitudinal de 0,14 m. O fluido quente, escoando no interior dos tubos, é vapor d'água saturado, que condensa a 400 K. O coeficiente de transferência de calor por convecção no vapor em condensação é muito maior do que aquele no lado do ar.

(a) Se o ar entra no trocador de calor a $\dot{m}_f = 12$ kg/s, 300 K e 1 atm, qual é a sua temperatura de saída?

(b) A taxa de condensação pode ser controlada pela variação da vazão do ar. Calcule e represente graficamente a temperatura de saída do ar, a taxa de transferência de calor e a taxa de condensação como funções da vazão do ar para $10 \leq \dot{m}_f \leq 50$ kg/s.

11.73 Ao analisar ciclos termodinâmicos envolvendo trocadores de calor, é útil expressar a taxa de transferência de calor em termos de uma resistência térmica global R_t e das temperaturas de entrada dos fluidos quente e frio,

$$q = \frac{(T_{q,ent} - T_{f,ent})}{R_t}$$

A taxa de transferência de calor também pode ser representada em termos de equações de taxas,

$$q = UA\,\Delta T_{ml} = \frac{1}{R_{ml}}\Delta T_{ml}$$

(a) Deduza uma relação para R_{ml}/R_t para um trocador de calor com escoamento em paralelo em termos de um único parâmetro adimensional B, que não envolve qualquer temperatura dos fluidos, mas apenas U, A, C_q, C_f (ou C_{min}, C_{max}).

(b) Calcule e represente graficamente R_{ml}/R_t para valores de $B = 0{,}1$; 1,0 e 5,0. Que conclusões podem ser tiradas a partir do gráfico?

11.74 A potência necessária para vencer o vento e o arrasto viscoso associados a um carro viajando a uma velocidade constante de 25 m/s é igual a 9 kW.

(a) Determine a área de transferência de calor necessária do radiador, se o carro está equipado com um motor de combustão interna operando com uma eficiência de 35%. (Suponha que 65% da energia gerada pelo motor esteja na forma de calor, que é removido pelo radiador.) As temperaturas de entrada e de saída médias da água em relação ao radiador são $T_{m,ent} = 400$ K e $T_{m,sai} = 330$ K, respectivamente. O ar de resfriamento está disponível a 3 kg/s e 300 K. O radiador pode ser analisado como um trocador de calor de escoamentos cruzados com os dois fluidos não-misturados, com um coeficiente global de transferência de calor de 400 W/(m²·K).

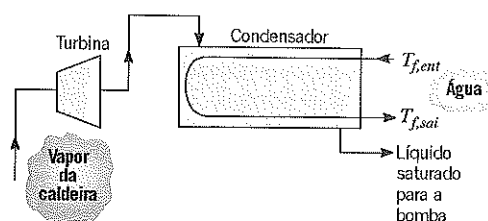
(b) Determine a vazão mássica de água requerida e a área de transferência de calor do radiador se o carro estiver equipado com uma célula-combustível operando com 50% de eficiência. A temperatura de operação da célula-combustível está limitada a até aproximadamente 85°C, assim as temperaturas de entrada e saída médias da água em relação ao radiador são $T_{m,ent} = 355$ K e $T_{m,sai} = 330$ K, respectivamente. A temperatura de entrada do ar é igual à da parte (a). Suponha que a vazão do ar seja proporcional à área da superfície do radiador. *Sugestão:* Há necessidade de iteração.

(c) Determine a área de transferência de calor do radiador e a temperatura de saída média da água requeridas para o carro equipado com a célula-combustível, se a vazão mássica da água for a mesma da parte (a).

11.75 Um ar-condicionado, que opera entre temperaturas interna e externa de 23 e 43°C, respectivamente, remove 5 kW de uma construção. O ar condicionado pode ser modelado como uma máquina térmica de Carnot invertida com o refrigerante como fluido de trabalho. A eficiência do motor do compressor e do ventilador é de 80%, e 0,2 kW são necessários para operar o ventilador.

(a) Admitindo resistências térmicas desprezíveis (Problema 11.73) entre o refrigerante no condensador e o ar exterior, e entre o refrigerante no evaporador e o ar interior, calcule a potência exigida pelo motor.

(b) Se as resistências térmicas entre o refrigerante e o ar nas seções de evaporação e de condensação forem as mesmas, 3×10^{-3} K/W, determine a temperatura exigida pelo refrigerante em cada seção. Calcule a potência exigida pelo motor.

11.76 Em um sistema de potência de Rankine, 1,5 kg/s de vapor d'água deixa a turbina como vapor saturado a 0,51 bar. O vapor é condensado em líquido saturado pela sua passagem sobre os tubos de um trocador de calor casco e tubos, enquanto água líquida, com uma temperatura de entrada de $T_{f,ent} = 280$ K, escoa através dos tubos. O condensador possui 100 tubos com paredes delgadas, cada um com diâmetro de 10 mm, e a vazão total da água através dos tubos é de 15 kg/s. O coeficiente convectivo médio associado à condensação sobre a superfície externa dos tubos pode ser aproximado por $\bar{h}_e = 5000$ W/(m²·K). Os valores apropriados para as propriedades da água líquida são $c_p = 4178$ J/(kg·K), $\mu = 700 \times 10^{-6}$ kg/(s·m), $k = 0{,}628$ W/(m·K) e $Pr = 4{,}6$.

(a) Qual é a temperatura de saída da água?

(b) Qual é o comprimento dos tubos necessário (por tubo)?

(c) Após o uso prolongado do trocador de calor, depósitos que se acumulam sobre as superfícies interna e externa dos tubos proporcionam um fator de deposição total igual a 0,0003 m²·K/W. Para as condições de entrada especificadas e o comprimento dos tubos calculado, qual é a fração mássica do vapor que se condensa?

(d) Para o comprimento dos tubos calculado na parte (b) e o fator de deposição dado na parte (c), explore a faixa de variação da vazão e a temperatura de entrada da água (dentro de valores fisicamente razoáveis) com o objetivo de melhorar o desempenho do condensador. Represente os seus resultados graficamente e apresente conclusões apropriadas.

11.77 Considere um ciclo de Rankine com o vapor d'água saturado deixando a caldeira a uma pressão de 2 MPa e uma pressão no condensador de 10 kPa.

(a) Calcule a eficiência térmica do ciclo de Rankine ideal para essas condições de operação.

(b) Se o trabalho reversível líquido para o ciclo for de 0,5 MW, calcule a vazão de água de resfriamento requerida no condensador a 15°C com uma elevação de temperatura permitida de 10°C.

(c) Projete um trocador de calor casco e tubos (um casco com múltiplos passes nos tubos) que irá satisfazer as condições de taxa de transferência de calor e de temperatura requeridas no condensador. Seu projeto deve especificar o número de tubos e os seus diâmetro e comprimento.

11.78 Considere o ciclo de Rankine do Problema 11.77, que rejeita 2,3 MW no condensador, que por sua vez é alimentado com água de resfriamento a uma vazão de 70 kg/s a 15°C.

(a) Calcule UA, um parâmetro que é indicativo do tamanho do condensador requerido por essa condição de operação.

(b) Considere agora uma situação na qual o coeficiente global de transferência de calor no condensador, U, sofre uma redução de 10% devido à deposição. Determine a redução na eficiência térmica do ciclo causada pela deposição, admitindo que a vazão da água de resfriamento e a temperatura

da água permaneçam as mesmas e que o condensador é operado na mesma pressão no lado do vapor.

Trocadores de Calor Compactos

11.79 Considere as condições do trocador de calor compacto do Exemplo 11.6. Após o uso prolongado, fatores de deposição de 0,0005 e 0,001 m²·K/W estão associados às condições nos lados da água e do gás, respectivamente. Qual é o valor do coeficiente global de transferência de calor baseado no lado do gás?

11.80 Considere a geometria do núcleo do trocador de calor e a área frontal especificadas no Exemplo 11.6. O trocador deve aquecer 2 kg/s de água de 300 a 350 K, usando 1,25 kg/s de gases de combustão, que entram no sistema a 700 K. Usando o coeficiente global de transferência de calor determinado no exemplo, ache o volume exigido para o trocador de calor, admitindo uma operação com único passe. Qual é o número de colunas de tubos N_L na direção longitudinal (direção do escoamento do gás)? Se a velocidade da água que escoa pelo interior dos tubos é de 100 mm/s, qual é o número de linhas de tubos N_T na direção transversal? Qual é o comprimento que os tubos devem possuir?

11.81 Considere as condições do Exemplo 11.6, mas com o arranjo de aletas contínuas do Exemplo 11.7 usado no lugar das aletas circulares da Figura 11.16. O núcleo do trocador de calor é fabricado com alumínio e os tubos têm um diâmetro interno de 8,2 mm. Um coeficiente convectivo interno de 1500 W/(m²·K) pode ser novamente considerado para o escoamento da água através dos tubos. Gases de combustão, a 1 atm e 825 K, encontram-se em escoamento cruzado sobre os tubos. Para uma vazão de gás de 1,25 kg/s e uma área frontal de 0,20 m², qual é o coeficiente global de transferência de calor baseado no lado do gás? Se água a uma vazão de 1 kg/s deve ser aquecida de 290 a 370 K, qual é o volume necessário do trocador de calor? *Sugestão:* Estime a eficiência das aletas supondo aletas circulares hipotéticas de raio r_2 = 15,8 mm em cada tubo. Você pode usar as propriedades do alumínio e dos fluidos fornecidas no Exemplo 11.6.

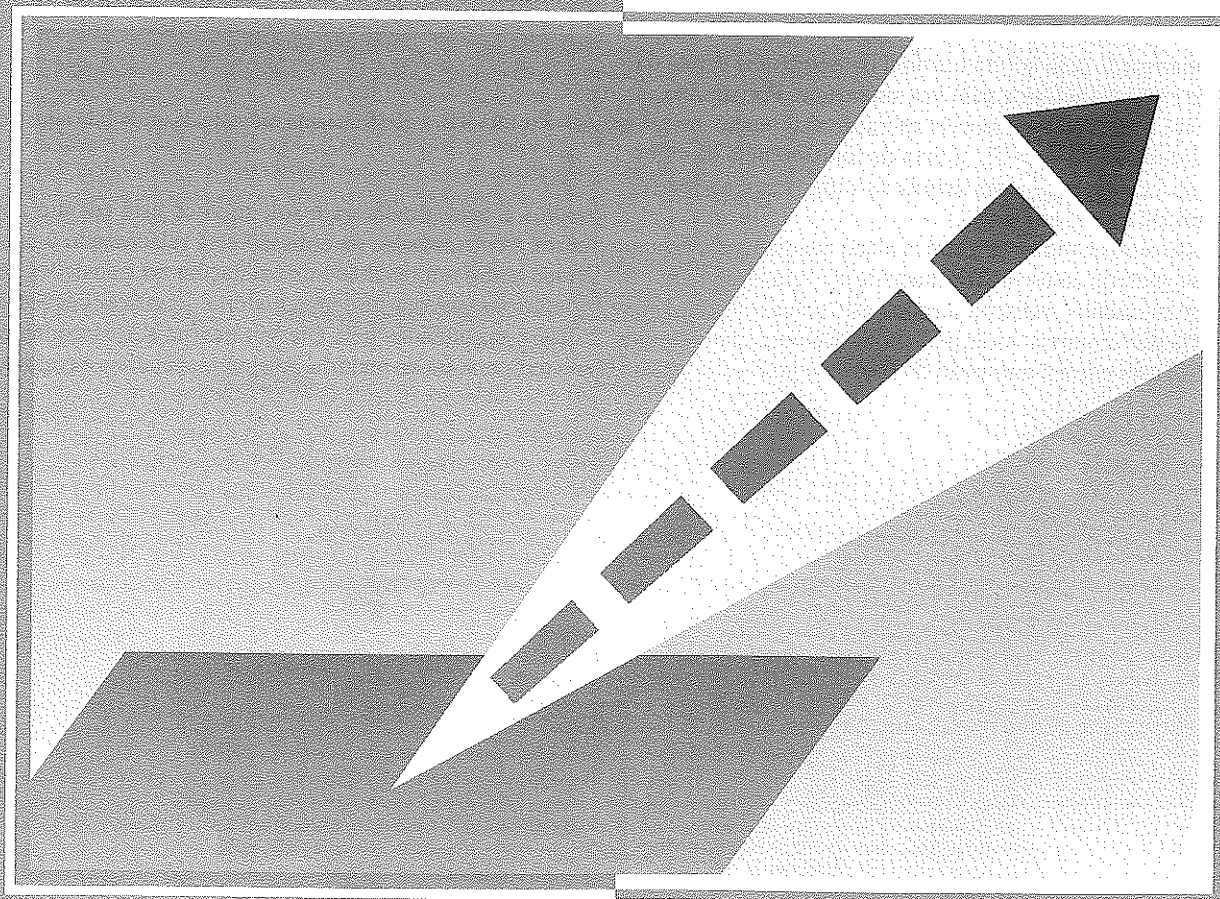
11.82 Uma serpentina de resfriamento é formada por uma matriz de tubos de alumínio (k = 237 W/(m·K)) aletados, tendo a configuração do núcleo mostrada na Figura 11.16 e um diâmetro interno de 13,8 mm. Os tubos estão instalados em um espaço cuja seção transversal quadrada tem 0,4 m de lado, oferecendo, dessa maneira, uma área frontal de 0,16 m². Ar atmosférico a 1,5 kg/s encontra-se em escoamento cruzado sobre os tubos, enquanto refrigerante-134a líquido saturado a 1 atm evapora no interior dos tubos. Se o ar entra a 37°C e sua temperatura de saída não deve exceder 17°C, qual é o número mínimo de colunas de tubos que deve existir na direção do escoamento? Um coeficiente de transferência de calor por convecção de 5000 W/(m²·K) está associado à evaporação no interior dos tubos.

11.83 Uma serpentina de resfriamento é formada por uma matriz de tubos de alumínio (k = 237 W/(m·K)) aletados, tendo a configuração do núcleo mostrada na Figura 11.16 e um diâmetro interno de 13,8 mm. Os tubos estão instalados em um espaço cuja seção transversal quadrada tem 0,4 m de lado, oferecendo, dessa maneira, uma área frontal de 0,16 m². Ar atmosférico a 1,5 kg/s encontra-se em escoamento cruzado sobre os tubos, enquanto refrigerante-134a saturado a 1 atm passa no interior dos tubos. Existem quatro colunas de tubos na direção do escoamento do ar. Se o ar entra a 37°C, qual é a sua temperatura de saída? Um coeficiente de transferência de calor por convecção de 5000 W/(m²·K) está associado à evaporação no interior dos tubos.

11.84 Um gerador de vapor d'água é formado por uma matriz de tubos de aço inoxidável (k = 15 W/(m·K)), que possui a configuração de núcleo mostrada na Figura 11.16, com tubos com diâmetro interno de 13,8 mm. Os tubos estão instalados em um espaço cuja seção transversal quadrada mede 0,6 m de lado, formando, dessa maneira, uma área frontal de 0,36 m². Gases de combustão, cujas propriedades podem ser aproximadas pelas do ar atmosférico, entram nesse espaço a 900 K e passam em escoamento cruzado sobre os tubos a uma vazão de 3 kg/s. Se água saturada entra nos tubos a uma pressão de 2,455 bar e a uma vazão de 0,5 kg/s, quantas colunas de tubos são necessárias para que se tenha vapor saturado na saída dos tubos? Um coeficiente de transferência de calor por convecção de 10000 W/(m²·K) está associado à ebulição no interior dos tubos.

11.85 Um gerador de vapor d'água é formado por uma matriz de tubos de aço inoxidável (k = 15 W/(m·K)), que possui a configuração de núcleo mostrada na Figura 11.16, com tubos com diâmetro interno de 13,8 mm. Os tubos estão instalados em um espaço cuja seção transversal quadrada mede 0,6 m de lado, formando, dessa maneira, uma área frontal de 0,36 m². Gases de combustão, cujas propriedades podem ser aproximadas pelas do ar atmosférico, entram nesse espaço a 900 K e passam em escoamento cruzado sobre os tubos a uma vazão de 3 kg/s. Existem 11 colunas de tubos na direção do escoamento do gás. Se água saturada a 2,455 bar encontra-se em ebulição no interior dos tubos, qual é a temperatura de saída do gás? Um coeficiente de transferência de calor por convecção de 10000 W/(m²·K) está associado à ebulição no interior dos tubos.

CAPÍTULO **12**

Radiação: Processos e Propriedades

Nós passamos a reconhecer que a transferência de calor por condução e por convecção exigem a presença de um gradiente de temperatura em alguma forma de matéria. De forma distinta, a transferência de calor por *radiação térmica* não exige a presença de um meio material. Ela é um processo extremamente importante e, no sentido físico, é talvez o modo mais interessante de transferência de calor. Ela é relevante em muitos processos industriais de aquecimento, resfriamento e secagem, assim como em métodos de conversão de energia que envolvem a combustão de combustíveis fósseis e a radiação solar.

Neste capítulo, nosso objetivo é analisar os meios pelos quais a radiação térmica é gerada, a natureza específica da radiação e a forma como ela interage com a matéria. Damos uma atenção particular às interações radiantes em uma superfície e às propriedades que devem ser introduzidas para descrever essas interações. No Capítulo 13, focalizaremos os meios para calcular a troca radiante entre duas ou mais superfícies.

12.1 *Conceitos Fundamentais*

Considere um sólido que se encontra inicialmente a uma temperatura mais elevada T_s do que a de sua vizinhança T_{viz}, mas ao redor do qual há vácuo (Figura 12.1). A presença do vácuo impede a perda de energia na superfície do sólido por condução ou convecção. Contudo, nossa intuição nos diz que o sólido irá esfriar e finalmente atingir o equilíbrio térmico com a sua vizinhança. Esse resfriamento está associado a uma redução na energia interna armazenada pelo sólido e é uma conseqüência direta da *emissão* de radiação térmica pela sua superfície. Por sua vez, a superfície irá interceptar e absorver radiação originada na vizinhança. Entretanto, se $T_s > T_{viz}$ a taxa de transferência de calor por radiação *líquida*, $q_{rad,liq}$, está *saindo da* superfície e a superfície resfriará até que T_s atinja T_{viz}.

FIGURA 12.1 Resfriamento radiante de um sólido aquecido.

Nós associamos a radiação térmica à taxa na qual a energia é emitida pela matéria como um resultado de sua temperatura não-nula. Nesse momento, radiação térmica está sendo emitida por toda matéria que circunda você: pela mobília e pelas paredes da sala, se você está em um ambiente fechado, ou pelo solo, pelos prédios e pela atmosfera e sol, se você está em um ambiente aberto. O mecanismo da emissão está relacionado à energia liberada como um resultado de oscilações ou transições dos muitos elétrons que constituem a matéria. Essas oscilações são, por sua vez, sustentadas pela energia interna e, conseqüentemente, pela temperatura da matéria. Assim, associamos a emissão de ra-

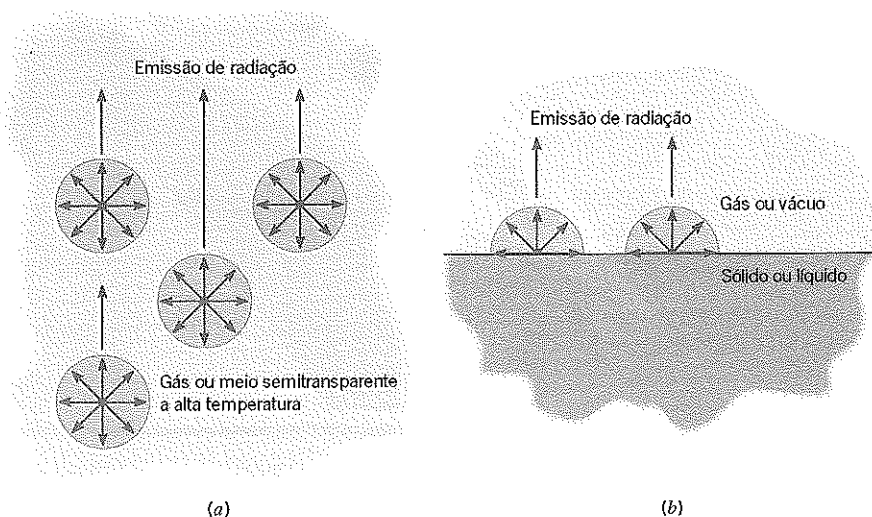



FIGURA 12.2 O processo de emissão. (*a*) Como um fenômeno volumétrico. (*b*) Fenômeno superficial.

diação térmica às condições excitadas termicamente no interior da matéria.

Todas as formas de matéria emitem radiação. Em gases e sólidos semitransparentes, como o vidro e cristais de sais a elevadas temperaturas, a emissão é um *fenômeno volumétrico*, como ilustrado na Figura 12.2. Isto é, a radiação que emerge de um volume finito de matéria corresponde ao efeito integrado da emissão local em todo o volume. Entretanto, neste livro nos concentraremos em situações nas quais a radiação é um *fenômeno de superfície*. Na maioria dos sólidos e líquidos, a radiação emitida pelas moléculas localizadas no interior do volume é em grande parte absorvida pelas moléculas a elas adjacentes. Conseqüentemente, a radiação que é emitida por um sólido ou um líquido se origina nas moléculas que se encontram a uma distância de até aproximadamente 1 μm de sua superfície exposta. É por essa razão que a emissão a partir de um sólido ou de um líquido para o interior de um gás a eles adjacente ou para o vácuo é vista como um fenômeno superficial, exceto em situações envolvendo dispositivos em nano ou microescala.

Sabemos que a radiação surge da emissão pela matéria e que o seu transporte subseqüente não exige a presença de qualquer matéria. Mas qual é a natureza desse transporte? Uma teoria vê a radiação como a propagação de um conjunto de partículas conhecidas por *fótons* ou *quanta*. Alternativamente, a radiação pode ser vista como a propagação de *ondas eletromagnéticas*. Em qualquer caso, desejamos atribuir para a radiação as propriedades de onda padrões de freqüência ν e de comprimento de onda λ. Para a radiação se propagando em um determinado meio, as duas propriedades estão relacionadas por

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{12.1}$$

onde c é a velocidade da luz no meio. Para a propagação no vácuo, $c_o = 2{,}998 \times 10^8$ m/s. A unidade de comprimento de onda é comumente o micrômetro (μm), com 1 μm $= 10^{-6}$ m.

O espectro eletromagnético completo está delineado na Figura 12.3. As radiações de pequeno comprimento de onda raios gama, raios X e ultravioleta (UV) são principalmente de interesse dos físicos de altas energias e dos engenheiros nucleares, enquanto as microondas e as ondas de rádio, que possuem grandes comprimentos de onda ($\lambda > 10^5$ μm), são de interesse dos engenheiros elétricos. É a porção intermediária do espectro, que se estende de aproximadamente de 0,1 até 100 μm e que inclui uma fração da UV e todo o visível e o infravermelho (IV), que é chamada de *radiação térmica*, porque é causada por e afeta o estado térmico ou a temperatura da matéria. Por essa razão, a radiação térmica é pertinente à transferência de calor.

A radiação térmica emitida por uma superfície inclui uma faixa de comprimentos de onda. Como mostrado na Figura 12.4*a*, a magnitude da radiação varia com o comprimento de onda e o termo *espectral* é usado para se referir à natureza dessa dependência. Como veremos, tanto a magnitude da radiação em qualquer comprimento de onda quanto a *distribuição espectral* variam com a natureza e a temperatura da superfície emissora.

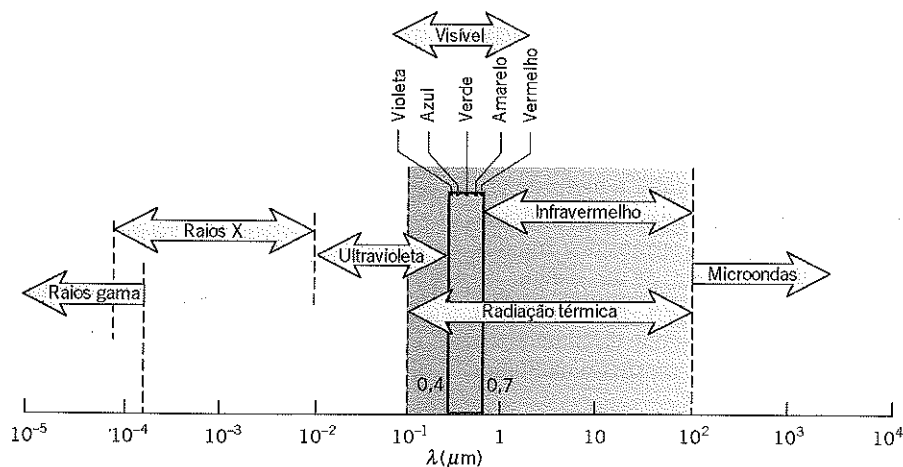



FIGURA 12.3 Espectro da radiação eletromagnética.

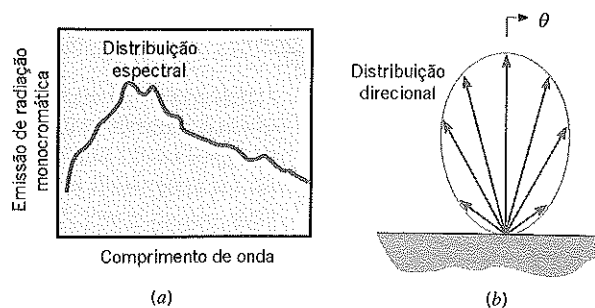



FIGURA 12.4 Radiação emitida por uma superfície. (*a*) Distribuição espectral. (*b*) Distribuição direcional.

A natureza espectral da radiação térmica é uma das duas características que complicam a sua descrição. A segunda característica está relacionada à sua *natureza direcional*. Como mostrado na Figura 12.4*b*, uma superfície pode emitir preferencialmente em certas direções, criando uma *distribuição direcional* da radiação emitida. Para quantificar os conceitos da emissão, da absorção, da reflexão e da transmissão introduzidos no Capítulo 1, devemos ser capazes de tratar os efeitos espectrais e os direcionais.

12.2 Intensidade de Radiação

A radiação que deixa uma superfície pode se propagar em todas as direções possíveis (Figura 12.4*b*), e freqüentemente estamos interessados em conhecer a sua distribuição direcional. Também, a radiação que incide sobre uma superfície pode vir de diferentes direções e a maneira pela qual a superfície responde a essa radiação depende da direção. Tais efeitos direcionais podem ser de principal importância na determinação da taxa de transferência de calor radiante líquida e podem ser tratados com a introdução do conceito de *intensidade de radiação*.

12.2.1 Definições Matemáticas

Devido à sua natureza, o tratamento matemático da transferência de calor por radiação envolve o uso extensivo do sistema de coordenadas esféricas. A partir da Figura 12.5*a*, relembramos que o ângulo plano diferencial $d\alpha$ é definido por uma região entre os raios de um círculo e é medido como a razão entre o comprimento de arco dl sobre o círculo e o raio r do círculo. Analogamente, a partir da Figura 12.5*b*, o ângulo sólido diferencial $d\omega$ é definido por uma região entre os raios de uma esfera e é medido como a razão entre a área dA_n sobre a esfera e o quadrado do raio da esfera. Conseqüentemente,

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2} \tag{12.2}$$

Considere a emissão em uma direção particular a partir de um elemento com área superficial dA_1, como mostrado na Figura 12.5*c*. A direção pode ser especificada em termos dos ângulos de zênite e azimutal, θ e ϕ, respectivamente, de um sistema de coordenadas esféricas (Figura 12.5*d*). A área dA_n, através da qual a radiação passa, corresponde a um ângulo sólido diferencial $d\omega$ quando vista de um ponto sobre dA_1. Como mostrado na Figura 12.6, a área dA_n é um retângulo de dimensões $r\,d\theta \times r$ sen $(\theta)\,d\phi$; desta forma, $dA_n = r^2\text{sen}(\theta)\,d\theta\,d\phi$. Conseqüentemente,

$$d\omega = \text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi \tag{12.3}$$

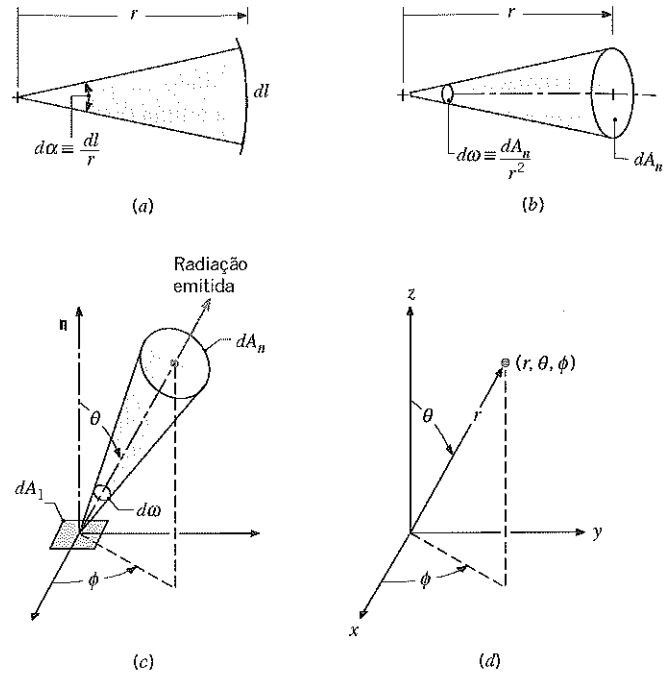



FIGURA 12.5 Definições matemáticas. (*a*) Ângulo plano. (*b*) Ângulo sólido. (*c*) Emissão da radiação a partir de uma área diferencial dA_1 para um ângulo sólido $d\omega$ subtendido por dA_n em um ponto sobre dA_1. (*d*) O sistema de coordenadas esféricas.

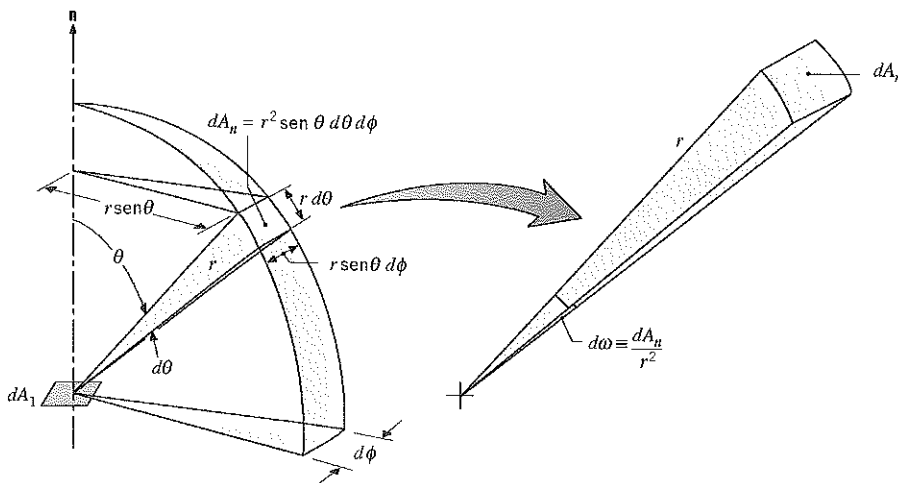



FIGURA 12.6 O ângulo sólido, correspondente a dA_n, em um ponto sobre dA_1 no sistema de coordenadas esféricas.

Quando vista a partir de um ponto sobre um elemento de área superficial *opaco* dA_1, a radiação pode ser emitida em qualquer direção definida por um hemisfério hipotético sobre a superfície. O ângulo sólido associado ao hemisfério completo pode ser obtido pela integração da Equação 12.3 entre os limites $\phi = 0$ até $\phi = 2\pi$ e $\theta = 0$ até $\theta = \pi/2$. Assim,

$$\int_h d\omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi = 2\pi\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = 2\pi \text{ sr} \quad (12.4)$$

onde o subscrito h se refere à integração no hemisfério. Note que a unidade do ângulo sólido é o esterorradiano (sr), análogo aos radianos para ângulos planos.

12.2.2 Intensidade de Radiação e Sua Relação com a Emissão

Retornando à Figura 12.5c, agora estamos interessados na taxa na qual a emissão a partir de dA_1 passa através de dA_n. Essa grandeza pode ser expressa em termos da *intensidade espectral* $I_{\lambda,e}$ da radiação emitida. Definimos formalmente $I_{\lambda,e}$ como a *taxa na qual energia radiante é emitida no comprimento de onda* λ *na direção* (θ, ϕ), *por unidade de área da superfície emissora normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda* $d\lambda$ *no entorno de* λ. Observe que a área utilizada para definir a intensidade é o componente de dA_1 perpendicular à direção da radiação. Na Figura 12.7, vemos que essa área projetada é igual a $dA_1 \cos(\theta)$. De fato, esta é a forma como dA_1 iria ser vista por um observador situado sobre dA_n. A intensidade espectral, que possui unidades de W/(m²·sr·μm), é então

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{dq}{dA_1 \cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (12.5)$$

onde $(dq/d\lambda) \equiv dq_\lambda$ é a taxa na qual radiação de comprimento de onda λ deixa dA_1 e passa através de dA_n. Rearranjando a Equação 12.5, tem-se que

$$dq_\lambda = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) dA_1 \cos\theta\, d\omega \quad (12.6)$$

onde dq_λ tem unidades de W/μm. Essa importante expressão nos permite calcular a taxa na qual a radiação emitida por uma superfície se propaga para a região do espaço definida pelo ângulo sólido $d\omega$ no entorno da direção (θ,ϕ). Entretanto, para calcular essa taxa, a intensidade espectral $I_{\lambda,e}$ da radiação emitida deve ser conhecida. A maneira pela qual essa grandeza pode ser determinada é discutida a seguir, nas Seções 12.3 e 12.4. Expressando a Equação 12.6 por unidade de área da superfície emissora e substituindo a Equação 12.3, o *fluxo* de radiação espectral associado à dA_1 é

$$dq''_\lambda = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \quad (12.7)$$

Se as distribuições espectral e direcional de $I_{\lambda,e}$ forem conhecidas, ou seja, $I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi)$ é conhecida, o fluxo térmico associado à emissão em qualquer ângulo sólido finito ou ao longo de qualquer intervalo de comprimentos de onda finito pode ser determinado pela integração da Equação 12.7. Por exemplo, definimos o *poder emissivo hemisférico espectral* E_λ(W/(m²·μm)) como a taxa na qual radiação de comprimento de onda λ é emitida em *todas as direções* a partir de uma superfície por unidade de intervalo de comprimentos de onda $d\lambda$ no entorno de λ e por

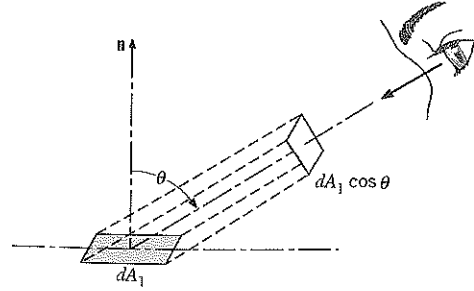



FIGURA 12.7 A projeção de $\boldsymbol{dA_1}$ normal à direção da radiação.

unidade de área superficial. Assim, E_λ é o fluxo térmico espectral associado à emissão para um hemisfério hipotético sobre dA_1, como mostrado na Figura 12.8, ou

$$E_\lambda(\lambda) = q''_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \quad (12.8)$$

Note que E_λ é um fluxo baseado na área superficial *real*, enquanto $I_{\lambda,e}$ é baseada na área *projetada*. O termo $\cos(\theta)$ que aparece no integrando é uma conseqüência dessa diferença.

O poder *emissivo hemisférico total*, E(W/m²), é a taxa na qual a radiação é emitida por unidade de área em todos os comprimentos de onda possíveis e em todas as direções possíveis. Conseqüentemente,

$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda)\, d\lambda \quad (12.9)$$

ou, a partir da Equação 12.8

$$E = \int_0^\infty \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi\, d\lambda \quad (12.10)$$

Como o termo "poder emissivo" implica em emissão em todas as direções, o adjetivo "hemisférico" é redundante e é freqüentemente omitido. Fala-se, então, de *poder emissivo espectral* E_λ ou de *poder emissivo total* E.

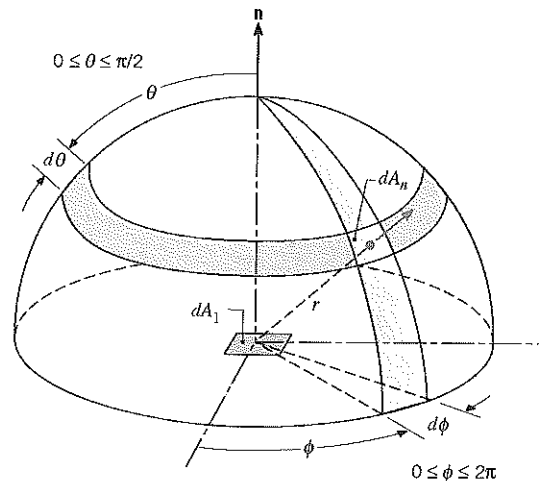



FIGURA 12.8 Emissão a partir de um elemento de área diferencial $\boldsymbol{dA_1}$ para um hemisfério hipotético centrado em um ponto sobre $\boldsymbol{dA_1}$.

Embora a distribuição direcional da emissão de uma superfície varie de acordo com a natureza da superfície, existe um caso especial que fornece uma aproximação razoável para muitas superfícies. Falamos de um *emissor difuso* como uma superfície para a qual a intensidade da radiação emitida é independente da direção, ou seja, $I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,e}(\lambda)$. Retirando $I_{\lambda,e}$ do integrando da Equação 12.8 e efetuando a integração, tem-se que

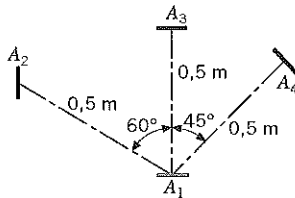
$$E_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,e}(\lambda) \qquad (12.11)$$

De maneira análoga, a partir da Equação 12.10

$$E = \pi I_e \qquad (12.12)$$

onde I_e é a *intensidade total* da radiação emitida. Note que a constante que aparece nas expressões anteriores é π e não 2π, e tem a unidade de esterorradiano.

EXEMPLO 12.1

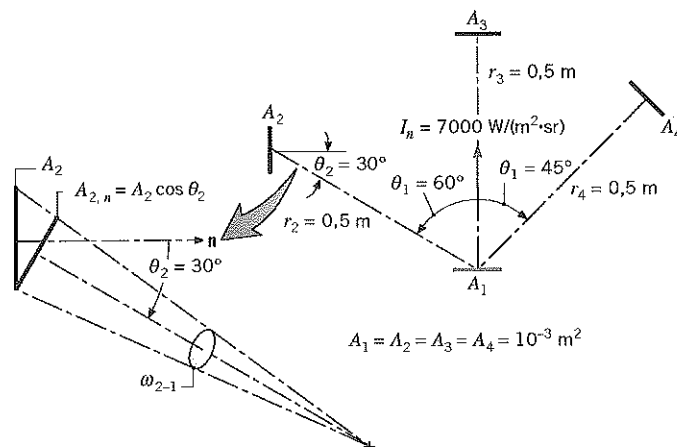
Sabe-se que uma pequena superfície com área $A_1 = 10^{-3}$ m² emite de forma difusa e que, com base em medições, a intensidade total associada à emissão na direção normal é de $I_n = 7000$ W/(m²·sr).

A radiação emitida pela superfície é interceptada por três outras superfícies com áreas $A_2 = A_3 = A_4 = 10^{-3}$ m², que distam 0,5 m de A_1 e estão orientadas conforme ilustrado na figura. Qual é a intensidade associada à emissão em cada uma das três direções? Quais são os ângulos sólidos subentendidos pelas três superfícies quando vistas de A_1? Quais são as taxas nas quais a radiação emitida por A_1 é interceptada pelas três superfícies?

SOLUÇÃO

Dados: Intensidade normal de um emissor difuso com área A_1 e orientação de três superfícies em relação à A_1.

Achar:

1. Intensidade de emissão em cada uma das três direções.
2. Ângulos sólidos correspondentes às três superfícies.
3. Taxas nas quais a radiação é interceptada pelas três superfícies.

Esquema:

Considerações:

1. A superfície A_1 emite de forma difusa.
2. A_1, A_2, A_3 e A_4 podem ser aproximadas por superfícies diferenciais, $(A_j/r_j^2) \ll 1$.

Análise:

1. Pela definição de emissor difuso, sabemos que a intensidade da radiação emitida é independente da direção. Dessa forma,

$$I = 7000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{sr)} \qquad \triangleleft$$

para cada uma das três direções.

2. Tratando A_2, A_3 e A_4 como áreas superficiais diferenciais, os ângulos sólidos podem ser calculados pela Equação 12.2

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2}$$

onde dA_n é a projeção da superfície normal à direção da radiação. Como as superfícies A_3 e A_4 são normais à direção da radiação, os ângulos sólidos correspondentes a estas superfícies podem ser achados diretamente a partir desta equação como

$$\omega_{3-1} = \omega_{4-1} = \frac{A_3}{r^2} = \frac{10^{-3}\text{ m}^2}{(0,5\text{ m})^2} = 4,00 \times 10^{-3}\text{ sr} \qquad \triangleleft$$

Como a superfície A_2 não é normal à direção da radiação, usamos $dA_{n,2} = dA_2 \cos(\theta_2)$, onde θ_2 é o ângulo entre a normal à superfície e à direção da radiação. Assim,

$$\omega_{2-1} = \frac{A_2\cos\theta_2}{r^2} = \frac{10^{-3}\text{ m}^2 \times \cos 30°}{(0,5\text{ m})^2} = 3,46 \times 10^{-3}\text{ sr} \qquad \triangleleft$$

3. Aproximando A_1 como uma superfície diferencial, a taxa na qual a radiação é interceptada por cada uma das três superfícies pode ser estimada pela Equação 12.6, que, para a radiação total, pode ser escrita como

$$q_{1-j} = I \times A_1 \cos\theta_1 \times \omega_{j-1}$$

onde θ_1 é o ângulo entre a normal à superfície 1 e à direção da radiação. Assim,

$$q_{1-2} = 7000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{sr)}(10^{-3}\text{ m}^2 \times \cos 60°)3,46 \times 10^{-3}\text{ sr}$$
$$= 12,1 \times 10^{-3}\text{ W} \qquad \triangleleft$$

$$q_{1-3} = 7000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{sr)}(10^{-3}\text{ m}^2 \times \cos 0°)4,00 \times 10^{-3}\text{ sr}$$
$$= 28,0 \times 10^{-3}\text{ W} \qquad \triangleleft$$

$$q_{1-4} = 7000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{sr)}(10^{-3}\text{ m}^2 \times \cos 45°)4,00 \times 10^{-3}\text{ sr}$$
$$= 19,8 \times 10^{-3}\text{ W} \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. Observe a diferença dos valores de θ_1 para a superfície emissora e de θ_2, θ_3 e θ_4 para as superfícies receptoras.
2. Se as superfícies não fossem pequenas em relação ao quadrado da distância de separação entre elas, os ângulos sólidos e as taxas de transferência de calor por radiação teriam que ser obtidos pela integração das Equações 12.3 e 12.6, respectivamente, ao longo das áreas superficiais apropriadas.
3. Qualquer componente espectral da taxa radiante pode também ser obtido usando esses procedimentos se a intensidade espectral I_λ for conhecida.
4. Embora a intensidade da radiação emitida seja independente da direção, as taxas nas quais a radiação é interceptada pelas três superfícies diferem significativamente devido às diferenças nos ângulos sólidos e nas áreas projetadas.

12.2.3 Relação com a Irradiação

Embora tenhamos nos concentrado na radiação emitida por uma superfície, os conceitos anteriores podem ser estendidos para a radiação *incidente* (Figura 12.9). Tal radiação pode ter a sua origem na emissão e reflexão que ocorrem em outras superfícies e terá distribuições espectral e direcional determinadas pela intensidade espectral $I_{\lambda,i}$ (λ, θ, ϕ). Essa grandeza é definida como a taxa na qual energia radiante de comprimento de onda λ incide a partir da direção (θ,ϕ), por unidade de área da *superfície receptora* normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ.

A intensidade da radiação incidente pode ser relacionada com um importante fluxo radiante, conhecido por *irradiação*, que engloba a radiação incidente *a partir de todas as direções*. A *irradiação espectral* G_λ(W/(m²·μm)) é definida como a taxa

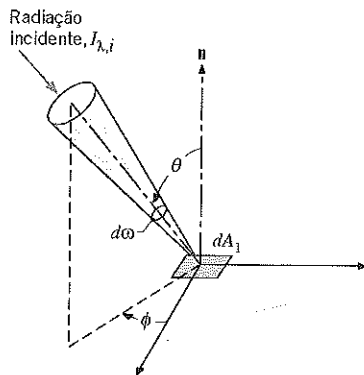



FIGURA 12.9 Natureza direcional da radiação incidente.

na qual radiação de comprimento de onda λ incide sobre uma superfície, por unidade de área da superfície e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ. Conseqüentemente,

$$G_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \,\text{sen}\,\theta \, d\theta \, d\phi \quad (12.13)$$

onde sen$(\theta)d\theta\, d\phi$ é o ângulo sólido unitário. O fator cos(θ) aparece porque G_λ é um fluxo baseado na área superficial real, enquanto $I_{\lambda,i}$ é definido em termos da área projetada. Se a *irradiação total* G(W/m²) representa a taxa na qual radiação incide por unidade de área a partir de todas as direções e em todos os comprimentos de onda, tem-se que

$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda \quad (12.14)$$

ou da Equação 12.13

$$G = \int_0^\infty \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\, d\theta\, d\phi\, d\lambda \quad (12.15)$$

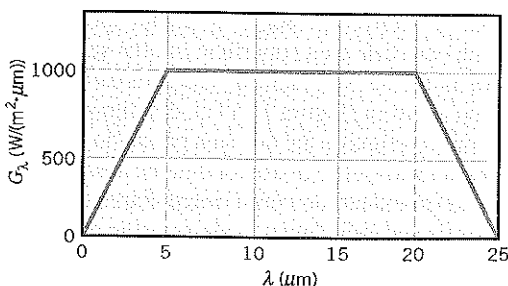
Se a radiação incidente for *difusa*, $I_{\lambda,i}$ é independente de θ e ϕ, e tem-se que

$$G_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda) \quad (12.16)$$

e

$$G = \pi I_i \quad (12.17)$$

Exemplo 12.2

A distribuição espectral da irradiação sobre uma superfície pode ser representada como segue:

Qual é o valor da irradiação total?

Solução

Dados: Distribuição espectral da irradiação sobre uma superfície.

Achar: Irradiação total.

Análise: A irradiação total pode ser obtida usando a Equação 12.14

$$G = \int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda$$

A integral pode ser calculada facilmente dividindo-a em partes. Isto é,

$$G = \int_0^{5\mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{5\mu m}^{20\mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{20\mu m}^{25\mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{25\mu m}^{\infty} G_\lambda \, d\lambda$$

Donde

$$G = \tfrac{1}{2}(1000\,W/(m^2\cdot\mu m))(5-0)\,\mu m + (1000\,W/(m^2\cdot\mu m))(20-5)\,\mu m + \tfrac{1}{2}(1000\,W/(m^2\cdot\mu m))(25-20)\,\mu m + 0$$

$$= (2500 + 15.000 + 2500)\ W/m^2$$

$$G = 20.000\ W/m^2$$ ◁

Comentário: Geralmente, as fontes de radiação não fornecem uma irradiação com uma distribuição espectral regular conforme a apresentada neste exemplo. Entretanto, o procedimento para calcular a irradiação total a partir do conhecimento de sua distribuição espectral permanece o mesmo, embora a determinação da integral possa envolver um maior detalhamento.

12.2.4 Relação com a Radiosidade

O último fluxo radiante de interesse, conhecido por *radiosidade*, leva em consideração *toda* a energia radiante que deixa uma superfície. Uma vez que essa radiação inclui a porção *refletida* da irradiação, assim como a emissão direta (Figura 12.10), a radiosidade é, em geral, diferente do poder emissivo. A *radiosidade espectral* J_λ(W/(m²·μm)) representa a taxa na qual radiação de comprimento de onda λ deixa uma área unitária da superfície, por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ. Como ela leva em consideração a radiação que deixa a superfície em todas as direções, está relacionada com a intensidade associada à emissão e à reflexão, $I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)$, pela expressão

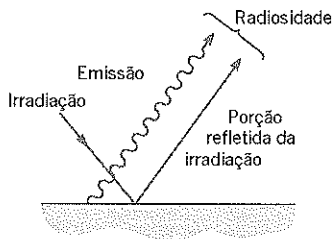



FIGURA 12.10 Radiosidade em uma superfície.

$$J_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi \quad (12.18)$$

Assim, a *radiosidade total* J(W/m²) associada ao espectro completo é

$$J = \int_0^{\infty} J_\lambda(\lambda)\,d\lambda \quad (12.19)$$

ou

$$J = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi\,d\lambda \quad (12.20)$$

Se a superfície for tanto um *refletor difuso* quanto um *emissor difuso*, $I_{\lambda,e+r}$ é independente de θ e ϕ, e tem-se que

$$J_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,e+r} \quad (12.21)$$

e

$$J = \pi I_{e+r} \quad (12.22)$$

Mais uma vez, note que o fluxo radiante, nesse caso a radiosidade, está baseado na área superficial real, enquanto a intensidade está baseada na área projetada.

12.3 *Radiação de Corpo Negro*

Para determinar o poder emissivo, a irradiação ou a radiosidade de um superfície real, devemos quantificar as intensidades espectrais usadas nas Equações 12.8, 12.13 e 12.18. Para fazer isto, é útil e necessário em primeiro lugar introduzir o conceito de *corpo negro*.

1. *Um corpo negro absorve toda a radiação incidente, independente do seu comprimento de onda e de sua direção.*
2. *Para uma dada temperatura e comprimento de onda, nenhuma superfície pode emitir mais energia do que um corpo negro.*
3. *Embora a radiação emitida por um corpo negro seja uma função do comprimento de onda e da temperatura, ela é independente da direção. Isto é, o corpo negro é um emissor difuso.*

Como o absorvedor e o emissor perfeito, o corpo negro serve como um *padrão* em relação ao qual as propriedades radiantes de superfícies reais podem ser comparadas.

Embora aproximadas muito de perto por algumas superfícies, é importante observar que nenhuma superfície possui exatamente as propriedades de um corpo negro. A melhor aproximação é atingida por uma *cavidade* cuja superfície interna se encontra a uma temperatura uniforme. Se a radiação entrar na cavidade através de uma pequena abertura (Figura 12.11*a*), é muito provável que ela passe por muitas reflexões até que saia passando novamente pelo orifício. Dessa forma, ela é quase totalmente absorvida pela cavidade e o comportamento de corpo negro é aproximado. A partir de princípios da termodinâmica, pode-se então argumentar que a radiação que deixa a abertura depende somente da temperatura da superfície e corresponde à emissão de um corpo negro (Figura

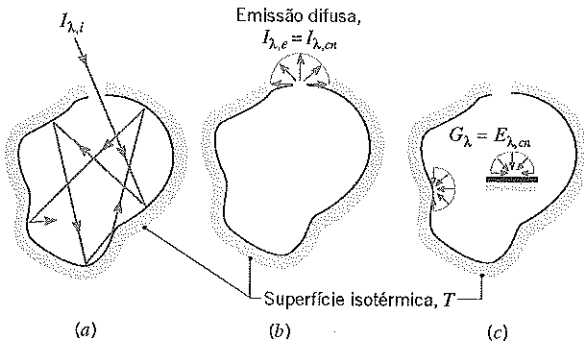



FIGURA 12.11 Características de uma cavidade corpo negro isotérmica. (*a*) Absorção completa. (*b*) Emissão difusa a partir de uma abertura. (*c*) Irradiação difusa das superfícies interiores.

12.11*b*). Como a emissão de um corpo negro é difusa, a intensidade espectral $I_{\lambda,cn}$ da radiação que deixa a cavidade é independente da direção. Além disso, uma vez que o campo radiante no interior da cavidade, que é o efeito cumulativo da emissão e da reflexão a partir da superfície da cavidade, deve possuir a mesma forma da radiação que emerge da abertura, tem-se também que existe um campo de radiação de corpo negro no interior da cavidade. Conseqüentemente, qualquer superfície pequena no interior da cavidade (Figura 12.11*c*) experimenta uma irradiação $G_\lambda = E_{\lambda,cn}(\lambda,T)$. Essa superfície é irradiada de maneira difusa, independentemente da sua orientação. *Radiação de corpo negro existe no interior da cavidade independente do fato da superfície da cavidade ser altamente reflexiva ou absorvedora.*

12.3.1 A Distribuição de Planck

A intensidade espectral de um corpo negro é bem conhecida, tendo sido determinada primeiramente por Planck[1]. Ela é

$$I_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5[\exp(hc_o/\lambda kT) - 1]} \qquad (12.23)$$

onde $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s e $k = 1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K são as constantes universais de Planck e Boltzmann, respectivamente, $c_o = 2{,}998 \times 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo, e T é a temperatura *absoluta* do corpo negro (K). Como o corpo negro é um emissor difuso, segue-se da Equação 12.11 que o seu poder emissivo espectral é

$$E_{\lambda,cn}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,cn}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \qquad (12.24)$$

onde a primeira e segunda constantes da radiação são $C_1 = 2\pi hC_o^2 = 3{,}742 \times 10^8$ W·μm^4/m^2 e $C_2 = (hc_o/k) = 1{,}439 \times 10^4$ μm·K.

A Equação 12.24, conhecida por *distribuição de Planck*, está representada na Figura 12.12 para algumas temperaturas selecionadas. Algumas características importantes devem ser observadas.

1. A radiação emitida varia *continuamente* com o comprimento de onda.
2. Em qualquer comprimento de onda, a magnitude da radiação emitida aumenta com o aumento da temperatura.
3. A região espectral na qual a radiação está concentrada depende da temperatura, com, *comparativamente*, mais radiação aparecendo com menores comprimentos de onda na medida em que a temperatura aumenta.
4. Uma fração significativa da radiação emitida pelo sol, que pode ser aproximado por um corpo negro a 5800 K, encontra-se na região do visível no espectro. Em contraste, para $T \lesssim 800$ K, a emissão encontra-se predominantemente na região do infravermelho no espectro, não sendo visível ao olho humano.

12.3.2 Lei do Deslocamento de Wien

Na Figura 12.12 vemos que a distribuição espectral do corpo negro possui um máximo e que o comprimento de onda correspondente a esse máximo λ_{max} depende da temperatura. A natureza dessa dependência pode ser obtida derivando-se a Equação 12.24 em relação a λ e igualando o resultado a zero. Ao fazer isso, obtemos

$$\lambda_{max} T = C_3 \qquad (12.25)$$

onde a terceira constante da radiação é $C_3 = 2898$ μm·K.

A Equação 12.25 é conhecida por *lei do deslocamento de Wien*, e o lugar geométrico dos pontos descritos por essa lei está representado na forma de uma linha tracejada na Figura 12.12. De acordo com esse resultado, o poder emissivo espectral máximo é deslocado para comprimentos de onda menores com o aumento da temperatura. Esse poder emissivo encontra-se no meio da região do visível no espectro ($\lambda \approx 0{,}5$ μm) para a radiação solar, uma vez que o sol emite aproximadamente como um corpo negro a 5800 K. Para um corpo negro a 1000 K, o pico da emissão ocorre em 2,90 μm, com parte da radiação emitida sendo visível como luz vermelha. Com o aumento da temperatura, os menores comprimen-

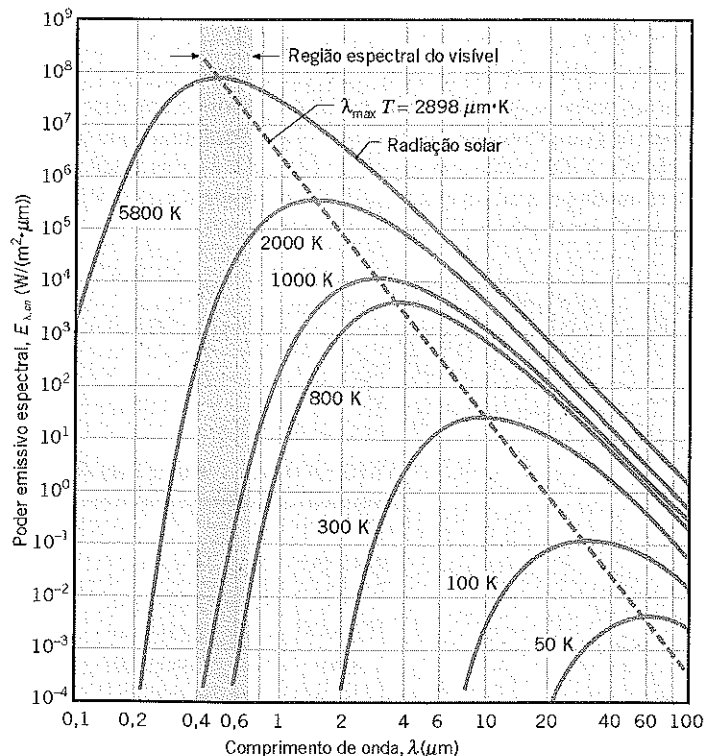



FIGURA 12.12 Poder emissivo espectral de corpos negros.

tos de onda se tornam mais expressivos, até que finalmente tem-se uma emissão significativa ao longo de todo o espectro visível. Por exemplo, uma lâmpada com filamento de tungstênio, operando a 2900 K ($\lambda_{max} = 1\ \mu m$), emite luz branca, embora a maior parte da sua emissão permaneça na região do infravermelho.

12.3.3 A Lei de Stefan-Boltzmann

Substituindo a distribuição de Planck, Equação 12.24, na Equação 12.9, o poder emissivo total de um corpo negro E_{cn} pode ser representado por

$$E_{cn} = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T) - 1]} d\lambda$$

Efetuando a integração, pode ser mostrado que

$$E_{cn} = \sigma T^4 \qquad (12.26)$$

onde a constante de *Stefan-Boltzmann*, que depende de C_1 e C_2, possui o valor numérico de

$$\sigma = 5{,}670 \times 10^{-8}\ W/(m^2 \cdot K^4)$$

Esse resultado simples, porém importante, é conhecido por *lei de Stefan-Boltzmann*. Ela permite calcular a quantidade de radiação emitida em todas as direções e ao longo de todos os comprimentos de onda simplesmente a partir do conhecimento da temperatura do corpo negro. Como essa emissão é difusa, tem-se da Equação 12.12 que a intensidade total associada à emissão de um corpo negro é

$$I_{cn} = \frac{E_{cn}}{\pi} \qquad (12.27)$$

12.3.4 Emissão em uma Banda

Com freqüência é necessário conhecer a fração da emissão total de um corpo negro que se encontra no interior de um certo intervalo de comprimentos de onda ou *banda*. Para uma dada temperatura e o intervalo compreendido entre 0 e λ, essa fração é determinada pela razão entre a seção sombreada e a área total sob a curva mostrada na Figura 12.13. Assim,

$$F_{(0\to\lambda)} \equiv \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,cn} d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,cn} d\lambda} = \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,cn} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,cn}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T) \qquad (12.28)$$

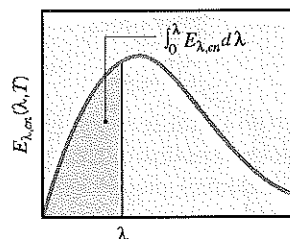



FIGURA 12.13 Emissão de radiação a partir de um corpo negro na banda espectral de 0 a λ.

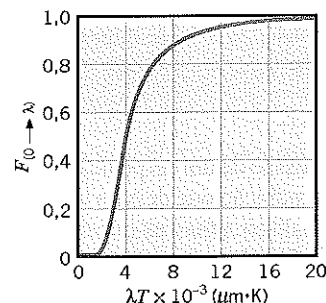



FIGURA 12.14 Fração da emissão total de um corpo negro na banda espectral de 0 a λ como uma função de λT.

Como o integrando $(E_{\lambda,cn}/\sigma T^5)$ é exclusivamente uma função do produto entre o comprimento de onda e a temperatura λT, a integral da Equação 12.28 pode ser avaliada para se obter $F_{(0\to\lambda)}$ como uma função apenas de λT. Os resultados são apresentados na Tabela 12.1 e na Figura 12.14. Eles também podem ser usados para se obter a fração da radiação que se encontra entre quaisquer dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2, uma vez que

$$F_{(\lambda_1\to\lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,cn} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,cn} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)} \qquad (12.29)$$

Outras funções de corpo negro estão listadas na terceira e na quarta colunas da Tabela 12.1. A terceira coluna facilita o cálculo da intensidade espectral para um comprimento de onda e uma temperatura especificados. Em vez de calcular essa grandeza através da Equação 12.23, ela pode ser obtida simplesmente pela multiplicação do valor apresentado na tabela de $I_{\lambda,cn}/\sigma T^5$ por σT^5. A quarta coluna é usada para se obter uma estimativa rápida da razão entre a intensidade espectral em um comprimento de onda qualquer e a intensidade espectral em λ_{max}.

TABELA 12.1 **Funções da radiação de corpo negro**

λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{(0\to\lambda)}$	$I_{\lambda,cn}(\lambda, T)/\sigma T^5$ $(\mu m \cdot K \cdot sr)^{-1}$	$\frac{I_{\lambda,cn}(\lambda, T)}{I_{\lambda,cn}(\lambda_{max}, T)}$
200	0,000000	$0{,}375034 \times 10^{-27}$	0,000000
400	0,000000	$0{,}490335 \times 10^{-13}$	0,000000
600	0,000000	$0{,}104046 \times 10^{-8}$	0,000014
800	0,000016	$0{,}991126 \times 10^{-7}$	0,001372
1000	0,000321	$0{,}118505 \times 10^{-5}$	0,016406
1200	0,002134	$0{,}523927 \times 10^{-5}$	0,072534
1400	0,007790	$0{,}134411 \times 10^{-4}$	0,186082

(continua)

TABELA 12.1 *Continuação*

λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$I_{\lambda,cn}(\lambda, T)/\sigma T^5$ $(\mu m \cdot K \cdot sr)^{-1}$	$\dfrac{I_{\lambda,cn}(\lambda, T)}{I_{\lambda,cn}(\lambda_{max}, T)}$
1600	0,019718	0,249130	0,344904
1800	0,039341	0,375568	0,519949
2000	0,066728	0,493432	0,683123
2200	0,100888	$0,589649 \times 10^{-4}$	0,816329
2400	0,140256	0,658866	0,912155
2600	0,183120	0,701292	0,970891
2800	0,227897	0,720239	0,997123
2898	0,250108	$0,722318 \times 10^{-4}$	1,000000
3000	0,273232	$0,720254 \times 10^{-4}$	0,997143
3200	0,318102	0,705974	0,977373
3400	0,361735	0,681544	0,943551
3600	0,403607	0,650396	0,900429
3800	0,443382	$0,615225 \times 10^{-4}$	0,851737
4000	0,480877	0,578064	0,800291
4200	0,516014	0,540394	0,748139
4400	0,548796	0,503253	0,696720
4600	0,579280	0,467343	0,647004
4800	0,607559	0,433109	0,599610
5000	0,633747	0,400813	0,554898
5200	0,658970	$0,370580 \times 10^{-4}$	0,513043
5400	0,680360	0,342445	0,474092
5600	0,701046	0,316376	0,438002
5800	0,720158	0,292301	0,404671
6000	0,737818	0,270121	0,373965
6200	0,754140	$0,249723 \times 10^{-4}$	0,345724
6400	0,769234	0,230985	0,319783
6600	0,783199	0,213786	0,295973
6800	0,796129	0,198008	0,274128
7000	0,808109	0,183534	0,254090
7200	0,819217	$0,170256 \times 10^{-4}$	0,235708
7400	0,829527	0,158073	0,218842
7600	0,839102	0,146891	0,203360
7800	0,848005	0,136621	0,189143
8000	0,856288	0,127185	0,176079
8500	0,874608	$0,106772 \times 10^{-4}$	0,147819
9000	0,890029	$0,901463 \times 10^{-5}$	0,124801
9500	0,903085	0,765338	0,105956
10000	0,914199	$0,653279 \times 10^{-5}$	0,090442
10500	0,923710	0,560522	0,077600
11000	0,931890	0,483321	0,066913
11500	0,939959	0,418725	0,057970
12000	0,945098	$0,364394 \times 10^{-5}$	0,050448
13000	0,955139	0,279457	0,038689
14000	0,962898	0,217641	0,030131
15000	0,969981	$0,171866 \times 10^{-5}$	0,023794
16000	0,973814	0,137429	0,019026
18000	0,980860	$0,908240 \times 10^{-6}$	0,012574
20000	0,985602	0,623310	0,008629
25000	0,992215	0,276474	0,003828
30000	0,995340	$0,140469 \times 10^{-6}$	0,001945
40000	0,997967	$0,473891 \times 10^{-7}$	0,000656
50000	0,998953	0,201605	0,000279
75000	0,999713	$0,418597 \times 10^{-8}$	0,000058
100000	0,999905	0,135752	0,000019

Exemplo 12.3

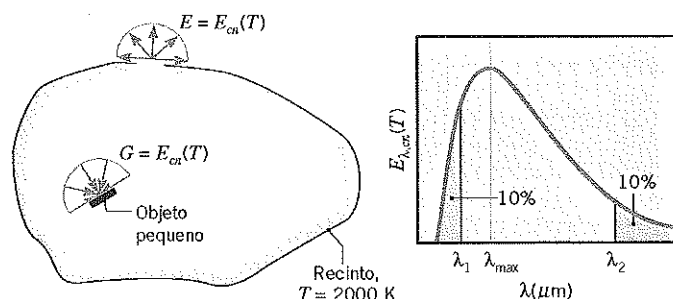
Considere um grande recinto isotérmico que é mantido a uma temperatura uniforme de 2000 K. Calcule o poder emissivo da radiação que emerge de uma pequena abertura na superfície do recinto. Qual é o comprimento de onda λ_1 abaixo do qual estão concentrados 10% da emissão? Qual é o comprimento de onda λ_2 acima do qual estão concentrados 10% da emissão? Determine o poder emissivo espectral máximo e o comprimento de onda no qual essa emissão ocorre. Qual é a irradiação incidente sobre um pequeno objeto localizado no interior do recinto?

Solução

Dados: Grande recinto isotérmico mantido a uma temperatura uniforme.

Achar:

1. Poder emissivo em uma pequena abertura do recinto.
2. Comprimentos de onda abaixo e acima dos quais estão concentrados 10% da radiação.
3. Poder emissivo espectral e comprimento de onda associados à máxima emissão.
4. Irradiação sobre um pequeno objeto no interior do recinto.

Esquema:

Consideração: As áreas da abertura e do objeto muito pequenas quando comparadas à superfície do recinto.

Análise:

1. A emissão a partir de abertura em qualquer recinto isotérmico irá possuir as características da radiação de um corpo negro. Dessa forma, pela Equação 12.26,

$$E = E_{cn}(T) = \sigma T^4 = 5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(2000\ \text{K})^4$$
$$E = 9{,}07 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \qquad \lhd$$

2. O comprimento de onda λ_1 corresponde ao limite superior da banda espectral $(0 \to \lambda_1)$ que contém 10% da radiação emitida. Com $F_{(0\to\lambda1)} = 0{,}10$ tem-se na Tabela 12.1 que $\lambda_1 T = 2195\ \mu$m·K. Assim,

$$\lambda_1 = 1{,}1\ \mu\text{m} \qquad \lhd$$

O comprimento de onda λ_2 corresponde ao limite inferior da banda espectral $(\lambda_2 \to \infty)$ que contém 10% da radiação emitida. Com

$$F_{(\lambda_2\to\infty)} = 1 - F_{(0\to\lambda_2)} = 0{,}1$$
$$F_{(0\to\lambda_2)} = 0{,}9$$

tem-se na Tabela 12.1 que $\lambda_2 T = 9382\ \mu$m·K. Dessa forma,

$$\lambda_2 = 4{,}69\ \mu\text{m} \qquad \lhd$$

3. Pela lei de Wien, Equação 12.25, $\lambda_{max}T = 2898\ \mu$m·K. Assim,

$$\lambda_{max} = 1{,}45\ \mu\text{m} \qquad \lhd$$

O poder emissivo espectral associado a esse comprimento de onda pode ser calculado pela Equação 12.24 ou a partir da terceira coluna da Tabela 12.1. Para $\lambda_{max}T = 2898\ \mu$m·K, tem-se na Tabela 12.1 que

$$I_{\lambda,cn}(1{,}45\ \mu\text{m}, T) = 0{,}722 \times 10^{-4}\sigma T^5$$

Donde

$$I_{\lambda,cn}(1{,}45\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 0{,}722 \times 10^{-4}(1/(\mu\text{m}\cdot\text{K}\cdot\text{sr}))5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4(2000\ \text{K})^5$$

$$I_{\lambda,cn}(1{,}45\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 1{,}31 \times 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot\text{sr}\cdot\mu\text{m})$$

Como a emissão é difusa, tem-se pela Equação 12.11 que

$$E_{\lambda,cn} = \pi I_{\lambda,cn} = 4{,}12 \times 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m}) \qquad \lhd$$

4. A irradiação sobre qualquer objeto pequeno no interior do recinto pode ser aproximada como igual à emissão de um corpo negro na temperatura da superfície do recinto. Dessa forma, $G = E_{cn}(T)$, e nesse caso

$$G = 9{,}07 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \qquad \lhd$$

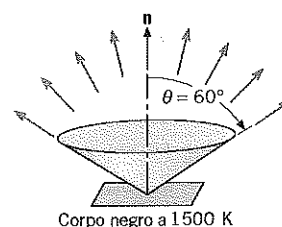
Exemplo 12.4

Uma superfície emite como um corpo negro a 1500 K. Qual é a taxa, por unidade de área (W/m²), na qual ela emite radiação em todas as direções que correspondem a $0° \leq \theta \leq 60°$ e no intervalo de comprimentos de onda $2\ \mu\text{m} \leq \lambda \leq 4\ \mu\text{m}$?

Solução

Dados: Temperatura de uma superfície que emite como um corpo negro.

Achar: Taxa de emissão por unidade de área nas direções entre $\theta = 0°$ e $60°$, e em todos comprimento de onda entre $\lambda = 2$ e $4\ \mu$m.

Esquema:

Consideração: A superfície emite como um corpo negro.

Análise: A emissão desejada pode ser inferida da Equação 12.10, com os limites de integração restritos como segue:

$$\Delta E = \int_2^4 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} I_{\lambda,cn} \cos\theta \,\text{sen}\,\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

ou, como um corpo negro emite de forma difusa,

$$\Delta E = \int_2^4 I_{\lambda,cn} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} \cos\theta \,\text{sen}\,\theta \, d\theta \, d\phi \right) d\lambda$$

$$\Delta E = \int_2^4 I_{\lambda,cn} \left(2\pi \frac{\text{sen}^2\theta}{2} \Big|_0^{\pi/3} \right) d\lambda = 0{,}75 \int_2^4 \pi I_{\lambda,cn} d\lambda$$

Substituindo a Equação 12.11 e multiplicando e dividindo por E_{cn}, esse resultado pode ser colocado em uma forma que permite o uso da Tabela 12.1 na avaliação da integração espectral. Em particular,

$$\Delta E = 0{,}75 E_{cn} \int_2^4 \frac{E_{\lambda,cn}}{E_{cn}} d\lambda = 0{,}75 E_{cn} [F_{(0\to4)} - F_{(0\to2)}]$$

onde, da Tabela 12.1,

$$\lambda_1 T = 2\,\mu\text{m} \times 1500\,\text{K} = 3000\,\mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to2)} = 0{,}273$$

$$\lambda_2 T = 4\,\mu\text{m} \times 1500\,\text{K} = 6000\,\mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to4)} = 0{,}738$$

Donde

$$\Delta E = 0{,}75(0{,}738 - 0{,}273)E_{cn} = 0{,}75(0{,}465)E_{cn}$$

Da Equação 12.26, tem-se então que

$$\Delta E = 0{,}75(0{,}465)5{,}67 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(1500\,\text{K})^4 = 10^5\,\text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

Comentário: O poder emissivo hemisférico total é reduzido em 25% e 53,5% devido às restrições direcional e espectral, respectivamente.

12.4 *Emissão de Superfícies Reais*

Tendo desenvolvido a noção de um corpo negro para descrever o comportamento de uma superfície *ideal*, podemos agora analisar o comportamento de superfícies *reais*. Lembre-se de que o corpo negro é um emissor ideal no sentido de que nenhuma superfície pode emitir mais radiação do que um corpo negro à mesma temperatura. É, portanto, conveniente escolher o corpo negro como referência ao se descrever a emissão de uma superfície real. Uma propriedade radiante da superfície conhecida por *emissividade*[1] pode, então, ser definida como a *razão* entre a radiação emitida pela superfície e a radiação emitida por um corpo negro à mesma temperatura.

É importante reconhecer que, em geral, a radiação espectral emitida por uma superfície real difere da distribuição de Planck (Figura 12.15*a*). Além disso, a distribuição direcional (Figura 12.15*b*) pode ser diferente da difusa. Dessa forma, a emissividade pode assumir diferentes valores de acordo com o fato de se estar interessado na emissão em um dado comprimento de onda ou em uma dada direção, ou então em médias integradas ao longo de comprimentos de onda e direções.

Definimos a *emissividade direcional espectral* $\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T)$ de uma superfície a uma temperatura T como a razão entre a intensidade da radiação emitida no comprimento de onda λ e na direção de θ e ϕ, e a intensidade da radiação emitida por um corpo negro nos mesmos valores de T e λ. Portanto,

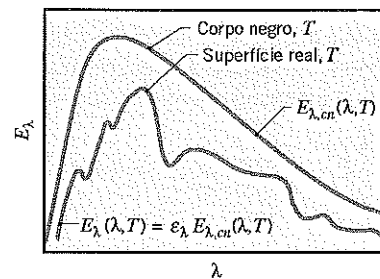
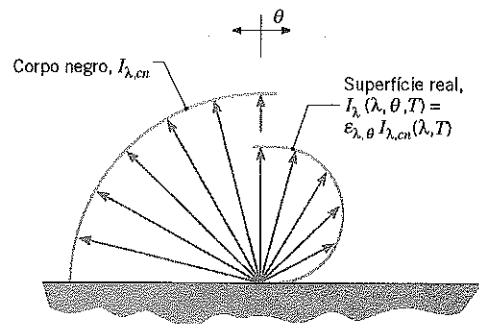
$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) \equiv \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda,cn}(\lambda, T)} \qquad (12.30)$$

(*a*)

(*b*)

FIGURA 12.15 Comparação de emissões de um corpo negro e de uma superfície real. (*a*) Distribuição espectral. (*b*) Distribuição direcional.

Note como os índices subscritos λ e θ designam o interesse em relação à emissividade em um comprimento de onda e em uma direção específicos. Ao contrário, os termos que aparecem entre parênteses designam a dependência funcional em relação ao comprimento de onda, à direção e/ou à temperatura. A ausência de variáveis direcionais nos parênteses do denominador da Equação 12.30 implica que a intensidade é independente da direção, o que é, naturalmente, uma característica da emissão de um cor-

[1] Neste texto usamos a terminação *–ividade*, ao invés de *–ância*, para propriedades radiantes de materiais (por exemplo, "emissividade" ao invés de "emitância"). Embora esforços estejam sendo feitos para reservar a terminação *–ividade* para superfícies oticamente lisas e sem contaminação, esta distinção não é feita na maioria da literatura, de forma que também nenhuma distinção é feita neste livro.

po negro. De maneira semelhante, uma *emissividade direcional total* ε_θ, que representa uma média espectral de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$, pode ser definida como

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) \equiv \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_{cn}(T)} \tag{12.31}$$

Na maioria dos cálculos em engenharia, trabalha-se com propriedades superficiais que representam médias direcionais. Uma *emissividade hemisférica espectral* é, portanto, definida como

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) \equiv \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{\lambda,cn}(\lambda, T)} \tag{12.32}$$

Ela pode ser relacionada com a emissividade direcional $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ pela substituição da expressão para o poder emissivo espectral, Equação 12.8, obtendo-se

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,cn}(\lambda, T)\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}$$

Ao contrário do que acontece na Equação 12.8, agora a dependência em relação à temperatura é reconhecida. Pela Equação 12.30 e como $I_{\lambda,cn}$ é independente de θ e ϕ, tem-se que

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T)\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, d\theta\, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, d\theta\, d\phi} \tag{12.33}$$

Considerando $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ independente de ϕ, o que é uma hipótese razoável para a maioria das superfícies, e calculando o denominador, obtemos

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, T)\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, d\theta \tag{12.34}$$

A *emissividade hemisférica total*, que representa uma média em todas as direções e comprimentos de onda possíveis, é definida por

$$\varepsilon(T) \equiv \frac{E(T)}{E_{cn}(T)} \tag{12.35}$$

Substituindo as Equações 12.9 e 12.32, tem-se que

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T)E_{\lambda,b}(\lambda, T)\, d\lambda}{E_b(T)} \tag{12.36}$$

Se as emissividades de uma superfície foram conhecidas, torna-se uma questão simples calcular as características da sua emissão. Por exemplo, se $\varepsilon_\lambda(\lambda,T)$ for conhecido, ele pode ser usado com as Equações 12.24 e 12.32 para determinar o poder emissivo espectral da superfície em quaisquer comprimento de onda e temperatura. De maneira semelhante, se $\varepsilon(T)$ for conhecido, ele pode ser usado com as Equações 12.26 e 12.35 para calcular o poder emissivo total da superfície em qualquer temperatura. Foram efetuadas medições para determinar essas propriedades de muitos materiais e diversos revestimentos superficiais.

A emissividade direcional de um *emissor difuso* é uma constante, independente da direção. Entretanto, embora essa condição seja freqüentemente uma *aproximação* razoável, todas as superfícies exibem algum desvio do comportamento difuso. Variações representativas do valor de ε_θ em função de θ são mostrados esquematicamente na Figura 12.16 para materiais condutores e materiais não-condutores. Para condutores, ε_θ é aproximadamente constante na faixa de $\theta \lesssim 40°$, acima da qual ela aumenta com o aumento de θ, mas finalmente decai para zero. Ao contrário, para materiais não-condutores, ε_θ é aproximadamente constante para $\theta \lesssim 70°$, além do que ela diminui rapidamente com o aumento de θ. Uma implicação dessas variações é que, embora existam direções preferenciais para a emissão, a emissividade hemisférica ε não irá diferir acentuadamente do valor da emissividade normal à superfície ε_n, que corresponde a $\theta = 0$. Na realidade, a razão raramente se situa fora do intervalo $1{,}0 \le (\varepsilon/\varepsilon_n) \le 1{,}3$ para materiais condutores e do intervalo $0{,}95 \le (\varepsilon/\varepsilon_n) \le 1{,}0$ para materiais não-condutores. Assim, com uma aproximação razoável,

$$\varepsilon \approx \varepsilon_n \tag{12.37}$$

Note que, embora as considerações anteriores tenham sido feitas para a emissividade total, elas também se aplicam às componentes espectrais.

Como a distribuição espectral da emissão de superfícies reais se afasta da distribuição de Planck (Figura 12.15*a*), não esperamos que a emissividade espectral ε_λ seja independente do comprimento de onda. Algumas distribuições espectrais representativas de ε_λ são mostradas na Figura 12.17. A forma em que ε_λ varia com λ depende de se o sólido é um condutor ou não-condutor, assim como da natureza do revestimento da superfície.

Valores representativos da emissividade normal total ε_n são representados nas Figuras 12.18 e 12.19, e listadas na Tabela A.11. Várias generalizações podem ser feitas.

1. A emissividade de superfícies metálicas é geralmente pequena, atingindo valores da ordem de 0,02 para superfícies altamente polidas de ouro e de prata.
2. A presença de camadas de óxidos pode aumentar significativamente a emissividade de superfícies metálicas. Na Figura 12.18, compare os valores de 0,3 e 0,7 para o aço inoxidável a 900 K, dependendo do fato dele estar polido ou muito oxidado.

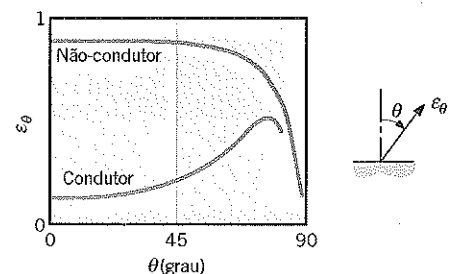



FIGURA 12.16 Distribuição direcional representativa da emissividade direcional total.

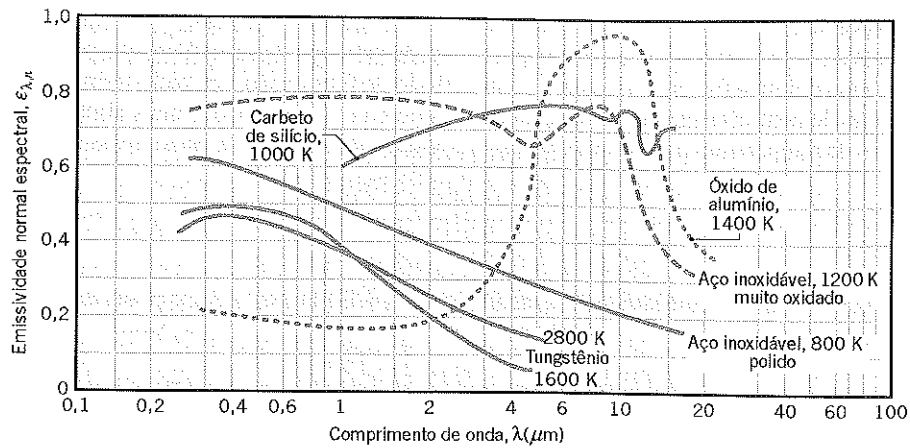



FIGURA 12.17 Dependência espectral da emissividade normal espectral $\varepsilon_{\lambda,n}$ de materiais selecionados.

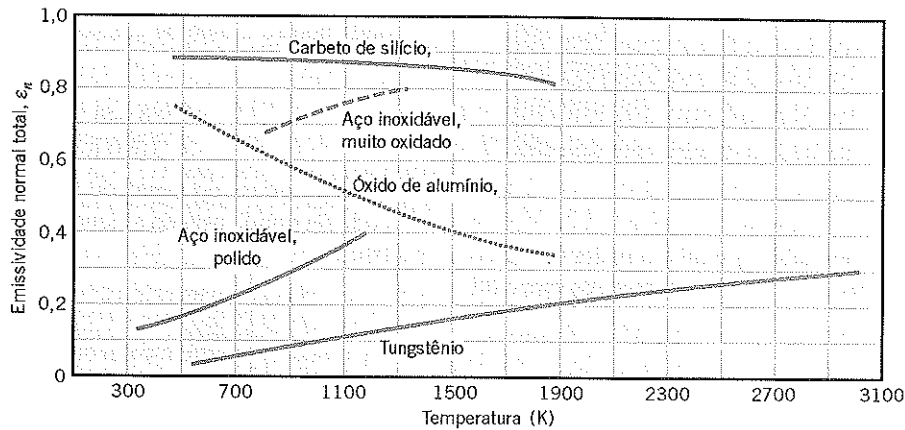



FIGURA 12.18 Dependência com a temperatura da emissividade normal total ε_n de materiais selecionados.

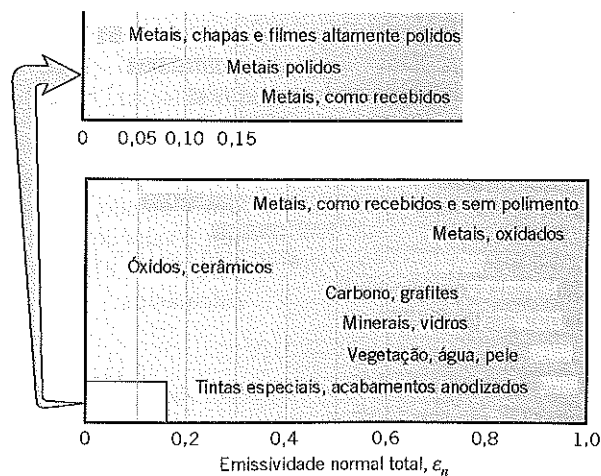



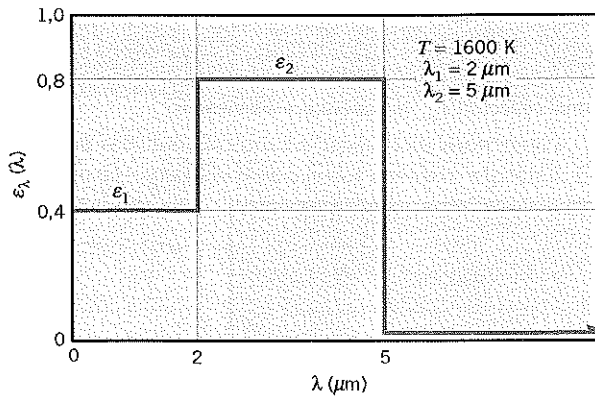
FIGURA 12.19 Valores representativos da emissividade normal total ε_n.

3. A emissividade de materiais não-condutores é comparativamente maior, sendo em geral superior a 0,6.
4. A emissividade de condutores aumenta com o aumento da temperatura; entretanto, dependendo do material, a emissividade de não-condutores pode tanto aumentar como diminuir com o aumento da temperatura. Note que as variações de ε_n com T apresentadas na Figura 12.18 são consistentes com as distribuições espectrais de $\varepsilon_{\lambda,n}$ mostradas na Figura 12.17. Essas tendências seguem a Equação 12.36. Embora a distribuição espectral de $\varepsilon_{\lambda,n}$ seja aproximadamente independente

da temperatura, há proporcionalmente uma maior emissão em menores comprimentos de onda com o aumento da temperatura. Dessa forma, se para um material em particular $\varepsilon_{\lambda,n}$ aumenta com a diminuição do comprimento de onda, ε_n irá aumentar com o aumento da temperatura para esse material.

Deve ser reconhecido que a emissividade depende fortemente da natureza da superfície, que pode ser influenciada pelo método de fabricação, seu ciclo térmico e reações químicas com o ambiente. Compilações mais abrangentes a respeito da emissividade de superfícies estão disponíveis na literatura [2-5].

EXEMPLO 12.5

Uma superfície difusa a 1600 K possui a emissividade hemisférica espectral mostrada na figura.

Determine a emissividade hemisférica total e o poder emissivo total. Em qual comprimento de onda o poder emissivo espectral atinge o seu valor máximo?

SOLUÇÃO

Dados: Emissividade hemisférica espectral de uma superfície difusa a 1600 K.

Achar:

1. Emissividade hemisférica total.
2. Poder emissivo total.
3. Comprimento de onda no qual o poder emissivo espectral atinge o valor máximo.

Consideração: A superfície é um emissor difuso.

Análise:

1. A emissividade total hemisférica é dada pela Equação 12.36, onde a integração pode ser efetuada por partes:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,cn} d\lambda}{E_{cn}} = \frac{\varepsilon_1 \int_0^2 E_{\lambda,cn} d\lambda}{E_{cn}} + \frac{\varepsilon_2 \int_2^5 E_{\lambda,cn} d\lambda}{E_{cn}}$$

ou

$$\varepsilon = \varepsilon_1 F_{(0\to 2\,\mu m)} + \varepsilon_2 [F_{(0\to 5\,\mu m)} - F_{(0\to 2\,\mu m)}]$$

Na Tabela 12.1, obtemos

$$\lambda_1 T = 2\,\mu m \times 1600\,K = 3200\,\mu m \cdot K: \quad F_{(0\to 2\,\mu m)} = 0{,}318$$

$$\lambda_2 T = 5\,\mu m \times 1600\,K = 8000\,\mu m \cdot K: \quad F_{(0\to 5\,\mu m)} = 0{,}856$$

Donde

$$\varepsilon = 0{,}4 \times 0{,}318 + 0{,}8[0{,}856 - 0{,}318] = 0{,}558 \quad \triangleleft$$

2. Da Equação 12.35, o poder emissivo total é

$$E = \varepsilon E_{cn} = \varepsilon \sigma T^4$$

$$E = 0{,}558(5{,}67 \times 10^{-8}\,W/(m^2 \cdot K^4))(1600\,K)^4 = 207\,kW/m^2 \quad \triangleleft$$

3. Se a superfície emitisse como um corpo negro ou se a sua emissividade fosse uma constante, independente de λ, o comprimento de onda correspondente ao poder emissivo espectral máximo poderia ser obtido pela lei de Wien. Entretanto, como ε_λ varia com λ, não é óbvio de imediato onde ocorre o pico de emissão. Da Equação 12.25, sabemos que

$$\lambda_{max} = \frac{2898\,\mu m \cdot K}{1600\,K} = 1{,}81\,\mu m$$

O poder emissivo espectral nesse comprimento de onda pode ser obtido usando a Equação 12.32 com a Tabela 12.1. Isto é,

$$E_\lambda(\lambda_{max}, T) = \varepsilon_\lambda(\lambda_{max}) E_{\lambda,cn}(\lambda_{max}, T)$$

ou, como a superfície é um emissor difuso,

$$E_\lambda(\lambda_{max}, T) = \pi \varepsilon_\lambda(\lambda_{max}) I_{\lambda,cn}(\lambda_{max}, T) = \pi \varepsilon_\lambda(\lambda_{max}) \frac{I_{\lambda,cn}(\lambda_{max}, T)}{\sigma T^5} \times \sigma T^5$$

$$E_\lambda(1{,}81\,\mu m, 1600\,K) = \pi \times 0{,}4 \times 0{,}722 \times 10^{-4}\,(1/(\mu m \cdot K \cdot sr))\,5{,}67 \times 10^{-8}\,W/(m^2 \cdot K^4) \times (1600\,K)^5 = 54\,kW/(m^2 \cdot \mu m)$$

Como $\varepsilon_\lambda = 0{,}4$ de $\lambda = 0$ até $\lambda = 2\,\mu m$, o resultado anterior fornece o poder emissivo espectral máximo na região $\lambda < 2\,\mu m$. Contudo, com a mudança em ε_λ que ocorre em $\lambda = 2\,\mu m$, o valor de E_λ em $\lambda = 2\,\mu m$ pode ser maior do que aquele para $\lambda = 1{,}81\,\mu m$. Para determinar se isto de fato ocorre, calculamos

$$E_\lambda(\lambda_1, T) = \pi \varepsilon_\lambda(\lambda_1) \frac{I_{\lambda,cn}(\lambda_1, T)}{\sigma T^5} \times \sigma T^5$$

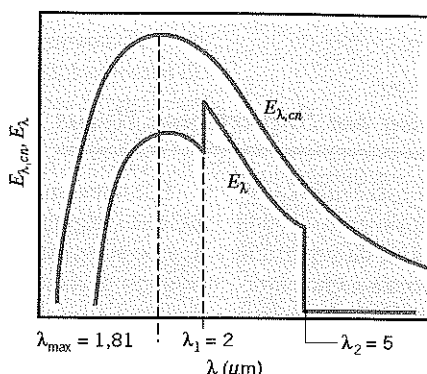
onde, para $\lambda_1 T = 3200\,\mu m \cdot K$, $[I_{\lambda,cn}(\lambda_1,T)/\sigma T^5] = 0{,}706 \times 10^{-4}\,(\mu m \cdot K \cdot sr)^{-1}$. Assim,

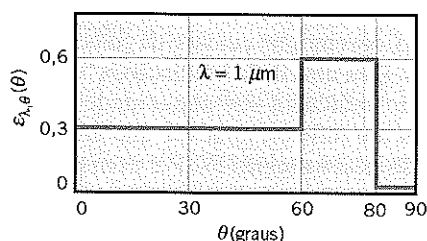
$$E_\lambda(2\,\mu m, 1600\,K) = \pi \times 0{,}80 \times 0{,}706 \times 10^{-4}\,(1/\mu m \cdot K \cdot sr)5{,}67 \times 10^{-8}\,W/m^2 \cdot K^4\,(1600\,K)^5$$

$$E_\lambda(2\,\mu m, 1600\,K) = 105{,}5\,kW/m^2 \cdot \mu m > E_\lambda(1{,}81\,\mu m, 1600\,K)$$

e a emissão máxima ocorre em

$$\lambda = \lambda_1 = 2\,\mu m \quad \triangleleft$$

Comentário: Para a distribuição espectral especificada de ε_λ, o poder emissivo espectral irá variar com o comprimento de onda conforme ilustrado.

EXEMPLO 12.6

Medições da emissividade direcional espectral de uma superfície metálica a $T = 2000$ K e $\lambda = 1,0$ μm fornecem uma distribuição direcional que pode ser aproximada pelo seguinte comportamento:

Determine os valores correspondentes para a emissividade normal espectral, a emissividade hemisférica espectral, a intensidade espectral da radiação emitida na direção normal, e o poder emissivo espectral.

SOLUÇÃO

Dados: Distribuição direcional de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ em $\lambda = 1$ μm para uma superfície metálica a 2000 K.

Achar:

1. Emissividade normal espectral $\varepsilon_{\lambda,n}$ e emissividade hemisférica espectral ε_λ.
2. Intensidade normal espectral $I_{\lambda,n}$ e poder emissivo espectral E_λ.

Análise:

1. A partir das medições de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ em $\lambda = 1$ μm, vemos que

$$\varepsilon_{\lambda,n} = \varepsilon_{\lambda,\theta}(1\ \mu\text{m}, 0°) = 0,3 \quad \triangleleft$$

Da Equação 12.34, a emissividade hemisférica espectral é

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

ou

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\left[0,3\int_0^{\pi/3} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta + 0,6\int_{\pi/3}^{4\pi/9} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\right]$$

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\left[0,3\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}\Bigg|_0^{\pi/3} + 0,6\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}\Bigg|_{\pi/3}^{4\pi/9}\right]$$

$$= 2\left[\frac{0,3}{2}(0,75) + \frac{0,6}{2}(0,97 - 0,75)\right]$$

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 0,36 \quad \triangleleft$$

2. Da Equação 12.30, a intensidade espectral da radiação emitida em $\lambda = 1$ μm na direção normal é

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = \varepsilon_{\lambda,\theta}(1\ \mu\text{m}, 0°)\, I_{\lambda,cn}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

onde $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ (1 μm, 0°) = 0,3 e $I_{\lambda,cn}$(1 μm, 2000 K) pode ser obtido na Tabela 12.1. Para $\lambda T = 2000$ μm·K, $(I_{\lambda,cn}/\sigma T^5) = 0,493 \times 10^{-4}$ (μm·K·sr)$^{-1}$ e

$$I_{\lambda,cn} = 0,493 \times 10^{-4}\ (\mu\text{m}\cdot\text{K}\cdot\text{sr})^{-1} \times 5,67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4\text{)}(2000\ \text{K})^5$$

$$I_{\lambda,cn} = 8,95 \times 10^4\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m}\cdot\text{sr)}$$

Donde

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = 0,3 \times 8,95 \times 10^4\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m}\cdot\text{sr)}$$

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = 2,69 \times 10^4\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m}\cdot\text{sr)} \quad \triangleleft$$

Da Equação 12.32, o poder emissivo espectral em $\lambda = 1$ μm e $T = 2000$ K é

$$E_\lambda(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m})E_{\lambda,cn}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

onde

$$E_{\lambda,cn}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \pi I_{\lambda,cn}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

$$E_{\lambda,cn}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \pi\ \text{sr} \times 8,95 \times 10^4\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m}\cdot\text{sr)}$$

$$= 2,81 \times 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}$$

Donde

$E_\lambda(1\ \mu m, 2000\ K) = 0{,}36 \times 2{,}81 \times 10^5\ W/(m^2 \cdot \mu m)$

ou

$E_\lambda(1\ \mu m, 2000\ K) = 1{,}01 \times 10^5\ W/(m^2 \cdot \mu m)$ ◁

12.5 *Absorção, Reflexão e Transmissão em Superfícies Reais*

Na Seção 12.2.3 definimos a *irradiação espectral* G_λ(W/(m$^2\cdot\mu$m)) como a taxa na qual radiação de comprimento de onda λ incide sobre uma superfície por unidade de área da superfície e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ. Ela pode incidir a partir de todas as direções possíveis e ter a sua origem em diversas fontes diferentes. A *irradiação total* G(W/m^2) engloba todas as contribuições espectrais e pode ser avaliada pela Equação 12.14. Nesta seção, analisamos os *processos* que resultam da interceptação dessa radiação por um meio sólido (ou líquido).

Na situação mais geral, a irradiação interage com um *meio semitransparente*, tal como uma camada de água ou uma placa de vidro. Como mostrado na Figura 12.20 para uma componente espectral da irradiação, porções dessa radiação podem ser *refletidas*, *absorvidas* e *transmitidas*. A partir de um balanço da radiação no meio, tem-se que

$$G_\lambda = G_{\lambda,\text{ref}} + G_{\lambda,\text{abs}} + G_{\lambda,\text{tr}} \qquad (12.38)$$

Em geral, a determinação desses componentes é complexa, dependendo das condições nas superfícies superior e inferior, do comprimento de onda da radiação e da composição e espessura do meio. Além disso, as condições podem ser fortemente influenciadas por efeitos *volumétricos* que ocorrem no interior do meio.

Em uma situação mais simples, relacionada à maioria das aplicações em engenharia, o meio é *opaco* à radiação incidente. Nesse caso, $G_{\lambda,\text{tr}} = 0$ e a absorção e a reflexão podem ser tratadas como *fenômenos de superfície*. Isto é, elas são controladas por processos que ocorrem em uma fração de um micrômetro a partir da superfície irradiada. É, portanto, apropriado falar da irradiação sendo absorvida e refletida *pela superfície*, com as magnitudes relativas de $G_{\lambda,\text{abs}}$ e $G_{\lambda,\text{ref}}$ dependendo de λ e da natureza do material da superfície. Não há qualquer efeito líquido no meio do processo de reflexão, enquanto a absorção tem o efeito de aumentar a energia interna térmica do meio.

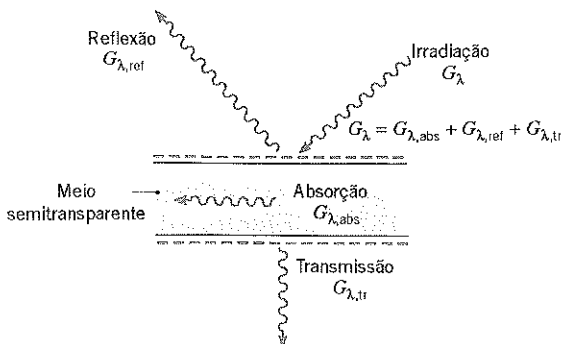



FIGURA 12.20 Processos de absorção, reflexão e transmissão associados a um meio semitransparente.

É interessante observar que a absorção e a reflexão na superfície são responsáveis pela nossa percepção de *cor*. A menos que a superfície esteja a uma temperatura elevada ($T_s \geqslant 1000$ K), estando portanto *incandescente*, a cor em nenhuma hipótese é devida à emissão, que se encontra concentrada na região do infravermelho (IV), sendo portanto imperceptível ao olho humano. A cor se deve à reflexão e à absorção seletivas da porção visível da irradiação incidente oriunda do sol ou de uma fonte de luz artificial. Uma camisa é "vermelha" porque contém um pigmento que absorve preferencialmente os componentes azul, verde e amarelo da luz incidente. Assim, as contribuições relativas desses componentes na luz refletida, que é vista pelo olho humano, são diminuídas e o componente vermelho é dominante. De forma semelhante, uma folha é "verde" porque suas células contêm clorofila, um pigmento que apresenta uma forte absorção do azul e do vermelho, e uma reflexão preferencial do verde. Uma superfície aparece "preta" quando absorve toda a radiação visível incidente, e "branca" quando reflete essa radiação. Entretanto, devemos ter cuidado de como interpretamos tais efeitos *visuais*. Para uma dada irradiação, a "cor" de uma superfície pode não indicar a sua capacidade global como um absorvedor ou um refletor, uma vez que uma grande parte da irradiação pode estar na região IV. Por exemplo, uma superfície "branca" como a neve é altamente refletiva à radiação visível, porém absorve fortemente radiação IV, aproximando dessa forma o comportamento de um corpo negro em maiores comprimentos de onda.

Na Seção 12.4 apresentamos uma propriedade, que chamamos emissividade, para caracterizar o processo de emissão em uma superfície. Nas subseções que se seguem iremos apresentar propriedades para caracterizar os processos de absorção, reflexão e transmissão. Em geral, essas propriedades dependem do material da superfície e do seu acabamento, da temperatura superficial e do comprimento de onda e da direção da radiação incidente.

12.5.1 Absortividade

A absortividade é uma propriedade que determina a fração da irradiação que é absorvida por uma superfície. A determinação dessa propriedade é complicada pelo fato de que, como a emissão, ela pode ser caracterizada tanto por uma dependência direcional como por uma dependência espectral. A *absortividade direcional espectral*, $\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi)$, de uma superfície é definida como a fração da intensidade espectral incidente na direção θ e ϕ que é absorvida pela superfície. Assim,

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \qquad (12.39)$$

Nessa expressão, desprezamos qualquer dependência da absortividade em relação à temperatura superficial. Tal dependência é pequena para a maioria das propriedades radiantes espectrais.

Está implícito no resultado anterior que as superfícies podem exibir uma absorção seletiva em relação ao comprimento de onda e à direção da radiação incidente. Para a maioria dos cálculos de engenharia, contudo, trabalha-se com propriedades superficiais que representam médias direcionais. Conseqüentemente, definimos uma *absortividade hemisférica espectral* $\alpha_\lambda(\lambda)$ como

$$\alpha_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.40}$$

que, utilizando as Equações 12.13 e 12.39, pode ser expressa como

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi} \tag{12.41}$$

Assim, α_λ depende da distribuição direcional da radiação incidente, bem como do seu comprimento de onda e da natureza da superfície absorvedora. Note que, se a radiação incidente estiver distribuída de forma difusa e $\alpha_{\lambda,\theta}$ for independente de ϕ, a Equação 12.41 se reduz a

$$\alpha_\lambda(\lambda) = 2\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta \tag{12.42}$$

A *absortividade hemisférica total*, α, representa uma média integrada em relação à direção e ao comprimento de onda. Ela é definida como a fração da irradiação total que é absorvida por uma superfície

$$\alpha \equiv \frac{G_{\text{abs}}}{G} \tag{12.43}$$

e, utilizando as Equações 12.14 e 12.40, pode ser representada por

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\,d\lambda} \tag{12.44}$$

Conseqüentemente, α depende da distribuição espectral da radiação incidente, assim como da sua distribuição direcional e da natureza da superfície absorvedora. Note que, embora α seja aproximadamente independente da temperatura superficial, o mesmo não pode ser dito a respeito da emissividade hemisférica total, ε. Na Equação 12.36 fica evidente que essa propriedade apresenta uma forte dependência em relação à temperatura.

Como α depende da distribuição espectral da irradiação, seu valor para uma superfície exposta à radiação solar pode diferir apreciavelmente do seu valor para a mesma superfície quando exposta a uma radiação com maiores comprimentos de onda originada em uma fonte a uma temperatura mais baixa. Como a distribuição espectral da radiação solar é praticamente proporcional à da emissão de um corpo negro a 5800 K, tem-se pela Equação 12.44 que a absortividade total para a radiação solar α_S pode ser aproximada por

$$\alpha_S \approx \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,b}(\lambda, 5800\text{ K})\,d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,b}(\lambda, 5800\text{ K})\,d\lambda} \tag{12.45}$$

As integrais que aparecem nessa equação podem ser calculadas utilizando-se a função de radiação de corpo negro, $F_{(0\rightarrow\lambda)}$, da Tabela 12.1.

12.5.2 Refletividade

A refletividade é uma propriedade que determina a fração da radiação incidente que é refletida por uma superfície. Entretanto, sua definição específica pode assumir diversas formas diferentes, uma vez que essa propriedade é inerentemente *bidirecional* [6]. Ou seja, além de depender da direção da radiação incidente, ela também depende da direção da radiação refletida. Evitaremos essa complicação trabalhando exclusivamente com uma refletividade que representa uma média integrada no hemisfério associado à radiação refletida e, portanto, não fornecendo informação a respeito da distribuição direcional dessa radiação. Conseqüentemente, a *refletividade direcional espectral*, $\rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi)$, de uma superfície é definida como a fração da intensidade espectral incidente na direção θ e ϕ que é refletida pela superfície. Assim,

$$\rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{ref}}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)} \tag{12.46}$$

A *refletividade hemisférica espectral* $\rho_\lambda(\lambda)$ é, então, definida como a fração da irradiação espectral que é refletida pela superfície. Conseqüentemente,

$$\rho_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.47}$$

que é equivalente a

$$\rho_\lambda(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi} \tag{12.48}$$

A *refletividade hemisférica total* ρ é, então, definida como

$$\rho \equiv \frac{G_{\text{ref}}}{G} \tag{12.49}$$

e, neste caso,

$$\rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\,d\lambda} \tag{12.50}$$

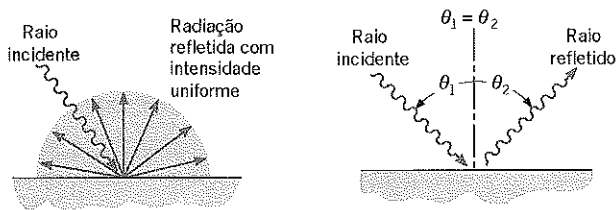



FIGURA 12.21 Reflexão difusa e especular.

Superfícies podem ser idealizadas como *difusas* ou *especulares*, de acordo com a forma como refletem radiação (Figura 12.21). Reflexão difusa ocorre se, independentemente da direção da radiação incidente, a intensidade da radiação refletida for independente do ângulo de reflexão. Por outro lado, se toda a reflexão for na direção de θ_2, que é igual ao ângulo de incidência θ_1, diz-se ocorrer reflexão especular. Embora nenhuma superfície seja perfeitamente difusa ou especular, a última condição é aproximada mais de perto por superfícies polidas, que parecem espelhos, enquanto a primeira condição é aproximada por superfícies rugosas. A hipótese de reflexão difusa é razoável para a maioria das aplicações de engenharia.

12.5.3 Transmissividade

Embora o tratamento da resposta de um material semitransparente à radiação incidente seja um problema complicado [6], resultados razoáveis podem ser obtidos com freqüência através do uso de transmissividades hemisféricas definidas por

$$\tau_\lambda = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.51}$$

e

$$\tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G} \tag{12.52}$$

A transmissividade total τ está relacionada com o componente espectral τ_λ através da expressão

$$\tau = \frac{\int_0^\infty G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\,d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\,d\lambda} \tag{12.53}$$

12.5.4 Considerações Especiais

Concluímos esta seção observando que, a partir do balanço de radiação da Equação 12.38 e das definições anteriores,

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1 \tag{12.54}$$

para um meio *semitransparente*. Para propriedades que são médias em todo o espectro, tem-se também que

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \tag{12.55}$$

Obviamente, se o meio for *opaco* não há transmissão e a absorção e reflexão são processos de superfície para os quais

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1 \tag{12.56}$$

e

$$\alpha + \rho = 1 \tag{12.57}$$

Assim, o conhecimento de uma propriedade implica na determinação da outra.

Na Figura 12.22 estão representadas distribuições espectrais da refletividade e da absortividade normais de superfícies *opa-*

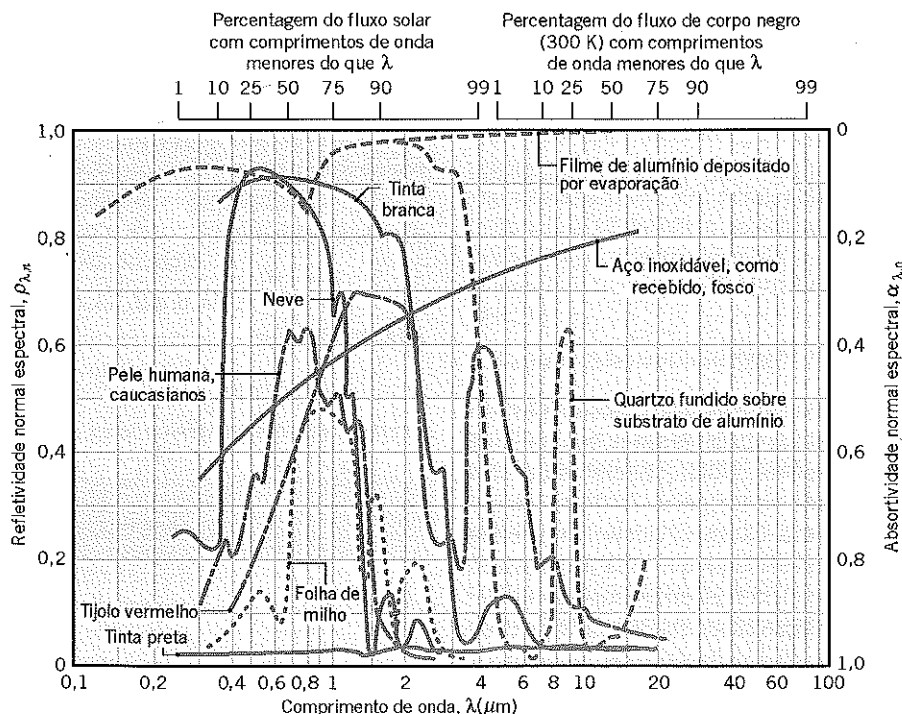



FIGURA 12.22 Dependência espectral da absortividade $\alpha_{\lambda,n}$ e da refletividade $\rho_{\lambda,n}$ normais espectrais de materiais opacos selecionados.

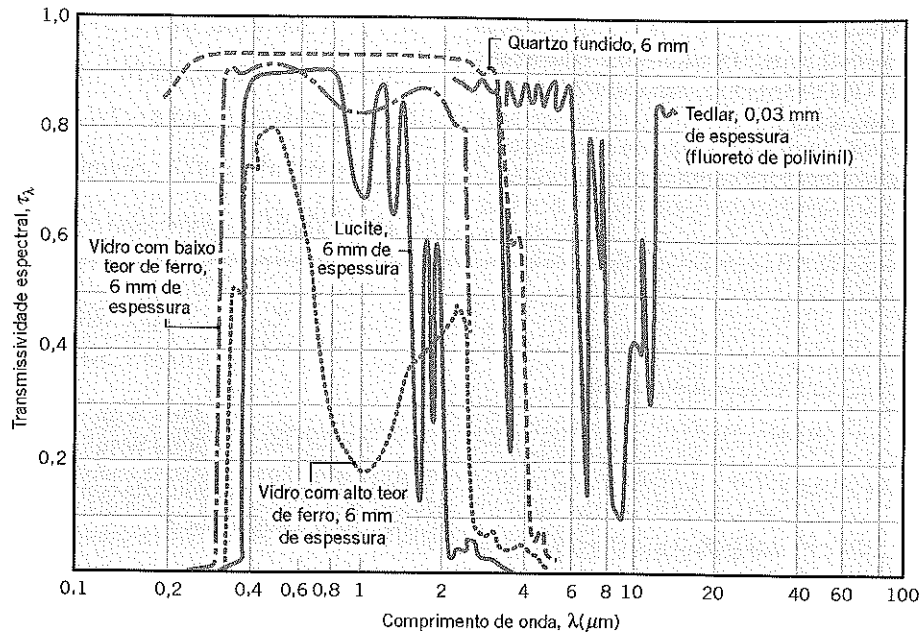
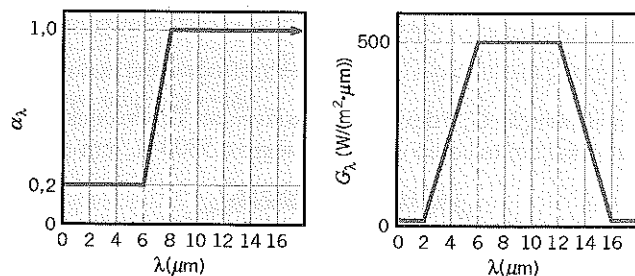



FIGURA 12.23 Dependência espectral de transmissividades espectrais τ_λ de materiais semitransparentes selecionados.

cas selecionadas. Um material como o vidro ou a água, que é semitransparente em pequenos comprimentos de onda, torna-se opaco em maiores comprimentos de onda. Esse comportamento é mostrado na Figura 12.23, que apresenta a transmissividade espectral de diversos materiais *semitransparentes* comuns. Note que a transmissividade do vidro é afetada pelo seu teor de ferro e que a transmissividade de plásticos, tais como o Tedlar, é maior do que aquela do vidro na região IV. Esses fatores possuem um peso importante na seleção de materiais para placas de cobertura em aplicações que envolvem coletores solares, no projeto e seleção de janelas para conservação de energia e na especificação de materiais para a fabricação de componentes óticos em sistemas de imagem infravermelhas. Valores para a transmissividade total à radiação solar de materiais que usualmente são usados em coberturas de coletores solares são apresentados na Tabela A.12, juntamente com absortividades solares e emissividades a baixas temperaturas.

EXEMPLO 12.7

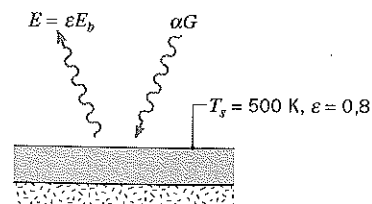
A absortividade hemisférica espectral de uma superfície opaca e a irradiação espectral sobre a superfície são mostradas nas figuras a seguir:

Como varia a refletividade hemisférica espectral com o comprimento de onda? Qual é a absortividade hemisférica total da superfície? Se a superfície estiver inicialmente a 500 K e possuir uma emissividade hemisférica total de 0,8, como a sua temperatura irá variar com a exposição à irradiação?

SOLUÇÃO

Dados: Absortividade hemisférica espectral e irradiação de uma superfície. Temperatura superficial (500 K) e emissividade hemisférica total (0,8).

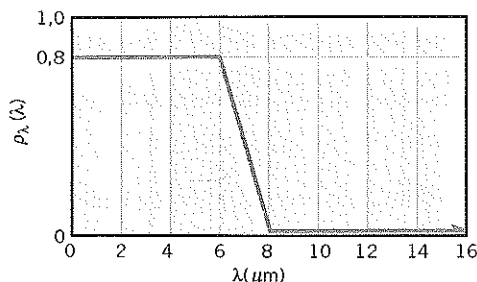
Achar:

1. Distribuição espectral da refletividade.
2. Absortividade hemisférica total.
3. Natureza da mudança na temperatura superficial.

Esquema:

Considerações:

1. Superfície opaca.
2. Efeitos convectivos na superfície desprezíveis.
3. Superfície inferior isolada termicamente.

Análise:

1. Da Equação 12.56, $\rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda$. Dessa forma, a partir do conhecimento de $\alpha_\lambda(\lambda)$, a distribuição espectral de ρ_λ correspondente é mostrada a seguir.

2. Das Equações 12.43 e 12.44,

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}$$

ou, dividindo a integral em partes,

$$\alpha = \frac{0{,}2\int_2^6 G_\lambda d\lambda + 500\int_6^8 \alpha_\lambda \, d\lambda + 1{,}0\int_8^{16} G_\lambda \, d\lambda}{\int_2^6 G_\lambda \, d\lambda + \int_6^{12} G_\lambda \, d\lambda + \int_{12}^{16} G_\lambda \, d\lambda}$$

$$\alpha = \{0{,}2(\tfrac{1}{2})500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(6-2)\,\mu\text{m}$$
$$+ 500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}[0{,}2(8-6)\,\mu\text{m} + (1-0{,}2)(\tfrac{1}{2})(8-6)\,\mu\text{m}]$$
$$+ [1 \times 500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(12-8)\,\mu\text{m}$$
$$+ 1(\tfrac{1}{2})500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(16-12)\,\mu\text{m}]\}$$
$$\div [(\tfrac{1}{2})500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(6-2)\,\mu\text{m}$$
$$+ 500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(12-6)\,\mu\text{m}$$
$$+ (\tfrac{1}{2})500 \text{ W/(m}^2\cdot\mu\text{m)}(16-12)\,\mu\text{m}]$$

Donde

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{(200 + 600 + 3000) \text{ W/m}^2}{(1000 + 3000 + 1000) \text{ W/m}^2}$$

$$= \frac{3800 \text{ W/m}^2}{5000 \text{ W/m}^2} = 0{,}76 \quad \triangleleft$$

3. Desprezando os efeitos da convecção, o fluxo térmico líquido *para* a superfície é

$$q''_{liq} = \alpha G - E = \alpha G - \varepsilon\sigma T^4$$

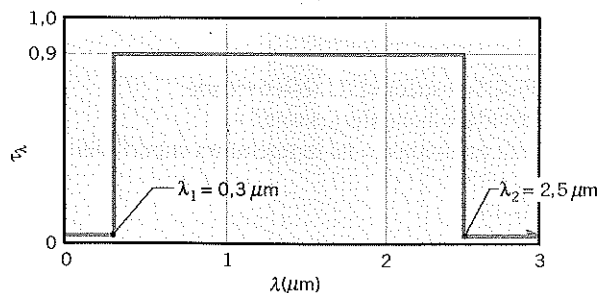
Donde

$$q''_{liq} = 0{,}76(5000 \text{ W/m}^2) - 0{,}8 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(500 \text{ K})^4$$

$$q''_{liq} = 3800 - 2835 = 965 \text{ W/m}^2 \quad \triangleleft$$

Como $q''_{liq} > 0$, a temperatura da superfície irá *aumentar* com o transcorrer do tempo.

Exemplo 12.8

A cobertura de vidro de um coletor solar de placa plana possui um baixo teor de ferro e a sua transmissividade espectral pode ser aproximada pela distribuição a seguir.

Qual é a transmissividade total da cobertura de vidro para a radiação solar?

Solução

Dados: Transmissividade espectral da cobertura de vidro de um coletor solar.

Achar: Transmissividade total da cobertura de vidro para a radiação solar.

Considerações: Distribuição espectral da irradiação solar proporcional à emissão de um corpo negro a 5800 K.

Análise: Da Equação 12.53, a transmissividade total da cobertura é

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

onde a irradiação G_λ é devida à emissão solar. Tendo considerado que o sol emite como um corpo negro a 5800 K, tem-se que

$$G_\lambda(\lambda) \propto E_{\lambda,cn}(5800 \text{ K})$$

Com a constante de proporcionalidade cancelada no numerador e no denominador da expressão para τ, obtemos

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_{\lambda,cn}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,cn}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}$$

ou, para a distribuição espectral de $\tau_\lambda(\lambda)$ fornecida

$$\tau = 0{,}90 \frac{\int_{0,3}^{2,5} E_{\lambda,cn}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}{E_{cn}(5800 \text{ K})}$$

Da Tabela 12.1,

$\lambda_1 = 0{,}3\,\mu\text{m}, T = 5800\,\text{K}: \quad \lambda_1 T = 1740\,\mu\text{m}\cdot\text{K}, F_{(0\rightarrow\lambda_1)} = 0{,}0335$

$\lambda_2 = 2{,}5\,\mu\text{m}, T = 5800\,\text{K}: \quad \lambda_2 T = 14500\,\mu\text{m}\cdot\text{K}, F_{(0\rightarrow\lambda_2)} = 0{,}9664$

Assim, da Equação 12.29

$$\tau = 0{,}90[F_{(0\rightarrow\lambda_2)} - F_{(0\rightarrow\lambda_1)}] = 0{,}90(0{,}9660 - 0{,}1245) = 0{,}84 \quad \triangleleft$$

Comentário: É importante reconhecer que a irradiação sobre a placa de cobertura não é igual ao poder emissivo de um corpo negro a 5800 K, $G_\lambda \neq E_{\lambda,\text{cn}}(5800\ \text{K})$. Admite-se simplesmente que ela seja proporcional a esse poder emissivo, e neste caso é considerado que ela possui uma distribuição espectral com a mesma forma. Com G_λ aparecendo no numerador e no denominador da expressão para τ, torna-se então possível substituir G_λ por $E_{\lambda,\text{cn}}$.

12.6 *Lei de Kirchhoff*

Nas seções anteriores, analisamos separadamente as propriedades superficiais associadas à emissão e à absorção. Nas Seções 12.6 e 12.7, consideramos condições nas quais essas propriedades são iguais.

Considere um *grande recinto isotérmico* com temperatura superficial T_s, no interior do qual estão confinados vários corpos pequenos (Figura 12.24). Como esses corpos são pequenos quando comparados ao recinto, a sua influência é desprezível no campo de radiação, que é devido ao efeito cumulativo da emissão e da reflexão na superfície do recinto. Lembre-se de que, independentemente de suas propriedades radiantes, tal superfície forma uma *cavidade que se comporta como um corpo negro*. Em conseqüência, independentemente de sua orientação, a irradiação experimentada por qualquer corpo no interior da cavidade é difusa e igual à emissão de um corpo negro a T_s.

$$G = E_{cn}(T_s) \tag{12.58}$$

Sob condições de regime estacionário, deve existir *equilíbrio térmico* entre os corpos e o recinto. Dessa forma, $T_1 = T_2 = \cdots = T_s$, e a taxa líquida de transferência de energia para cada superfície deve ser igual a zero. Aplicando um balanço de energia em uma superfície de controle ao redor do corpo 1, tem-se que

$$\alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0$$

ou, da Equação 12.58,

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_{cn}(T_s)$$

Como esse resultado deve ser aplicável a cada um dos corpos confinados, obtemos então

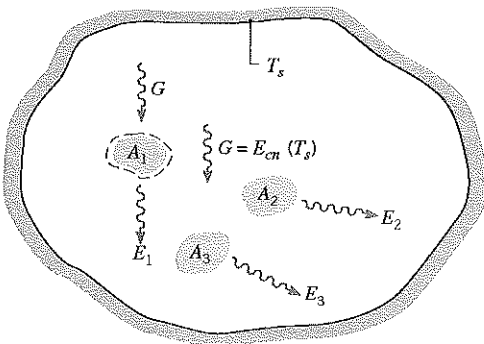



FIGURA 12.24 Troca radiante em uma cavidade isotérmica.

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \cdots = E_{cn}(T_s) \tag{12.59}$$

Essa relação é conhecida por *lei de Kirchhoff*. Uma conseqüência importante é que, como $\alpha \leq 1$, $E(T_s) \leq E_{cn}(T_s)$. Assim, *nenhuma superfície real pode ter um poder emissivo superior àquele de uma superfície negra à mesma temperatura* e o conceito do corpo negro como um emissor ideal está confirmado.

A partir da definição da emissividade hemisférica total, Equação 12.35, uma forma alternativa da lei de Kirchhoff é

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \cdots = 1$$

Assim, para qualquer superfície no interior do recinto,

$$\varepsilon = \alpha \tag{12.60}$$

Isto é, a emissividade hemisférica total da superfície é igual à sua absortividade hemisférica total.

Adiante, iremos verificar que cálculos envolvendo trocas radiantes entre superfícies são muito simplificados quando a Equação 12.60 pode ser aplicada a cada uma das superfícies. Contudo, as condições restritivas inerentes de sua dedução devem ser lembradas. Em particular, foi suposto que a irradiação da superfície corresponde à emissão de um corpo negro à mesma temperatura da superfície. Na Seção 12.7 consideramos outras condições, menos restritivas, nas quais a Equação 12.60 se aplica.

A dedução anterior pode ser repetida em condições espectrais. Para qualquer superfície no interior do recinto, tem-se que

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \tag{12.61}$$

Condições associadas ao uso da Equação 12.61 são menos restritivas do que aquelas associadas à Equação 12.60. Em particular, será mostrado que a Equação 12.61 pode ser aplicada quando a irradiação é difusa *ou* quando a superfície é difusa. Uma forma da lei de Kirchhoff para a qual *não há restrições* envolve as propriedades direcionais espectrais:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta} \tag{12.62}$$

Essa igualdade é sempre aplicável, porque $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ e $\alpha_{\lambda,\theta}$ são propriedades *inerentes* da superfície. Isto é, respectivamente, elas são

independentes das distribuições espectral e direcional das radiações emitida e incidente.

Desenvolvimentos mais detalhados da lei de Kirchhoff são fornecidos por Planck[1] e por Siegel e Howell [6].

12.7 A Superfície Cinza

No Capítulo 13 iremos verificar que o problema de prever a troca de energia radiante entre superfícies é muito simplificado quando se pode admitir que a Equação 12.60 se aplica a cada uma das superfícies. É, portanto, importante examinar se essa igualdade pode ser utilizada em condições que não sejam aquelas nas quais ela foi deduzida, notadamente irradiação devido à emissão de um corpo negro à mesma temperatura da superfície.

Aceitando o fato de que a emissividade direcional espectral e absortividade direcional espectral são iguais sob quaisquer condições, Equação 12.62, começamos considerando as condições associadas ao uso da Equação 12.61. De acordo com as definições das propriedades hemisféricas espectrais, Equações 12.33 e 12.41, estamos na realidade perguntando sob quais condições, se é que de fato existe alguma, a seguinte igualdade será válida:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

$$\stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta} I_{\lambda,i} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} = \alpha_\lambda \qquad (12.63)$$

Como $\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$, tem-se por inspeção que a Equação 12.61 pode ser aplicada se *uma* das seguintes condições for satisfeita:

1. A *irradiação é difusa* ($I_{\lambda,i}$ é independente de θ e ϕ).
2. A *superfície é difusa* ($\varepsilon_{\lambda,\theta}$ e $\alpha_{\lambda,\theta}$ são independentes de θ e ϕ).

A primeira condição é uma aproximação razoável para muitos cálculos em engenharia; a segunda condição é razoável para muitas superfícies, particularmente de materiais que não conduzem eletricidade (Figura 12.16).

Admitindo a existência de uma irradiação difusa ou de uma superfície difusa, agora consideramos quais condições *adicionais* devem ser satisfeitas para que a Equação 12.60 seja válida. Das Equações 12.36 e 12.44, a igualdade se aplica caso

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,cn}(\lambda, T)\, d\lambda}{E_{cn}(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{G} = \alpha \qquad (12.64)$$

Como $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, tem-se que, por inspeção, a Equação 12.60 pode ser utilizada se *uma* das seguintes condições for satisfeita:

1. A irradiação corresponde à emissão de um corpo negro com temperatura superficial T, em cujo caso $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,cn}(\lambda,T)$ e $G = E_{cn}(T)$.
2. A *superfície é cinza* (α_λ e ε_λ são independentes de λ).

Note que a primeira condição corresponde à principal hipótese necessária para a dedução da lei de Kirchhoff (Seção 12.6).

Como a absortividade total de uma superfície depende da distribuição espectral da irradiação, não se pode afirmar inequivocamente que $\alpha = \varepsilon$. Por exemplo, uma superfície particular pode ser altamente absorvedora da radiação em uma região espectral e virtualmente não-absorvedora em outra região (Figura 12.25*a*). Conseqüentemente, para os dois possíveis campos de irradiação, $G_{\lambda,1}(\lambda)$ e $G_{\lambda,2}(\lambda)$ mostrados na Figura 12.25*b*, os valores de α irão diferir drasticamente. Em contraste, o valor de ε é independente da irradiação. Assim, *não* há qualquer base para se estabelecer que α seja *sempre* igual a ε.

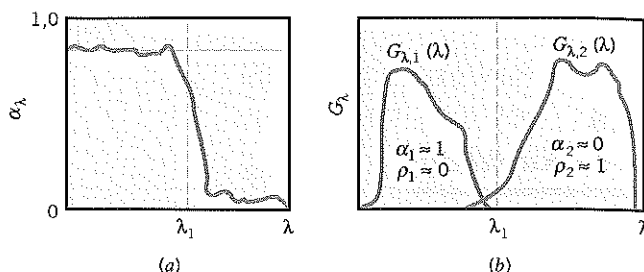



FIGURA 12.25 Distribuição espectral (*a*) da absortividade espectral de uma superfície e (*b*) da irradiação espectral em uma superfície.

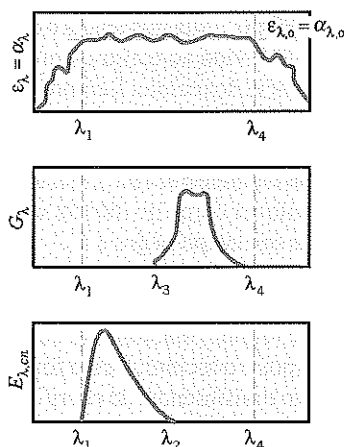



FIGURA 12.26 Um conjunto de condições nas quais o comportamento de superfície cinza pode ser suposto.

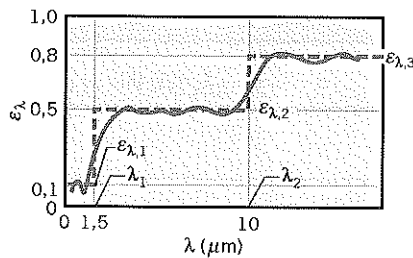
Para admitir comportamento de superfície cinza, e portanto a validade da Equação 12.60, não é necessário que α_λ e ε_λ sejam independentes de λ em todo o espectro. Falando pragmaticamente, uma *superfície cinza* pode ser definida como sendo *uma superfície para a qual α_λ e ε_λ são independentes de λ nas regiões espectrais da irradiação e da emissão superficial.* Da Equação 12.64, mostra-se facilmente que o comportamento de superfície cinza pode ser admitido para as condições da Figura 12.26. Isto é, a irradiação e a emissão superficial estão concentradas em uma região na qual as propriedades espectrais da superfície são aproximadamente constantes. Conseqüentemente,

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\lambda,o}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,cn}(\lambda,T)\,d\lambda}{E_{cn}(T)} = \varepsilon_{\lambda,o} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{\alpha_{\lambda,o}\int_{\lambda_3}^{\lambda_4} G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{G} = \alpha_{\lambda,o}$$

cujo caso $\alpha = \varepsilon = \varepsilon_{\lambda,o}$. Entretanto, se a irradiação se encontrasse em uma região espectral que correspondesse a $\lambda < \lambda_1$ ou $\lambda > \lambda_4$, o comportamento de superfície cinza não poderia ser admitido.

Uma superfície para a qual $\alpha_{\lambda,\theta}$ e $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ são independentes de θ e λ é conhecida por *superfície cinza difusa* (difusa devido à independência direcional e cinza devido à independência em relação ao comprimento de onda). Ela é uma superfície na qual as Equações 12.60 e 12.61 são satisfeitas. Nós admitimos tais condições superficiais em muitas das nossas considerações subseqüentes. Contudo, embora a hipótese de superfície cinza seja razoável para muitas aplicações práticas, alguma cautela deve ser tomada ao utilizá-la, particularmente se as regiões espectrais da irradiação e da emissão forem significativamente afastadas.

EXEMPLO 12.9

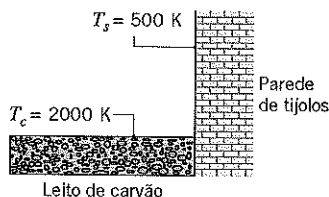
Uma parede difusa de tijolos refratários, com temperatura T_s = 500 K, possui a emissividade espectral mostrada na figura e está exposta a um leito de carvão a 2000 K.

Determine a emissividade hemisférica total e o poder emissivo da parede de tijolos refratários. Qual é a absortividade total da parede em relação à irradiação resultante da emissão do carvão?

SOLUÇÃO

Dados: Parede de tijolos com temperatura superficial T_s = 500 K e valor de $\varepsilon_\lambda(\lambda)$ especificado, exposta ao carvão a T_c = 2000 K.

Achar:

1. Emissividade hemisférica total da parede de tijolos refratários.
2. Poder emissivo total da parede de tijolos.
3. Absortividade da parede em relação à irradiação oriunda do carvão.

Esquema:

Considerações:

1. Parede de tijolos opaca e difusa.
2. Distribuição espectral da irradiação sobre a parede de tijolos se aproxima daquela oriunda da emissão de um corpo negro a 2000 K.

Análise:

1. A emissividade hemisférica total segundo a Equação 12.36 é

$$\varepsilon(T_s) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda) E_{\lambda,cn}(\lambda,T_s)\,d\lambda}{E_{cn}(T_s)}$$

Fazendo a integração em partes,

$$\varepsilon(T_s) = \varepsilon_{\lambda,1}\frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,cn}\,d\lambda}{E_{cn}} + \varepsilon_{\lambda,2}\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,cn}\,d\lambda}{E_{cn}} + \varepsilon_{\lambda,3}\frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} E_{\lambda,cn}\,d\lambda}{E_{cn}}$$

e introduzindo as funções de corpo negro, segue-se que

$$\varepsilon(T_s) = \varepsilon_{\lambda,1}F_{(0\to\lambda_1)} + \varepsilon_{\lambda,2}[F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}] + \varepsilon_{\lambda,3}[1 - F_{(0\to\lambda_2)}]$$

Da Tabela 12.1

$$\lambda_1 T_s = 1{,}5\,\mu\text{m} \times 500\,\text{K} = 750\,\mu\text{m}\cdot\text{K}: \quad F_{(0\to\lambda_1)} = 0{,}000$$

$$\lambda_2 T_s = 10\,\mu\text{m} \times 500\,\text{K} = 5000\,\mu\text{m}\cdot\text{K}: \quad F_{(0\to\lambda_2)} = 0{,}634$$

Donde

$$\varepsilon(T_s) = 0{,}1\times 0 + 0{,}5\times 0{,}634 + 0{,}8\,(1-0{,}634) = 0{,}610 \quad \triangleleft$$

2. Das Equações 12.26 e 12.35, o poder emissivo total é

$$E(T_s) = \varepsilon(T_s)E_{cn}(T_s) = \varepsilon(T_s)\sigma T_s^4$$

$$E(T_s) = 0{,}61\times 5{,}67\times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(500\,\text{K})^4 = 2162\,\text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

3. Da Equação 12.44, a absortividade total da parede em relação à radiação oriunda do carvão é

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda)G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}$$

Como a superfície é difusa, $\alpha_\lambda(\lambda) = \varepsilon_\lambda(\lambda)$. Além disso, como a distribuição espectral da irradiação se aproxima daquela emitida por um corpo negro a 2000 K, $G_\lambda(\lambda) \propto E_{\lambda,cn}(\lambda,T_c)$. Tem-se então que

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda)E_{\lambda,cn}(\lambda,T_c)\,d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,cn}(\lambda,T_c)\,d\lambda}$$

Separando a integral em partes e introduzindo as funções de corpo negro, obtemos então

$$\alpha = \varepsilon_{\lambda,1} F_{(0\to\lambda_1)} + \varepsilon_{\lambda,2}[F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}] + \varepsilon_{\lambda,3}[1 - F_{(0\to\lambda_2)}]$$

Da Tabela 12.1

$$\lambda_1 T_c = 1{,}5\ \mu\text{m} \times 2000\ \text{K} = 3000\ \mu\text{m}\cdot\text{K:} \quad F_{(0\to\lambda_1)} = 0{,}273$$

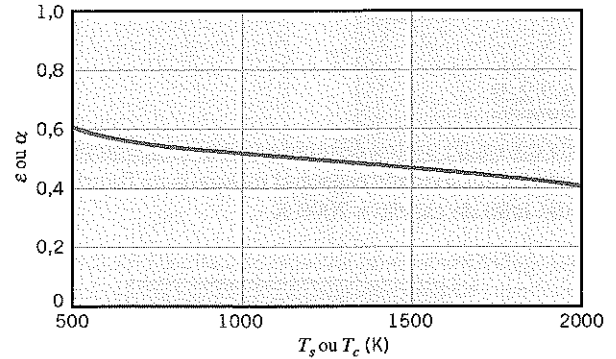
$$\lambda_2 T_c = 10\ \mu\text{m} \times 2000\ \text{K} = 20000\ \mu\text{m}\cdot\text{K:} \quad F_{(0\to\lambda_2)} = 0{,}986$$

Assim,

$$\alpha = 0{,}1 \times 0{,}273 + 0{,}5(0{,}986 - 0{,}273) + 0{,}8(1 - 0{,}986) = 0{,}395$$

◁

Comentários:

1. A emissividade depende da temperatura superficial T_s, enquanto a absortividade depende da distribuição espectral da irradiação, que por sua vez depende da temperatura de sua fonte T_c.
2. A superfície não é cinza, $\alpha \neq \varepsilon$. Esse resultado era de se esperar. Como a emissão está associada à $T_s = 500$ K, o seu máximo espectral ocorre em $\lambda_{max} \approx 6\ \mu$m. Por outro lado, como a irradiação está associada à emissão a partir de uma fonte a $T_c = 2000$ K, o seu máximo espectral ocorre em $\lambda_{max} \approx 1{,}5\ \mu$m. Mesmo com ε_λ e α_λ iguais, como eles não são constantes ao longo das faixas espectrais da emissão e da irradiação, $\alpha \neq \varepsilon$. Para a distribuição espectral especificada de $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, ε e α diminuem com o aumento de T_s e T_c, respectivamente, e somente quando $T_s = T_c$ que $\varepsilon = \alpha$. As expressões anteriores para ε e α podem ser usadas para determinar as suas variações com T_s e T_c, sendo obtidos os seguintes resultados:

EXEMPLO 12.10

Uma *pequena* esfera metálica sólida possui um revestimento opaco e difuso, para o qual $\alpha_\lambda = 0{,}8$ para $\lambda \leq 5\ \mu$m e $\alpha_\lambda = 0{,}1$ para $\lambda > 5\ \mu$m. A esfera, que se encontra inicialmente a uma temperatura uniforme de 300 K, é introduzida em um *grande* forno cujas paredes estão a 1200 K. Determine a absortividade e a emissividade hemisféricas totais do revestimento para a condição inicial e a condição final de regime estacionário.

SOLUÇÃO

Dados: Pequena esfera metálica com absortividade espectralmente seletiva, inicialmente a $T_s = 300$ K, introduzida no interior de um grande forno a $T_f = 1200$ K.

Achar:

1. Absortividade e emissividade hemisféricas totais do revestimento da esfera para a condição inicial.
2. Valores de α e ε após a esfera permanecer no interior do forno por um longo tempo.

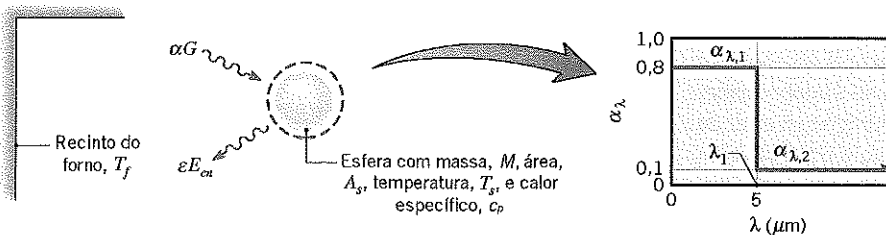
Esquema:

Recinto do forno, T_f

αG

εE_{cn}

Esfera com massa, M, área, A_s, temperatura, T_s, e calor específico, c_p

α_λ: 1,0; 0,8; 0,1; 0 — $\alpha_{\lambda,1}$, λ_1, $\alpha_{\lambda,2}$ — λ (μm): 0, 5

Considerações:

1. Revestimento opaco e difuso.
2. Como a superfície das paredes do forno é muito maior do que a da esfera, a irradiação na esfera se aproxima da emissão de um corpo negro a T_f.

Análise:

1. Da Equação 12.44, a absortividade hemisférica total é

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}$$

ou, com $G_\lambda = E_{\lambda,cn}(T_f) = E_{\lambda,cn}(\lambda, 1200\ \text{K})$,

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,cn}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_{cn}\ (1200\ \text{K})}$$

Donde

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,cn}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_{cn}(1200\ \text{K})} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^\infty E_{\lambda,cn}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_{cn}(1200\ \text{K})}$$

ou

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} F_{(0\to\lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2}[1 - F_{(0\to\lambda_1)}]$$

Da Tabela 12.1,

$$\lambda_1 T_f = 5\ \mu m \times 1200\ K = 6000\ \mu m \cdot K: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0{,}738$$

Donde,

$$\alpha = 0{,}8 \times 0{,}738 + 0{,}1\,(1 - 0{,}738) = 0{,}62$$

A emissividade hemisférica total, segundo a Equação 12.36, é

$$\varepsilon(T_s) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,cn}(\lambda, T_s)\, d\lambda}{E_{cn}(T_s)}$$

Como a superfície é difusa, $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ e tem-se que

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,cn}(\lambda, 300\ K)\, d\lambda}{E_{cn}(300\ K)} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^\infty E_{\lambda,cn}(\lambda, 300\ K)\, d\lambda}{E_{cn}(300\ K)}$$

ou,

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} F_{(0\to\lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2}[1 - F_{(0\to\lambda_1)}]$$

Da Tabela 12.1,

$$\lambda_1 T_s = 5\ \mu m \times 300\ K = 1500\ \mu m \cdot K: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0{,}014$$

Donde

$$\varepsilon = 0{,}8 \times 0{,}014 + 0{,}1\,(1 - 0{,}014) = 0{,}11 \qquad \triangleleft$$

2. Como as características do revestimento e a temperatura do forno permanecem fixas, não há qualquer mudança no valor de α com o transcorrer do tempo. Entretanto, à medida que T_s aumenta com o tempo, o valor de ε irá mudar. Após um tempo suficientemente longo, $T_s = T_f$ e $\varepsilon = \alpha\,(\varepsilon = 0{,}62)$.

Comentários:

1. A condição de equilíbrio que será finalmente atingida ($T_s = T_f$) corresponde precisamente à condição para a qual a lei de Kirchhoff foi deduzida. Dessa forma, α tem que ser igual a ε.
2. Utilizando para a esfera o modelo da capacitância global e desprezando a transferência de calor por convecção, um balanço de energia em um volume de controle ao redor da esfera fornece

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{st}$$

$$(\alpha G)A_s - (\varepsilon\sigma T_s^4)A_s = Mc_p \frac{dT_s}{dt}$$

A equação diferencial poderia ser resolvida para determinar $T(t)$, para $t > 0$. Note que a variação no valor de ε que ocorre ao longo do tempo teria que ser levada em conta na solução.

12.8 *Radiação Ambiental*

Não seria apropriado concluir este capítulo sem comentar a respeito da radiação no nosso ambiente natural. A radiação solar é, obviamente, essencial a toda vida na Terra. Através do processo de fotossíntese, ela satisfaz às nossas necessidades de alimentos, fibras e combustíveis. Além disso, através de processos térmicos e fotovoltaicos, ela tem o potencial para satisfazer à maior parte da nossa demanda por aquecimento de ambientes, calor para processos e eletricidade.

O sol é uma fonte de radiação praticamente esférica que possui $1{,}39 \times 10^9$ m de diâmetro e se encontra a $1{,}50 \times 10^{11}$ m de distância da Terra. Como observado anteriormente, o sol emite aproximadamente como um corpo negro a 5800 K. Na medida em que a radiação atravessa o espaço, o fluxo radiante diminui, pois ele atravessa áreas esféricas cada vez maiores. No limite externo da atmosfera terrestre, o fluxo da energia solar diminuiu por um fator de $(r_s/r_d)^2$, onde r_s é o raio do sol e r_d é a distância entre o sol e a terra. A *constante solar*, S_c, é definida como o fluxo de energia solar que incide sobre uma superfície com orientação *normal* aos raios solares no limite externo da atmosfera terrestre, quando a Terra encontra-se à sua distância média do Sol (Figura 12.27). Ela tem um valor de $S_c = 1353\ W/m^2$. Para uma superfície *horizontal* (isto é, paralela à superfície terrestre), a radiação solar comporta-se como um feixe de *raios* praticamente *paralelos* que formam um ângulo θ, o *ângulo de zênite*, em relação à normal a superfície. A *irradiação solar extraterrestre*, $G_{S,e}$, definida para uma superfície horizontal, depende da latitude geográfica, assim como da hora do dia e do dia do ano. Ela pode ser determinada por uma expressão com a forma

$$G_{S,e} = S_c \cdot f \cdot \cos\theta \qquad (12.65)$$

A grandeza f é um pequeno fator de correção para levar em consideração a excentricidade da órbita da Terra ao redor do sol ($0{,}97 \leqslant f \leqslant 1{,}03$).

A distribuição espectral da radiação solar é significativamente diferente daquela associada à emissão das superfícies envolvidas nos problemas de engenharia. Como ilustrado na Figura 12.28, a distribuição extraterrestre se aproxima daquela de um corpo negro a 5800 K. A radiação está concentrada na região de pequenos comprimentos de onda ($0{,}2 \leqslant \lambda \leqslant 3\ \mu m$) do espectro térmico, com o pico de emissão ocorrendo em aproximadamente $0{,}50\ \mu m$. É justamente essa concentração na região de pequenos comprimentos de onda que impede, com freqüência, a hipótese de comportamento de corpo cinza para superfícies irradiadas pelo sol, uma vez que a emissão encontra-se geralmente

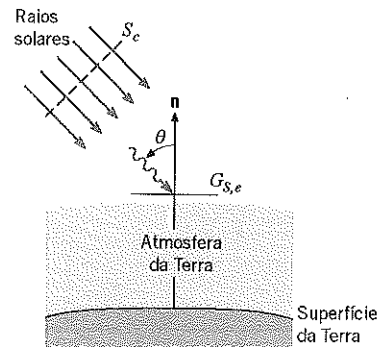



FIGURA 12.27 Natureza direcional da radiação solar fora da atmosfera terrestre.

na região espectral além dos 4 μm e é improvável que as propriedades espectrais da superfície permaneçam constantes ao longo de uma faixa espectral tão ampla.

À medida que a radiação solar atravessa a atmosfera terrestre, sua magnitude e suas distribuições espectral e direcional experimentam uma mudança significativa. A mudança se deve à *absorção* e ao *espalhamento* da radiação pelos constituintes da atmosfera. O efeito da absorção pelos gases atmosféricos O_3 (ozônio), H_2O, O_2 e CO_2 está ilustrado na curva inferior da Figura 12.28. A absorção pelo ozônio é mais forte na região UV, proporcionando uma atenuação considerável em comprimentos de onda abaixo de 0,4 μm e uma atenuação completa em comprimentos de onda abaixo de 0,3 μm. Na região visível há alguma absorção pelo O_3 e o O_2, enquanto nas regiões do IV próximo e distante à absorção é dominada pelo vapor d'água. Ao longo de todo espectro solar, há também absorção contínua de radiação pela poeira e pelos aerossóis presentes na atmosfera.

O espalhamento na atmosfera proporciona um *redirecionamento* dos raios solares e ocorre de duas formas (Figura 12.29). O *espalhamento de Rayleigh* (ou *molecular*) provocado por moléculas muito pequenas de gases ocorre quando a razão entre o diâmetro efetivo das moléculas e o comprimento de onda da radiação, $\pi D/\lambda$, é muito menor do que a unidade e proporciona um espalhamento praticamente uniforme da radiação em todas as direções. Assim, cerca de metade da radiação que sofre esse processo é redirecionada para o espaço, enquanto a porção restante colide com a superfície da Terra. Em qualquer ponto sobre essa superfície, a radiação espalhada incide a partir de todas as direções. Por outro lado, o *espalhamento de Mie*, provocado por poeira e partículas maiores de aerossóis, ocorre quando $\pi D/\lambda$ é aproximadamente unitária e está concentrada em direções próximas às dos raios incidentes. Assim, praticamente toda essa radiação atinge a superfície da Terra em direções que estão próximas às dos raios solares.

O efeito cumulativo dos processos de espalhamento sobre a distribuição direcional da radiação solar que atinge a superfície

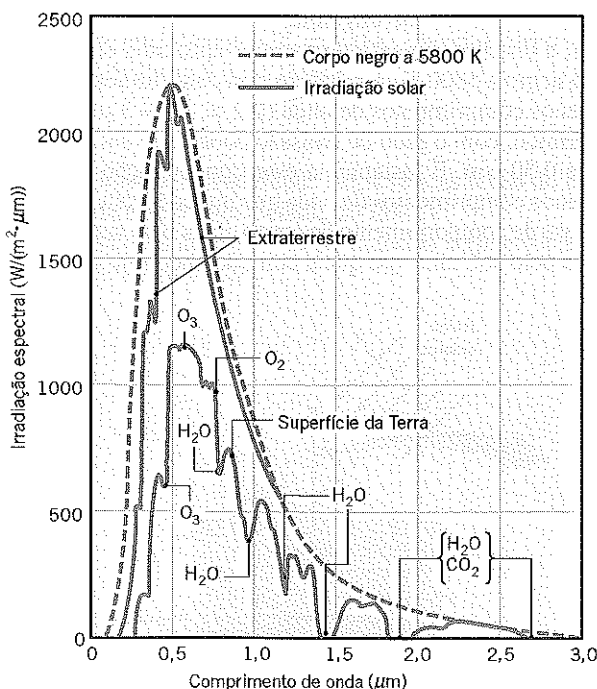



Figura 12.28 Distribuição espectral da radiação solar.

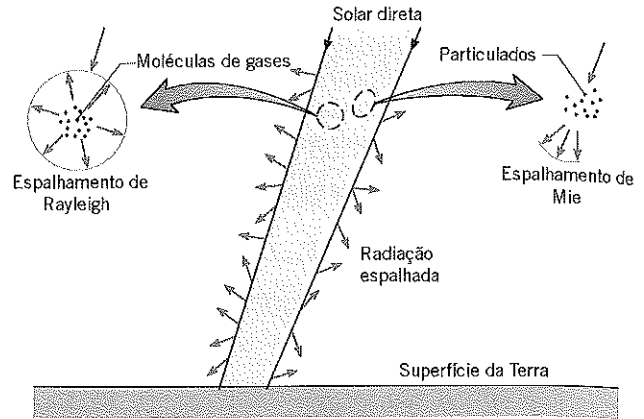



Figura 12.29 Espalhamento da radiação solar na atmosfera terrestre.

terrestre está mostrado na Figura 12.30*a*. Aquela porção da radiação que atravessou a atmosfera sem ser espalhada (ou absorvida) está na direção do ângulo de zênite e é conhecida por *radiação direta*. A radiação espalhada incide a partir de todas as direções, embora sua intensidade seja maior nas direções próximas à da radiação direta. Entretanto, como a intensidade da radiação é freqüentemente *considerada* independente da direção (Figura 12.30*b*), a radiação é dita *difusa*. A radiação solar total que atinge a superfície terrestre é, conseqüentemente, a soma das contribuições direta e difusa. A contribuição difusa pode variar de aproximadamente 10% da radiação solar total em um dia claro até perto de 100% em um dia completamente encoberto.

A discussão anterior se concentrou na *natureza* da radiação solar. Análises de transferência de calor relacionadas à sua utilização estão presentes em muitos dos exemplos e problemas deste livro. Um tratamento detalhado das tecnologias envolvendo a energia solar é deixado para a literatura [7-11].

Formas de radiação ambiental com grandes comprimentos de onda incluem a emissão da superfície terrestre, assim como a emissão de certos constituintes da atmosfera. O poder emissivo associado à superfície terrestre pode ser calculado da forma convencional. Isto é,

$$E = \varepsilon\sigma T^4 \tag{12.66}$$

onde ε e T são a emissividade e a temperatura da superfície, respectivamente. As emissividades estão, em geral, próximas à unidade. A da água, por exemplo, é de aproximadamente 0,97. Como as temperaturas tipicamente encontram-se de 250 a 320 K, a emissão está concentrada na região espectral de aproximadamente 4 até 40 μm, com o pico ocorrendo em aproximadamente 10 μm.

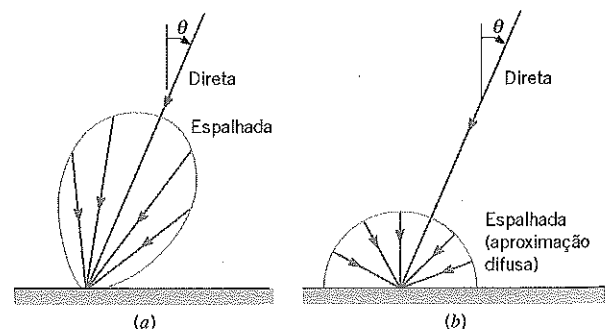



Figura 12.30 Distribuição direcional da radiação solar na superfície da Terra. (*a*) Distribuição real. (*b*) Aproximação difusa.

A emissão atmosférica é em grande parte oriunda das moléculas de CO_2 e H_2O, e está concentrada nas regiões espectrais entre 5 e 8 μm, e acima de 13 μm. Embora a distribuição espectral da emissão atmosférica não corresponda à de um corpo negro, sua contribuição para a irradiação da superfície terrestre pode ser emitida usando-se a Equação 12.26. Em particular, a irradiação terrestre devido à emissão atmosférica pode ser escrita na forma

$$G_{atm} = \sigma T_{céu}^4 \qquad (12.67)$$

onde $T_{céu}$ é conhecida como a temperatura efetiva do céu. O seu valor depende das condições atmosféricas, variando de um valor tão baixo quanto 230 K para um céu claro e frio, até um valor maior de aproximadamente 285 K sob condições encobertas e quentes. À noite, a emissão atmosférica é a única fonte da irradiação terrestre. Quando o seu valor é pequeno, como acontece em uma noite clara e fria, uma poça d'água exposta ao ambiente pode congelar mesmo quando a temperatura do ar é superior a 273 K.

Finalizamos relembrando que os valores das propriedades espectrais de uma superfície em pequenos comprimentos de onda podem diferir consideravelmente dos valores em grandes comprimentos de onda (Figuras 12.17 e 12.22). Como a radiação solar está concentrada na região do espectro de pequenos comprimentos de onda e a emissão superficial encontra-se em comprimentos de onda muito maiores, tem-se que muitas superfícies não podem ser aproximadas como cinzas no que se refere à sua resposta à irradiação solar. Em outras palavras, a absortividade solar de uma superfície α_S pode diferir da sua emissividade ε. Valores de α_S e a emissividade de algumas superfícies representativas a temperaturas moderadas são apresentados na Tabela 12.2. Note que a razão α_S/ε é um parâmetro de engenharia importante. Valores reduzidos são desejados toda vez que a superfície deve rejeitar calor; valores elevados são necessários quando a superfície deve coletar energia solar.

Tabela 12.2 Absortividade solar α_S e emissividade ε de superfícies com absortividades espectrais mostradas na Figura 12.22

Superfície	α_S	ε (300 K)	α_S/ε
Filme de alumínio depositado por evaporação	0,09	0,03	3,0
Quartzo fundido sobre substrato de alumínio	0,19	0,81	0,24
Tinta branca sobre substrato metálico	0,21	0,96	0,22
Tinta preta sobre substrato metálico	0,97	0,97	1,0
Aço inoxidável, como recebido, fosco	0,50	0,21	2,4
Tijolo vermelho	0,63	0,93	0,68
Pele humana, caucasianos	0,62	0,97	0,64
Neve	0,28	0,97	0,29
Folha de milho	0,76	0,97	0,78

Exemplo 12.11

Um coletor solar plano sem placa de cobertura possui uma superfície de absorção seletiva com emissividade de 0,1 e absortividade solar de 0,95. Em uma determinada hora do dia, a temperatura da superfície absorvedora T_s é de 120°C, quando a irradiação solar é de 750 W/m², a temperatura efetiva do céu é de −10°C e a temperatura do ar ambiente T_∞ é de 30°C. Admita que o coeficiente de transferência de calor por convecção para as condições de dia calmo possa ser estimado pela expressão

$$\bar{h} = 0{,}22(T_s - T_\infty)^{1/3}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

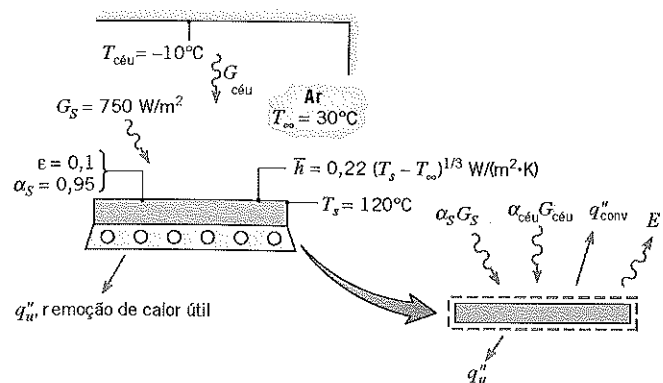
Para essas condições, calcule a taxa de remoção de calor útil (W/m²) no coletor. Qual é a eficiência correspondente do coletor?

Solução

Dados: Condições de operação de um coletor solar de placa plana.

Achar:

1. Taxa de remoção de calor útil por unidade de área, q''_u(W/m²).
2. Eficiência η do coletor.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Parte inferior do coletor termicamente isolada.
3. Superfície absorvedora difusa.

Análise:

1. Efetuando um balanço de energia no absorvedor,

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0$$

ou, por unidade de área da superfície,

$$\alpha_S G_S + \alpha_{céu} G_{céu} - q''_{conv} - E - q''_u = 0$$

Da Equação 12.67,

$$G_{céu} = \sigma T^4_{céu}$$

Como a radiação do céu está concentrada aproximadamente na mesma região espectral da radiação emitida pela superfície, é razoável admitir-se que

$$\alpha_{céu} \approx \varepsilon = 0{,}1$$

Com

$$q''_{conv} = \bar{h}(T_s - T_\infty) = 0{,}22\,(T_s - T_\infty)^{4/3} \quad \text{e} \quad E = \varepsilon\sigma T_s^4$$

tem-se que

$$q''_u = \alpha_S G_S + \varepsilon\sigma T^4_{céu} - 0{,}22(T_s - T_\infty)^{4/3} - \varepsilon\sigma T_s^4$$

$$q''_u = \alpha_S G_S - 0{,}22(T_s - T_\infty)^{4/3} - \varepsilon\sigma(T_s^4 - T^4_{céu})$$

$$q''_u = 0{,}95 \times 750\ \text{W/m}^2 - 0{,}22(120 - 30)^{4/3}\ \text{W/m}^2$$
$$-0{,}1 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)(393^4 - 263^4)\ \text{K}^4$$

$$q''_u = (712{,}5 - 88{,}7 - 108{,}1)\ \text{W/m}^2 = 516\ \text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

2. A eficiência do coletor, definida como a fração da irradiação solar extraída como energia útil, é então

$$\eta = \frac{q''_u}{G_S} = \frac{516\ \text{W/m}^2}{750\ \text{W/m}^2} = 0{,}69 \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Como a faixa espectral da $G_{céu}$ é inteiramente diferente da faixa de G_S, seria *incorreto* supor que $\alpha_{céu} = \alpha_S$.
2. O coeficiente de transferência de calor por convecção é extremamente pequeno ($\bar{h} \approx 1$ W/(m²·K). Com um pequeno aumento para $\bar{h} = 5$ W/(m²·K), o fluxo coletado útil e a eficiência são reduzidos para $q''_u = 154$ W/m² e $\eta = 0{,}21$, respectivamente. Uma placa de cobertura pode contribuir significativamente para reduzir a perda de calor por convecção (e por radiação) na placa absorvedora.

12.9 Resumo

Muitas idéias novas e importantes foram apresentadas neste capítulo e nesse estágio você pode estar confuso, principalmente no que se refere à terminologia. Entretanto, o assunto foi desenvolvido de uma maneira sistemática e uma nova leitura cuidadosa do material deve deixá-lo mais familiarizado com a sua aplicação. Um glossário é fornecido na Tabela 12.3 para ajudá-lo na assimilação da termologia.

Tabela 12.3 Glossário de termos ligados à radiação térmica

Termo	Definiçao
Absorção	O processo de converter a radiação interceptada pela matéria em energia térmica interna.
Absortividade	Fração da radiação incidente absorvida pela matéria. Equações 12.39, 12.40 e 12.43. Qualificadores: *direcional, hemisférica, espectral, total.*
Ângulo sólido	Região compreendida por um elemento de área sobre a superfície de uma esfera em relação ao centro da esfera, ω(sr). Equações 12.2 e 12.3
Corpo negro	O emissor e absorvedor ideal. Qualificação que se refere ao comportamento ideal. Indicado pelo subscrito *cn.*
Difuso	Qualificador que se refere à independência direcional da intensidade associada à radiação emitida, refletida ou incidente.
Direcional	Qualificador que se refere a uma direção em particular. Indicado pelo subscrito θ.
Distribuição direcional	Refere-se à variação com a direção.
Distribuição espectral	Refere-se à variação com o comprimento de onda.
Emissão	O processo de produção de radiação pela matéria a uma temperatura não-nula. Qualificadores: *difusa, de corpo negro, espectral.*
Emissividade	Razão entre a radiação emitida por uma superfície e a radiação emitida por um corpo negro na mesma temperatura. Equações 12.30, 12.31, 12.32 e 12.35. Qualificadores: *direcional, hemisférica, espectral, total.*
Espectral	Qualificador que se refere a um componente ligado a um comprimento de onda (monocromático). Indicado pelo subscrito λ.
Especular	Refere-se a uma superfície na qual o ângulo da radiação refletida é igual ao ângulo da radiação incidente.
Hemisférica	Qualificador que se refere a todas as direções no espaço acima de uma superfície.
Intensidade	Taxa de propagação de energia radiante em uma direção particular, por unidade de área normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido no entorno dessa direção, I(W/(m²·sr)). Qualificador: *espectral.*
Irradiação	Taxa de incidência de radiação sobre uma superfície oriunda de todas as direções, por unidade de área da superfície, G(W/m²). Qualificadores: *espectral, total, difusa.*

(continua)

TABELA 12.3 ***Continuação***

Termo	Definiçao
Lei de Kirchhoff	Relação entre as propriedades de emissão e de absorção de superfícies irradiadas por um corpo negro na mesma temperatura. Equações 12.59, 12.60, 12.61 e 12.62.
Lei de Planck	Distribuição espectral da emissão de um corpo negro. Equações 12.23 e 12.24.
Lei de Stefan-Boltzmann	Poder emissivo de um corpo negro. Equação 12.26.
Lei de Wien	Lugar geométrico dos comprimentos de onda correspondentes aos picos de emissão por corpos negros. Equação 12.25.
Poder emissivo	Taxa de energia radiante emitida por uma superfície em todas as direções por unidade de área da superfície, E(W/m^2). Qualificadores: *espectral, total, de corpo negro.*
Radiação térmica	Energia eletromagnética emitida pela matéria a uma temperatura não-nula e concentrada na região espectral de aproximadamente 0,1 até 100 μm.
Radiosidade	Taxa na qual a radiação deixa uma superfície devido à emissão e à reflexão em todas as direções, por unidade de área da superfície, J(W/m^2). Qualificadores: *espectral, total.*
Refletividade	Fração da radiação incidente refletida pela matéria. Equações 12.46, 12.47 e 12.49. Qualificadores: *direcional, hemisférica, espectral, total.*
Reflexão	O processo de redirecionamento da radiação incidente sobre uma superfície. Qualificadores: *difusa, especular.*
Semitransparente	Refere-se a um meio no qual a absorção de radiação é um processo volumétrico.
Superfície cinza	Uma superfície na qual a absortividade e a emissividade espectrais são independentes do comprimento de onda nas regiões espectrais da irradiação e da emissão da superfície.
Total	Qualificador que se refere a todos os comprimentos de onda.
Transmissão	O processo de passagem da radiação térmica através da matéria.
Transmissividade	Fração da radiação incidente transmitida pela matéria. Equações 12.51 e 12.52. Qualificadores: *hemisférica, espectral, total.*

Teste o seu entendimento dos termos e conceitos apresentados neste capítulo respondendo às questões a seguir.

- Qual é a natureza da radiação? Quais as duas propriedades importantes que caracterizam a radiação?
- Qual é a origem física da *emissão* de radiação a partir de uma superfície? Como a emissão afeta a energia térmica de um material?
- Em qual região do espectro eletromagnético a *radiação térmica* está concentrada?
- O que é a *intensidade espectral* da radiação emitida por uma superfície? Ela depende de quais variáveis? Como o conhecimento desta dependência pode ser usado para determinar a taxa na qual a matéria perde energia térmica devido à emissão a partir de sua superfície?
- O que é um *esterorradiano*? Quantos esterorradianos estão associados a um hemisfério?
- Qual é a diferença entre radiação *espectral* e *total*? Entre radiação *direcional* e *hemisférica*?
- O que é o *poder emissivo total*? Qual papel ele desempenha em um balanço de energia na superfície?
- O que é um *emissor difuso*? Para tal emissor, como a intensidade está relacionada ao poder emissivo total?
- O que é *irradiação*? Como ela está relacionada à intensidade de radiação incidente se a radiação for difusa?
- O que é *radiosidade*? Que papel a radiosidade total e a irradiação total desempenham em um balanço de energia na superfície?
- Quais são as características de um *corpo negro*? Tal coisa existe realmente na natureza? Qual é o papel principal do comportamento do corpo negro na análise de radiação?
- O que é a *distribuição de Planck*? O que é a *lei do deslocamento de Wien*?
- A partir da memória, esboce a distribuição espectral da emissão de radiação de um corpo negro a três temperaturas, $T_1 < T_2 < T_3$. Identifique características marcantes destas distribuições.
- Em qual região do espectro eletromagnético está concentrada a emissão de radiação de uma superfície a temperatura ambiente? Qual é a região espectral de concentração para uma superfície a 1000°C? Para a superfície do sol?
- O que é a *lei de Stefan-Boltzmann*? Como você determinaria a intensidade total de radiação emitida por um corpo negro a uma temperatura especificada?
- Como você aproximaria a irradiação total de uma pequena superfície em um grande envoltório isotérmico?
- No termo *emissividade hemisférica total*, a que se referem os adjetivos *total* e *hemisférica*?
- Como varia a emissividade direcional de um material na medida em que o ângulo de zênite associado à emissão se aproxima de 90°?
- Se a emissividade espectral de um material aumenta com o aumento do comprimento de onda, como a sua emissividade total varia com a temperatura?
- Qual é maior, a emissividade de um metal polido ou de um metal oxidado? De um tijolo refratário ou do gelo?
- Quais processos estão associados à irradiação de um material *semitransparente*? E de um material *opaco*?
- O vidro e a água são materiais semitransparentes ou opacos?

- Como a cor percebida de um material é determinada pela sua resposta à irradiação na porção infravermelha do espectro? Como a sua cor é afetada por sua temperatura?
- Pode a neve ser vista como uma boa absorvedora ou refletora da radiação incidente?
- Como a energia térmica de um material é afetada pela absorção da radiação incidente? E pela reflexão da radiação incidente?
- A absortividade total de uma superfície opaca a uma temperatura fixa pode mudar em função da irradiação ser proveniente de uma fonte a temperatura ambiente ou a temperatura do sol? A sua refletividade pode mudar? E a sua emissividade?
- O que é um *refletor difuso*? Um *refletor especular*? Como a rugosidade da superfície afeta a natureza da reflexão na superfície?
- Sob quais condições há equivalência entre a emissividade direcional espectral de uma superfície e a absortividade direcional espectral? E entre a emissividade hemisférica espectral e a absortividade hemisférica espectral? E entre a emissividade hemisférica total e a absortividade hemisférica total?
- O que é uma *superfície cinza*?
- Qual é a natureza direcional da radiação solar fora da atmosfera terrestre? E na superfície da Terra?
- Quais são os valores representativos da emissividade hemisférica total de constituintes do ambiente natural, tais como vegetação, água e gelo?
- O que é *radiação do céu*?

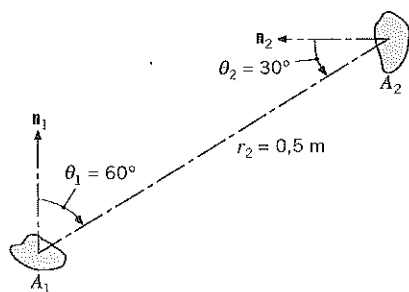
Referências

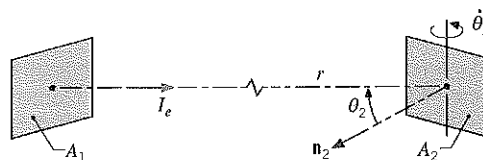
1. Planck, M., *The Theory of Heat Radiation*, Dover Publications, New York, 1959.
2. Gubareff, G. G., J. E. Janssen, and R. H. Torberg, *Thermal Radiation Properties Survey*, 2nd ed., Honeywell Research Center, Minneapolis, 1960.
3. Wood, W. D., H. W. Deem, and C. F. Lucks, *Thermal Radiative Properties*, Plenum Press, New York, 1964.
4. Touloukian, Y. S., *Thermophysical Properties of High Temperature Solid Materials*, Macmillan, New York, 1967.
5. Touloukian, Y. S., and D. P. DeWitt, *Thermal Radiative Properties*, Vols. 7, 8, and 9, from *Thermophysical Properties of Matter*, TPRC Data Series, Y. S. Touloukian and C. Y. Ho, Eds., IFI Plenum, New York, 1970–1972.
6. Siegel, R., and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 4th ed., Taylor & Francis, New York, 2002.
7. Duffie, J.A., and W.A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, 2nd ed., Wiley, New York, 1991.
8. Meinel, A. B., and M. P. Meinel, *Applied Solar Energy: An Introduction*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1976.
9. Sayigh, A. A. M., Ed., *Solar Energy Engineering*, Academic Press, New York, 1977.
10. Goswami, D.Y., F. Kreith, and J. F. Kreider, *Principles of Solar Energy*, 2nd ed., Taylor & Francis, New York, 2002.
11. Howell, J. R., R. B. Bannerot, and G. C. Vliet, *Solar-Thermal Energy Systems, Analysis and Design*, McGraw-Hill, New York, 1982.

Problemas

Intensidade, Poder Emissivo e Irradiação

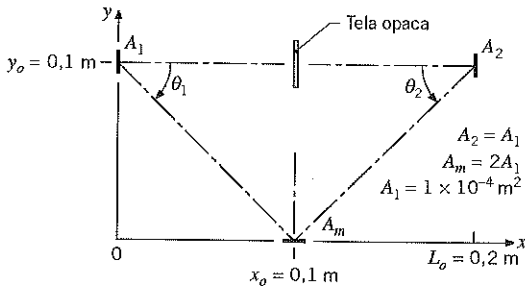
12.1 Qual é a irradiação nas superfícies A_2, A_3 e A_4 do Exemplo 12.1 devido à emissão a partir de A_1?

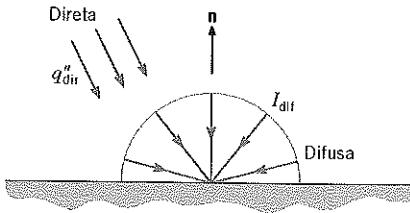
12.2 Considere uma pequena superfície com área $A_1 = 10^{-4}$ m², que emite difusamente com um poder emissivo hemisférico total de $E_1 = 5 \times 10^4$ W/m².

(a) A que taxa essa emissão é interceptada por uma pequena superfície com área $A_2 = 5 \times 10^{-4}$ m², que encontra-se orientada como mostrado na figura?
(b) Qual é a irradiação G_2 sobre A_2?
(c) Para ângulos de zênite de $\theta_2 = 0$, 30 e 60°, represente graficamente G_2 como uma função da distância de separação para $0{,}25 \le r_2 \le 1{,}0$ m.

12.3 Uma pequena superfície estacionária de área $A_1 = 10^{-4}$ m² emite difusamente com uma intensidade total de $I_e = 100$ W/(m²·sr). Uma segunda superfície de área equivalente $A_2 = 10^{-4}$ m² está localizada a uma distância fixa de $r = 0{,}5$ m de A_1. A linha de conexão entre as duas superfícies permanece perpendicular a A_1, enquanto A_2 gira a uma freqüência angular de $\dot{\theta}_2 = d\theta_2/dt = 2$ rad/s.

Qual é a quantidade de energia interceptada pelos dois lados de A_2 durante uma volta completa?

12.4 Uma fornalha com uma abertura de 20 mm de diâmetro e poder emissivo de $3{,}72 \times 10^5$ W/m² é usada para calibrar um medidor de fluxo térmico que tem uma área sensora de $1{,}6 \times 10^{-5}$ m².
(a) A qual distância, medida ao longo da normal a partir da abertura, o sensor deve ser posicionado para receber uma irradiação de 1000 W/m²?
(b) Se o sensor for inclinado para fora da normal em 20°, qual será a sua irradiação?
(c) Para ângulos de inclinação de 0, 20 e 60°, represente graficamente a irradiação do medidor como uma função da distância de separação para valores na faixa de 100 a 300 mm.

12.5 Uma pequena fonte de radiação A_1 emite difusamente com uma intensidade $I_1 = 1{,}2 \times 10^5$ W/(m²·sr). O detector de radiação A_2 está alinhado normal à fonte a uma distância de $L_o = 0{,}2$ m. Uma

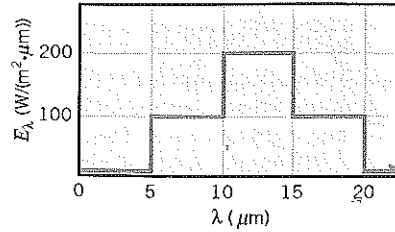
tela opaca está posicionada na metade do caminho entre A_1 e A_2 para impedir que a radiação da fonte atinja o detector. A pequena superfície A_m é um espelho difuso perfeito que permite que a radiação emitida pela fonte seja refletida para o detector.

(a) Calcule a potência radiante incidente em A_m devido à emissão a partir da fonte A_1, $q_{1\rightarrow m}$(W).
(b) Supondo que a potência radiante, $q_{1\rightarrow m}$, seja refletida perfeita e difusamente, calcule a intensidade deixando A_m, I_m(W/(m²·sr)).
(c) Calcule a potência radiante incidente em A_2 devida à radiação refletida deixando A_m, $q_{m\rightarrow 2}$(μW).
(d) Represente graficamente a potência radiante $q_{m\rightarrow 2}$ como uma função da distância de separação lateral y_o na faixa $0 \leq y_o \leq 0{,}2$ m. Explique as características da curva resultante.

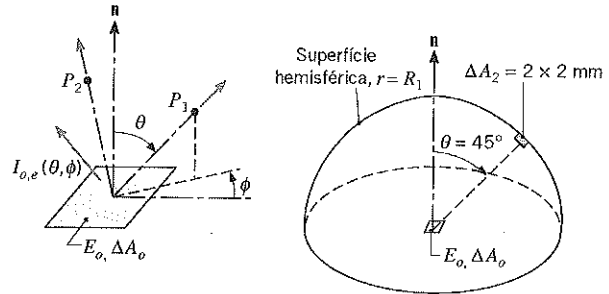
12.6 De acordo com a sua distribuição direcional, a radiação solar que incide sobre a superfície terrestre pode ser dividida em duas parcelas. A parcela *direta*, que é constituída por raios paralelos que incidem em um ângulo de zênite fixo θ, e a parcela *difusa*, formada por radiação que pode ser aproximada como sendo distribuída de forma difusa em relação a θ.

Considere condições de céu claro nas quais a radiação direta incide com um ângulo $\theta = 30°$, com um fluxo total (baseado na área normal aos raios) de $q''_{dir} = 1000$ W/m², e a intensidade total da radiação difusa é de $I_{dif} = 70$ W/(m²·sr). Qual é o valor da irradiação solar total na superfície terrestre?

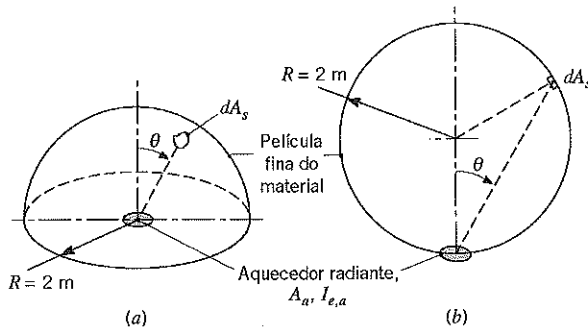
12.7 Radiação solar incidente na superfície da terra pode ser dividida nas parcelas direta e difusa descritas no Problema 12.6. Considere condições para um dia no qual a intensidade da radiação solar direta é $I_{dir} = 2{,}10 \times 10^7$ W/(m²·sr) no ângulo sólido correspondente ao sol em relação à terra, $\Delta w_s = 6{,}74 \times 10^{-5}$ sr. A intensidade da radiação difusa é $I_{dif} = 70$ W/(m²·sr).
(a) Qual é a irradiação solar total na superfície da terra quando a radiação direta incide com um ângulo $\theta = 30°$?
(b) Verifique o valor especificado para Δw_s, lembrando que o diâmetro do sol é de $1{,}39 \times 10^9$ m e a distância entre o sol e a terra é de $1{,}496 \times 10^{11}$ m (1 unidade astronômica).

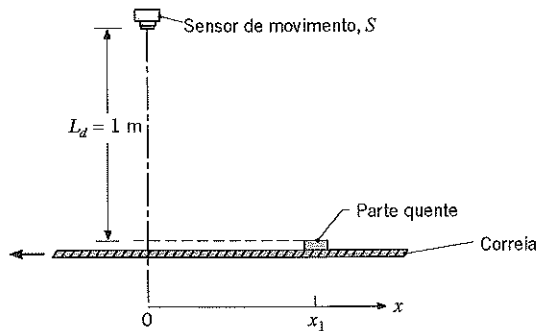
12.8 Em um dia encoberto, a distribuição direcional da radiação solar que incide na superfície terrestre pode ser aproximada por uma expressão com a forma $I_i = I_n \cos(\theta)$, onde $I_n = 80$ W/(m²·sr) é a intensidade total da radiação normal à superfície e θ o ângulo de zênite. Qual é a irradiação solar na superfície terrestre?

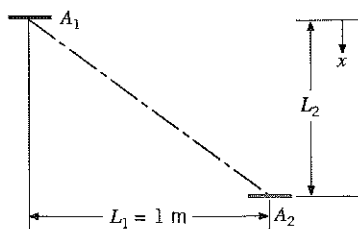
12.9 Determine a fração do poder emissivo hemisférico total que deixa uma superfície difusa nas direções $\pi/4 \leq \theta \leq \pi/2$ e $0 \leq \phi \leq \pi$.

12.10 A distribuição espectral da radiação emitida por uma superfície difusa pode ser aproximada como segue.

(a) Qual é o poder emissivo total?
(b) Qual é a intensidade total da radiação emitida na direção normal e em um ângulo de 30° em relação à normal?
(c) Determine a fração do poder emissivo total deixando a superfície nas direções $\pi/4 \leq \theta \leq \pi/2$.

12.11 Considere uma superfície difusa quadrada ΔA_o com 5 mm de lado, que possui um poder emissivo total $E_o = 4000$ W/m². O campo de radiação devido à emissão para o espaço hemisférico acima da superfície é difuso, proporcionando assim uma intensidade uniforme $I(\theta,\phi)$. Além disso, se o espaço for um meio não-participante (não-absorvedor, não-espalhador e não-emissor), a intensidade é independente do raio para qualquer direção (θ,ϕ). Assim, as intensidades em quaisquer pontos P_1 e P_2 seriam iguais.

(a) Qual é a taxa na qual a energia radiante é emitida por ΔA_o, q_{emit}?
(b) Qual é a intensidade $I_{o,e}$ do campo de radiação emitido a partir da superfície ΔA_o?
(c) Partindo da Equação 12.8 e presumindo o conhecimento da intensidade $I_{o,e}$, obtenha uma expressão para q_{emit}.
(d) Considere a superfície hemisférica localizada em $r = R_1 = 0{,}5$ m. Usando a exigência de conservação da energia, determine a taxa na qual a energia radiante incide sobre essa superfície devido à emissão a partir de ΔA_o.
(e) Utilizando a Equação 12.6, determine a taxa na qual a energia radiante que deixa ΔA_o é interceptada por uma pequena área ΔA_2 localizada na direção $(45°,\phi)$ sobre a superfície hemisférica. Qual é a irradiação sobre ΔA_2?
(f) Repita a parte (e) para a localização $(0°,\phi)$. Os valores das irradiações nas duas localizações são iguais?
(g) Usando a Equação 12.13, determine a irradiação G_1 sobre a superfície hemisférica em $r = R_1$.

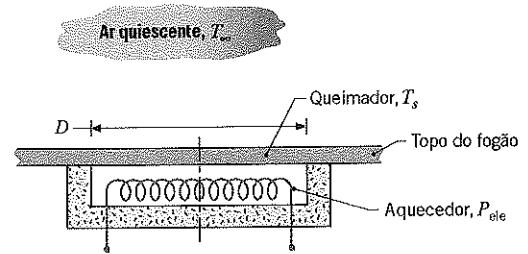
12.12 Durante o tratamento térmico por radiação de um material na forma de uma fina película, a sua forma, que pode ser hemisférica (a) ou esférica (b), é mantida por uma pressão de ar relativamente baixa (como no caso de um balão de borracha). A irradiação sobre a película é devida à emissão de um aquecedor radiante com área $A_a = 0{,}0052$ m², que emite de forma difusa com uma intensidade $I_{e,a} = 169000$ W/(m²·sr).

(a) Obtenha uma expressão para a irradiação sobre a película como uma função do ângulo de zênite θ.
(b) Com base nas expressões obtidas na parte (a), qual forma proporciona a irradiação G mais uniforme e, portanto, possibilita um melhor controle de qualidade no processo de tratamento?

12.13 Com o objetivo de iniciar a operação de um processo, um sensor de movimento infravermelho (detector de radiação) é empregado para determinar a aproximação de uma parte quente em uma correia transportadora. Para ajustar o amplificador do sensor, o engenheiro necessita de uma relação entre o sinal de saída do sensor, S, e a posição da peça sobre a correia. O sinal de saída do sensor é proporcional à taxa na qual a radiação incide sobre o sensor.

(a) Para $L_d = 1$ m, em qual localização x_1 o sinal do sensor S_1 será 75% do valor do sinal correspondente à posição diretamente abaixo do sensor, $S_o(x = 0)$?
(b) Para valores de $L_d = 0{,}8$; 1,0 e 1,2 m, represente graficamente a razão entre os sinais, S/S_o, versus a posição da parte aquecida, x, para razões entre os sinais no intervalo entre 1,0 e 0,2. Compare as posições x nas quais $S/S_o = 0{,}75$.

12.14 Uma pequena fonte de calor radiante com área $A_1 = 2 \times 10^{-4}$ m² emite difusamente com uma intensidade $I_1 = 1000$ W/(m²·sr). Uma segunda área pequena, $A_2 = 1 \times 10^{-4}$ m² está localizada como mostrado no esboço a seguir.

(a) Determine a irradiação de A_2 para $L_2 = 0{,}5$ m.
(b) Represente graficamente A_2 no intervalo $0 \leq A_2 \leq 10$ m.

Radiação de Corpo Negro

12.15 Considerando comportamento de corpo negro, determine a temperatura de, e a energia emitida pelas, áreas A_1 no Exemplo 12.1 e nos Problemas 12.3, 12.5 e 12.14, assim como A_2 no Problema 12.12.

12.16 A superfície escura do topo de um fogão de cerâmica pode ser aproximada por um corpo negro. Os "queimadores", que estão integrados ao topo do fogão, são aquecidos por baixo por aquecedores de resistência elétrica.

(a) Considere um queimador com diâmetro $D = 200$ mm operando com uma temperatura da superfície uniforme de $T_s = 250$°C em ar ambiente a $T_\infty = 20$°C. Sem um pote ou panela sobre o queimador, quais são as taxas de perda térmica por radiação e por convecção no queimador? Sendo a eficiência associada à transferência de energia dos aquecedores para os queimadores de 90%, qual é a exigência de potência elétrica? Em qual comprimento de onda a emissão espectral é um máximo?
(b) Calcule e represente graficamente o efeito da temperatura do queimador nas taxas de transferência de calor para $100 \leq T_s \leq 350$°C.

12.17 Uma casca esférica de alumínio, com diâmetro interno $D = 2$ m e vácuo no seu interior, é utilizada como uma câmara de testes de radiação. Se a superfície interna é revestida com negro de fumo e mantida a 600 K, qual é a irradiação sobre uma pequena superfície de teste colocada no interior da câmara? Se a superfície interna não estivesse revestida e fosse mantida a 600 K, qual seria o valor da irradiação?

12.18 Um recipiente possui uma área superficial interna de 100 m², e esta superfície, que é mantida a uma temperatura constante, é preta. Uma pequena abertura no recipiente possui uma área de 0,02 m². A taxa de energia radiante emitida a partir dessa abertura é de 70 W. Qual é a temperatura da parede interna do recipiente? Se a superfície interior for mantida a essa temperatura e agora estiver polida, qual será o valor da taxa de energia radiante emitida a partir da abertura?

12.19 Admitindo que a superfície da Terra seja negra, estime a sua temperatura considerando que o sol possua uma temperatura equivalente a de um corpo negro a 5800 K. Os diâmetros do sol e da Terra são de $1{,}39 \times 10^9$ e $1{,}29 \times 10^7$ m, respectivamente, e a distância entre o sol e a Terra é de $1{,}5 \times 10^{11}$ m.

12.20 O fluxo de energia associado à radiação solar que incide sobre a superfície externa da atmosfera terrestre foi medido com precisão e o seu valor é de 1353 W/m². Os diâmetros do sol e da Terra são de $1{,}39 \times 10^9$ e $1{,}29 \times 10^7$ m, respectivamente, e a distância entre o sol e a Terra é de $1{,}5 \times 10^{11}$ m.
(a) Qual é o poder emissivo do sol?
(b) Aproximando a superfície do sol por uma superfície negra, qual é a sua temperatura?
(c) Em qual comprimento de onda o poder emissivo espectral do sol é máximo?
(d) Admitindo que a superfície da Terra seja uma superfície negra e que o sol seja a sua única fonte de energia, estime a temperatura da superfície da Terra.

12.21 Uma pequena placa plana está posicionada logo após a atmosfera terrestre e encontra-se orientada de tal forma que a sua normal passa pelo centro do sol. Utilize o Problema 12.20 para obter as dimensões do sistema Terra-Sol pertinentes.

(a) Qual é o ângulo sólido subentendido pelo sol com origem em um ponto sobre a superfície da placa?

(b) Determine a intensidade incidente I_i sobre a placa usando o valor conhecido para a irradiação solar acima da atmosfera terrestre ($G_S = 1353$ W/m²).

(c) Esboce a intensidade incidente I_i como uma função do ângulo zênite θ, sendo θ medido a partir da normal à placa.

12.22 Estime o comprimento de onda que corresponde à máxima emissão de cada uma das seguintes superfícies: o sol, um filamento de tungstênio a 2500 K, um metal aquecido a 1500 K, pele humana a 305 K e uma superfície metálica resfriada criogenicamente a 60 K. Estime a fração da emissão solar que se encontra nas seguintes regiões espectrais: ultravioleta, visível e infravermelha.

12.23 O olho humano, assim como produtos químicos sensíveis à luz em filmes fotográficos coloridos, respondem de forma diferente a fontes de luz com distribuições espectrais diferentes. A iluminação *diurna* corresponde à distribuição espectral do disco solar, que pode ser aproximado como sendo um corpo negro a 5800 K. A iluminação *incandescente* das lâmpadas de bulbo caseiras comuns corresponde aproximadamente à distribuição espectral de um corpo negro a 2900 K.

(a) Calcule as frações da banda de emissão da região do visível, 0,47 μm (azul) a 0,65 μm (vermelho), para as duas fontes de iluminação.

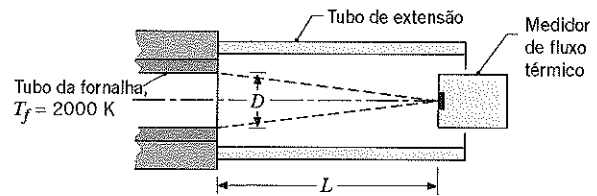
(b) Calcule o comprimento de onda correspondente à máxima intensidade espectral para cada uma das fontes de luz. Comente sobre os resultados de seus cálculos em termos da interpretação das cores *reais* sob as diferentes condições de iluminação.

12.24 Câmaras de imagens térmicas têm detectores de radiação que são sensíveis a uma região espectral e fornecem imagens em preto e branco ou coloridas com sombreados para indicar diferenças relativas de temperaturas na cena. As imagens, que possuem aparência similar às de uma câmara de vídeo portátil, têm numerosas aplicações, tais como na manutenção de equipamentos para identificar motores ou transformadores elétricos superaquecidos e no serviço de combate a incêndios para determinar a direção do espalhamento do fogo e no auxílio da procura e resgate de vítimas. As regiões espectrais de operação mais comuns são de 3 a 5 μm e de 8 a 14 μm. A seleção de uma determinada região depende tipicamente da temperatura da cena, embora as condições atmosféricas (vapor d'água, fumaça, etc.) possam também ser importantes.

(a) Determine as frações da banda de emissão de cada uma das regiões espectrais, de 3 a 5 μm e de 8 a 14 μm, para as temperaturas de 300 e 900 K.

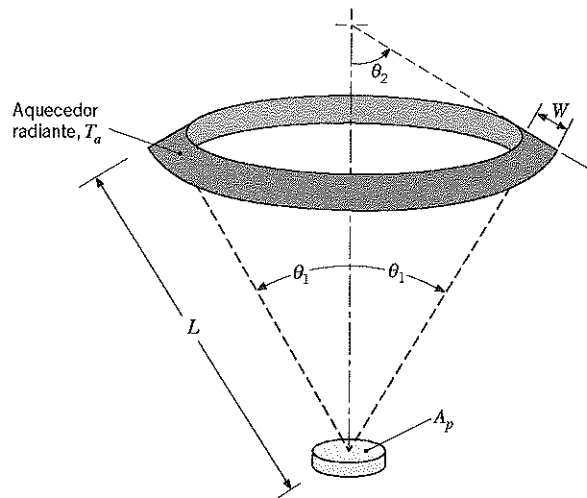
(b) Usando um software específico, calcule e represente graficamente os fatores de banda de emissão para cada uma das regiões espectrais para o intervalo de temperatura de 300 a 1000 K. Identifique as temperaturas nas quais as frações são um máximo. Quais conclusões você pode tirar a partir deste gráfico no que diz respeito à escolha de uma câmara para uma aplicação?

[(c)] A temperatura equivalente ao ruído (TER) é uma especificação da câmara que indica a variação de temperatura mínima que pode ser detectada na imagem da cena. Considere câmaras operando nas temperaturas de máxima fração identificadas na parte (b). Para cada uma destas condições, determine a sensibilidade (%) exigida no detector de radiação para que haja uma TER de 5°C. Explique o significado de seus resultados. *Nota:* A sensibilidade (expressa em %) pode ser definida como a diferença nas frações das bandas de emissão de duas temperaturas cuja diferença é igual a TER, dividida pela fração da banda de emissão em uma das temperaturas, vezes 100.

12.25 Uma fornalha com um longo tubo isotérmico de grafite, com diâmetro $D = 12{,}5$ mm, é mantida a $T_f = 2000$ K e é usada como uma fonte com comportamento de corpo negro para calibrar medidores de fluxo térmico. Medidores de fluxo térmico tradicionais são construídos como finos filmes enegrecidos com termopilhas para indicar as variações de temperatura causadas pela absorção da potência radiante incidente em todo o espectro. Os medidores tradicionais de interesse têm uma área sensora de 5 mm² e são montados coaxialmente com o eixo central da fornalha, sendo posicionados a uma distância $L = 60$ mm do início da seção aquecida. O tubo de extensão frio serve para proteger o medidor em relação a outras fontes de radiações e para reter o gás inerte necessário para evitar a rápida oxidação do tubo de grafite.

(a) Calcule o fluxo térmico (W/m²) no medidor tradicional nesta condição, supondo que o tubo de extensão é frio em relação à fornalha.

(b) O medidor tradicional é substituído por um medidor de fluxo térmico com sensor no estado sólido (fotocondutivo) com a mesma área, mas sensível somente à região espectral entre 0,4 e 2,5 μm. Calcule o fluxo radiante incidente no novo sensor na região espectral especificada.

[(c)] Calcule e represente graficamente o fluxo térmico total e o fluxo térmico na região espectral especificada para o medidor no estado sólido como funções da temperatura da fornalha na faixa $2000 \leq T_f \leq 3000$ K. Qual medidor terá um sinal de saída mais sensível às variações na temperatura da fornalha?

12.26 Um elemento aquecedor radiante em forma de um anel é energizado eletricamente e mantido a uma temperatura $T_a = 3000$ K. O elemento aquecedor é usado em um processo de fabricação para aquecer uma pequena peça que possui uma área superficial $A_p = 0{,}007$ m². A superfície do elemento aquecedor pode ser considerada uma superfície negra.

Para $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 60°$, $L = 3$ m e $W = 30$ mm, qual é a taxa na qual a energia radiante emitida pelo aquecedor incide sobre a peça?

12.27 As distribuições espectrais de Wien e de Rayleigh-Jeans são aproximações da lei de Planck para o poder emissivo espectral, que são úteis nos limites extremamente baixo e elevado do produto λT, respectivamente.

(a) Mostre que a distribuição espectral de Planck terá a forma

$$E_{\lambda,cn}(\lambda, T) \approx \frac{C_1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T}\right)$$

quando $C_2/\lambda T \gg 1$ e determine o erro (em comparação com a lei de Planck) para a condição $\lambda T = 2898$ μm·K. Essa forma é conhecida por lei de Wien.

(b) Mostre que a distribuição de Planck assumirá a forma

$$E_{\lambda,cn}(\lambda, T) \approx \frac{C_1}{C_2}\frac{T}{\lambda^4}$$

quando $C_2/\lambda T \ll 1$ e determine o erro (em comparação com a lei de Planck) para a condição $\lambda T = 100.000$ μm·K. Essa forma é conhecida por lei de Rayleigh-Jeans.

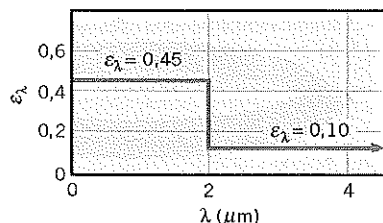
12.28 Fornos isotérmicos com pequenas aberturas, que se aproximam de um corpo negro, são usados com freqüência para calibrar medidores de fluxo térmico, termômetros de radiação e outros equipamentos radiométricos. Em tais aplicações, é necessário controlar a potência que é fornecida ao forno, de tal maneira que a variação da temperatura e da intensidade espectral da abertura fique dentro de limites desejáveis.

(a) Levando em consideração a distribuição espectral de Planck, Equação 12.24, mostre que a razão entre a variação relativa da intensidade espectral e a variação relativa da temperatura do forno tem a forma

$$\frac{dI_\lambda/I_\lambda}{dT/T} = \frac{C_2}{\lambda T}\frac{1}{1 - \exp(-C_2/\lambda T)}$$

(b) Usando essa relação, determine a variação permissível na temperatura do forno, operando a 2000 K, para garantir que a intensidade espectral a 0,65 μm não irá variar em mais de 0,5%. Qual é a variação permissível para 10 μm?

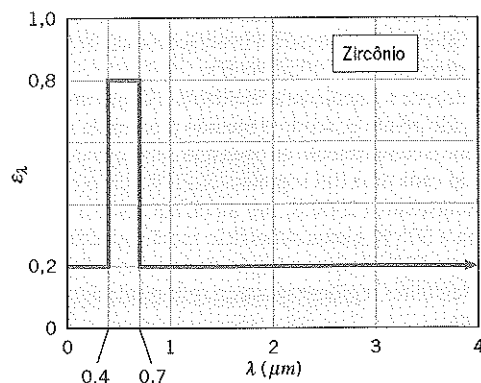
Propriedades: Emissividade

12.29 A emissividade hemisférica espectral do tungstênio pode ser aproximada pela distribuição mostrada a seguir. Considere um filamento de tungstênio cilíndrico, com diâmetro $D = 0{,}8$ mm e comprimento $L = 20$ mm. O filamento encontra-se no interior de um bulbo onde há vácuo e é aquecido por uma corrente elétrica até uma temperatura, em regime estacionário, de 2900 K.

(a) Qual é a emissividade hemisférica total quando a temperatura do filamento é de 2900 K?

(b) Admitindo que a vizinhança esteja a 300 K, qual é a taxa de resfriamento inicial do filamento quando a corrente é desligada?

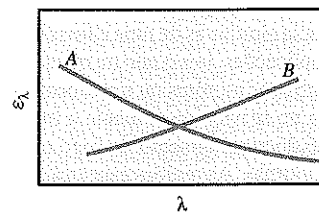
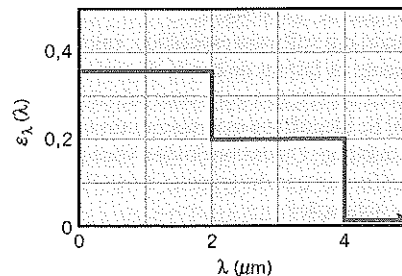
(c) Gere um gráfico da emissividade como uma função da temperatura do filamento para $1300 \le T \le 2900$ K.

(d) Estime o tempo necessário para que o filamento esfrie de 2900 a 1300 K.

12.30 Uma cerâmica com base em zircônio tem a emissividade hemisférica espectral mostrada a seguir e está sendo considerada para ser usada como o filamento de uma lâmpada de bulbo.

(a) Qual é a emissividade hemisférica total de um filamento de zircônio operando a 3000 K?

(b) Usando a distribuição espectral fornecida no Problema 12.29, determine a emissividade hemisférica total de um filamento de tungstênio a 3000 K e compare o resultado com o obtido para o zircônio. Para o zircônio e o tungstênio operando a 3000 K em um bulbo com vácuo, qual filamento requer o maior consumo de potência?

(c) Em relação à produção de radiação visível, quais dos dois filamentos é mais eficiente? Justifique a sua resposta quantitativamente.

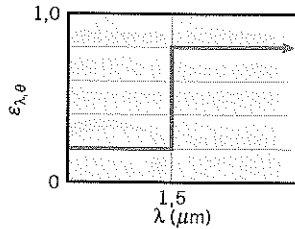
12.31 Para os materiais A e B, cujas emissividades hemisféricas espectrais variam com o comprimento de onda conforme mostrado a seguir, como a emissividade hemisférica total varia com a temperatura? Explique sucintamente.

12.32 Considere a superfície metálica do Exemplo 12.6. Medições adicionais da emissividade hemisférica espectral fornecem uma distribuição espectral que pode ser aproximada como a seguir:

(a) Determine os valores correspondentes da emissividade hemisférica total ε e do poder emissivo total E a 2000 K.

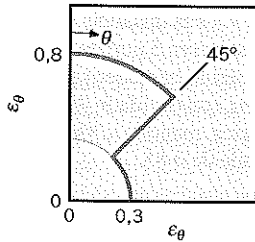
(b) Represente graficamente a emissividade como uma função da temperatura para $500 \le T \le 3000$ K. Explique a variação.

12.33 A emissividade espectral de titânio não oxidado a temperatura ambiente é bem descrita pela expressão $\varepsilon_\lambda = 0{,}52_\lambda^{-0,5}$ para 0,3 μm $\le \lambda \le$ 30 μm.

(a) Determine o poder emissivo associado a uma superfície de titânio não oxidado a T = 300 K. Suponha que a emissividade espectral seja ε_λ = 0,1 para λ > 30 μm.

(b) Determine o valor de λ_{max} para o poder emissivo da superfície na parte (a).

12.34 A emissividade direcional espectral de um material difuso a 2000 K possui a seguinte distribuição:

Determine a emissividade hemisférica total a 2000 K. Determine o poder emissivo na faixa espectral compreendida entre 0,8 e 2,5 μm *e* nas direções $0 \le \theta \le 30°$.

12.35 Considere a superfície direcionalmente seletiva que possui a emissividade direcional ε_θ mostrada a seguir. Supondo que a superfície seja isotrópica na direção ϕ, calcule a razão entre a emissividade normal ε_n e a emissividade hemisférica ε_h.

12.36 A emissividade direcional total de materiais não-metálicos pode ser aproximada por $\varepsilon_\theta = \varepsilon_n \cos(\theta)$, onde ε_n é a emissividade normal. Mostre que a emissividade hemisférica total de tais materiais é 2/3 da emissividade normal.

12.37 Uma esfera encontra-se suspensa no ar de um quarto escuro e é mantida a uma temperatura uniforme que a mantém incandescente. Quando vista, pela primeira vez a olho nu, a esfera parece estar mais brilhante na periferia. Após algumas horas, contudo, ela parece estar mais brilhante no centro. De que material você imaginaria que a esfera pudesse ser feita? Forneça explicações plausíveis para a não-uniformidade do brilho da esfera e para a mudança na sua aparência com o passar do tempo.

12.38 Um *medidor de proximidade* proposto está baseado no arranjo físico do Problema 12.14. A área sensora de um medidor que está instalado em um veículo, A_2, é irradiada por um objeto quente estacionário, A_1. O sinal elétrico de saída do sensor é proporcional à sua irradiação.

(a) A temperatura e a emissividade do objeto são 200°C e ε = 0,85, respectivamente. Determine a distância, $L_{2,crit}$, associada ao máximo sinal de saída do sensor. Considere o objeto como um emissor difuso.

(b) Se o objeto emite como um material não metálico, a emissividade direcional total pode ser aproximada por $\varepsilon_\theta = \varepsilon_n \cos(\theta)$, onde ε_n é a emissividade normal (Problema 12.36). Determine a distância $L_{2,crit}$ associada ao máximo sinal de saída do sensor.

(c) Calcule e represente graficamente a irradiação de A_2 no intervalo $0 \le L_2 \le 10$ m.

12.39 Um termômetro de radiação é um instrumento que responde a um fluxo radiante em um intervalo espectral estabelecido e é calibrado para indicar a temperatura de um corpo negro que produz o mesmo fluxo.

(a) Quando apontado para uma superfície a uma temperatura elevada T_s e que possui uma emissividade menor do que a unidade, o termômetro irá indicar uma temperatura aparente conhecida por temperatura de radiação espectral T_λ. Essa temperatura T_λ será maior, menor ou igual a T_s?

(b) Escreva uma expressão para o poder emissivo espectral da superfície em termos da distribuição espectral de Wien (ver o Problema 12.27) e da emissividade espectral da superfície. Escreva a expressão equivalente usando a temperatura de radiação espectral da superfície e mostre que

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda$$

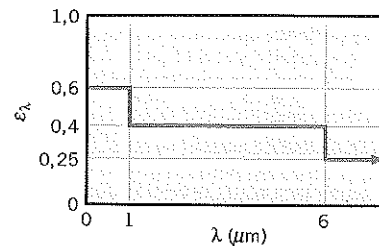
onde λ representa o comprimento de onda no qual o termômetro opera.

(c) Considere um termômetro de radiação que responde a um fluxo espectral centrado ao redor do comprimento de onda de 0,65 μm. Qual temperatura o termômetro irá indicar quando apontado para uma superfície com ε_λ (0,65 μm) = 0,9 e T_s = 1000 K? Verifique que para essa situação a distribuição espectral de Wien é uma aproximação razoável da lei de Planck.

12.40 Para um comprimento de onda λ especificado, medidas da intensidade espectral $I_{\lambda,e}(\lambda,T) = \varepsilon_\lambda I_{\lambda,cn}$ da radiação emitida por uma superfície difusa podem ser usadas para determinar a temperatura da superfície, se a emissividade espectral ε_λ for conhecida, ou a emissividade espectral, se a temperatura for conhecida.

(a) Definindo a incerteza na determinação da temperatura como dT/T, obtenha uma expressão relacionando essa incerteza àquela associada à medida da intensidade, dI_λ/I_λ. Para uma incerteza de 10% na medida da intensidade a λ = 10 μm, qual é a incerteza na temperatura para T = 500 K? E para T = 1000 K?

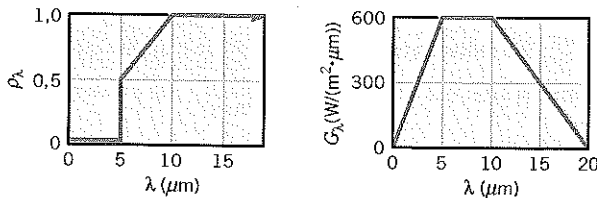
(b) Definindo a incerteza na determinação da emissividade como $d\varepsilon_\lambda/\varepsilon_\lambda$, obtenha uma expressão relacionando essa incerteza àquela associada à medida da intensidade, dI_λ/I_λ. Para uma incerteza de 10% na medida da intensidade, qual é a incerteza na emissividade?

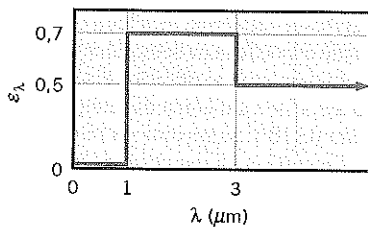
12.41 O aço laminado que emerge da seção de laminação a quente de uma usina siderúrgica possui uma temperatura de 1200 K, uma espessura δ = 3 mm e a seguinte distribuição para a emissividade hemisférica espectral.

A massa específica e o calor específico do aço são 7900 kg/m³ e 640 J/(kg·K), respectivamente. Qual é o valor da emissividade hemisférica total? Levando em consideração a emissão a partir de ambos os lados da lâmina de aço e desprezando a condução, a convecção e a radiação a partir da vizinhança, determine a taxa inicial de mudança da temperatura da lâmina em relação ao tempo (dT/dt). À medida que o aço resfria, ele oxida e a sua emissividade hemisférica total aumenta. Se esse aumento puder ser correlacionado por uma expressão com a forma $\varepsilon = \varepsilon_{1200}[1200$

K/T(K)], quanto tempo será necessário para a lâmina de aço esfriar de 1200 a 600 K?

12.42 Um grande corpo de um gás não-luminoso a uma temperatura de 1200 K possui bandas de emissão entre 2,5 e 3,5 μm e entre 5 e 8 μm. A emissividade efetiva na primeira banda é de 0,8 e na segunda banda é de 0,6. Determine o poder emissivo desse gás.

Absortividade, Refletividade e Transmissividade

12.43 Uma superfície opaca com a refletividade hemisférica espectral especificada é submetida à irradiação espectral mostrada.

(a) Esboce a distribuição da absortividade hemisférica espectral.
(b) Determine a irradiação total sobre a superfície.
(c) Determine o fluxo radiante que é absorvido pela superfície.
(d) Qual é a absortividade hemisférica total dessa superfície?

12.44 Um pequeno objeto opaco e difuso, a T_s = 400 K, está suspenso em um grande forno cujas paredes internas estão a T_f = 2000 K. As paredes são difusas e cinzas, e possuem uma emissividade de 0,20. A emissividade hemisférica espectral da superfície do pequeno objeto é dada a seguir.

(a) Determine a emissividade total e a absortividade total da superfície.
(b) Avalie o fluxo radiante refletido e o fluxo radiante líquido *para* a superfície.
(c) Qual é o poder emissivo espectral em $\lambda = 2\ \mu m$?
(d) Qual é o comprimento de onda $\lambda_{1/2}$ para o qual metade da radiação total emitida pela superfície se encontra na região espectral $\lambda \geq \lambda_{1/2}$?

12.45 A distribuição da refletividade espectral de uma tinta branca (Figura 12.22) pode ser aproximada pela seguinte função degrau:

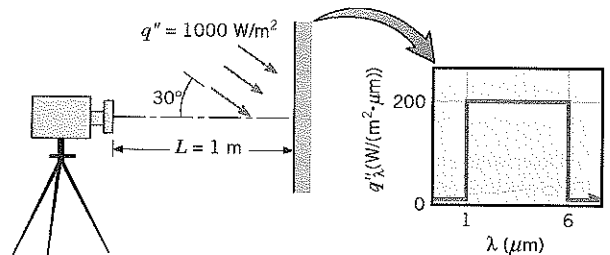
α_λ	0,75	0,15	0,96
λ (μm)	<0,4	0,4–3,0	>3,0

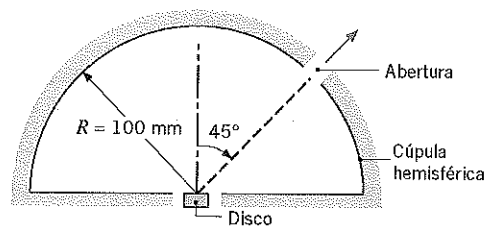
Uma pequena placa plana revestida com essa tinta encontra-se suspensa no interior de um grande recinto e sua temperatura é mantida a 400 K. A superfície do recinto é mantida a 3000 K e a distribuição espectral de sua emissividade possui as seguintes características:

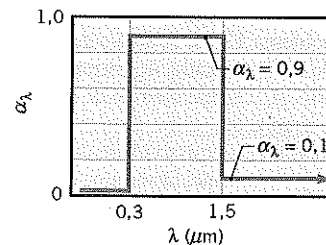
ε_λ	0,2	0,9
λ (μm)	<2,0	>2,0

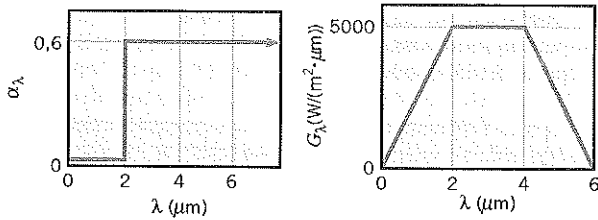
(a) Determine a emissividade total, ε, da superfície do recinto.
(b) Determine a emissividade total, ε, e a absortividade total, α, da placa.

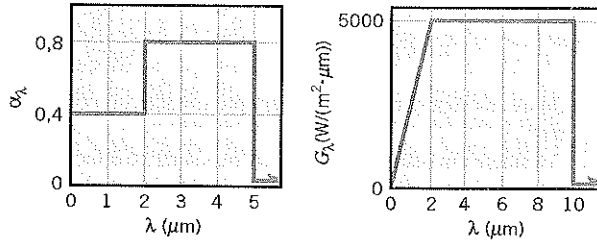
12.46 Uma superfície opaca, com dimensões 2 m × 2 m, é mantida a 400 K e simultaneamente exposta à irradiação solar com G = 1200 W/m². A superfície é difusa e sua absortividade espectral é α_λ = 0; 0,8; 0; e 0,9 nos intervalos $0 \leq \lambda \leq 0{,}5\ \mu m$; $0{,}5\ \mu m < \lambda \leq 1\ \mu m$; $1\ \mu m < \lambda \leq 2\ \mu m$ e $\lambda > 2\ \mu m$, respectivamente. Determine a irradiação absorvida, o poder emissivo, a radiosidade e a transferência de calor radiante líquida saindo da superfície.

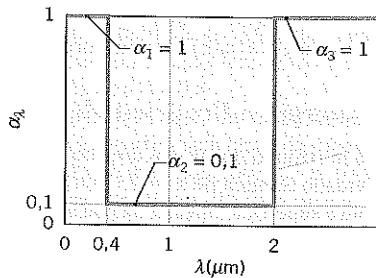
12.47 Uma superfície opaca e difusa, a 700 K, possui emissividades espectrais $\varepsilon_\lambda = 0$ para $0 \leq \lambda \leq 3\ \mu m$; $\varepsilon_\lambda = 0{,}5$ para $3\ \mu m < \lambda \leq 10\ \mu m$; e $\varepsilon_\lambda = 0{,}9$ para $10\ \mu m < \lambda < \infty$. Um fluxo radiante de 1000 W/m², uniformemente distribuído entre 1 e 6 μm, incide sobre a superfície com um ângulo de 30° em relação à sua normal.

Calcule a potência radiante total que sai de uma área da superfície com 10^{-4} m² e atinge um detector de radiação que está posicionado na direção normal a essa área. A abertura do detector tem 10^{-5} m² e a sua distância da superfície é de 1 m.

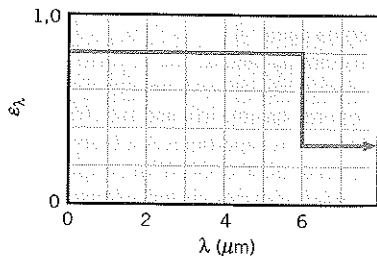
12.48 Um pequeno disco com 5 mm de diâmetro está posicionado no centro de uma cúpula hemisférica isotérmica. O disco é difuso e cinza com uma emissividade de 0,7 e é mantido a 900 K. A cúpula hemisférica, mantida a 300 K, tem um raio de 100 mm e uma emissividade de 0,85.

Calcule a potência radiante deixando uma abertura de diâmetro igual a 2 mm localizada na cúpula como mostrado.

12.49 A absortividade hemisférica espectral de uma superfície opaca tem o comportamento mostrado a seguir.

Qual é a absortividade solar, α_S? Se for considerado que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ e que a superfície se encontra a uma temperatura de 340 K, qual é a sua emissividade hemisférica total?

12.50 A absortividade hemisférica espectral de uma superfície opaca e a distribuição espectral da radiação que incide sobre a superfície estão mostradas na figura.

Qual é a absortividade hemisférica total da superfície? Se for considerado que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ e que a superfície está a 1000 K, qual é a sua emissividade hemisférica total? Qual é o fluxo radiante líquido para a superfície?

12.51 Considere uma superfície difusa e opaca com a absortividade espectral e a irradiação apresentadas a seguir:

Qual é a absortividade total da superfície para a irradiação especificada? Se a superfície se encontra a uma temperatura de 1250 K, qual é o seu poder emissivo? Como a temperatura da superfície irá variar com o tempo para as condições dadas?

12.52 O filamento de tungstênio descrito no Problema 12.29 dissipa 75 W em uma lâmpada de bulbo esférico com vácuo com 75 mm de diâmetro. O bulbo encontra-se em ar quiescente e circundado por uma grande vizinhança, com uma temperatura de 25°C. A refletividade do vidro é desprezível, enquanto a absortividade espectral é caracterizada pela distribuição a seguir.

Qual é a temperatura no regime estacionário do bulbo de vidro para um filamento de tungstênio operando a 3000 K?

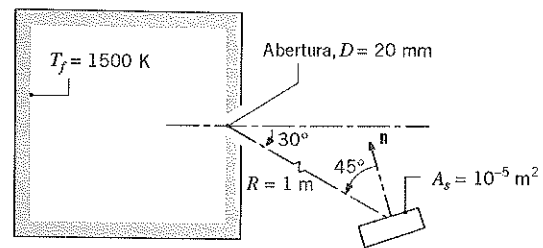
12.53 A emissividade espectral de uma superfície difusa e opaca é mostrada na figura.

(a) Se a superfície for mantida a 1000 K, qual é a sua emissividade hemisférica total?

(b) Qual é a absortividade hemisférica total da superfície quando irradiada por uma grande vizinhança com emissividade de 0,8 e temperatura de 1500 K?

(c) Qual é a radiosidade da superfície quando ela é mantida a 1000 K e submetida à irradiação indicada na parte (b)?

(d) Determine o fluxo radiante líquido para a superfície nas condições da parte (c).

(e) Represente graficamente cada um dos parâmetros calculados nas partes (a)-(d) como funções da temperatura da superfície para $750 \leq T \leq 2000$ K.

12.54 Radiação deixa um forno, que possui temperatura superficial interna de 1500 K, através de uma abertura com 20 mm de diâmetro. Uma porção dessa radiação é interceptada por um detector que se encontra a uma distância de 1 m da abertura, possui uma área superficial de 10^{-5} m² e está orientado conforme ilustrado.

Se a abertura estiver aberta, qual é a taxa na qual a radiação que deixa o forno é interceptada pelo detector? Se a abertura estiver coberta com um material difuso e semitransparente cuja transmissividade espectral seja $\tau_\lambda = 0{,}8$ para $\lambda \leq 2\ \mu$m e $\tau_\lambda = 0$ para $\lambda > 2\ \mu$m, qual é a taxa na qual a radiação que deixa o forno é interceptada pelo detector?

12.55 A transmissividade espectral de uma camada de água com 1 mm de espessura pode ser aproximada como apresentado a seguir:

$$\tau_{\lambda 1} = 0{,}99 \quad 0 \leq \lambda \leq 1{,}2\ \mu\text{m}$$
$$\tau_{\lambda 2} = 0{,}54 \quad 1{,}2\ \mu\text{m} < \lambda \leq 1{,}8\ \mu\text{m}$$
$$\tau_{\lambda 3} = 0 \quad 1{,}8\ \mu\text{m} < \lambda$$

(a) Água líquida somente pode existir abaixo da sua temperatura crítica, $T_c = 647{,}3$ K. Determine a transmissividade total máxima possível de uma camada de 1 mm de água líquida quando a água é guardada em um recipiente opaco e a ebulição não ocorre. Suponha que a irradiação seja a de um corpo negro.

(b Determine a transmissividade de uma camada de 1 mm de espessura de água líquida associada à fusão do fio de platina usado no experimento de ebulição de Nukiyama, como descrito na Seção 10.3.1.

(c) Determine a transmissividade total de uma camada de 1 mm de espessura de água líquida exposta à irradiação solar. Suponha que o sol emita como um corpo negro a $T_s = 5800$ K.

12.56 As transmissividades espectrais de vidros simples e colorido podem ser aproximadas como a seguir:

Vidro simples:	$\tau_\lambda = 0{,}9$	$0{,}3 \leq \lambda \leq 2{,}5\ \mu$m
Vidro colorido:	$\tau_\lambda = 0{,}9$	$0{,}5 \leq \lambda \leq 1{,}5\ \mu$m

Fora dos intervalos de comprimentos de onda especificados, a transmissividade espectral para os dois tipos de vidro é igual a zero. Compare a energia solar que seria transmitida através dos vidros. Com irradiação solar sobre os vidros, compare a energia radiante visível que seria transmitida.

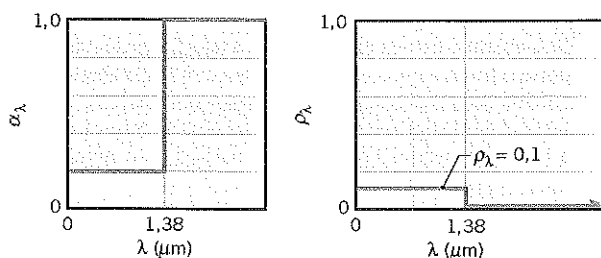
12.57 O grupo de pesquisa de um fabricante de vidros está trabalhando no desenvolvimento de uma cobertura que tornaria o vidro

altamente transparente para a radiação com comprimentos de onda abaixo de 0,7 μm e altamente refletivo para a radiação acima de 0,7 μm. Uma aplicação de especial interesse é para a superfície interna do vidro do bulbo de lâmpadas.

(a) Explique as vantagens de se ter um bulbo de lâmpada cuja superfície interna seja perfeitamente transparente ($\tau_\lambda = 1$) para a radiação com $\lambda \leq 0,7$ μm e perfeitamente refletiva ($\rho_\lambda = 1$) para $\lambda > 0,7$ μm.

(b) Considere um bulbo de lâmpada com as características da parte (a) com um filamento de tungstênio cuja emissividade espectral é caracterizada pela distribuição do Problema 12.29. Qual é a potência elétrica requerida para manter uma temperatura no filamento de 3000 K, sendo o diâmetro e o comprimento do filamento iguais a $D = 0,8$ mm e $L = 20$ mm? Qual é a exigência de potência se a cobertura somente puder oferecer reflexão completa para $\lambda > 2,0$ μm, com a transmissão completa mantida nos pequenos comprimentos de onda?

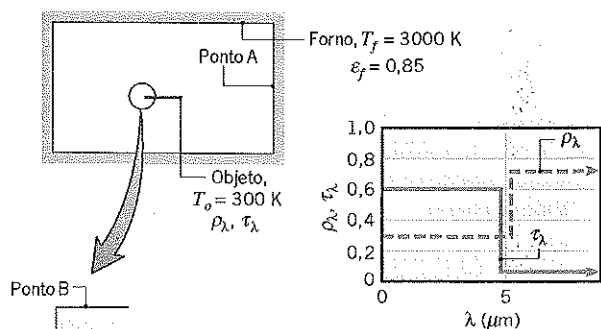
12.58 Fazendo referência à distribuição da transmissividade espectral do vidro com baixo teor de ferro (Figura 12.23), descreva sucintamente o que significa o "efeito estufa". Isto é, como o vidro influencia a transferência de energia para e a partir do conteúdo de uma estufa?

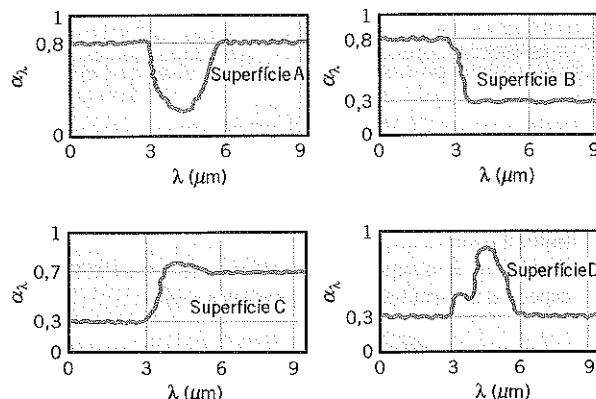
12.59 A absortividade espectral α_λ e a refletividade espectral ρ_λ de um material difuso espectralmente seletivo são mostradas a seguir.

(a) Esboce a transmissividade espectral τ_λ.

(b) Se irradiação solar com $G_S = 750$ W/m^2 e a distribuição espectral de um corpo negro a 5800 K incide sobre esse material, determine as frações da irradiação que é transmitida, que é refletida e que é absorvida pelo material.

(c) Se a temperatura desse material é de 350 K, determine a emissividade ε.

(d) Determine o fluxo térmico radiante líquido para o material.

12.60 Considere um grande forno com paredes opacas, difusas e cinza, que se encontram a 3000 K e cuja emissividade é de 0,85. Um pequeno objeto difuso e espectralmente seletivo é mantido no interior do forno a uma temperatura de 300 K.

Para os pontos especificados sobre a parede do forno (A) e sobre o objeto (B), indique os valores de ε, α, E, G e J.

12.61 Quatro superfícies difusas, que possuem as características espectrais mostradas nas figuras, se encontram a 300 K e estão expostas à radiação solar.

Quais das superfícies podem ser aproximadas como sendo cinzas?

12.62 Considere um material que é cinza, mas seletivo direcionalmente com $\alpha_\theta(\theta,\phi) = 0,51(1 - \cos(\phi))$. Determine a absortividade hemisférica α quando um fluxo solar colimado irradia a superfície do material na direção $\theta = 45°$ e $\phi = 0°$. Determine a emisividade hemisférica ε do material.

12.63 A transmissividade espectral de um filme de polímero com 50 μm de espessura é medida no intervalo de comprimentos de onda 2,5 μm $\leq \lambda \leq$ 15 μm. A distribuição espectral pode ser aproximada por $\tau_\lambda = 0,80$ para 2,5 μm $\leq \lambda \leq$ 7 μm, $\tau_\lambda = 0,05$ para 7 μm $< \lambda \leq$ 13 μm e $\tau_\lambda = 0,55$ para 13 μm $< \lambda \leq$ 7 μm. Dados de transmissividades fora do intervalo não podem ser obtidos devido à limitações associadas à instrumentação. Um engenheiro deseja determinar a transmissividade total do filme.

(a) Estime a transmissividade total *máxima possível* do filme associada à irradiação de um corpo negro a T = 30°C.

(b) Estime a transmissividade total *mínima possível* do filme associada à irradiação de um corpo negro a T = 30°C.

(c) Repita as partes (a) e (b) para um corpo negro a T = 600°C.

Balanços de Energia e Propriedades

12.64 Uma placa horizontal opaca tem uma espessura de $L = 21$ mm e condutividade térmica de $k = 25$ W/(m·K). Água escoa em contato com a superfície inferior da placa e está a uma temperatura de $T_{\infty,ag} = 25$°C. Ar escoa acima da placa a $T_{\infty,ar} = 260$°C com $h_{ar} = 40$ W/(m^2·K). A parte superior da placa é difusa e é irradiada com $G = 1450$ W/m^2, dos quais 435 W/m^2 são refletidos. As temperaturas em regime estacionário das superfícies superior e inferior da placa são $T_{su} = 43$°C e $T_{if} = 35$°C, respectivamente. Determine a transmissividade, a refletividade, a absortividade e a emissividade da placa. A placa é cinza? Qual é a radiosidade associada à superfície superior da placa? Qual é o coeficiente convectivo de transferência de calor associado ao escoamento da água?

12.65 Duas superfícies pequenas, A e B, estão localizadas no interior de um recipiente isotérmico a uma temperatura uniforme. O recipiente proporciona uma irradiação de 6300 W/m^2 em cada uma das superfícies, e as superfícies A e B absorvem a radiação incidente nas taxas de 5600 e 630 W/m^2, respectivamente. Considere condições após o transcorrer de um longo período de tempo.

(a) Quais são os fluxos térmicos líquidos para cada superfície? Quais são as suas temperaturas?

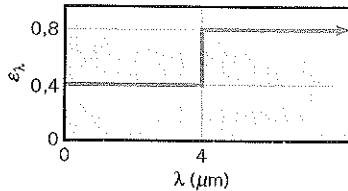
(b) Determine a absortividade de cada superfície.

(c) Quais são os poderes emissivos de cada superfície?

(d) Determine a emissividade de cada superfície.

12.66 Considere uma placa horizontal opaca que se encontra isolada na sua superfície inferior. A irradiação sobre a placa é de 2500 W/m^2, da qual 500 W/m^2 são refletidos. A placa está a 227°C e possui um poder emissivo de 1200 W/m^2. Ar, a 127°C, escoa sobre a placa com um coeficiente de transferência de calor de 15 $W/(m^2 \cdot K)$. Determine a emissividade, a absortividade e a radiosidade da placa. Qual é a taxa de transferência de calor líquida por unidade de área?

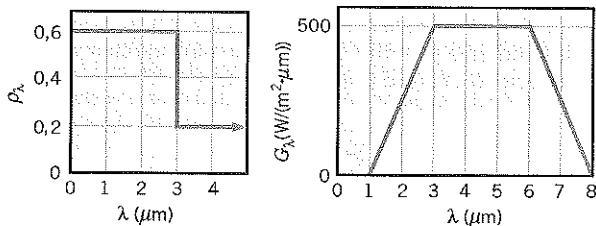
12.67 Uma superfície opaca horizontal, a uma temperatura em regime estacionário de 77°C, está exposta a uma corrente de ar com uma temperatura na corrente livre de 27°C e com um coeficiente convectivo de transferência de calor de 28 $W/(m^2 \cdot K)$. O poder emissivo da superfície é de 628 W/m^2, a irradiação é de 1380 W/m^2 e a refletividade é de 0,40. Determine a absortividade da superfície. Determine a taxa de transferência de calor radiante líquido para essa superfície. Essa transferência de calor se dá para a superfície ou saindo da superfície? Determine a taxa de transferência de calor combinada na superfície. Essa taxa é para a superfície ou saindo da superfície?

12.68 Uma superfície difusa que possui as seguintes características espectrais é mantida a 500 K quando localizada no interior de um grande forno cujas paredes são mantidas a 1500 K:

(a) Esboce a distribuição espectral do poder emissivo da superfície E_λ e o poder emissivo $E_{\lambda,cn}$ que a superfície teria caso ela fosse um corpo negro.

(b) Desprezando efeitos convectivos, qual é o fluxo térmico líquido para a superfície nas condições especificadas?

(c) Represente graficamente o fluxo térmico líquido como uma função da temperatura superficial para $500 \le T \le 1000$ K. No mesmo sistema de coordenadas, represente os fluxos térmicos para uma superfície difusa e cinza com emissividades totais de 0,4 e 0,8.

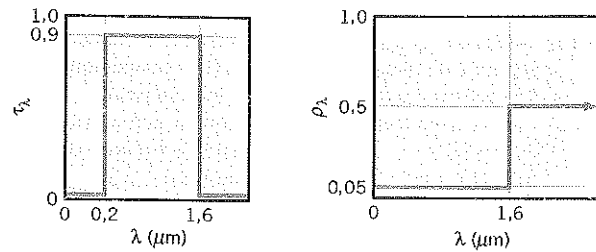
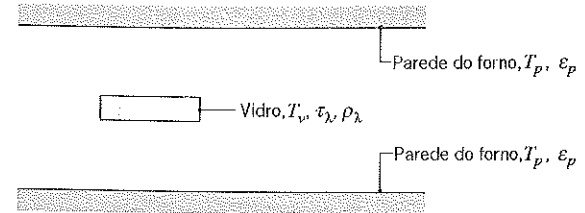
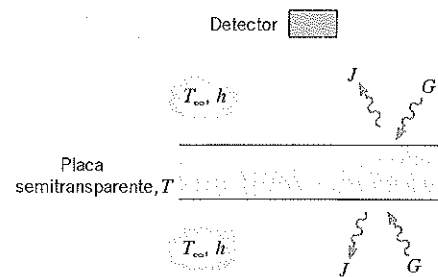
(d) Para a distribuição espectral de ε_λ fornecida, como a emissividade e a absortividade totais da superfície variam com a temperatura no intervalo $500 \le T \le 1000$ K?

12.69 Considere uma superfície difusa e opaca cuja refletividade espectral varia em função do comprimento de onda conforme ilustrado. A superfície se encontra a 750 K e a irradiação sobre um dos lados varia em função do comprimento de onda conforme ilustrado. O outro lado da superfície está isolado termicamente.

Quais são a absortividade e a emissividade totais da superfície? Qual é o fluxo térmico radiante líquido para a superfície?

12.70 Um vidro difuso especial, com propriedades radiantes espectrais conhecidas, é aquecido no interior de um grande forno. As paredes do forno, que são mantidas a T_p = 1800 K, são revestidas com um tijolo refratário cinza e difuso que tem uma emissividade de 0,75. Considere condições nas quais a temperatura do vidro é T_v = 750 K.

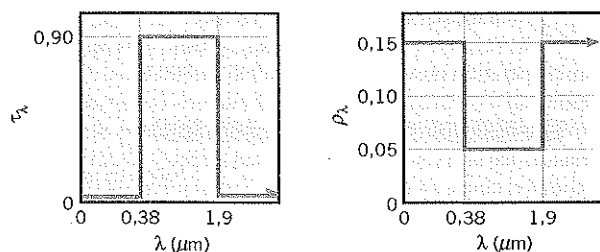
(a) Quais são a transmissividade total τ, a refletividade total ρ e a emissividade total ε do vidro?

(b) Qual é o fluxo térmico radiante líquido, $q''_{liq,ent}$ (W/m^2), para o vidro?

(c) Para temperaturas da parede do forno de 1500, 1800 e 2000 K, represente graficamente $q''_{liq,ent}$ como uma função da temperatura do vidro para $500 \le T_v \le 800$ K.

12.71 Uma placa horizontal semitransparente é irradiada de maneira uniforme, por cima e por baixo, enquanto ar, a T_∞ = 300 K, escoa sobre suas superfícies superior e inferior, proporcionando um coeficiente de transferência de calor por convecção uniforme de h = 40 $W/(m^2 \cdot K)$. A absortividade hemisférica total da placa em relação à irradiação é de 0,40. Sob condições de regime estacionário, medições feitas com um detector de radiação acima da superfície superior indicam uma radiosidade (que inclui a transmissão, bem como a reflexão e a emissão) de J = 5000 W/m^2, com a placa a uma temperatura uniforme de T = 350 K.

Determine a irradiação G e a emissividade hemisférica total da placa. A placa é cinza para as condições especificadas?

12.72 A vigia (com 50 mm de diâmetro) de uma grande fornalha operando a 450°C é coberta com um material que tem τ = 0,8 e ρ = 0 para a irradiação originada no interior da fornalha. O material tem uma emissividade de 0,8 e é opaco para a irradiação oriunda de uma fonte na temperatura do ambiente externo. A superfície externa da cobertura está exposta a uma vizinhança e ao ar ambiente a 27°C, com um coeficiente convectivo de 50 $W/(m^2 \cdot K)$. Supondo que os efeitos convectivos na superfície interna da cobertura sejam desprezíveis, calcule a perda térmica pela vigia e a temperatura de sua cobertura.

12.73 A janela de uma grande câmara de vácuo é fabricada com um material com características espectrais conhecidas. Um feixe colimado de energia radiante, gerado por um simulador solar, incide sobre a janela e possui um fluxo de 3000 W/m^2. As pare-

des internas da câmara, que são grandes quando comparadas à área da janela, são mantidas a 77 K. A superfície externa da janela está exposta a uma vizinhança e ao ar ambiente, ambos a 25°C e com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 15 W/(m²·K).

(a) Determine a transmissividade do material da janela em relação à radiação do simulador solar, que possui uma distribuição espectral aproximadamente igual à do sol.
(b) Admitindo que a janela esteja isolada termicamente da sua estrutura de fixação à câmara, qual é a temperatura que ela atingirá em condições de regime estacionário?
(c) Calcule a transferência radiante líquida, por unidade de área da janela, para a parede da câmara de vácuo, excluindo o fluxo solar simulado que é transmitido.

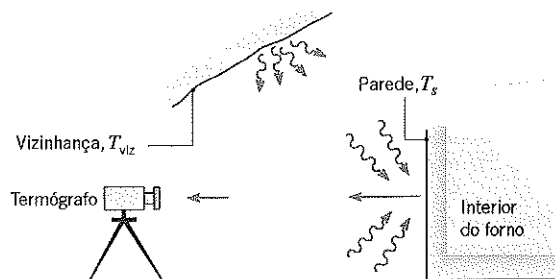
12.74 Um termopar cuja superfície é difusa e cinza, possuindo uma emissividade de 0,6, indica uma temperatura de 180°C quando é utilizado para medir a temperatura de um gás que escoa através de um grande duto cujas paredes possuem uma emissividade de 0,85 e uma temperatura uniforme de 450°C.
(a) Se o coeficiente de transferência de calor por convecção entre o termopar e a corrente de gás for de $\bar{h}$ = 125 W/(m²·K) e as perdas por condução pelo termopar forem desprezíveis, determine a temperatura do gás.
[(b)] Considere uma temperatura do gás de 125°C. Calcule e represente graficamente o *erro de medida* do termopar como uma função do coeficiente convectivo para $10 \leq \bar{h} \leq 1000$ W/(m²·K). Quais são as implicações dos seus resultados?

12.75 Um termopar, inserido em um tubo de aço inoxidável com 4 mm de diâmetro, que possui superfície cinza, difusa e com emissividade de 0,4, encontra-se posicionado horizontalmente em uma grande sala com ar-condicionado cujas temperaturas das paredes e do ar são de 30 e 20°C, respectivamente.
(a) Qual temperatura o termopar irá indicar se o ar estiver quiescente?
[(b)] Calcule e represente graficamente o *erro de medida* do termopar como uma função da emissividade da superfície para $0{,}1 \leq \varepsilon \leq 1{,}0$.

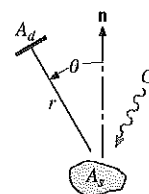
12.76 Um sensor de temperatura embutido na extremidade de um pequeno tubo, que tem uma superfície cinza e difusa com uma emissividade de 0,8, está posicionado no centro de uma grande sala refrigerada, cujas temperaturas da parede e do ar são 30 e 20°C, respectivamente.
(a) Qual temperatura o sensor indicará, se o coeficiente convectivo entre o tubo do sensor e o ar for de 5 W/(m²·K)?
[(b)] Qual seria o efeito de se usar um ventilador para induzir um escoamento de ar sobre o tubo? Represente graficamente a temperatura do sensor como uma função do coeficiente convectivo para $2 \leq h \leq 25$ W/(m²·K) e valores de ε = 0,2; 0,5 e 0,8.

12.77 Uma esfera com 30 mm de diâmetro (k = 185 W/(m·K) e α = 7,25 × 10⁻⁵ m²/s), cuja superfície é difusa e cinza com uma emissividade de 0,8, está localizada no interior de um grande forno cujas paredes se encontram a uma temperatura uniforme de 600 K. A temperatura do ar no interior do forno é de 400 K e o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a esfera e o ar no forno é de 15 W/(m²·K).
(a) Determine a transferência de calor líquida para a esfera quando a sua temperatura é de 300 K.
(b) Qual será a temperatura da esfera em condições de regime estacionário?
(c) Quanto tempo será necessário para que a esfera, inicialmente a uma temperatura de 300 K, atinja uma temperatura a 20 K da sua temperatura em condições de regime estacionário?
[(d)] Para emissividades de 0,2; 0,4 e 0,8, represente graficamente o tempo definido na parte (c) como uma função do coeficiente convectivo para $10 \leq h \leq 25$ W/(m²·K).

Detecção de Radiação

12.78 Um termógrafo é um aparelho que responde à energia radiante de um cenário que atinge o seu detector de radiação na região espectral entre 9-12 μm. O termógrafo fornece uma imagem do cenário, como por exemplo a lateral de um forno, a partir da qual a temperatura superficial pode ser determinada.

(a) Para uma superfície negra a 60°C, determine o poder emissivo na região espectral entre 9-12 *mm*.
(b) Calcule a taxa de energia radiante (W) recebida pelo termógrafo na mesma região espectral (9-12 μm), quando ele focaliza, em uma direção normal, uma pequena área negra da parede, com 200 mm², que se encontra a uma temperatura T_s = 60°C. O ângulo sólido ω compreendido pela abertura do termógrafo, quando visto do alvo, é de 0,001 sr.
(c) Determine a taxa energia radiante (W) recebida pelo termógrafo, para a mesma área de parede (200 mm²) e o mesmo ângulo sólido (0,001 sr), quando a parede é constituída por um material cinza, opaco e difuso, que se encontra a T_s = 60°C e possui uma emissividade de 0,7. A vizinhança é negra e está a T_{viz} = 23°C.

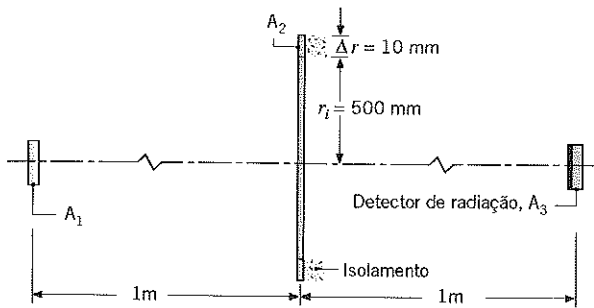
12.79 Um termômetro de radiação é um radiômetro calibrado para indicar a temperatura de um corpo negro. Um lingote de aço com uma superfície cinza e difusa, com emissividade 0,8, é aquecido em uma fornalha cujas paredes estão a 1500 K. Estime a temperatura do lingote, quando o termômetro de radiação apontado para o lingote através de um pequeno orifício na fornalha indica 1160 K.

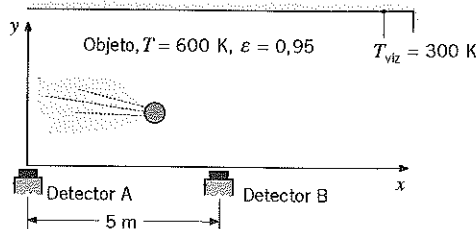
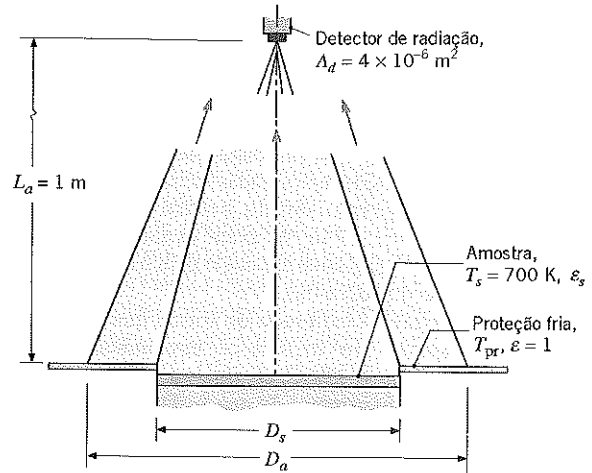
12.80 Um detector de radiação possui uma abertura com área $A_d = 10^{-6}$ m² e está posicionado a uma distância r = 1 m de uma superfície com área $A_s = 10^{-4}$ m². O ângulo formado entre a normal ao detector e a normal à superfície é de θ = 30°.

A superfície está a 500 K e é opaca, difusa e cinza, com uma emissividade de 0,7. Se a irradiação da superfície é de 1500 W/m², qual é a taxa na qual o detector intercepta a radiação da superfície?

12.81 Um pequeno bloco de alumínio anodizado, a 35°C, é aquecido em um grande forno cujas paredes são difusas e cinzas com $\varepsilon = 0{,}85$ e mantidas a uma temperatura uniforme de 175°C. O revestimento anodizado também é difuso e cinza, com $\varepsilon = 0{,}92$. Um detector de radiação avista o bloco através de uma pequena abertura no forno e recebe a energia radiante de uma pequena área sobre o bloco, A_a, denominada alvo. O alvo possui um diâmetro de 3 mm e o detector recebe a radiação em um ângulo sólido de 0,001 sr centrado ao redor da normal ao bloco.

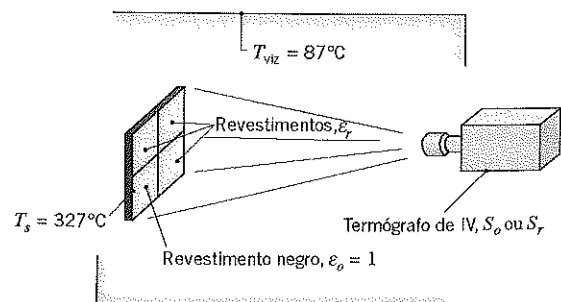
(a) Se o detector de radiação avista um pequeno, porém profundo, orifício perfurado no bloco, qual é a taxa de energia total (W) recebida pelo detector?

(b) Se o detector de radiação agora avista uma área sobre a superfície do bloco, qual é a taxa de energia total (W) recebida pelo detector?

12.82 Considere o disco opaco, cinza e difuso, A_1, que possui um diâmetro de 10 mm, uma emissividade de 0,3 e se encontra a uma temperatura de 400 K. Coaxialmente ao disco A_1, existe um disco negro em forma de anel, A_2, que se encontra a 1000 K e possui as dimensões mostradas na figura. A parte posterior de A_2 é isolada e não irradia diretamente o disco detector, A_3, resfriado criogenicamente. Esse disco A_3 possui diâmetro de 10 mm e está localizado a 2 m de distância de A_1.

Calcule a taxa na qual a radiação incide sobre A_3 devido à emissão e à reflexão a partir de A_1.

12.83 Um objeto esférico difuso, com diâmetro e temperatura de 9 mm e 600 K, respectivamente, tem uma emissividade de 0,95. Dois detectores de radiação muito sensíveis, cada um com uma área de abertura de 300×10^{-6} m², detectam o objeto quando ele passa sobre eles a uma grande velocidade da esquerda para a direita, como mostrado no esquema. Os detectores capturam irradiação hemisférica e são equipados com filtros caracterizados por $\tau_\lambda = 0{,}9$ para $\lambda < 2{,}5$ μm e $\tau_\lambda = 0$ para $\lambda \geq 2{,}5$ μm. No tempo $t_1 = 0$, os detectores A e B indicam irradiações de $G_{A,1} = 5{,}060$ mW/m² e $G_{B,1} = 5{,}000$ mW/m², respectivamente. No tempo $t_2 = 4$ ms, os detectores A e B indicam irradiações de $G_{A,2} = 5{,}010$ mW/m² e $G_{B,2} = 5{,}050$ mW/m², respectivamente. O ambiente encontra-se a 300 K. Determine os componentes da velocidade da partícula, v_x e v_y. Determine quando e onde a partícula irá se chocar com um plano horizontal localizado em $y = 0$. *Sugestão:* O objeto está posicionado a uma elevação positiva $y = 2$ m quando ele é detectado. Suponha que a trajetória do objeto seja uma linha reta no plano da página. Lembre que a área projetada de uma esfera é um círculo.

12.84 Um detector de radiação, que possui uma área sensível $A_d = 4 \times 10^{-6}$ m², está configurado para receber a radiação de uma área alvo com diâmetro $D_a = 40$ mm, quando localizado a uma distância $L_a = 1$ m do alvo. Para o dispositivo experimental mostrado na figura, desejamos determinar a radiação emitida por uma amostra aquecida com diâmetro $D_s = 20$ mm. A temperatura da amostra de alumínio é de $T_s = 700$ K e sua emissividade é $\varepsilon_s = 0{,}1$. Uma proteção fria na forma de um anel é colocada nas laterais da amostra para minimizar o efeito da radiação que vem de fora da área da amostra; contudo, ela ocupa parte da área alvo. A amostra e a proteção fria são emissores difusos.

(a) Admitindo que a proteção seja negra, em qual temperatura, T_{pr}, a proteção deve ser mantida para que a radiação emitida por ela seja 1% da taxa de energia radiante total recebida pelo detector?

(b) Sujeito à restrição paramétrica de que a radiação emitida pela proteção deva ser de 0,05; 1 ou 1,5% da radiação total recebida pelo detector, represente graficamente a temperatura da proteção, T_{pr}, necessária para satisfazer essas condições como uma função da emissividade da amostra para $0{,}05 \leq \varepsilon_s \leq 0{,}35$.

12.85 Um termógrafo de infravermelho (IV) é um radiômetro que fornece uma imagem de um cenário alvo, indicando a temperatura aparente dos elementos no cenário em termos de uma escala de brilho branco e preto ou colorida azul e vermelho. A radiação originada de um elemento no cenário alvo incide sobre o detector de radiação, que fornece um sinal proporcional à taxa de energia radiante incidente. O sinal estabelece a escala de brilho ou de cor para o ponto da imagem (*pixel*) associado ao elemento. É proposto um procedimento para a calibragem do campo de um termógrafo de infravermelho que possui um detector de radiação cuja banda de passagem espectral está localizada entre 3 e 5 μm. Uma placa metálica aquecida, que é mantida a 327°C e possui quatro revestimentos difusos e cinza com emissividades diferentes, é focalizada pelo termógrafo IV em local com uma vizinhança a $T_{viz} = 87$°C.

(a) Considere o sinal de saída do termógrafo quando ele está examinando o revestimento negro, $\varepsilon_o = 1$. A radiação que atinge o detector é proporcional ao produto entre o poder emissivo de corpo negro (ou intensidade emitida) na temperatura da superfície e a fração da banda de emissão corresponde à banda de passagem espectral do termógrafo IV. A constante de proporcionalidade é conhecida por responsividade, $R(\mu V \cdot m^2/W)$. Escreva uma expressão para o sinal de saída do termógrafo, S_o, em termos de R, do poder emissivo de corpo negro do revestimento e da fração apropriada da banda de emissão. Supondo $R = 1\ \mu V \cdot m^2/W$, avalie $S_o(\mu V)$.

(b) Considere o sinal de saída do termógrafo quando ele está examinando um dos revestimentos com emissividade ε_r menor do que a unidade. A radiação do revestimento atinge o detector devido à emissão e à reflexão da irradiação da vizinhança. Escreva uma expressão para o sinal, S_r, em termos de R, do poder emissivo de corpo negro do revestimento, do poder emissivo de corpo negro da vizinhança, da emissividade do revestimento e das frações apropriadas de banda de emissão. Para revestimentos cinza e difusos, a refletividade é $\rho_r = 1 - \varepsilon_r$.

(c) Supondo $R = 1\ \mu V \cdot m^2/W$, avalie os sinais de saída do termógrafo, $S_r(V)$, quando apontado para painéis com emissividades de 0,8; 0,5 e 0,2.

[(d)] O termógrafo é calibrado de forma que o sinal S_o (do evestimento negro) irá fornecer uma indicação de escala correta para $T_s = 327°C$. Os sinais dos outros três revestimentos, S_r, são menores do que S_o. Dessa forma, o termógrafo irá indicar uma temperatura aparente (de corpo negro) inferior a T_s. Estime as temperaturas indicadas pelo termógrafo para os três painéis da parte (c).

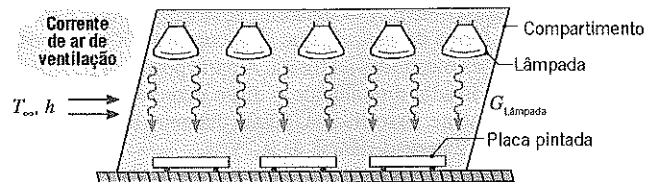
12.86 Um sistema de imagem infravermelho com dispositivo de carga conjugada (DCC) (veja Problema 12.85) opera de uma forma similar a uma câmara de vídeo digital. Entretanto, no lugar de ser sensível à irradiação na parte visível do espectro, cada pequeno sensor infravermelho na matriz do DCC é sensível na região espectral 9-12 μm. Note que o sistema é projetado para somente ver radiação vinda diretamente de sua frente. Um pesquisador deseja usar o sistema de imagem infravermelho para mapear a distribuição de temperaturas superficiais de um objeto aquecido em um experimento no interior de um túnel de vento. A temperatura do ar no interior do túnel de vento, assim como a temperatura da vizinhança no laboratório, é de 23°C.

(a) Em um teste preliminar da proposta, o pesquisador examina um pequeno lingote de alumínio, a uma temperatura de 50°C, localizado no túnel de vento. O alumínio está coberto com uma tinta de alta emissividade, $\varepsilon = 0{,}96$. Se o sistema de imagem infravermelho estiver calibrado para indicar a temperatura de um corpo negro, qual temperatura será indicada pelo sistema, sendo ele usado para examinar o lingote de alumínio através de uma janela de quartzo fundido com 6 mm de espessura?

[(b)] Em um experimento a seguir, o pesquisador substitui a janela de quartzo por um fino (espessura de 130 μm) filme de polietileno com $\tau \approx 0{,}78$ no intervalo espectral do sistema de imagem. Qual temperatura será indicada pelo sistema de imagem infravermelho, quando ele é usado para examinar o lingote de alumínio através do filme de polietileno?

[**12.87**] Um *pirômetro de duas cores* é um dispositivo que é usado para medir a temperatura de uma superfície difusa, T_s. O dispositivo mede a intensidade direcional espectral emitida pela superfície em dois comprimentos de onda distintos, separados por $\Delta\lambda$. Calcule e represente graficamente a razão entre as intensidades $I_{\lambda+\Delta\lambda,e}(\lambda+\Delta\lambda,\theta,\phi,T_s)$ e $I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi,T_s)$ como uma função da temperatura da superfície no intervalo $500\ K \le T_s \le 1000\ K$, para $\lambda = 5\ \mu m$ e $\Delta\lambda = 0{,}1$; 0,5 e 1 μm. Comente sobre a sensibilidade em relação à temperatura e se a razão depende da emissividade da superfície. Discuta os compromissos associados à especificação dos vários valores de $\Delta\lambda$. *Sugestão:* A variação da emissividade em pequenos intervalos de comprimentos de onda é modesta para a maioria dos sólidos, como evidente na Figura 12.17.

Aplicações

12.88 Placas quadradas, após serem borrifadas com uma tinta epóxi, devem ser curadas a 140°C por um período de tempo prolongado. As placas estão localizadas em um grande compartimento e são aquecidas por um conjunto de lâmpadas infravermelho. A superfície superior de cada placa possui uma emissividade de $\varepsilon = 0{,}8$ e experimenta convecção com uma corrente de ar de ventilação a $T_\infty = 27°C$, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de $h = 20\ W/(m^2 \cdot K)$. Estima-se que a irradiação a partir das paredes do compartimento seja de $G_{par} = 450\ W/m^2$, para a qual a absortividade da placa é de $\alpha_{par} = 0{,}7$.

(a) Determine a irradiação que deve ser fornecida pelas lâmpadas, G_{lamp}. A absortividade da superfície da placa para essa irradiação é de $\alpha_{lamp} = 0{,}6$.

[(b)] Para coeficientes convectivos de $h = 15$, 20 e 30 $W/(m^2 \cdot K)$, represente graficamente a irradiação das lâmpadas, G_{lamp}, como uma função da temperatura da placa, T_s, para $100 \le T_s \le 300°C$.

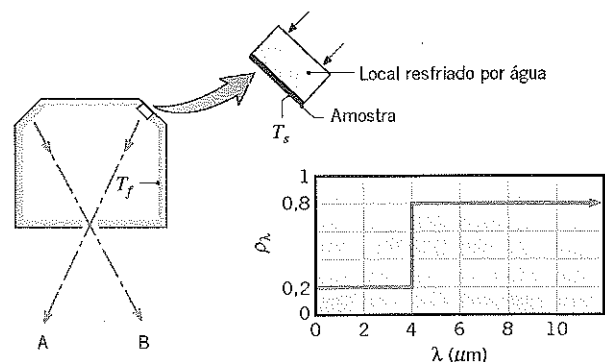
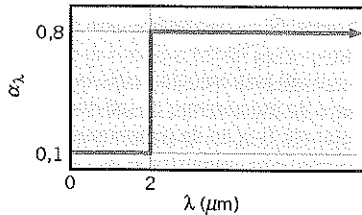
[(c)] Para coeficientes convectivos na faixa compreendida entre 10 e 30 $W/(m^2 \cdot K)$ e uma irradiação das lâmpadas $G_{lamp} = 3000\ W/m^2$, represente graficamente a temperatura da corrente de ar T_∞ necessária para manter a placa a $T_s = 140°C$.

12.89 Um equipamento normalmente usado para medir a refletividade de materiais é mostrado na figura. Uma amostra resfriada por água, com 30 mm de diâmetro e temperatura $T_s = 300\ K$, é fixada junto à superfície interior de um grande compartimento fechado. As paredes do compartimento são cinzas e difusas, com uma emissividade de 0,8 e uma temperatura uniforme $T_f = 1000\ K$. Uma pequena abertura localizada na parte inferior do compartimento permite a visão da amostra ou da parede do compartimento. A refletividade espectral ρ_λ de uma amostra de um material opaco e difuso é mostrada na figura. O coeficiente de transferência de calor por convecção entre a amostra e o ar no interior da cavidade, que também está a 1000 K, é $h = 10\ W/(m^2 \cdot K)$.

(a) Calcule a absortividade da amostra.

(b) Calcule a emissividade da amostra.

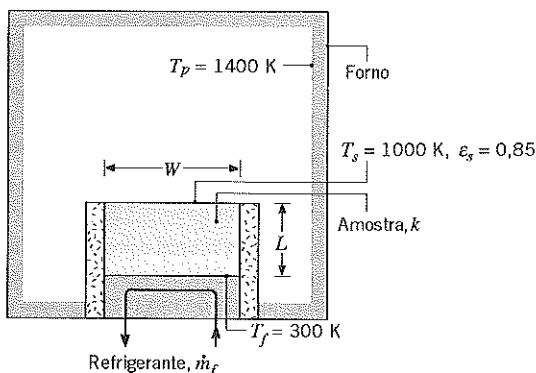
(c) Determine a taxa de remoção de calor (W) pelo refrigerante.

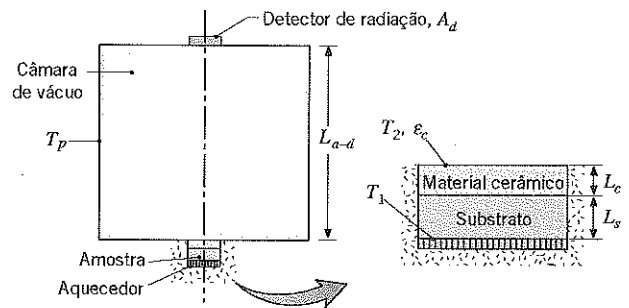
(d) A razão entre a radiação na direção A e a radiação na direção B irá fornecer a refletividade da amostra. Explique sucintamente o porquê.

12.90 Uma amostra muito pequena de uma superfície opaca encontra-se inicialmente a 1200 K e possui a absortividade hemisférica espectral mostrada na figura.

A amostra é colocada no interior de um grande compartimento cujas paredes possuem uma emissividade de 0,2 e são mantidas a 2400 K.

(a) Qual é a absortividade hemisférica total da superfície da amostra?
(b) Qual é a sua emissividade hemisférica total?
(c) Quais são os valores da absortividade e da emissividade após a amostra permanecer no interior do compartimento por um longo período de tempo?
(d) Para uma amostra esférica com diâmetro de 10 mm em um compartimento no interior do qual há vácuo, calcule e represente graficamente a variação da temperatura da amostra com o tempo, à medida que ela é aquecida partindo de sua temperatura inicial de 1200 K.

12.91 Um processo de fabricação envolve o aquecimento de longos bastões de cobre, que são revestidos com uma fina película, em um grande forno cujas paredes são mantidas a uma temperatura elevada T_p. O forno contém gás nitrogênio quiescente a 1 atm de pressão e a uma temperatura $T_\infty = T_p$. A película é uma superfície difusa com emissividade espectral $\varepsilon_\lambda = 0,9$ para $\lambda \leq 2$ μm e $\varepsilon_\lambda = 0,4$ para $\lambda > 2$ μm.

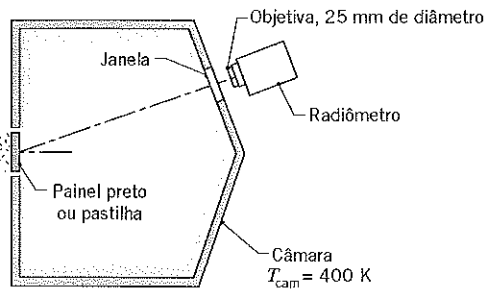
(a) Considere condições nas quais um bastão com diâmetro D e temperatura inicial T_i é inserido no forno, de tal maneira que o seu eixo fica na posição horizontal. Admitindo válida a aproximação da capacitância global, deduza uma equação que possa ser usada para determinar a taxa de variação da temperatura do bastão no instante de sua inserção no forno. Expresse o seu resultado em termos das variáveis apropriadas.
(b) Se $T_p = T_\infty = 1500$ K, $T_i = 300$ K e $D = 10$ mm, qual é a taxa inicial de variação da temperatura do bastão? Confirme a validade da aproximação via capacitância global.
(c) Calcule e represente graficamente a variação da temperatura do bastão com o tempo durante o processo de aquecimento.

12.92 Um procedimento para medir a condutividade térmica de sólidos a temperaturas elevadas envolve a colocação de uma amostra na base de um grande forno. A amostra possui uma espessura L e é colocada no interior de um recipiente quadrado de lado W. As laterais são termicamente isoladas. As paredes da cavidade são mantidas a T_p, enquanto a superfície inferior da amostra é mantida a uma temperatura muito mais baixa T_f pela circulação de um refrigerante através do recipiente que contém a amostra. A superfície da amostra é difusa e cinza, com uma emissividade ε_s. Sua temperatura T_s é medida oticamente.

(a) Desprezando efeitos convectivos, obtenha uma expressão pela qual a condutividade térmica da amostra possa ser avaliada em termos de grandeza medidas e conhecidas (T_p, T_s, T_f, ε_s, L). As medições são feitas em condições de regime estacionário. Se $T_p = 1400$ K, $T_s = 1000$ K, $\varepsilon_s = 0,85$; $L = 0,015$ m e $T_f = 300$ K, qual é a condutividade térmica da amostra?
(b) Se $W = 0,10$ m e o refrigerante é água a uma vazão de $\dot{m}_f = 0,1$ kg/s, é razoável admitir uma temperatura uniforme T_f na superfície inferior da amostra?

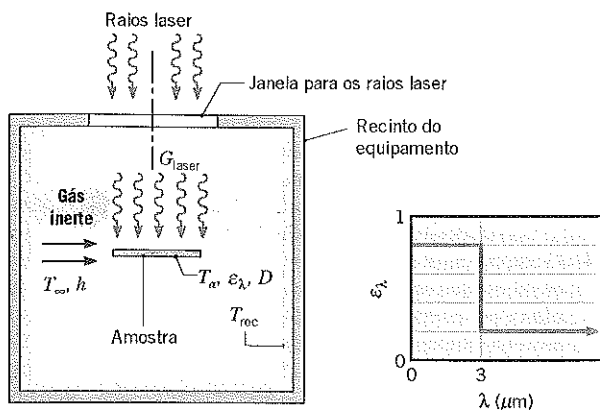
12.93 Um esquema que permite estender as condições de operação das lâminas de turbina a gás até temperaturas mais elevadas envolve a aplicação de um revestimento cerâmico nas superfícies das lâminas que, por sua vez, são fabricadas utilizando-se de uma superliga, o inconel. Para avaliar a confiabilidade de tais revestimentos, foi desenvolvido um equipamento para testar amostras sob condições de laboratório. A amostra é colocada na parte inferior de uma grande câmara de vácuo cujas paredes são resfriadas criogenicamente e que é equipada com um detector de radiação na sua superfície superior. O detector possui uma área superficial $A_d = 10^{-5}$ m², está localizado a uma distância $L_{a\text{-}d} = 1$ m da amostra e vê a radiação que se origina em uma porção da superfície cerâmica com área $\Delta A_c = 10^{-4}$ m². Um aquecedor elétrico fixado à parte inferior da amostra dissipa um fluxo térmico uniforme q''_{aq}, que é transferido para cima através da amostra. A parte inferior do aquecedor, bem como as laterais da amostra, estão termicamente isoladas.

Considere condições nas quais um revestimento cerâmico com espessura $L_c = 0,5$ mm e condutividade térmica $k_c = 6$ W/(m·K) foi borrifado sobre um substrato metálico que possui espessura $L_a = 8$ mm e condutividade térmica $k_a = 25$ W/(m·K). A superfície opaca do material cerâmico pode ser aproximada por uma superfície cinza e difusa, com uma emissividade hemisférica total de $\varepsilon_c = 0,8$.

(a) Considere condições de regime estacionário nas quais a superfície inferior do substrato é mantida a $T_1 = 1500$ K, enquanto as paredes da câmara (incluindo a superfície do detector de radiação) são mantidas a $T_p = 90$ K. Admitindo resistência térmica de contato desprezível na interface cerâmica-substrato, determine a temperatura T_2 na superfície superior do material cerâmico e o fluxo térmico q''_{aq}.
(b) Para as condições dadas, qual é a taxa na qual a radiação emitida pela cerâmica é interceptada pelo detector?
(c) Após um grande número de experimentos, várias rachaduras apareceram na interface cerâmica-substrato, criando uma resistência térmica do contato nessa interface. Se T_p e q''_{aq} forem mantidos nas condições associadas à parte (a), o valor de T_1 irá aumentar, diminuir ou permanecer o mesmo? Analogamente, o valor de T_2 irá aumentar, diminuir ou permanecer o mesmo? Em cada caso, justifique a sua resposta.

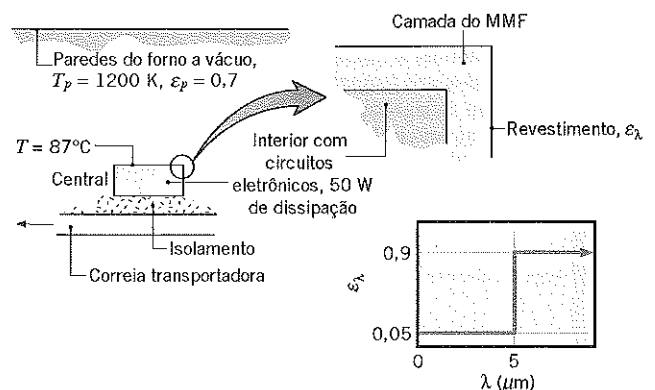
12.94 O equipamento para aquecer uma pastilha durante um processo de fabricação de semicondutores é mostrado no esquema. A pastilha é aquecida por uma fonte de feixe de íons (não mostrada) até uma temperatura uniforme e em estado estacionário. A grande câmara contém o gás de processo e as suas paredes estão a uma temperatura uniforme de $T_{cam} = 400$ K. Uma área alvo de

5 × 5 mm sobre a pastilha é focada por um radiômetro, cuja lente objetiva tem um diâmetro de 25 mm e está localizada 500 mm distante da pastilha. A linha de visão do radiômetro está a 30° da normal da pastilha.

(a) Em um teste de pré-produção do equipamento, um painel preto ($\varepsilon \approx 1{,}0$) é colocado no lugar da pastilha. Calcule a potência radiante (W) recebida pelo radiômetro, sendo a temperatura do painel igual a 800 K.
(b) A pastilha, que é opaca, difusa e cinza, com uma emissividade de 0,7, encontra-se agora posicionada no equipamento e o feixe de íons é ajustado de tal forma que a potência recebida pelo radiômetro é a mesma que foi encontrada na parte (a). Calcule a temperatura da pastilha para essa condição de aquecimento.

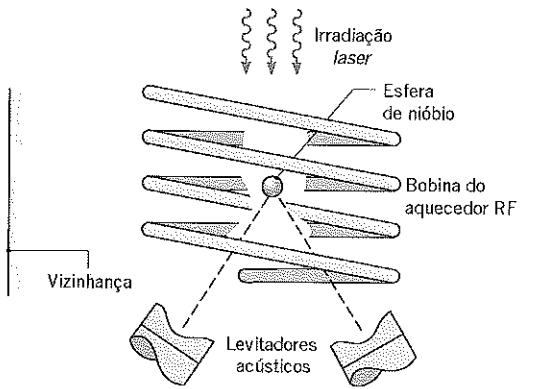
12.95 O tijolo refratário do Exemplo 12.9 é usado para construir as paredes de um forno de tijolos. A irradiação na superfície interna da parede é $G = 50000$ W/m² e tem uma distribuição espectral proporcional àquela de um corpo negro a 2000 K. A temperatura dos gases adjacentes a parede interna do forno é de 500 K e o coeficiente de transferência de calor é de 25 W/(m²·K). Ache a temperatura da superfície interna da parede, sendo a perda térmica através da parede desprezível. Se a parede de tijolos tiver 0,1 m de espessura e uma condutividade térmica de $k_t = 1{,}0$ W/(m·K), e for isolada com uma camada de 0,1 m de espessura com $k_i = 0{,}05$ W/(m·K), qual será a temperatura, no estado estacionário, da superfície interna da parede se a temperatura da superfície externa do isolante for de 300 K?

12.96 Um dispositivo para o processamento de materiais com *laser* utiliza uma amostra em forma de um disco, com diâmetro $D = 25$ mm e espessura $w = 1$ mm. A amostra possui uma superfície difusa, cuja distribuição espectral da emissividade, $\varepsilon_\lambda(\lambda)$, é conhecida. Para reduzir a oxidação, uma corrente de um gás inerte, com temperatura $T_\infty = 500$ K e coeficiente convectivo $h = 50$ W/(m²·K), escoa sobre as superfícies superior e inferior da amostra. O recinto do equipamento é grande e possui paredes isotérmicas a $T_{rec} = 300$ K. Para manter a amostra a uma temperatura de operação apropriada de $T_a = 2000$ K, um feixe colimado de raios *laser* com um comprimento de onda de $\lambda = 0{,}5$ μm irradia a sua superfície superior.

(a) Determine a emissividade total ε da amostra.
(b) Determine a absortividade total α da amostra para a irradiação oriunda das paredes do recipiente.
(c) Efetue um balanço de energia na amostra e determine a irradiação laser, G_{laser}, necessária para manter a amostra a $T_a = 2000$ K.
(d) Considere um processo de *resfriamento* após a desativação do *laser* e do escoamento do gás inerte. Esboce a emissividade total em função da temperatura da amostra, $T_a(t)$, durante o processo. Identifique as características principais dessa curva, incluindo a emissividade na condição final do processo ($t \to \infty$).
(e) Estime o tempo necessário para resfriar a amostra desde a sua condição de operação $T_a(0) = 2000$ K até uma temperatura *segura para o toque* de $T_a(t) = 40$°C. Utilize o método da capacitância global e inclua os efeitos da convecção para o gás inerte com $h = 50$ W/(m²·K) e $T_\infty = T_{rec} = 300$ K. As propriedades termofísicas do material que compõe a amostra são: $\rho = 3900$ kg/m³, $c_p = 760$ J/(kg·K) e $k = 45$ W/(m·K).

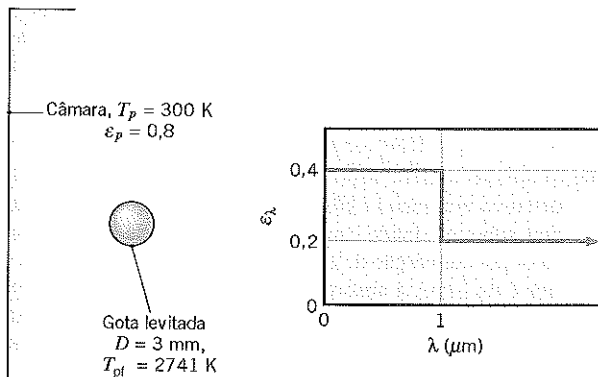
12.97 Um cilindro, com 30 mm de diâmetro e 150 mm de comprimento, é aquecido em um grande forno cujas paredes se encontram a 1000 K, enquanto ar a 400 K e a uma velocidade de 3 m/s circula no seu interior. Estime a temperatura do cilindro em regime estacionário nas condições especificadas a seguir.
(a) O escoamento é cruzado ao cilindro e sua superfície é difusa e cinza com uma emissividade de 0,5.
(b) O escoamento é cruzado ao cilindro, porém a sua superfície é espectralmente seletiva com $\alpha_\lambda = 0{,}1$ para $\lambda \leq 3$ μm e $\alpha_\lambda = 0{,}5$ para $\lambda > 3$ μm.
(c) A superfície do cilindro está posicionada de tal forma que o escoamento de ar é longitudinal e a sua superfície é difusa e cinza.
(d) Nas condições da parte (a), calcule e represente graficamente a temperatura do cilindro como uma função da velocidade do ar para $1 \leq V \leq 20$ m/s.

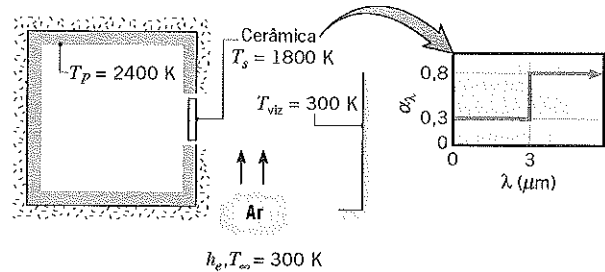
12.98 Uma central de transmissão de uma malha de instrumentação é uma caixa, com circuitos eletrônicos e uma fonte de energia para enviar os sinais dos sensores até uma unidade receptora, onde é feito o registro dos dados. Uma central desta é colocada sobre um sistema de correias transportadoras, que passa através de um grande forno de solda a vácuo, como mostrado na figura. As superfícies expostas da caixa possuem um revestimento especial, opaco e difuso, cuja emissividade espectral é também mostrada na figura.

Para estabilizar a temperatura da central e prevenir o superaquecimento dos componentes eletrônicos, a superfície interna da caixa é coberta por uma camada de um material que muda de fase (MMF), com uma temperatura de fusão de 87°C e um calor de fusão de 25 kJ/kg. A caixa possui uma área de superfície

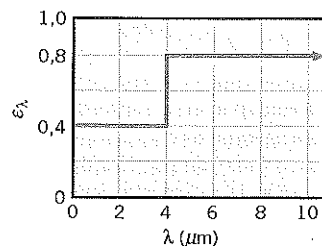
exposta igual a 0,040 m², enquanto a massa do MMF é de 1,6 kg. Além disso, sabe-se que a potência dissipada pelos componentes eletrônicos é de 50 W. Considere uma situação na qual a central entra no forno a uma temperatura uniforme de 87°C e todo o MMF se encontra no estado sólido. Quanto tempo será necessário para que todo o MMF passe para o estado líquido?

12.99 Para simular o processamento de materiais sob condições de microgravidade existentes no espaço, uma esfera de nióbio, com diâmetro de 3 mm, é levitada em uma câmara de vácuo por meio de uma técnica acústica. Inicialmente, a esfera está a 300 K, quando é subitamente irradiada com um *laser* que proporciona uma irradiação de 10 W/mm², com o objetivo de elevar a sua temperatura o mais rapidamente possível até o seu ponto de fusão (2741 K). Quando o ponto de fusão é atingido, o *laser* é desligado e um aquecedor por radiofreqüência (RF) é energizado, causando no interior da esfera uma geração volumétrica de calor uniforme $\dot{q}$. Admita que a esfera de nióbio seja isotérmica, e que a sua superfície seja difusa e cinza, com uma emissividade de 0,6. As paredes da câmara estão a 300 K.

(a) Quanto tempo é necessário para que a esfera atinja o seu ponto de fusão? *Sugestão:* Consulte a Seção 5.3 e modifique apropriadamente a análise da capacitância global.
(b) Qual é a potência que deve ser suprida pelo aquecedor de RF para manter a esfera na sua temperatura de fusão?
(c) A hipótese de a esfera ser espacialmente isotérmica é realista para as condições das partes (a) e (b)?

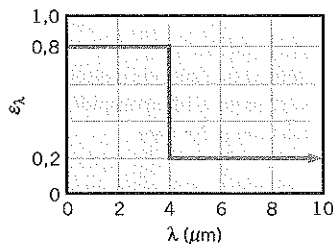
12.100 Uma gota esférica de nióbio com diâmetro $D = 3$ mm é levitada no interior de uma câmara de vácuo por meio de uma técnica acústica. A câmara possui paredes difusas e cinzas, com emissividade $\varepsilon_p = 0{,}8$ e uma temperatura $T_p = 300$ K. A superfície do nióbio é difusa e a sua emissividade espectral possui a distribuição especificada.

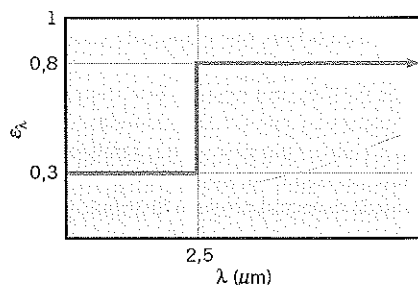
Dois métodos de aquecimento para manter a temperatura da gota no seu ponto de fusão, $T_{pf} = 2741$ K, devem ser investigados.

(a) O efeito de se aplicar um campo de radiofreqüência (RF) na gota é o de criar uma taxa de geração de calor uniforme, $\dot{q}$(W/m³), no interior da gota. Calcule o valor de $\dot{q}$ necessário para manter a gota na sua temperatura de fusão.
(b) Um feixe de raios laser, com diâmetro maior do que o da gota e operando a 10,6 μm, irradia a gota. Determine a irradiação, G_{laser}(W/mm²), necessária para manter a gota na sua temperatura de fusão. Qual irradiação seria necessária se o laser operasse em um comprimento de onda de 0,632 μm?
[(c)] Estime o tempo que seria necessário para que a gota resfrie até 400 K, caso seja interrompido o seu aquecimento pelo campo de RF ou pelo *laser*.

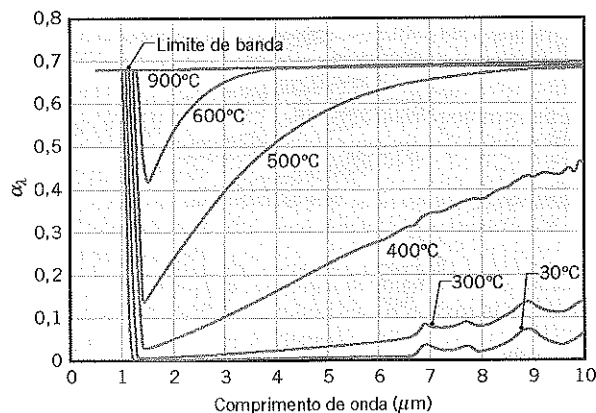
12.101 Uma placa com parede delgada separa o interior de um grande forno da sua vizinhança, que se encontra a 300 K. A placa é feita com um material cerâmico cujo comportamento da superfície pode ser considerado difuso. A superfície exterior da placa é resfriada pelo ar. Com o forno operando a 2400 K, a convecção na superfície interior da placa pode ser desprezada.

(a) Se a temperatura na placa cerâmica não pode exceder 1800 K, qual é o valor mínimo do coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa da placa, h_e, que deve ser mantido pelo sistema de resfriamento por ar?
[(b)] Calcule e represente graficamente a temperatura da placa como uma função do coeficiente externo de transferência de calor por convecção para $50 \le h_e \le 250$ W/(m²·K).

12.102 Um revestimento fino, que é aplicado sobre longos bastões cilíndricos de cobre com 10 mm de diâmetro, é curado pela colocação dos bastões, em posição horizontal, no interior de um grande forno cujas paredes são mantidas a 1300 K. No interior do forno há nitrogênio gasoso, que também se encontra a 1300 K e a uma pressão de 1 atm. O revestimento é difuso e a sua emissividade espectral possui a distribuição mostrada.

(a) Quais são a emissividade e a absortividade dos bastões revestidos quando a sua temperatura é de 300 K?
(b) Qual é a taxa inicial de variação da temperatura dos bastões?
(c) Quais são a emissividade e a absortividade dos bastões revestidos quando eles atingem a temperatura de regime estacionário?
[(d)] Estime o tempo necessário para que a temperatura dos bastões atinja 1000 K.

12.103 Um grande forno convectivo-radiante é usado para tratar termicamente um pequeno produto cilíndrico com diâmetro de 25 mm

e comprimento de 0,2 m. As paredes do forno são mantidas a uma temperatura uniforme de 1000 K e ar quente, a 750 K, escoa em escoamento cruzado sobre o cilindro com uma velocidade de 5 m/s. A superfície do cilindro é opaca e difusa, com a emissividade espectral mostrada.

(a) Determine a taxa de transferência de calor para o cilindro quando ele é colocado no forno a uma temperatura de 300 K.
(b) Qual é a temperatura do cilindro em condições de regime estacionário?
(c) Quanto tempo será necessário para que o cilindro atinja uma temperatura que esteja a 50°C da sua temperatura em condições de regime estacionário?

12.104 Uma peça de trabalho, com 10 mm de espessura e inicialmente a 25°C, deve ser temperada a uma temperatura acima de 725°C por um período de pelo menos 5 min e depois resfriada. A peça é opaca e difusa, e a distribuição espectral de sua emissividade é mostrada na figura. O aquecimento é efetuado em uma grande fornalha com paredes e ar circulante a 750°C e um coeficiente convectivo de 100 W/(m²·K). As propriedades termofísicas da peça são ρ = 2700 kg/m³, c = 885 J/(kg·K) e k = 165 W/(m·K).

(a) Calcule a emissividade e a absortividade da peça quando ela é colocada na fornalha com sua temperatura inicial de 25°C.
(b) Determine o fluxo térmico líquido para a peça nesta condição inicial. Qual é a correspondente taxa de variação da temperatura da peça, dT/dt?
(c) Usando uma rotina computacional para o cálculo de bandas de emissão, calcule e represente graficamente a emissividade da peça como uma função da temperatura no intervalo entre 25 e 750°C.
(d) Supondo a aplicabilidade do método da capacitância global, calcule o tempo necessário para a peça atingir 725°C. Use o código da parte (c) para representar a emissividade como uma função da temperatura da peça.
(e) Calcule o tempo para a peça resfriar de 750°C até uma temperatura segura para o toque de 40°C, se a vizinhança e a temperatura do ar forem de 25°C e o coeficiente convectivo igual a 100 W/(m²·K).
(f) Supondo que a temperatura da peça aumente de 725°C para 750°C durante um período de 5 min de têmpera, após o qual o resfriamento é iniciado, esboce o histórico da temperatura da peça do início do aquecimento ao final do resfriamento. Identifique características chaves do processo e determine o tempo total necessário. Justifica-se a utilização do método da capacitância global?

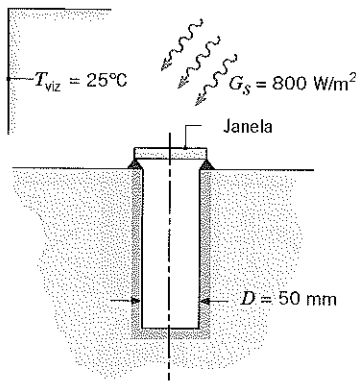
12.105 Após serem cortadas de um grande lingote monocristalino e polidas, pastilhas de silício passam por um processo de têmpera a alta temperatura. Uma técnica para o aquecimento das pastilhas é a irradiação de sua superfície superior usando lâmpadas de tungstênio-halogênio de alta intensidade com uma distribuição espectral que se aproxima à de um corpo negro a 2800 K. Para determinar a potência da lâmpada e a taxa na qual a radiação é absorvida pela pastilha, o projetista do equipamento necessita conhecer a sua absortividade como uma função da temperatura. O silício é um material semicondutor que exibe um *limite de banda* característico e sua absortividade espectral pode ser idealizada como mostrado na figura. A temperaturas baixas e moderadas, o silício é semitransparente e tem comprimentos de onda maiores do que o do limite de banda, mas se torna quase opaco acima de 600°C.

(a) Quais são os limites de 1% da banda espectral que inclui 98% da radiação de corpo negro correspondente à distribuição espectral das lâmpadas? Em qual região espectral você precisa conhecer a absortividade espectral?
(b) Como você espera que a absortividade total do silício varie como uma função de sua temperatura? Esboce a variação e explique suas principais características.
(c) Calcule a absortividade total da pastilha de silício para a irradiação das lâmpadas e cada uma das cinco temperaturas mostradas na figura. Destes dados, calcule a emissividade da pastilha a 600 e 900°C. Explique os seus resultados e o porque da emissividade variar com a temperatura.
(d) Se a pastilha estiver no vácuo e a troca radiante somente ocorrer em uma face, qual é a irradiação necessária para manter a temperatura da pastilha em 600°C.

Radiação Ambiental

12.106 Irradiação solar de 1100 W/m² incide sobre um grande telhado metálico horizontal e plano, em um dia no qual o vento ao soprar sobre o telhado causa um coeficiente de transferência de calor por convecção de 25 W/(m²·K). A temperatura do ar exterior é de 27°C, a absortividade da superfície metálica para a radiação solar incidente é de 0,60, a emissividade da superfície metálica é de 0,20 e a parte inferior do telhado encontra-se termicamente isolada.

(a) Estime a temperatura do telhado sob condições de regime estacionário.

[(b)] Explore o efeito de variações na absortividade, na emissividade e no coeficiente convectivo sobre a temperatura do telhado em condições de regime estacionário.

12.107 Uma cavidade profunda, com 50 mm de diâmetro, apresenta um comportamento que se aproxima do comportamento de um corpo negro. Ela é mantida a 250°C quando exposta à irradiação solar com 800 W/m², com a vizinhança e o ar ambiente a 25°C. Uma janela fina com transmissividade e refletividade espectrais de 0,9 e 0,0, respectivamente, na faixa espectral compreendida entre 0,2 e 4 μm, é colocada sobre a abertura da cavidade. Na região espectral além de 4 μm, a janela se comporta como um corpo cinza, opaco e difuso, com emissividade de 0,95. Supondo que o coeficiente de transferência de calor por convecção sobre a superfície superior da janela seja de 10 W/(m²·K), determine a temperatura da janela e a potência necessária para manter a cavidade a uma temperatura de 250°C.

12.108 Considere o coletor solar tubular, com vácuo, descrito na parte (d) do Problema 1.73 do Capítulo 1. Com o objetivo de maximizar a eficiência do coletor, quais são as características radiantes espectrais desejadas para o tubo externo e para o tubo interno?

12.109 Um fluxo solar de 900 W/m² incide sobre o lado superior de uma placa cuja superfície possui uma absortividade solar de 0,9 e uma emissividade de 0,1. O ar e a vizinhança estão a 17°C, e o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a placa e o ar é de 20 W/(m²·K). Admitindo que o lado inferior da placa esteja isolado termicamente, determine a temperatura da placa em condições de regime estacionário.

12.110 Considere uma superfície cinza e opaca, cuja absortividade direcional é de 0,8 para $0 \leq \theta \leq 60°$ e de 0,1 para $\theta > 60°$. A superfície é horizontal e está exposta à irradiação solar com os componentes direto e difuso.

(a) Qual é a absortividade da superfície para a radiação solar direta que incide com um ângulo de 45° em relação à normal? Qual é a absortividade para a irradiação difusa?

(b) Desprezando a transferência de calor por convecção entre a superfície e o ar na vizinhança, qual seria a temperatura de equilíbrio da superfície se os componentes direto e difuso da irradiação fossem 600 e 100 W/m², respectivamente? A parte inferior da superfície está isolada.

12.111 A placa absorvedora de um coletor solar pode ser coberta com um material opaco cuja absortividade direcional espectral é caracterizada por relações da forma

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta) = \alpha_1 \cos\theta \qquad \lambda < \lambda_c$$

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta) = \alpha_2 \qquad \lambda > \lambda_c$$

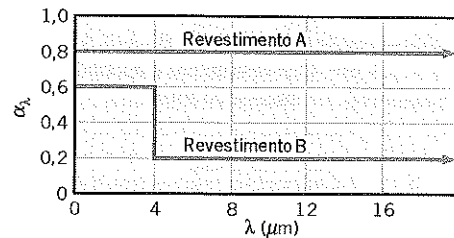
O ângulo de zênite θ é formado pelos raios do sol e a normal à placa e α_1 e α_2 são constantes.

(a) Obtenha uma expressão para a absortividade hemisférica total, α_S, da placa em relação à radiação solar incidente com $\theta = 45°$. Calcule α_S para $\alpha_1 = 0,93$, $\alpha_2 = 0,25$ e um comprimento de onda de salto de $\lambda_c = 2$ μm.

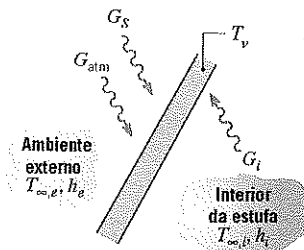
(b) Obtenha uma expressão para a emissividade hemisférica total ε da placa. Calcule ε para uma temperatura da placa de $T_p = 60°$C e os valores especificados para α_1, α_2 e λ_c.

(c) Para um fluxo solar de $q_s'' = 1000$ W/m² incidente com $\theta = 45°$ e os valores especificados de α_1, α_2, λ_c e T_p, qual é o fluxo térmico radiante líquido, $q''_{líq}$, para a placa?

[(d)] Usando as condições especificadas e uma rotina computacional para estimar $F_{(0\to\lambda c)}$, explore o efeito de λ_c em α_S, ε e $q''_{líq}$ no intervalo de comprimentos de onda $0,7 \leq \lambda_c \leq 5$ μm.

12.112 Um empreiteiro deve selecionar um material para cobertura de telhado entre dois revestimentos opacos e difusos com $\alpha_\lambda(\lambda)$ como mostrado. Qual dos dois revestimentos irá resultar em uma temperatura do telhado menor? O que é preferível para uma utilização no verão? E no inverno? Esboce a distribuição espectral de α_λ que seria ideal para o uso no verão. E para o uso no inverno.

12.113 Não é incomum que as temperaturas do céu durante a noite em regiões desérticas caiam até –40°C. Se a temperatura do ar ambiente é de 20°C e o coeficiente convectivo em condições de ar sem movimentação é de aproximadamente 5 W/(m²·K), pode a água em um recipiente raso congelar?

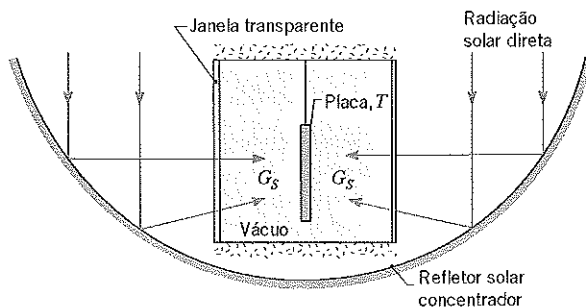
12.114 A radiação vinda da atmosfera ou do céu pode ser estimada como uma fração da radiação de corpo negro correspondente à temperatura do ar próxima ao solo, T_{ar}. Isto é, a irradiação vinda do céu pode ser representada por $G_{céu} = \varepsilon_{céu}\sigma T_{ar}^4$ e para um céu noturno limpo, a emissividade é correlacionada por uma expressão com a forma $\varepsilon_{céu} = 0,741 + 0,0062T_{po}$, onde T_{po} é a temperatura do ponto de orvalho (°C). Seja uma placa plana exposta ao céu noturno em um ar ambiente a 15°C com uma umidade relativa de 70%. Suponha que a parte de trás da placa esteja isolada e que o coeficiente convectivo na parte frontal possa ser estimado pela correlação $\bar{h}(\text{W/(m}^2\cdot\text{K))} = 1,25\Delta T^{1/3}$, onde ΔT é o valor absoluto da diferença de temperaturas entre a placa e o ar. Haverá a formação de orvalho sobre a placa se a superfície for (a) limpa e metálica com $\varepsilon = 0,23$ e (b) pintada com $\varepsilon = 0,85$?

12.115 Uma fina lâmina de vidro é utilizada no telhado de uma estufa e é irradiada conforme ilustrado.

A irradiação compreende o fluxo solar total G_S, o fluxo G_{atm} devido à emissão atmosférica (radiação do céu) e o fluxo G_i devido à emissão das superfícies internas. Os fluxos G_{atm} e G_i es-

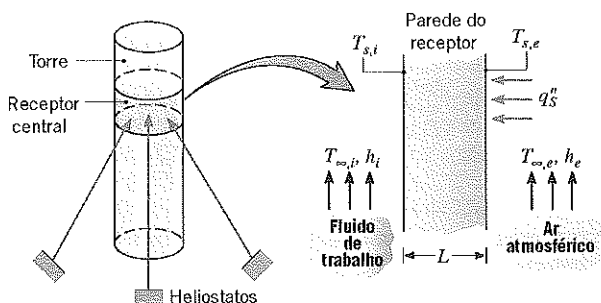
tão concentrados na região IV distante ($\lambda \geqslant 8\ \mu$m). O vidro também pode trocar energia por convecção com as atmosferas no exterior e no interior da estufa. O vidro pode ser considerado totalmente transparente para $\lambda < 1\ \mu$m ($\tau_\lambda = 1{,}0$ para $\lambda < 1\ \mu$m) e opaco, com $\alpha_\lambda = 1{,}0$ para $\lambda \geq 1\ \mu$m.

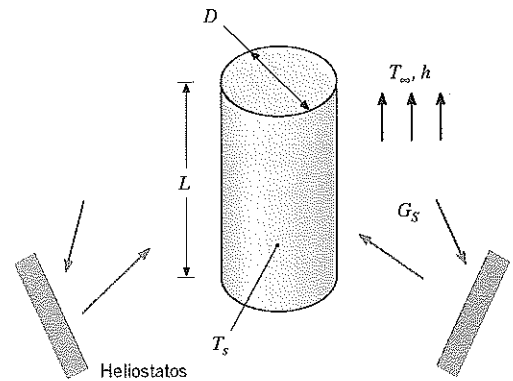
(a) Admitindo condições de regime estacionário, com todos os fluxos radiantes uniformemente distribuídos ao longo das superfícies e o vidro caracterizado por uma temperatura uniforme T_v, escreva um balanço de energia apropriado para uma área unitária do vidro.

(b) Para $T_v = 27°$C, $h_i = 10$ W/(m²·K), $G_S = 1100$ W/m², $T_{\infty,e} = 24°$C, $h_e = 55$ W/(m²·K), $G_{atm} = 250$ W/m² e $G_i = 440$ W/m², calcule a temperatura do ar ambiente no interior da estufa, $T_{\infty,i}$.

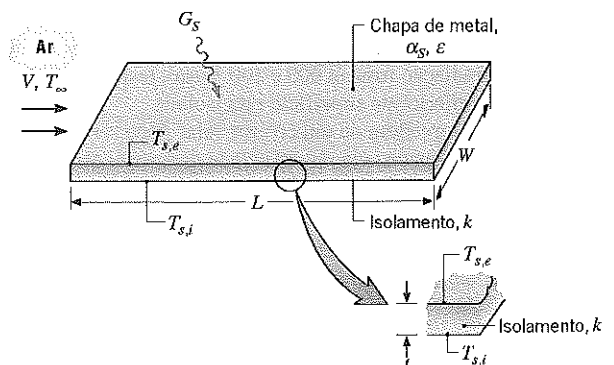
12.116 Um forno solar é formado por uma câmara onde há vácuo com janelas transparentes, através das quais passa radiação solar concentrada. A concentração pode ser obtida pela instalação do forno no ponto focal de um grande refletor curvo que acompanha a radiação incidente diretamente do sol. O forno pode ser usado para avaliar o comportamento de materiais a elevadas temperaturas, e desejamos projetar um experimento para avaliar a durabilidade de um revestimento difuso e espectralmente seletivo com $\alpha_\lambda = 0{,}95$ no intervalo $\lambda \leq 4{,}5\ \mu$m e $\alpha_\lambda = 0{,}03$ para $\lambda > 4{,}5\ \mu$m. O revestimento é aplicado sobre uma placa que é pendurada no interior do forno.

(a) Se o experimento deve ser realizado com a placa a uma temperatura, em regime estacionário, de $T = 2000$ K, qual deve ser a irradiação solar G_S suprida à câmara? A irradiação pode ser considerada uniformemente distribuída sobre a superfície da placa e outras fontes da radiação incidente podem ser desprezadas.

(b) A irradiação solar pode ser *ajustada* de forma a permitir a operação ao longo de uma faixa de temperaturas na placa. Calcule e represente graficamente G_S como uma função da temperatura para $500 \leq T \leq 3000$ K. Represente graficamente os valores correspondentes de α e ε como funções de T na faixa designada.

12.117 Na concepção de um receptor central para coleta de energia solar, um grande número de heliostatos (refletores) fornece um fluxo solar concentrado de $q''_s = 80000$ W/m² a um receptor, que se encontra posicionado no topo de uma torre.

A parede do receptor recebe um fluxo solar sobre a sua superfície externa, que está exposta ao ar atmosférico, com $T_{\infty,e} = 300$ K e $h_e = 25$ W/(m²·K). A superfície externa é opaca e difusa, com uma absortividade espectral de $\alpha_\lambda = 0{,}9$ para $\lambda < 3\ \mu$m e $\alpha_v = 0{,}2$ para $\lambda > 3\ \mu$m. A superfície interna está em contato com um fluido de trabalho (um líquido pressurizado) com $T_{\infty,i} = 700$ K e $h_i = 1000$ W/(m²·K). A superfície externa também está exposta a uma vizinhança a $T_{viz} = 300$ K. Se a parede é fabricada com um material resistente a altas temperaturas com $k = 15$ W/(m·K), qual é a espessura mínima L necessária para assegurar que a temperatura da superfície externa não exceda $T_{s,e} = 1000$ K? Qual é a eficiência de coleta associada a essa espessura?

12.118 Considere que o receptor central do Problema 12.117 seja uma casca cilíndrica com diâmetro externo $D = 7$ m e comprimento $L = 12$ m. A superfície externa é opaca e difusa, com uma absortividade espectral de $\alpha_\lambda = 0{,}9$ para $\lambda < 3\ \mu$m e $\alpha_\lambda = 0{,}2$ para $\lambda > 3\ \mu$m. Esta superfície está exposta ao ar ambiente *quiescente*, com $T_\infty = 300$ K.

(a) Considere condições de operação representativas nas quais irradiação solar com $G_S = 80.000$ W/m² é uniformemente distribuída ao longo da superfície receptora, que se encontra a uma temperatura de $T_s = 800$ K. Determine a taxa na qual a energia é coletada pelo receptor e a eficiência correspondente do coletor.

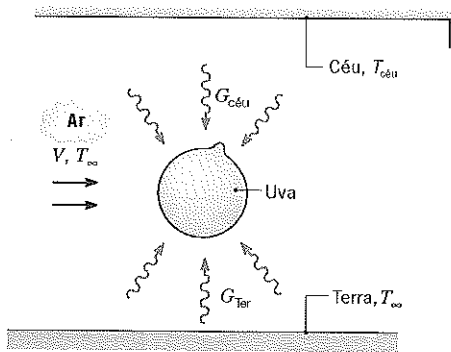
(b) A temperatura superficial é afetada pelas condições internas no receptor. Para $G_S = 80.000$ W/m², calcule e represente graficamente a taxa de coleta de energia e a eficiência do coletor para $600 \leq T_s \leq 1000$ K.

12.119 O teto plano do compartimento refrigerado de um caminhão para transporte de alimentos possui um comprimento $L = 5$ m e uma largura $W = 2$ m. Ele é fabricado com uma fina chapa metálica, à qual está fixada uma chapa de material isolante com espessura $t = 25$ mm e condutividade térmica $k = 0{,}05$ W/(m·K). Durante uma operação normal, o caminhão se move a uma velocidade $V = 30$ m/s em ar a $T_\infty = 27°$C, com uma irradiação solar sobre a parte superior do teto de $G_S = 900$ W/m² e com a temperatura da superfície interna do teto mantida a $T_{s,i} = -13°$C.

(a) O proprietário do caminhão tem a opção de selecionar um revestimento para o teto entre as três tintas que estão listadas na Tabela A.12 [Preto(Parsons), Branco (Acrílica), ou Branco (Óxido de Zinco)]. Qual deve ser o escolhido, e por quê?

(b) Com a tinta escolhida na parte (a), determine o valor da temperatura da superfície externa $T_{s,e}$ em condições de regime estacionário. A camada-limite é perturbada na aresta frontal do teto, de tal forma que pode ser considerada a existência de escoamento turbulento ao longo de todo o teto. As propriedades do ar podem ser tomadas como sendo $\nu = 15 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0{,}026$ W/(m·K) e $Pr = 0{,}71$.

(c) Qual é a carga (W) imposta ao sistema de refrigeração devido à transferência de calor através do teto?

[(d)] Explore o efeito da velocidade do caminhão sobre a temperatura da superfície externa e sobre a carga térmica.

12.120 Plantadores usam ventiladores gigantescos para evitar o congelamento de uvas quando a temperatura efetiva do céu é baixa. A uva, que pode ser vista como uma fina película, com resistência térmica desprezível que encerra um volume de água açucarada, está exposta ao ar ambiente e é irradiada pelo céu e pelo solo. Considere a uva uma esfera isotérmica com 15 mm de diâmetro e admita irradiação de corpo negro uniforme sobre os seus hemisférios superior e inferior devido às emissões do céu e da terra, respectivamente.

(a) Deduza uma expressão para a taxa de variação da temperatura da uva. Expresse o seu resultado em termos de um coeficiente convectivo e de temperaturas e grandezas radiantes apropriadas.

(b) Sob condições nas quais $T_{céu} = 235$ K, $T_\infty = 273$ K e o ventilador está desligado ($V = 0$), determine se as uvas irão congelar. Com uma boa aproximação, a emissividade da película é igual a 1 e as propriedades termofísicas da uva são aquelas da água sem açúcar. Entretanto, devido à presença do açúcar, as uvas congelam a -5°C.

(c) Com todas as demais condições permanecendo sem alteração, com exceção do fato de que agora os ventiladores estão operando e proporcionando uma $V = 1$ m/s, as uvas irão congelar?

12.121 Um disco metálico circular, com diâmetro de 0,4 m, é firmemente posicionado contra o solo em uma região estéril, horizontal, onde a terra está a uma temperatura de 280 K. A temperatura efetiva do céu também é de 280 K. O disco está exposto ao ar ambiente quiescente a 300 K e à irradiação solar direta de 745 W/m². A superfície do disco é difusa com $\varepsilon_\lambda = 0{,}9$ para $0 < \lambda < 1$ μm e $\varepsilon_\lambda = 0{,}2$ para $\lambda > 1$ μm. Após o transcorrer de algum tempo, o disco atinge uma temperatura uniforme e em regime estacionário. A condutividade térmica do solo é de 0,52 W/(m·K).

(a) Determine a fração da irradiação solar incidente que é absorvida.

(b) Qual é a emissividade da superfície do disco?

(c) Para uma temperatura do disco em condições de regime estacionário de 340 K, empregue uma correlação apropriada para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção natural médio na superfície superior do disco.

(d) Mostre que de fato uma temperatura do disco de 340 K indica uma condição de regime estacionário para o disco.

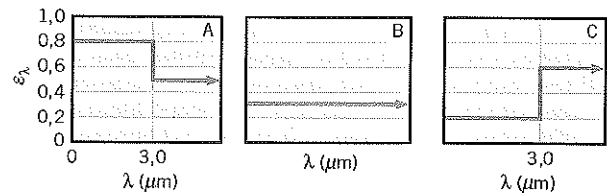
12.122 Um gato da vizinhança gosta de dormir sobre o telhado de nosso barracão no fundo do quintal. A superfície do telhado é de uma folha metálica galvanizada gasta pelo tempo ($\varepsilon = 0{,}65$ e $\alpha_S = 0{,}8$). Considere um dia de primavera frio quando o ar ambiente esteja a 10°C e o coeficiente convectivo possa ser estimado pela correlação empírica com a forma $\bar{h} = 1{,}0\Delta T^{1/3}$, onde ΔT é a diferença entre as temperaturas da superfície e do ambiente. Suponha que a temperatura do céu seja de -40°C.

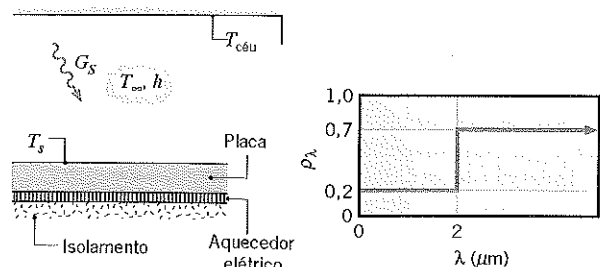
(a) Admitindo que a parte de baixo do telhado seja isolada termicamente, calcule a temperatura do telhado quando a irradiação solar é de 600 W/m². O gato irá se sentir a vontade para dormir nestas condições?

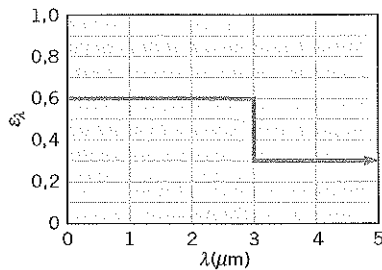
(b) Considere o caso no qual a parte de baixo do telhado não é isolada, mas está exposta ao ar ambiente com a mesma relação para o coeficiente convectivo e troca radiação com o chão, também a temperatura do ar ambiente. Calcule a temperatura do telhado e comente se o telhado será um local confortável para o gato cochilar.

12.123 A superfície exposta de um amplificador de potência de um receptor utilizado em um satélite terrestre, com área de 130 mm por 130 mm, tem um revestimento opaco, cinza e difuso, com uma emissividade de 0,5. Para condições típicas de operação do amplificador, a temperatura superficial é de 58°C sob as seguintes condições ambientais: temperatura do ar, $T_\infty = 27$°C; temperatura do céu, $T_{céu} = -20$°C; coeficiente convectivo, $h = 15$ W/(m²·K); e irradiação solar, $G_S = 800$ W/m².

(a) Para as condições fornecidas, determine a potência elétrica sendo gerada no interior do amplificador.

(b) Deseja-se reduzir a temperatura da superfície através da aplicação de um dos revestimentos difusos (A,B,C) mostrados a seguir.

Qual revestimento irá resultar na temperatura superficial mais fria mantidas as mesmas condições de operação do amplificador e condições ambientais?

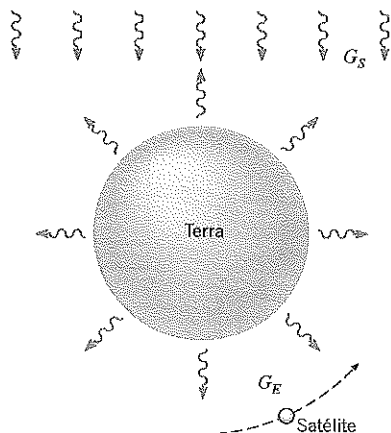
12.124 Considere uma placa delgada opaca e horizontal, com um aquecedor elétrico na sua superfície inferior. A superfície frontal está exposta ao ar ambiente a 20°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 10 W/(m²·K), uma irradiação solar de 600 W/m² e uma temperatura efetiva do céu de -40°C.

Qual é a potência elétrica (W/m²) necessária para manter a temperatura superficial da placa em $T_s = 60$°C, sendo a placa difusa e com a refletividade hemisférica espectral mostrada na figura?

12.125 A asa de alumínio oxidado de um avião tem um comprimento de corda de $L_c = 4$ m e uma emissividade hemisférica espectral caracterizada pela distribuição mostrada na figura.

(a) Considere condições nas quais o avião está em terra onde a temperatura do ar é de 27°C, a irradiação solar é de 800 W/m² e a temperatura do céu efetiva é de 270 K. Se ar estiver quiescente, qual é a temperatura da superfície superior da asa? A asa pode ser aproximada por uma placa plana horizontal.

(b) Quando o avião está voando a uma altitude de aproximadamente 9000 m e a uma velocidade de 200 m/s, a temperatura do ar, a irradiação solar e a temperatura efetiva do sol são −40°C, 1100 W/m² e 235K, respectivamente. Qual é a temperatura da superfície superior da asa? As propriedades do ar podem ser aproximadas como $\rho = 0{,}470$ kg/m³, $\mu_q = 1{,}50 \times 10^{-5}$ N·s/m², $k = 0{,}021$ W/(m·K) e Pr = 0,72.

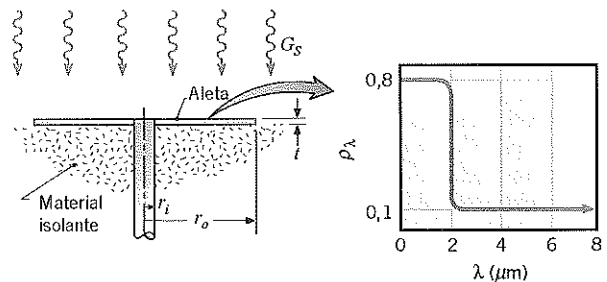
Radiação no Espaço

12.126 Duas placas, uma com a superfície pintada de preto e a outra com um revestimento especial (cobre oxidado quimicamente), estão em órbita da terra e estão exposta à radiação solar. Os raios solares fazem um ângulo de 30° com as normais das placas. Estime a temperatura de equilíbrio de cada placa, supondo que elas são difusas e que o fluxo solar é de 1353 W/m². A absortividade espectral da superfície pintada de preto pode ser aproximada por $\alpha_\lambda = 0{,}95$ para $0 \leq \lambda \leq \infty$ e a do revestimento especial por $\alpha_\lambda = 0{,}95$ para $0 \leq \lambda \leq 3$ μm e $\alpha_\lambda = 0{,}05$ para $\lambda \geq 3$ μm.

12.127 Um satélite esférico com diâmetro D encontra-se em órbita ao redor da Terra e é revestido por um material difuso, que possui absortividade espectral $\alpha_\lambda = 0{,}6$ para $\lambda \leq 3$ μm e $\alpha_\lambda = 0{,}3$ para $\lambda > 3$ μm. Quando o satélite se encontra no lado "escuro" da Terra, ele vê somente a irradiação a partir da superfície da Terra. Essa irradiação pode ser suposta incidindo como raios paralelos e com uma magnitude de $G_T = 340$ W/m². No lado "iluminado" da Terra, o satélite vê a irradiação terrestre G_T mais a irradiação solar $G_S = 1353$ W/m². A distribuição espectral da radiação terrestre pode ser aproximada pela emitida por um corpo negro a 280 K e pode ser admitido que a temperatura do satélite permanece inferior a 500 K.

Qual é a temperatura do satélite em condições de regime estacionário quando ele se encontra no lado escuro da Terra e quando ele se encontra no lado iluminado da Terra?

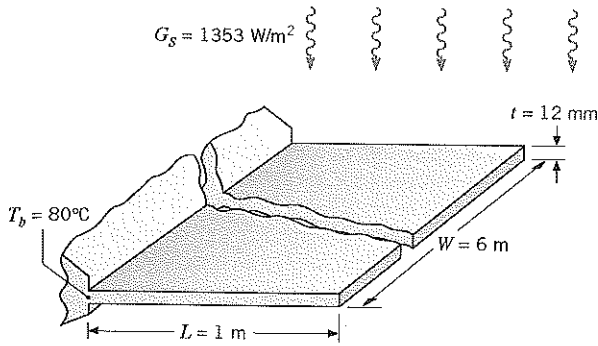
12.128 Um radiador de uma estação de potência solar em um satélite deve dissipar o calor gerado no interior do satélite através de sua radiação para o espaço. A superfície do radiador possui uma absortividade solar de 0,5 e uma emissividade de 0,95. Qual é a temperatura superficial, em condições de equilíbrio, quando a irradiação solar é de 1000 W/m² e a dissipação de calor necessária é de 1500 W/m²?

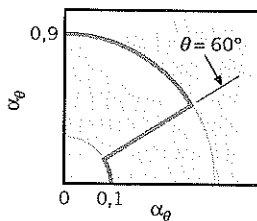
12.129 Um satélite esférico em órbita próxima à terra está exposto à irradiação solar de 1353 W/m². Para manter uma temperatura operacional desejada, o engenheiro de controle térmico pensa em usar um padrão de cobertura quadriculada no qual uma fração F da superfície do satélite é coberta por um filme de alumínio depositado por evaporação ($\varepsilon = 0{,}03$ e $\alpha_S = 0{,}09$) e a fração $(1 - F)$ é coberta por uma tinta branca de óxido de zinco ($\varepsilon = 0{,}85$ e $\alpha_S = 0{,}22$). Suponha que o satélite seja isotérmico e não apresente dissipação interna de potência. Determine a fração F do padrão de cobertura quadriculada necessária para manter o satélite a 300 K.

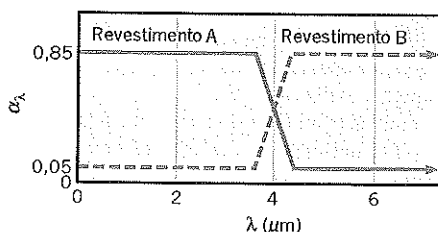
12.130 Uma aleta anular com espessura t é usada como um radiador para dissipar calor de um sistema de potência espacial. A aleta tem sua parte inferior termicamente isolada e pode estar exposta à irradiação solar G_S. A aleta está revestida com um material difuso espectralmente seletivo, cuja refletividade espectral é especificada.

O calor é conduzido para a aleta através de um bastão sólido de raio r_i e a superfície superior da aleta (superfície exposta) irradia para o espaço livre, que pode ser considerado a uma temperatura igual ao zero absoluto.

(a) Se a condução através do bastão mantém uma temperatura na base da aleta de $T(r_i) = T_b = 400$ K e a eficiência da aleta é de 100%, qual é a taxa de dissipação de calor em uma aleta com raio $r_e = 0{,}5$ m? Considere dois casos. No primeiro, o radiador está exposto ao sol com $G_S = 1000$ W/m²; e no segundo sem exposição ($G_S = 0$).

(b) Na prática, a eficiência da aleta será inferior a 100% e a sua temperatura irá diminuir com o aumento do raio. Partindo de um volume de controle apropriado, deduza a equação diferencial que determine a distribuição radial de temperaturas na aleta em condições de regime estacionário. Especifique as condições de contorno apropriadas.

12.131 Uma placa retangular de espessura t, comprimento L e largura W é proposta para ser usada como um dissipador radiante (radiador) em uma nave espacial. O material da placa tem uma condutividade térmica de 300 W/(m²·K), uma absortividade solar de 0,45 e uma emissividade de 0,9. O dissipador está exposto à radiação solar somente em sua superfície superior, enquanto ambas as superfícies estão expostas ao espaço a uma temperatura de 4 K.

(a) Se a base do dissipador é mantida a 80°C, quais são a temperatura em sua extremidade e a taxa de transferência de calor dissipada? Use um método de diferenças finitas, apoiado em um código computacional, com um incremento no espaço de 0,1 m para obter a sua solução.
(b) Repita os cálculos da parte (a) para o caso no qual a espaçonave encontra-se no lado escuro da terra e não está exposta ao sol.
(c) Use o seu código computacional para calcular a taxa de transferência de calor e a temperatura na extremidade para $G_S = 0$ e um valor extremamente elevado da condutividade térmica. Compare os seus resultados com aqueles obtidos em um cálculo manual que supõe o dissipador a uma temperatura uniforme T_b. Qual outra abordagem você poderia usar para validar o seu código?

12.132 A absortividade direcional de uma superfície cinza varia com θ como a seguir.

(a) Qual é a razão entre a absortividade normal α_n e a emissividade hemisférica da superfície?
(b) Considere uma placa com essas características superficiais em ambos os lados, que se encontra em órbita da Terra. Se o fluxo solar incidente sobre um dos lados da placa é de $q_s'' = 1353$ W/m², qual será a temperatura de equilíbrio que a placa irá atingir se ela estiver orientada em posição normal aos raios solares? Qual é a temperatura que ela irá atingir se estiver orientada a 75° dos raios solares?

12.133 Dois revestimentos especiais estão disponíveis para aplicação em uma placa de absorção instalada abaixo da cobertura de vidro descrita no Exemplo 12.8. Cada um dos revestimentos é difuso e caracterizado pela distribuição espectral mostrada a seguir.

Qual revestimento você selecionaria para a placa de absorção? Explique sucintamente. Para o revestimento selecionado, qual é a taxa na qual a radiação é absorvida, por unidade de área da placa de absorção, se a irradiação solar total na cobertura de vidro for de $G_S = 1000$ W/m²?

12.134 Considere o satélite esférico do Problema 12.127. Ao invés do satélite completo ser revestido por um material que é espectralmente seletivo, metade do satélite é coberto com um revestimento cinza difuso caracterizado por $\alpha_1 = 0{,}6$. A outra metade do satélite é coberta com um material cinza difuso com $\alpha_2 = 0{,}3$.
(a) Determine a temperatura do satélite em regime estacionário quando o satélite encontra-se no lado iluminado da Terra com a cobertura de alta absortividade voltada para o sol. Determine a temperatura do satélite em regime estacionário quando a cobertura de baixa absortividade está voltada para o sol. *Sugestão:* Suponha que um hemisfério do satélite seja irradiado pelo sol e o hemisfério oposto seja irradiado pela Terra.
(b) Determine a temperatura do satélite em regime estacionário quando o satélite encontra-se no lado escuro da Terra com a cobertura de alta absortividade voltada para a Terra. Determine a temperatura do satélite em regime estacionário quando a cobertura de baixa absortividade está voltada para a Terra.
(c) Identifique um esquema para minimizar as variações de temperatura do satélite na medida em que ele viaja entre os lados iluminado e escuro da Terra.

12.135 Uma cápsula esférica com 3 m de raio é atirada de uma plataforma espacial na órbita terrestre, de tal forma que ela viaja na direção do centro do sol a 16000 km/s. Suponha que a cápsula seja um corpo de capacitância global com um produto da massa específica pelo calor específico igual a 4×10^6 J/(m³·K) e que a sua superfície seja preta.
(a) Deduza uma equação diferencial para prever a temperatura da cápsula como uma função do tempo. Resolva esta equação para obter a temperatura como uma função do tempo, em termos dos parâmetros da cápsula e de sua temperatura inicial T_i.
(b) Se a cápsula inicia a sua jornada a 20°C, preveja a posição da cápsula em relação ao sol na qual a sua temperatura de destruição, 150°C, é atingida.

12.136 Considere o satélite esférico do Problema 12.127. Mudando a química do material difuso usado como revestimento, os engenheiros podem controlar o *comprimento de onda do salto* que marca o limite entre $\alpha_\lambda = 0{,}6$ e $\alpha_\lambda = 0{,}3$.
(a) Qual comprimento de onda de salto irá minimizar a temperatura em regime estacionário do satélite quando ele encontra-se no lado iluminado da Terra. Usando esse revestimento, qual será a temperatura em regime estacionário no lado escuro da Terra?
(b) Qual comprimento de onda de salto irá maximizar a temperatura em regime estacionário do satélite quando ele encontra-se no lado escuro da Terra. Qual será a temperatura em regime estacionário correspondente no lado iluminado da Terra?

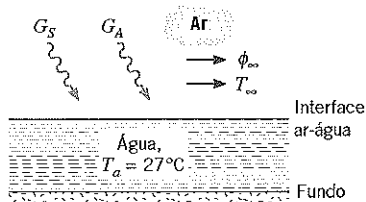
12.137 Um painel solar montado em uma espaçonave tem uma área de 1 m² e uma eficiência de conversão de energia solar para energia elétrica de 12%. O lado do painel com o conjunto fotovoltaico tem uma emissividade de 0,8 e uma absortividade solar de 0,8. A parte de trás do painel tem uma emissividade de 0,7. O conjunto está orientado de forma a estar normal à irradiação solar de 1500 W/m².
(a) Determine a temperatura em regime estacionário do painel e a potência elétrica (W) produzida nas condições especificadas.
(b) Se o painel fosse uma placa fina sem as células solares, porém com as mesmas propriedades radiantes, determine a temperatura da placa nas condições especificadas. Compa-

re esse resultado com o da parte (a). Eles são iguais ou diferentes? Explique por quê.

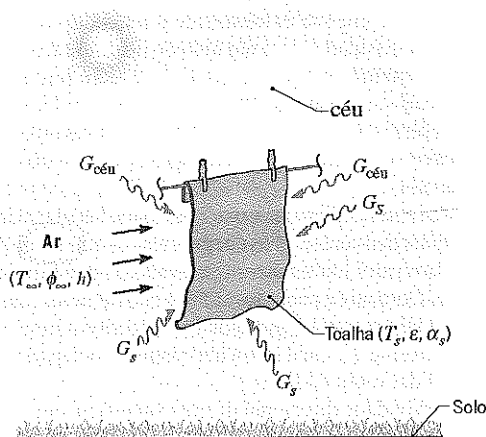
(c) Determine a temperatura do painel solar 1500 s após ele ser eclipsado pela Terra. A capacidade térmica do painel por unidade de área é de 9000 J/(m²·K).

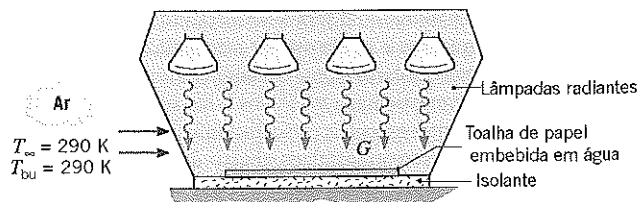
Transferência de Calor e de Massa

12.138 Sabe-se que em noites claras uma fina camada de água sobre o solo irá congelar antes que a temperatura do ar desça abaixo de 0°C. Considere tal camada de água em uma noite clara na qual a temperatura efetiva do céu é de −30°C e o coeficiente de transferência de calor por convecção devido ao vento é de h = 25 W/(m²·K). Pode-se considerar a emissividade da água igual a 1,0 e que a camada de água esteja isolada do solo no que se refere à transferência de calor por condução. Desprezando a evaporação, determine a menor temperatura que o ar pode ter sem que ocorra o congelamento da água. Levando agora em consideração o efeito da evaporação, qual é a menor temperatura que o ar pode ter sem que ocorra o congelamento da água? Admita que o ar esteja seco.

12.139 Uma fina camada de água está exposta ao ambiente natural, conforme mostrado na figura.

Considere condições nas quais as irradiações solar e atmosférica são G_S = 600 W/m² e G_A = 300 W/m², respectivamente, e a temperatura e a umidade relativa do ar são T_∞ = 27°C e ϕ_∞ = 0,50, respectivamente. As refletividades da superfície da água em relação às irradiações solar e atmosférica são ρ_S = 0,3 e ρ_A = 0, respectivamente, enquanto a emissividade superficial é ε = 0,97. O coeficiente de transferência de calor por convecção na interface ar-água é h = 25 W/(m²·K). Se a água está a 27°C, essa temperatura irá aumentar ou diminuir com o passar do tempo?

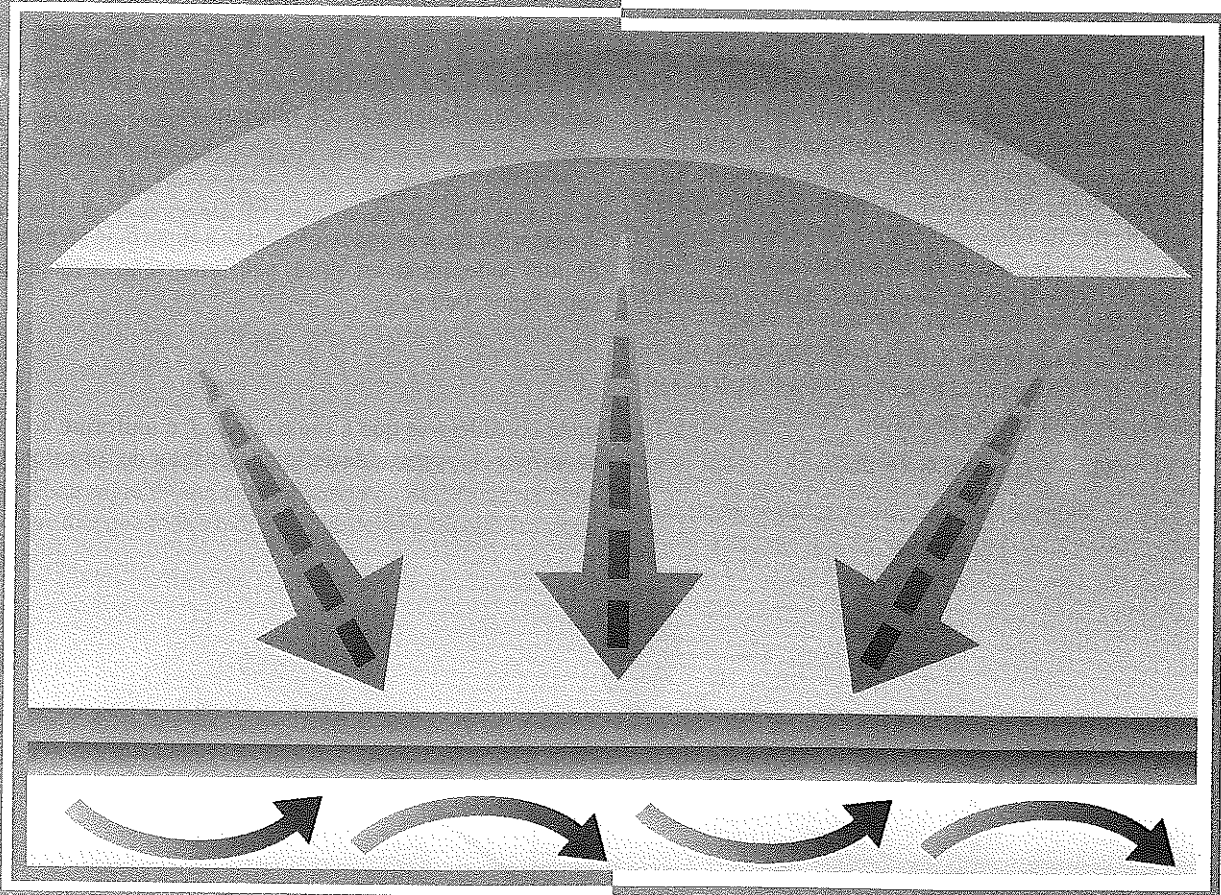
12.140 Um sistema de resfriamento de telhados, que opera mantendo uma fina película de água sobre a superfície do telhado, pode ser usado para reduzir os custos de condicionamento do ar ou para manter um ambiente mais frio em prédios sem condicionamento de ar. Para determinar a efetividade de tal sistema, considere um telhado formado por uma lâmina metálica com absortividade solar α_S igual a 0,50 e emissividade hemisférica ε de 0,3. Condições representativas correspondem a um coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície h de 20 W/(m²·K), uma irradiação solar G_S de 700 W/m², uma temperatura do céu de −10°C, uma temperatura atmosférica de 30°C e uma umidade relativa de 65%. A superfície inferior do telhado pode ser considerada isolada termicamente. Determine a temperatura da superfície do telhado sem a película de água. Admitindo que as temperaturas da película e da superfície do telhado sejam iguais, determine a temperatura da superfície com a presença da película. A absortividade solar e a emissividade hemisférica da combinação película-superfície são α_S = 0,8 e ε = 0,9; respectivamente.

12.141 Uma toalha molhada está pendurada em uma corda de roupas sob condições nas quais uma superfície recebe irradiação solar de G_S = 900 W/m² e as duas superfícies estão expostas à radiação da atmosfera (céu) e do solo de $G_{céu}$ = 200 W/m² e G_s = 250 W/m², respectivamente. Sob condições de vento moderado, o escoamento do ar, a uma temperatura de 27°C e a uma umidade relativa de 60%, mantém um coeficiente de transferência de calor por convecção de 20 W/(m²·K) em ambas as superfícies. A toalha molhada tem uma emissividade de 0,96 e uma absortividade solar de 0,65. Como uma primeira aproximação as propriedades do ar atmosférico podem ser calculadas a uma temperatura de 300 K.

Determine a temperatura T_s da toalha. Qual é a taxa de evaporação correspondente para uma toalha que tem 0,75 m de largura e 1,5 m de comprimento?

12.142 Nossos alunos efetuam um experimento de laboratório para determinar a transferência de massa em uma toalha de papel embebida em água, que experimenta convecção forçada e irradiação de lâmpadas radiantes. Para os valores de T_∞ e T_{bu} fornecidos na figura, determinou-se a temperatura da toalha igual a T_s = 310 K. Além disso, correlações para placas planas forneceram coeficientes convectivos médios de transferência de calor e de massa de $\bar{h}$ = 28,7 W/(m²·K) e $\bar{h}_m$ = 0,027 m/s, respectivamente. A toalha possui dimensões de 92,5mm × 92,5 mm e é difusa e cinza, com uma emissividade de 0,96.

(a) Com base nos resultados anteriores, determine as concentrações de vapor d'água, $\rho_{A,s}$ e $\rho_{A,\infty}$, a taxa de evaporação, n_A (kg/s), e a taxa de transferência de calor por radiação líquida para a toalha, q_{rad}(W).

(b) Usando os resultados da parte (a) e admitindo que a irradiação G é uniforme sobre a toalha, determine o poder emissivo E, a irradiação G e a radiosidade J.

CAPÍTULO 13

Troca de Radiação entre Superfícies

Tendo até então restringido nossa atenção aos processos radiantes que ocorrem em uma *única superfície*, agora analisaremos o problema da transferência de radiação entre duas ou mais superfícies. Essa transferência depende fortemente das geometrias e orientações das superfícies, assim como de suas propriedades radiantes e temperaturas. Inicialmente, admitimos que as superfícies são separadas por um *meio não-participante*. Uma vez que tal meio não emite, nem absorve ou espalha, ele não tem qualquer efeito sobre a transferência de radiação entre as superfícies. Um vácuo satisfaz essas exigências de forma exata e a maioria dos gases as satisfazem com uma excelente aproximação.

Nosso primeiro objetivo é estabelecer as características geométricas do problema da transferência radiante, desenvolvendo a noção de um *fator de forma*. Nosso segundo objetivo é desenvolver procedimentos para prever a transferência radiante entre superfícies que formam uma *cavidade*. Nós concluímos nosso estudo da troca radiante entre superfícies considerando os efeitos de um *meio participante*, notadamente um gás que se interpõe entre as superfícies que emite e absorve radiação.

13.1 O Fator de Forma

Para calcular a troca radiante entre duas superfícies quaisquer, devemos, em primeiro lugar, introduzir o conceito de *fator de forma* (também conhecido por *fator de configuração, de visão* ou *de vista*).

13.1.1 A Integral do Fator de Forma

O fator de forma F_{ij} é definido como a *fração da radiação que deixa a superfície i e é interceptada pela superfície j*. Para desenvolver uma expressão geral para F_{ij}, utilizamos as superfícies arbitrariamente orientadas A_i e A_j, mostradas na Figura 13.1. Elementos de área sobre cada superfície, dA_i e dA_j, são conectados por uma linha reta de comprimento R, que forma os ângulos polares θ_i e θ_j, respectivamente, com as normais às superfícies $\mathbf{n}_i$ e $\mathbf{n}_j$. Os valores de R, θ_i e θ_j variam com a posição dos elementos de área sobre A_i e A_j.

A partir da definição de intensidade de radiação, Seção 12.2.2, e da Equação 12.6, a taxa na qual a radiação *deixa* dA_i e é *interceptada* por dA_j pode ser escrita na forma

$$dq_{i\rightarrow j} = I_{e+r,i} \cos\theta_i \, dA_i \, d\omega_{j-i}$$

onde $I_{e+r,i}$ é a intensidade da radiação que deixa a superfície i, por emissão e reflexão, e $d\omega_{j-i}$ é o ângulo sólido subentendido por dA_j quando visto de dA_i. Com $d\omega_{j-i} = (\cos(\theta_j)\, dA_j)/R^2$ segundo a Equação 12.2, tem-se que

$$dq_{i\rightarrow j} = I_{e+r,i} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{R^2} dA_i \, dA_j$$

Admitindo que a superfície i *emite* e *reflete de forma difusa* e utilizando a Equação 12.22, obtemos então

$$dq_{i\rightarrow j} = J_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

A taxa total na qual a radiação deixa a superfície i e é interceptada por j pode, então, ser obtida pela integração ao longo das duas superfícies. Isto é,

$$q_{i\rightarrow j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

onde considera-se que a radiosidade J_i é uniforme ao longo da superfície A_i. A partir da definição do fator de forma como a fra-

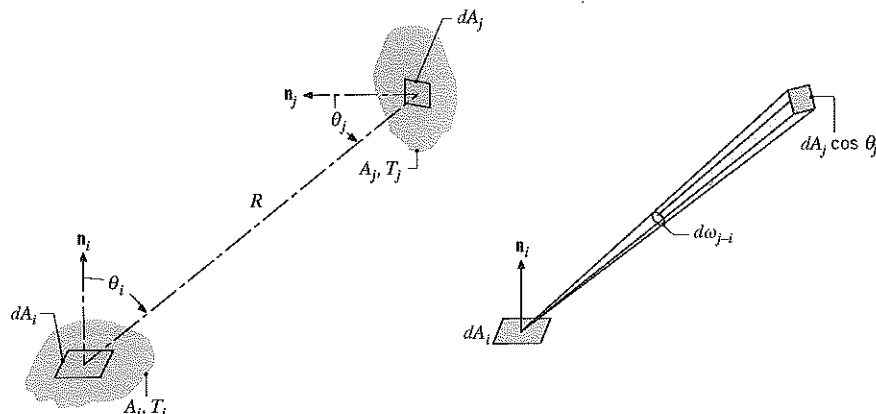



FIGURA 13.1 Fator de forma associado à troca de radiação entre elementos de superfície com áreas dA_i e dA_j.

ção da radiação que deixa A_i e é interceptada por A_j,

segue-se que

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi R^2}dA_i\,dA_j \qquad (13.1)$$

Analogamente, o fator de forma F_{ji} é definido como a fração da radiação que deixa A_j e é interceptada por A_i. O mesmo desenvolvimento fornece, então,

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j}\int_{A_i}\int_{A_j}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi R^2}dA_i\,dA_j \qquad (13.2)$$

A Equação 13.1 ou a Equação 13.2 pode ser usada para determinar o fator de forma associado a duas superfícies quaisquer que sejam *emissoras* e *refletoras difusas* e possuam *radiosidade uniforme.*

13.1.2 Relações do Fator de Forma

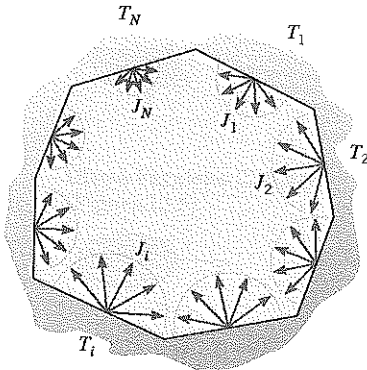
Uma relação importante do fator de forma é sugerida pelas Equações 13.1 e 13.2. Em particular, igualando as integrais que aparecem nessas equações, tem-se que

$$A_iF_{ij} = A_jF_{ji} \qquad (13.3)$$

Essa expressão, conhecida por *relação de reciprocidade*, é útil para determinar um fator de forma a partir do conhecimento do outro.

Outra relação importante do fator de forma diz respeito às superfícies de uma *cavidade fechada* (Figura 13.2). Pela definição do fator de forma, a *regra da soma*

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \qquad (13.4)$$

pode ser aplicada em cada uma das N superfícies no interior da cavidade. Essa regra é uma conseqüência da exigência de conservação que dita que toda a radiação que deixa a superfície i deve ser interceptada pelas superfícies da cavidade. O termo F_{ii}, que aparece nesse somatório, representa a fração da radiação que deixa a superfície i e é interceptada diretamente por i. Se a superfície for côncava, ela *vê a si mesma* e F_{ii} é diferente de zero. Entretanto, para uma superfície plana ou convexa, $F_{ii} = 0$.

Para calcular a troca de radiação em uma cavidade fechada com N superfícies, é necessário um total de N^2 fatores de forma. Essa exigência se torna evidente quando os fatores de forma são organizados na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ F_{N1} & F_{N2} & \cdots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

Entretanto, nem todos os fatores de forma precisam ser calculados *diretamente*. Um total de N fatores de forma pode ser obtido nas N equações associadas à aplicação da regra da soma, Equação 13.4, a cada uma das superfícies no interior da cavidade. Além disso, $N(N-1)/2$ fatores de forma podem ser obtidos por $N(N-1)/2$ aplicações da relação de reciprocidade, Equação 13.3, que são possíveis na cavidade. Conseqüentemente, apenas $[N^2 - N - N(N-1)/2] = N(N-1)/2$ fatores de forma necessitam ser determinados diretamente. Por exemplo, em uma cavidade fechada com três superfícies, essa exigência corresponde a apenas $3(3-1)/2 = 3$ fatores de forma. Os seis fatores de forma restantes podem ser obtidos pela solução das seis equações que resultam do uso das Equações 13.3 e 13.4.

Para ilustrar o procedimento anterior, considere a cavidade simples formada por duas superfícies esféricas na Figura 13.3. Embora a cavidade seja caracterizada por $N^2 = 4$ fatores de forma (F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}), apenas $N(N-1)/2 = 1$ fator de forma necessita ser determinado diretamente. Nesse caso, tal determinação pode ser feita por *inspeção*. Em particular, como toda radiação que deixa a superfície interna atinge necessariamente a superfície externa, tem-se que $F_{12} = 1$. O mesmo não pode ser dito a respeito da radiação que deixa a superfície externa, uma vez que essa superfície vê a si mesma. Contudo, a partir da relação de reciprocidade, Equação 13.3, obtemos

$$F_{21} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)F_{12} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

A partir da regra da soma, também obtemos

$$F_{11} + F_{12} = 1$$

FIGURA 13.2 Troca de radiação em uma cavidade fechada.

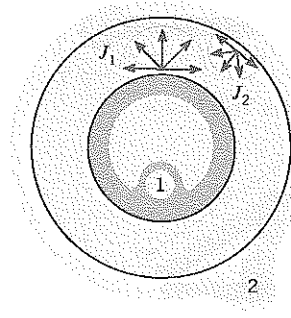
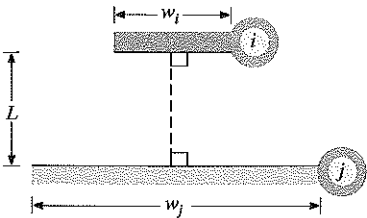
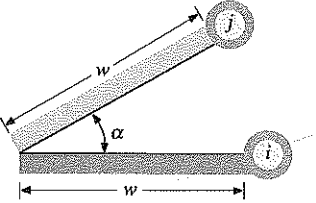
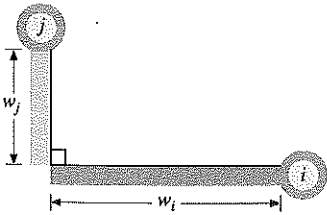
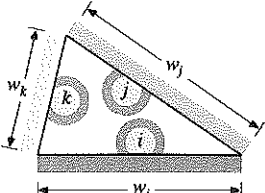



FIGURA 13.3 Fatores de forma para a cavidade formada por duas esferas.

onde $F_{11} = 0$, e

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

com

$$F_{22} = 1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

Em geometrias mais complicadas, o fator de forma pode ser determinado através da solução da integral dupla da Equação 13.1. Tais soluções foram obtidas para muitas configurações de superfície diferentes e estão disponíveis na forma de equações, gráficos e tabelas [1-4]. Resultados para várias geometrias comuns são apresentados nas Tabelas 13.1 e 13.2, e nas Figuras 13.4 a 13.6. As configurações da Tabela 13.1 são consideradas infinitamente longas (na direção perpendicular à página), sendo, portanto, bidimensionais. As configurações da Tabela 13.2 e das Figuras 13.4 a 13.6 são tridimensionais.

É útil observar que os resultados das Figuras 13.4 a 13.6 podem ser usados para determinar outros fatores de forma. Por exemplo, o fator de forma para uma superfície na extremidade de um cilindro (ou de um cone truncado) em relação à superfície lateral pode ser obtido pelo uso dos resultados da Figura 13.5 em conjunto com a regra da soma, Equação 13.4. Além disso, as Figuras 13.4 e 13.6 podem ser usadas para obter outros resultados úteis se duas relações adicionais para o fator de forma forem desenvolvidas.

A primeira relação diz respeito à natureza aditiva do fator de forma em uma superfície subdividida e pode ser inferida a partir da Figura 13.7. Considerando a radiação da superfície i para a

TABELA 13.1 Fatores de forma em geometrias bidimensionais [4]

Geometria	Relação
Placas Paralelas com Linhas Centrais Conectadas por uma Perpendicular	$F_{ij} = \dfrac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$ $W_i = w_i/L,\ W_j = w_j/L$
Placas Planas Inclinadas com Igual Largura e uma Aresta Comum	$F_{ij} = 1 - \text{sen}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$
Placas Perpendiculares com uma Aresta Comum	$F_{ij} = \dfrac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2}$
Cavidade com Três Lados	$F_{ij} = \dfrac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$

(continua)

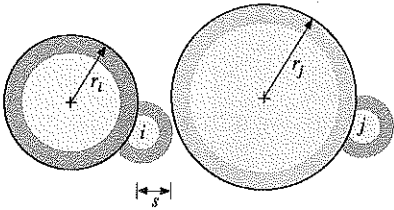
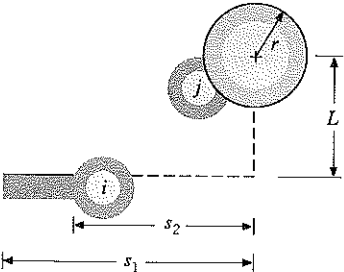
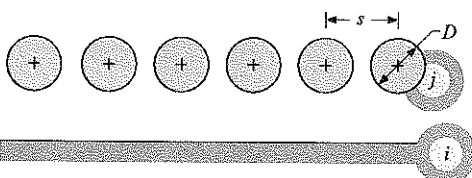
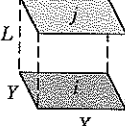
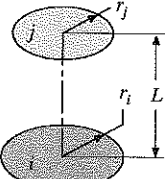
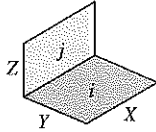
TABELA 13.1 *Continuação*

Geometria	Relação
Cilindros Paralelos com Raios Diferentes	$F_{ij} = \frac{1}{2\pi}\left\{\pi + [C^2 - (R+1)^2]^{1/2} - [C^2 - (R-1)^2]^{1/2} + (R-1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) - \left(\frac{1}{C}\right)\right] - (R+1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) + \left(\frac{1}{C}\right)\right]\right\}$ $R = r_j/r_i,\ S = s/r_i$ $C = 1 + R + S$
Cilindro e Retângulo Paralelo	$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2}\left[\tan^{-1}\frac{s_1}{L} - \tan^{-1}\frac{s_2}{L}\right]$
Placa Infinita e Linha de Cilindros	$F_{ij} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \left(\frac{D}{s}\right)\tan^{-1}\left[\left(\frac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}\right]$

TABELA 13.2 **Fatores de forma em geometrias tridimensionais [4]**

Geometria	Relação
Retângulos Paralelos Alinhados **(Figura 13.4)**	$\bar{X} = X/L,\ \bar{Y} = Y/L$ $F_{ij} = \frac{2}{\pi\bar{X}\bar{Y}}\left\{\ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2} + \bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X}\tan^{-1}\bar{X} - \bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y}\right\}$
Discos Paralelos Coaxiais (Figura 13.5)	$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$ $F_{ij} = \frac{1}{2}\{S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2}\}$

(continua)

TABELA 13.2 *Continuação*

Geometria	Relação
Retângulos Perpendiculares com uma Aresta Comum (Figura 13.6)	$H = Z/X,\ W = Y/X$ $F_{ij} = \frac{1}{\pi W}\left(W \tan^{-1}\frac{1}{W} + H \tan^{-1}\frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4}\ln\left\{\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2}\left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)}\right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)}\right]^{H^2}\right\}\right)$

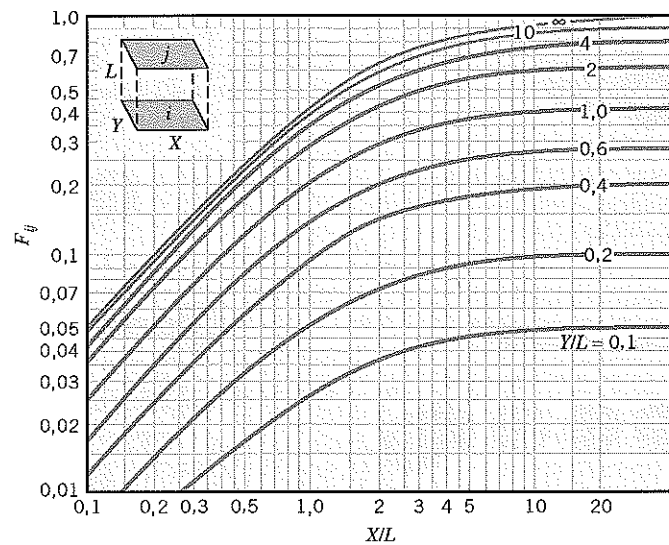



FIGURA 13.4 Fatores de forma para retângulos paralelos alinhados.

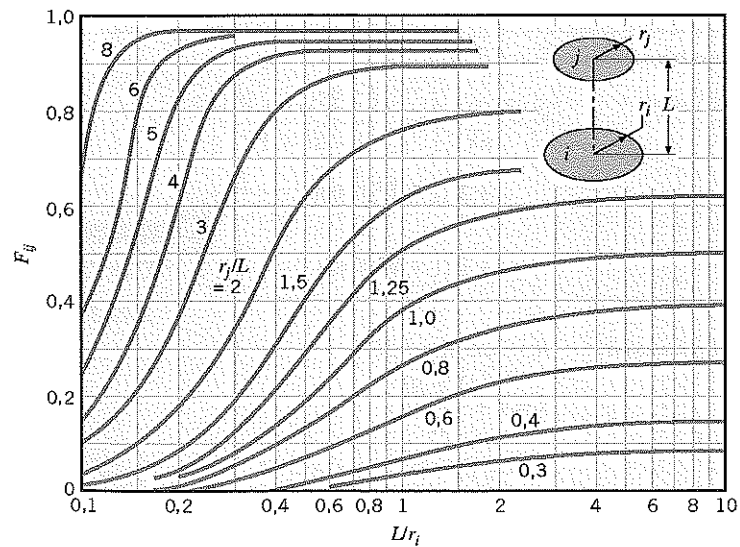



FIGURA 13.5 Fatores de forma para discos paralelos coaxiais.

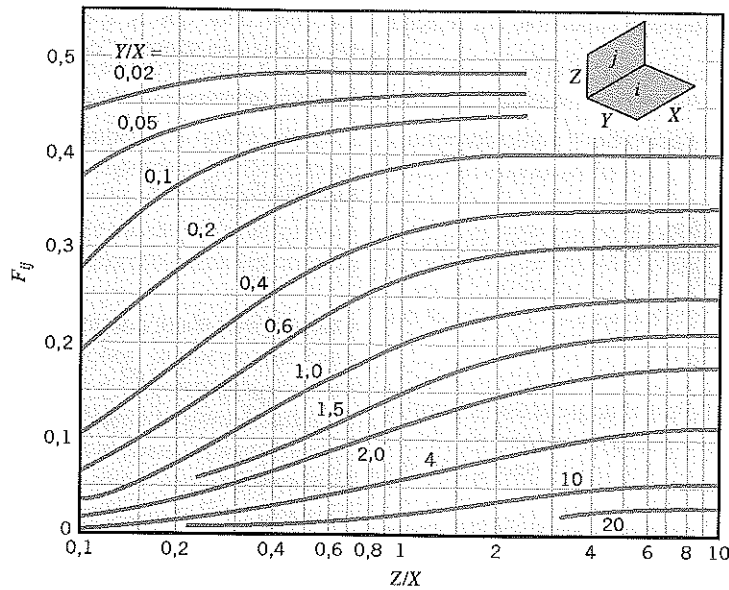



FIGURA 13.6 Fatores de forma para retângulos perpendiculares com uma aresta comum.

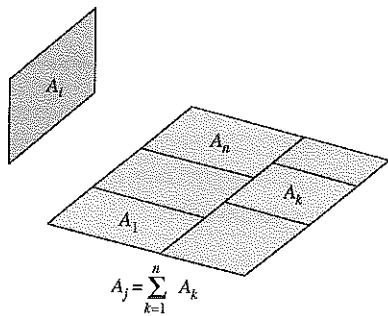



FIGURA 13.7 Áreas usadas para ilustrar relações de fatores de forma.

superfície j, que pode ser dividida em n componentes, fica evidente que

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{n} F_{ik} \tag{13.5}$$

onde os parênteses em um subscrito indicam que ela é uma superfície composta, em cujo caso (j) é equivalente a $(1,2,..., k,...n)$. Essa expressão simplesmente enuncia que a radiação que atinge uma superfície composta é a soma da radiação que atinge as suas partes. Embora diga respeito à subdivisão da superfície receptora, ela também pode ser usada para obter a segunda relação para o fator de forma, relacionada à subdivisão da superfície de origem da radiação. Multiplicando a Equação 13.5 por A_i e aplicando a relação de reciprocidade, Equação 13.3, a cada um dos termos resultantes, tem-se que

$$A_j F_{(j)i} = \sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki} \tag{13.6}$$

ou

$$F_{(j)i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^{n} A_k} \tag{13.7}$$

As Equações 13.6 e 13.7 podem ser utilizadas quando a superfície de origem é composta por várias partes.

Em problemas envolvendo geometrias complicadas, soluções analíticas para a Equação 13.1 podem não ser obtidas, quando então valores para os fatores de forma devem ser estimados usando-se métodos numéricos. Em situações envolvendo estruturas extremamente complexas que podem ter centenas ou milhares de superfícies radiantes, um erro considerável pode estar associado aos fatores de forma calculados numericamente. Em tais situações, a Equação 13.3 deve ser usada para verificar a precisão de fatores de forma individuais e a Equação 13.4 deve ser empregada para determinar se o princípio da conservação da energia é satisfeito [5].

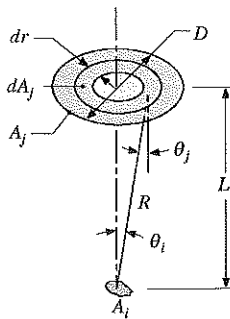
EXEMPLO 13.1

Considere um disco circular difuso, com diâmetro D e área A_j, juntamente com uma superfície plana também difusa com área $A_i \ll A_j$. As superfícies são paralelas e A_i está localizada a uma distância L do centro de A_j. Obtenha uma expressão para o fator de forma F_{ij}.

SOLUÇÃO

Dados: Orientação de uma pequena superfície em relação a um grande disco circular.

Achar: Fator de forma de uma pequena superfície em relação ao disco, F_{ij}.

Esquema:

Considerações:

1. Superfícies difusas.
2. $A_i \ll A_j$.

Análise: O fator de forma desejado pode ser obtido pela Equação 13.1.

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i\, dA_j$$

Reconhecendo que θ_i, θ_j e R são aproximadamente independentes da posição sobre A_i, essa expressão se reduz a

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_j$$

ou, com $\theta_i = \theta_j \equiv \theta$,

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos^2\theta}{\pi R^2} dA_j$$

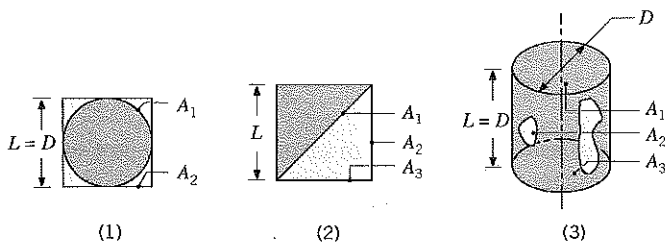
Com $R^2 = r^2 + L^2$, $\cos(\theta) = (L/R)$, e $dA_j = 2\pi\, dr$, tem-se que

$$F_{ij} = 2L^2 \int_0^{D/2} \frac{r\, dr}{(r^2 + L^2)^2} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \quad \triangleleft \quad (13.8)$$

Comentários:

1. A Equação 13.8 pode ser usada para quantificar o comportamento assintótico das curvas na Figura 13.5, quando o raio do círculo inferior, r_i, tende a zero.
2. A geometria anterior representa um dos casos mais simples nos quais o fator de forma pode ser obtido com a Equação 13.1. Geometrias que envolvem integrações mais complicadas são analisadas na literatura [1,3].

Exemplo 13.2

Determine os fatores de forma F_{12} e F_{21} para as seguintes geometrias:

1. Esfera com diâmetro D no interior de uma caixa cúbica de comprimento $L = D$.
2. Um lado de uma partição diagonal no interior de um longo duto de seção reta quadrada.
3. Extremidade e lateral de um tubo circular com comprimento igual ao diâmetro.

Solução

Dados: Geometrias das superfícies.

Achar: Fatores de forma.

Considerações: Superfícies difusas com radiosidades uniformes.

Análise: Os fatores de forma desejados podem ser obtidos por inspeção, pela regra da reciprocidade, pela regra da soma e/ou com o uso dos gráficos.

1. Esfera no interior de um cubo:

   Por inspeção $\quad F_{12} = 1 \quad \triangleleft$

   Pela reciprocidade $\quad F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \frac{\pi D^2}{6L^2} \times 1 = \frac{\pi}{6} \quad \triangleleft$

2. Participação no interior de um duto quadrado:

   Da regra da soma, $\quad F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

   na qual $\quad F_{11} = 0$

   Por simetria, $\quad F_{12} = F_{13}$

   Sendo $\quad F_{12} = 0{,}50 \quad \triangleleft$

   Por reciprocidade,

   $$F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \frac{\sqrt{2}\,L}{L} \times 0{,}5 = 0{,}71 \quad \triangleleft$$

3. Tubo circular:

   Da Tabela 13.2 ou Figura 13.5, com $(r_3/L) = 0{,}5$ e $(L/r_1) = 2$; $F_{13} = 0{,}172$.

   Da regra da soma, $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

   ou, com $F_{11} = 0$, $F_{12} = 1 - F_{13} = 0{,}828 \quad \triangleleft$

   Pela reciprocidade

   $$F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \frac{\pi D^2/4}{\pi DL} \times 0{,}828 = 0{,}207 \quad \triangleleft$$

13.2 Troca de Radiação entre Superfícies Cinza, Difusas e Opacas em uma Cavidade

Em geral, radiação pode deixar uma superfície opaca devido à reflexão e à emissão, e ao atingir uma segunda superfície opaca experimenta reflexão assim como absorção. Em uma cavidade, como a da Figura 13.8*a*, a radiação pode passar por múltiplas reflexões em todas as superfícies, com absorção parcial ocorrendo em cada uma.

A análise da troca de radiação em uma cavidade pode ser simplificada fazendo-se certas considerações. Supõe-se que cada superfície da cavidade seja *isotérmica* e caracterizada por uma *radiosidade uniforme* e por uma *irradiação uniforme*. Admite-se também comportamento de superfície *cinza, difusa e opaca*, e que o meio no interior da cavidade seja *não-participante*. O problema é geralmente um no qual a temperatura T_i ou fluxo térmico líquido de radiação q_i'' associado a cada uma das superfícies é conhecido. O objetivo é usar essa informação para determinar os fluxos térmicos radiantes e temperaturas desconhecidos associados a cada uma das superfícies.

13.2.1 Troca Líquida de Radiação em uma Superfície

O termo q_i, que é a taxa *líquida* na qual a radiação *deixa* a superfície i, representa o efeito líquido das interações radiantes que ocorrem na superfície (Figura 13.8*b*). Ele representa a taxa na qual a energia teria que ser transferida para a superfície por outros meios para mantê-la a uma temperatura constante. Ela é igual à diferença entre a radiosidade da superfície e a sua irradiação, e pode ser escrita na forma

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \tag{13.9}$$

Da Equação 13.9 e da definição de radiosidade J_i,

$$J_i \equiv E_i + \rho_i G_i \tag{13.10}$$

A transferência radiante líquida na superfície também pode ser escrita em termos do poder emissivo da superfície e da irradiação absorvida:

$$q_i = A_i(E_i - \alpha_i G_i) \tag{13.11}$$

onde foi feito uso da relação $\alpha_i = 1 - \rho_i$ para uma superfície opaca. Essa relação está ilustrada na Figura 13.8*c*. Substituindo a Equação 12.35 e reconhecendo que $\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$ para uma superfície cinza, difusa e opaca, a radiosidade também pode ser representada por

$$J_i = \varepsilon_i E_{cni} + (1 - \varepsilon_i)G_i \tag{13.12}$$

Explicitando G_i e substituindo na Equação 13.9, tem-se que

$$q_i = A_i\left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{cni}}{1 - \varepsilon_i}\right)$$

ou

$$q_i = \frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} \tag{13.13}$$

A Equação 13.13 fornece uma representação conveniente para a taxa líquida de transferência de calor radiante em uma superfície. Essa transferência, que pode ser representada pelo elemento de rede mostrado na Figura 13.8*d*, está associada ao potencial motriz $(E_{cni} - J_i)$ e a uma *resistência radiante superficial* com a forma $(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i$. Assim, se o poder emissivo que a superfície teria caso ela fosse negra excede a sua radiosidade, há uma transferência de calor líquida por radiação saindo da superfície; se o inverso for verdadeiro, a transferência líquida se dá para a superfície.

Às vezes ocorre que uma das superfícies é muito grande em relação à outra sob análise. Por exemplo, o sistema pode ser constituído de múltiplas pequenas superfícies em uma grande sala. Nesse caso, a área da maior superfície é efetivamente infinita ($A_i \rightarrow \infty$) e vemos que sua resistência radiante superficial, $(1 - \varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)$, é efetivamente zero, como o seria para uma superfície negra ($\varepsilon_i = 1$). Assim, $J_i = E_{cn,i}$ e *uma superfície que é grande em relação a todas as outras superfícies sob consideração pode ser tratada como se fosse um corpo negro.* Essa conclusão importante foi obtida na Seção 12.6 com base em um argumento físico e foi agora confirmada com o nosso tratamento da troca radiante entre superfícies cinza. Novamente, a explicação física é de que, mesmo que a superfície grande possa refletir parte

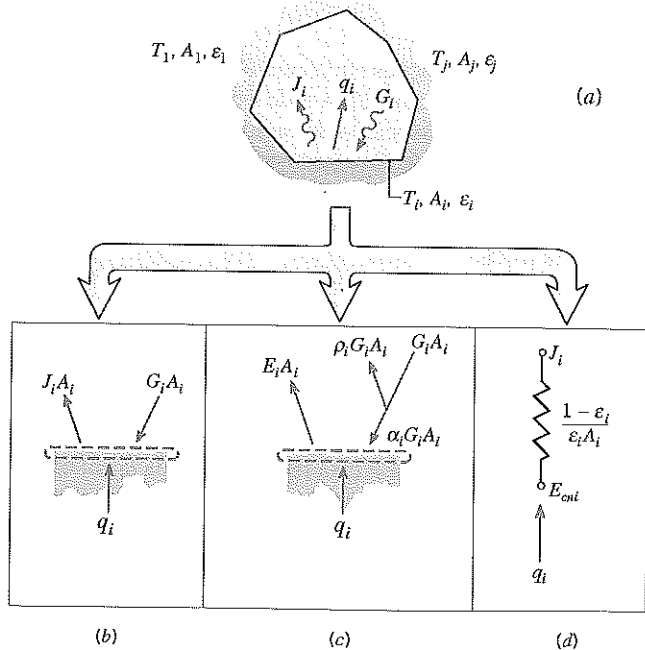



FIGURA 13.8 Troca de radiação em uma cavidade de superfícies cinza e difusas com um meio não-participante em seu interior. (*a*) Esquema da cavidade. (*b*) Balanço de radiação de acordo com a Equação 13.9. (*c*) Balanço de radiação de acordo com a Equação 13.11. (*d*) Elemento de rede representando a troca líquida de radiação saindo da superfície.

da irradiação incidente sobre ela, ela é tão grande que há uma grande probabilidade de que a radiação refletida atinja outro ponto na mesma superfície. Após muitas destas reflexões, toda a radiação que incidiu originalmente sobre a superfície grande é absorvida por ela e nenhuma dessa radiação atinge qualquer uma das superfícies menores.

13.2.2 Troca de Radiação entre Superfícies

Para utilizar a Equação 13.13, a radiosidade da superfície J_i deve ser conhecida. Para determinar essa grandeza, é necessário considerar a troca de radiação entre as superfícies da cavidade.

A irradiação da superfície i pode ser determinada a partir das radiosidades de todas as superfícies da cavidade. Em particular, pela definição do fator de forma, tem-se que a taxa total na qual a radiação atinge a superfície i oriunda de todas as superfícies, incluindo i, é

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ji} A_j J_j$$

ou, da relação de reciprocidade, Equação 13.3,

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} J_j$$

Cancelando a área A_i e substituindo G_i na Equação 13.9,

$$q_i = A_i\left(J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j\right)$$

ou, com base na regra da soma, Equação 13.4,

$$q_i = A_i\left(\sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j\right)$$

Donde

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij}(J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N} q_{ij} \tag{13.14}$$

Esse resultado iguala a taxa radiante líquida na superfície i, q_i, à soma dos componentes q_{ij} que estão relacionados à troca radiante com as outras superfícies. Cada componente pode ser representado por um elemento da rede, para o qual $(J_i - J_j)$ é o potencial motriz e $(A_i F_{ij})^{-1}$ representa uma *resistência espacial* ou *geométrica* (Figura 13.9).

Combinando as Equações 13.13 e 13.14, obtemos então

$$\frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \tag{13.15}$$

Como mostrado na Figura 13.9, essa expressão representa um balanço de radiação no *nó* de radiosidade associado à superfície i. A taxa de transferência de radiação (corrente) para i através de

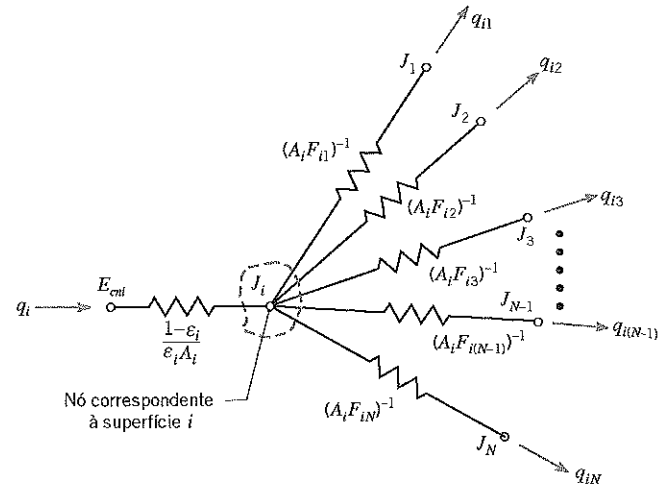



FIGURA 13.9 Representação da rede de troca radiante entre a superfície i e as superfícies restantes de uma cavidade.

sua resistência superficial deve ser igual à taxa líquida de transferência de radiação (correntes) de i para todas as demais superfícies através das correspondentes resistências especiais.

Note que a Equação 13.15 é especialmente útil quando a temperatura superficial T_i (portanto E_{cni}) é conhecida. Embora essa situação seja típica, ela nem sempre se aplica. Em particular, podem surgir situações nas quais a taxa radiante líquida na superfície q_i, ao invés da temperatura T_i, seja conhecida. Em tais casos, a forma apropriada do balanço de radiação é a Equação 13.14, rearranjada na forma

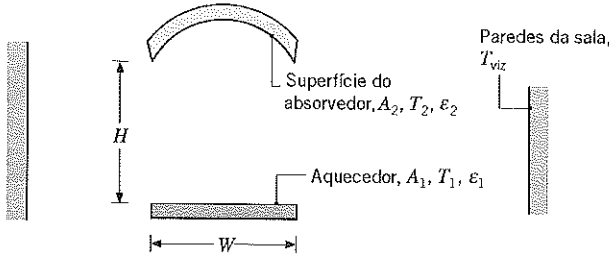
$$q_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \tag{13.16}$$

O uso de representações em forma de redes foi sugerido inicialmente por Oppenheim [6]. A rede é construída pela identificação inicial dos nós associados às radiosidades de cada uma das N superfícies da cavidade. O método proporciona uma ferramenta útil para visualizar a troca de radiação na cavidade e, pelo menos para cavidades simples, pode ser usado como a base para prever essa troca.

Uma *abordagem direta* alternativa para resolver problemas de radiação em cavidades envolve escrever a Equação 13.15 para cada superfície na qual T_i é conhecida e escrever a Equação 13.16 para cada superfície na qual q_i é conhecida. O conjunto resultante de N equações algébricas lineares é resolvido para J_1, J_2, ..., J_N. Com o conhecimento dos J_i, a Equação 13.13 pode, então, ser usada para determinar a taxa radiante líquida q_i em cada superfície com T_i conhecida ou o valor de T_i em cada superfície com q_i conhecida. Para qualquer número N de superfícies na cavidade, o problema anterior pode ser facilmente resolvido pelos métodos iterativos ou matriciais do Capítulo 4.

EXEMPLO 13.3

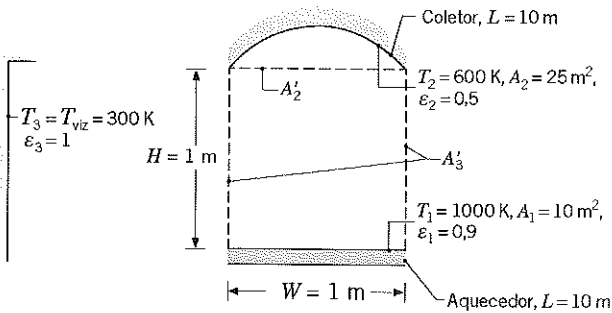
Na sua fabricação, o revestimento especial sobre uma superfície de um absorvedor solar curvo, com área $A_2 = 15\ m^2$, é curado pela sua exposição a um aquecedor por infravermelho com largura $W = 1$ m. O absorvedor solar e o aquecedor possuem

comprimento $L = 10$ m e estão separados por uma distância $H = 1$ m. A superfície superior do absorvedor e a superfície inferior do aquecedor são isoladas.

O aquecedor está a $T_1 = 1000$ K e possui uma emissividade $\varepsilon_1 = 0{,}9$, enquanto o absorvedor está a $T_2 = 600$ K e possui uma emissividade $\varepsilon_2 = 0{,}5$. O sistema encontra-se em uma grande sala cujas paredes estão a 300 K. Qual é a taxa líquida de transferência de calor para a superfície do absorvedor?

SOLUÇÃO

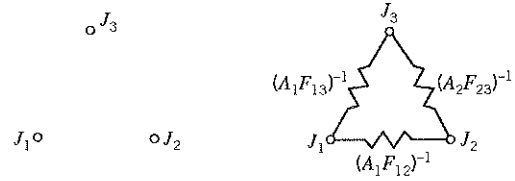
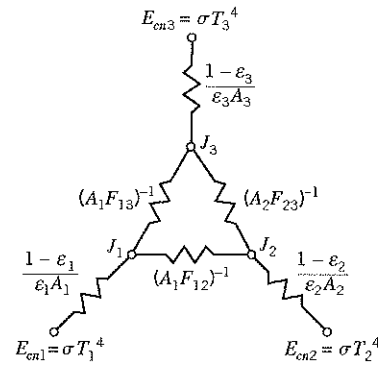
Dados: Uma superfície de um absorvedor solar curvo, com um revestimento especial, está sendo curada em uma grande sala com um aquecedor por infravermelho.

Achar: Taxa líquida de transferência de calor para a superfície do absorvedor.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Efeitos convectivos desprezíveis.
3. Superfícies do absorvedor e do aquecedor difusas e cinza.
4. A sala vizinha é grande e, conseqüentemente, se comporta como um corpo negro.

Análise: O sistema pode ser visto como uma cavidade de três superfícies, com a terceira superfície sendo a grande sala, que se comporta como um corpo negro. Estamos interessados em obter a taxa líquida de transferência de radiação para a superfície 2. Nós resolvemos o problema usando duas abordagens: a rede de radiação e a direta.

Abordagem via Rede de Radiação A rede de radiação é construída identificando-se primeiramente os nós associados às radiosidades de cada superfície, como mostrado na etapa 1 da figura a seguir. Então, cada nó de radiosidade é conectado a cada um dos outros nós de radiosidade através das resistências espaciais apropriadas, como mostrado na etapa 2. Trataremos a vizinhança considerando que ela tem uma grande área não especificada, o que introduz uma dificuldade em expressar as resistências espaciais $(A_3F_{31})^{-1}$ e $(A_3F_{32})^{-1}$. Felizmente, a partir da relação de reciprocidade (Equação 13.3), podemos substituir A_3F_{31} por A_1F_{13} e A_3F_{32} por A_2F_{23}, que são mais facilmente obtidas. A etapa final é unir os poderes emissivos de corpo negro associados às temperaturas de cada superfície aos nós de radiosidade, usando a forma apropriada das resistências superficiais.

Etapa 1 Etapa 2

Etapa 3

Nesse problema, a resistência superficial associada à superfície 3 é zero de acordo com a consideração 4; conseqüentemente, $J_3 = E_{cn3} = \sigma T_3^4 = 459$ W/m².

A soma das correntes no nó J_1 fornece

$$\frac{\sigma T_1^4 - J_1}{(1-\varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1F_{12}} + \frac{J_1 - \sigma T_3^4}{1/A_1F_{13}} \tag{1}$$

enquanto a soma das correntes no nó J_2 resulta em

$$\frac{\sigma T_2^4 - J_2}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{1/A_1F_{12}} + \frac{J_2 - \sigma T_3^4}{1/A_2F_{23}} \tag{2}$$

O fator de forma F_{12} pode ser obtido reconhecendo-se que $F_{12} = F_{12'}$, onde A_2' é mostrado na figura como a base retangular da superfície do absorvedor. Então, da Figura 13.4 ou da Tabela 13.2, com $Y/L = 10/1 = 10$ e $X/L = 1/1 = 1$,

$$F_{12} = 0{,}39$$

Da regra da soma e reconhecendo que $F_{11} = 0$, tem-se também que

$$F_{13} = 1 - F_{12} = 1 - 0{,}39 = 0{,}61$$

O último fator de forma necessário é F_{23}. Reconhecendo que, como a propagação de radiação da superfície 2 para a superfície 3 tem que passar através da superfície hipotética A_2',

$$A_2F_{23} = A_2'F_{2'3}$$

e, com base na simetria, $F_{2'3} = F_{13}$. Assim,

$$F_{23} = \frac{A_2'}{A_2} F_{13} = \frac{10\ \text{m}^2}{15\ \text{m}^2} \times 0{,}61 = 0{,}41$$

Agora podemos determinar J_1 e J_2 resolvendo as Equações 1 e 2. Reconhecendo que $E_{cn1} = \sigma T_1^4 = 56700$ W/m² e eliminado a área A_1, podemos reescrever a Equação 1 na forma

$$\frac{56700 - J_1}{(1 - 0{,}9)/0{,}9} = \frac{J_1 - J_2}{1/0{,}39} + \frac{J_1 - 459}{1/0{,}61}$$

ou

$$-10J_1 + 0{,}39J_2 = -510582 \quad (3)$$

Observando que $E_{cn2} = \sigma T_2^4 = 7348$ W/m² e dividindo pela área A_2, podemos escrever a Equação 2 como

$$\frac{7348 - J_2}{(1 - 0{,}5)/0{,}5} = \frac{J_2 - J_1}{15\ \text{m}^2/(10\ \text{m}^2 \times 0{,}39)} + \frac{J_2 - 459}{1/0{,}41}$$

ou

$$0{,}26J_1 - 1{,}67J_2 = -7536 \quad (4)$$

A solução simultânea das Equações 3 e 4 fornece $J_2 = 12487$ W/m².

Uma expressão para a taxa líquida de transferência de calor *saindo* da superfície do absorvedor, q_2, pode ser escrita por inspeção da rede de radiação e é

$$q_2 = \frac{\sigma T_2^4 - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2}$$

resultando em

$$q_2 = \frac{(7348 - 12487)\text{W/m}^2}{(1 - 0{,}5)/(0{,}5 \times 15\ \text{m}^2)} = -77{,}1\ \text{kW}$$

Desta forma, a taxa líquida de transferência de calor *para* o absorvedor é $q_{liq} = -q_2 = 77{,}1$ kW. ◁

Abordagem Direta Usando a abordagem direta, escrevemos a Equação 13.15 para cada uma das três superfícies. Usamos a reciprocidade para reescrever as resistências espaciais em termos dos fatores de forma determinados anteriormente e para eliminar A_3.

Superfície 1

$$\frac{\sigma T_1^4 - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1 F_{12}} + \frac{J_1 - J_3}{1/A_1 F_{13}} \quad (5)$$

Superfície 2

$$\frac{\sigma T_2^4 - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{1/A_2 F_{21}} + \frac{J_2 - J_3}{1/A_2 F_{23}} = \frac{J_2 - J_1}{1/A_1 F_{12}} + \frac{J_2 - J_3}{1/A_2 F_{23}} \quad (6)$$

Superfície 3

$$\frac{\sigma T_3^4 - J_3}{(1 - \varepsilon_3)/\varepsilon_3 A_3} = \frac{J_3 - J_1}{1/A_3 F_{31}} + \frac{J_3 - J_2}{1/A_3 F_{32}} = \frac{J_3 - J_1}{1/A_1 F_{13}} + \frac{J_3 - J_2}{1/A_2 F_{23}} \quad (7)$$

Substituindo os valores das áreas, das temperaturas, das emissividades e dos fatores de forma nas Equações 5 a 7 e resolvendo-as simultaneamente, obtemos $J_1 = 51541$ W/m², $J_2 = 12487$ W/m² e $J_3 = 459$ W/m². A Equação 13.13 pode, então, ser escrita para a superfície 2 na forma

$$q_2 = \frac{\sigma T_2^4 - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2}$$

Essa expressão é idêntica à expressão que foi desenvolvida usando a rede de radiação. Assim, $q_2 = -77{,}1$ kW.

Comentários:

1. Para resolver as Equações 5 a 7 simultaneamente, devemos em primeiro lugar multiplicar os dois lados da Equação 7 por $(1 - \varepsilon_3)/(\varepsilon_3 A_3) = 0$ para evitar a divisão por zero, o que resulta em uma forma simplificada da Equação 7, que é $J_3 = \sigma T_3^4$.
2. Se substituirmos $J_3 = \sigma T_3^4$ nas Equações 5 e 6, fica evidente que as Equações 5 e 6 são idênticas às Equações 1 e 2, respectivamente.
3. A abordagem direta é recomendada em problemas envolvendo $N \geq 4$ superfícies, pois as redes de radiação se tornam mais complexas à medida que o número de superfícies aumenta.
4. Como será visto na Seção 13.3, a abordagem via redes de radiação é particularmente útil quando a energia térmica é transferida para ou a partir de superfícies por meios adicionais, isto é, por condução ou por convecção. Nestas situações de transferência de calor por *múltiplos modos*, a energia adicional entregue ou retirada da superfície pode ser representada por correntes adicionais entrando ou saindo de um nó.
5. Reconhecer a utilidade do uso de superfícies hipotéticas (A_2') para simplificar a determinação de fatores de forma.
6. Nós poderíamos ter chegado à solução de uma maneira um pouco diferente. A radiação deixando a superfície 1 tem que passar através das aberturas (superfície hipotética 3′) para alcançar a vizinhança. Assim, podemos escrever

$$F_{13} = F_{13'}$$
$$A_1 F_{13} = A_1 F_{13'} = A_3' F_{3'1}$$

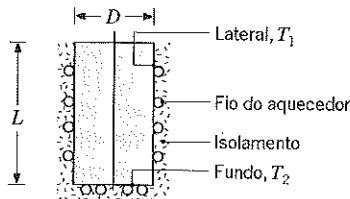
Uma relação similar pode ser escrita para a troca entre a superfície 2 e a vizinhança, ou seja, $A_2 F_{23} = A_3' F_{3'2}$. Desta forma, as resistências espaciais que se conectam ao nó 3 de radiosidade na rede de radiação anterior podem ser substituídas pelas resistências espaciais relacionadas à superfície 3′. A rede de resistências permaneceria inalterada e as resistências espaciais teriam o mesmo valor daqueles determinados na solução anterior. Entretanto, pode ser mais conveniente calcular os fatores de forma através da utilização das superfícies hipotéticas 3′. Com a resistência superficial para a superfície 3 igual a zero, vemos que *aberturas de cavidades que trocam radiação com grandes vizinhanças podem ser tratadas como superfícies negras não refletoras hipotéticas* ($\varepsilon_3 = 1$), *cujas temperaturas são iguais à da vizinhança* ($T_3 = T_{viz}$).

13.2.3 Troca de Radiação entre Corpos Negros

No Exemplo 13.3, vimos que grandes vizinhanças podem ser tratadas como superfícies negras hipotéticas. Superfícies reais, tais como aquelas que são carbonizadas ou cobertas com revestimentos de alta emissividade, também exibem comportamento semelhante ao de um corpo negro. As coisas são simplificadas significativamente quando todas as superfícies da cavidade são negras. Como a absortividade de uma superfície negra é unitária, não há reflexão e a radiosidade é composta somente pela energia emitida. Assim, a Equação 13.14 se reduz a

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \qquad (13.17)$$

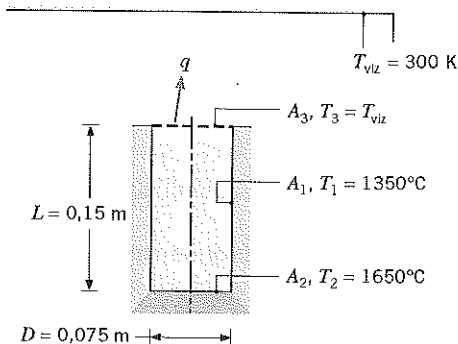
EXEMPLO 13.4

O interior de um forno, que possui a forma de um cilindro com 75 mm de diâmetro e 150 mm de comprimento, é aberto em uma de suas extremidades para uma grande vizinhança a 27°C. A lateral e o fundo, que podem ser aproximados por corpos negros, são aquecidos eletricamente, isolados termicamente e são mantidos a temperaturas de 1350 e 1650°C, respectivamente.

Qual é a potência necessária para manter as condições no forno?

SOLUÇÃO

Dados: Temperaturas das superfícies de um forno cilíndrico e temperatura da vizinhança.

Achar: Potência necessária para manter as temperaturas específicas.

Esquema:

Considerações:

1. Superfícies internas se comportam como corpos negros.
2. Transferência de calor por convecção desprezível.
3. Superfície externa do forno adiabática.
4. Trate a abertura como uma superfície negra hipotética a T_{viz}.

Análise: A potência necessária para operar o forno nas condições especificadas deve ser igual à perda térmica no forno. A perda térmica pode, então, ser escrita na forma

$$q = q_{13} + q_{23}$$

ou, da Equação 13.17,

$$q = A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

Da Tabela 13.2 (ou Figura 13.5), com $(r_i/L) = (r_j/L) = (0{,}0375$ m/0,15 m$) = 0{,}25$; $F_{23} = 0{,}056$. Pela regra da soma

$$F_{21} = 1 - F_{23} = 1 - 0{,}056 = 0{,}944$$

e pela reciprocidade

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{21} = \frac{\pi (0{,}075\ \text{m})^2/4}{\pi (0{,}075\ \text{m})(0{,}15\ \text{m})} \times 0{,}944 = 0{,}118$$

Assim, como por simetria $F_{13} = F_{12}$,

$$q = (\pi \times 0{,}075\ \text{m} \times 0{,}15\ \text{m})\, 0{,}118 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

$$\times [(1623\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4] + \left(\frac{\pi}{4}\right)(0{,}075\ \text{m})^2 \times 0{,}056$$

$$\times 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)[(1923\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4]$$

$$q = 1639\ \text{W} + 191\ \text{W} = 1830\ \text{W}$$

13.2.4 A Cavidade com Duas Superfícies

O exemplo mais simples de uma cavidade é aquela formada por duas superfícies que trocam radiação somente entre si. Tal cavidade é mostrada esquematicamente na Figura 13.10*a*. Como há somente duas superfícies, a taxa líquida de transferência de radiação *da* superfície 1, q_1, deve ser igual à taxa líquida de transferência de radiação *para* a superfície 2, $-q_2$, e as duas grandezas devem ser iguais à taxa líquida na qual a radiação é trocada entre 1 e 2. Conseqüentemente,

$$q_1 = -q_2 = q_{12}$$

A taxa de transferência de radiação pode ser determinada aplicando a Equação 13.15 às superfícies 1 e 2 e resolvendo as duas equações resultantes para J_1 e J_2. Os resultados podem, então, ser usados com a Equação 13.13 para determinar q_1 (ou q_2). Contu-

(a)

$$q_1 \rightarrow E_{cn1} \;\; \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} \;\; J_1 \;\; \frac{1}{A_1 F_{12}} \;\; J_2 \;\; \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} \;\; E_{cn2} \rightarrow -q_2$$

$$q_1 = \frac{E_{cn1} - J_1}{(1-\varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} \qquad q_{12} \qquad -q_2 = \frac{J_2 - E_{cn2}}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2}$$

(b)

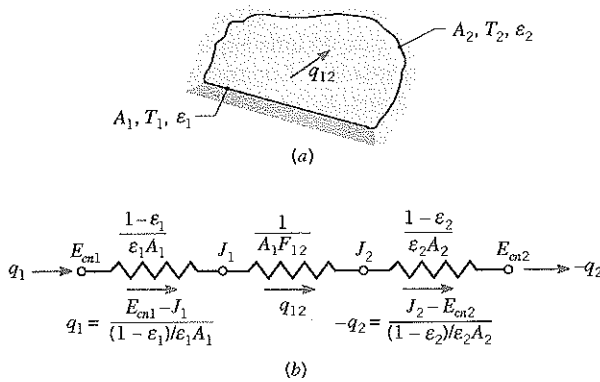



FIGURA 13.10 Cavidade com duas superfícies. (a) Esquema. (b) Representação em rede.

do, nesse caso o resultado desejado é obtido de forma mais simples trabalhando-se com a representação da cavidade pela rede equivalente, conforme mostrado na Figura 13.10*b*.

Na Figura 13.10*b*, observamos que a resistência total à troca de radiação entre as superfícies 1 e 2 é composta pelas duas resistências superficiais e pela resistência espacial. Assim, substituindo a Equação 12.26, a troca radiante líquida entre as superfícies pode ser representada por

$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \qquad (13.18)$$

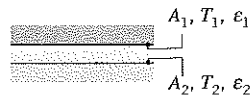
O resultado anterior pode ser usado para quaisquer duas superfícies cinza e difusas *que formem uma cavidade*. Alguns casos especiais importantes estão resumidos na Tabela 13.3.

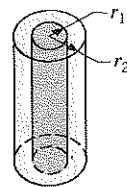
13.2.5 Barreiras de Radiação

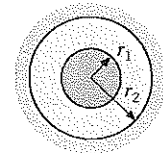
Barreiras de radiação construídas com materiais de baixa emissividade (elevada refletividade) podem ser usadas para reduzir a transferência radiante líquida entre duas superfícies. Considere a colocação de uma barreira de radiação, superfície 3, entre os dois planos paralelos infinitos da Figura 13.11*a*. Sem a barreira de radiação, a taxa líquida de transferência de radiação entre as superfícies 1 e 2 é dada pela Equação 13.19. Entretanto, com a barreira de radiação, estão presentes resistências adicionais, como mostrado na Figura 13.11*b*, e a taxa de transferência de calor é reduzida. Note que a emissividade associada a um dos lados da barreira ($\varepsilon_{3,1}$) pode ser diferente daquela associada ao lado oposto ($\varepsilon_{3,2}$) e que as radiosidades serão sempre diferentes. Somando as resistências e reconhecendo que

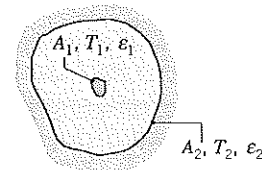
TABELA 13.3 Cavidades especiais com duas superfícies cinza e difusas

Planos Paralelos Grandes (Infinitos)

A_1, T_1, ε_1 / A_2, T_2, ε_2

$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} \qquad (13.19)$$

Cilindros Concêntricos Longos (Infinitos)

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)} \qquad (13.20)$$

Esferas Concêntricas

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2} \qquad (13.21)$$

Pequeno Objeto Convexo em uma Grande Cavidade

$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \qquad (13.22)$$

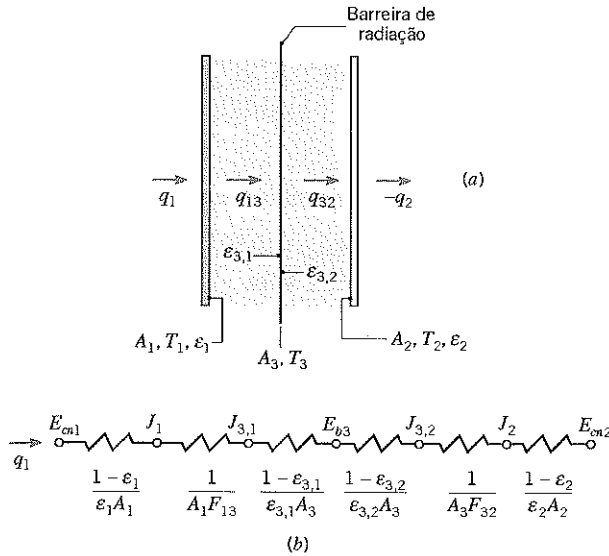



FIGURA 13.11 Troca radiante entre dois planos paralelos grandes com uma barreira de radiação. (*a*) Esquema. (*b*) Representação em rede.

$F_{13} = F_{32} = 1$, tem-se que

$$q_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}}} \quad (13.23)$$

Note que as resistências associadas à barreira de radiação se tornam muito grandes quando as emissividades $\varepsilon_{3,1}$ $\varepsilon_{3,2}$ são muito pequenas.

A Equação 13.23 pode ser usada para determinar a taxa líquida de transferência de calor se T_1 e T_2 forem conhecidas. A partir do conhecimento de q_{12} e do fato de $q_{12} = q_{13} = q_{32}$, o valor de T_3 pode, então, ser determinado escrevendo-se a Equação 13.19 para q_{13} ou q_{32}.

O procedimento anterior pode ser facilmente estendido para problemas que envolvem múltiplas barreiras de radiação. No caso especial no qual as emissividades são iguais, pode ser mostrado que, com N barreiras,

$$(q_{12})_N = \frac{1}{N+1}(q_{12})_0 \quad (13.24)$$

onde $(q_{12})_0$ é a taxa de transferência de radiação na ausência de barreiras ($N = 0$).

EXEMPLO 13.5

Um fluido criogênico escoa através de um longo tubo com 20 mm de diâmetro, cuja superfície externa é difusa e cinza, com $\varepsilon_1 = 0{,}02$ e $T_1 = 77$ K. Esse tubo é concêntrico a um tubo maior, com diâmetro de 50 mm, cuja superfície interna é difusa e cinza, com $\varepsilon_2 = 0{,}05$ e $T_2 = 300$ K. Há vácuo no espaço compreendido entre as superfícies. Calcule o calor recebido pelo fluido criogênico por unidade de comprimento dos tubos. Se uma barreira de radiação delgada com 35 mm de diâmetro e $\varepsilon_3 = 0{,}02$ (nos dois lados) for inserida entre as superfícies interna e externa, calcule a variação (percentual) no recebimento de calor pelo fluido por unidade de comprimento dos tubos.

SOLUÇÃO

Dados: Arranjo de tubos concêntricos com superfícies cinza e difusas, com diferentes emissividades e temperaturas.

Achar:

1. Ganho de calor pelo fluido criogênico que escoa no tubo interno.
2. Variação percentual no ganho de calor com a inserção de uma barreira de radiação no meio da distância entre os tubos interno e externo.

Esquema:

Considerações:

1. Superfícies difusas e cinza.
2. Vácuo no espaço entre os tubos.
3. Resistência condutiva na barreira de radiação desprezível.
4. Tubos concêntricos formam uma cavidade com duas superfícies (efeitos das extremidades desprezíveis).

Análise:

1. A representação em rede do sistema sem a barreira está mostrada na Figura 13.10 e a taxa de transferência de calor desejada pode ser obtida com a Equação 13.20, onde

$$q = \frac{\sigma(\pi D_1 L)(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{D_1}{D_2}\right)}$$

Donde

$$q' = \frac{q}{L} = \frac{5{,}67\times10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(\pi\times0{,}02\,\text{m})[(77\,\text{K})^4 - (300\,\text{K})^4]}{\dfrac{1}{0{,}02} + \dfrac{1-0{,}05}{0{,}05}\left(\dfrac{0{,}02\,\text{m}}{0{,}05\,\text{m}}\right)}$$

$q' = -0{,}50$ W/m ◁

2. A representação em rede do sistema com a barreira está mostrada na Figura 13.11 e a taxa de transferência de calor desejada é agora

$$q = \frac{E_{cn1} - E_{cn2}}{R_{tot}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R_{tot}}$$

onde

$$R_{tot} = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1(\pi D_1 L)} + \frac{1}{(\pi D_1 L)F_{13}} + 2\left[\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3(\pi D_3 L)}\right] + \frac{1}{(\pi D_3 L)F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2(\pi D_2 L)}$$

ou

$$R_{tot}=\frac{1}{L}\left\{\frac{1-0{,}02}{0{,}02(\pi\times 0{,}02\,\text{m})}+\frac{1}{(\pi\times 0{,}02\,\text{m})1}\right.$$

$$\left.+2\left[\frac{1-0{,}02}{0{,}02(\pi\times 0{,}035\,\text{m})}\right]+\frac{1}{(\pi\times 0{,}035\,\text{m})1}+\frac{1-0{,}05}{0{,}05(\pi\times 0{,}05\,\text{m})}\right\}$$

$$R_{tot}=\frac{1}{L}(779{,}9+15{,}9+891{,}3+9{,}1+121{,}0)=\frac{1817}{L}\left(\frac{1}{\text{m}^2}\right)$$

Donde

$$q'=\frac{q}{L}=\frac{5{,}67\times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)[(77\,\text{K})^4-(300\,\text{K})^4]}{1817\,(1/\text{m})}$$

$$=-0{,}25\,\text{W/m}$$ ◁

A variação percentual no ganho de calor é portanto de

$$\frac{q'_{cb}-q'_{wsb}}{q'_{wsb}}\times 100=\frac{(-0{,}25\,\text{W/m})-(-0{,}50\,\text{W/m})}{-0{,}50\,\text{W/m}}\times 100=-50\%$$

13.2.6 A Superfície Rerradiante

A hipótese de uma *superfície rerradiante* é comum em muitas aplicações industriais. Essa superfície idealizada é caracterizada por transferência radiante líquida igual a *zero* ($q_i = 0$). Ela é bem aproximada por superfícies reais que são isoladas termicamente em um lado *e* no lado oposto (radiante) os efeitos convectivos podem ser desprezados. Com $q_i = 0$, tem-se das Equações 13.9 e 13.13 que $G_i = J_i = E_{cni}$. Desta forma, se a radiosidade da superfície rerradiante for conhecida, sua temperatura é facilmente determinada. Em uma cavidade, a temperatura de equilíbrio de uma superfície rerradiante é determinada pelas suas interações com as outras superfícies e é *independente da emissividade da superfície rerradiante*.

Uma cavidade com três superfícies, na qual a terceira superfície, superfície R, é rerradiante, é mostrada na Figura 13.12*a* e a rede correspondente é apresentada na Figura 13.12*b*. Considera-se que a superfície R seja isolada e que os efeitos convectivos sejam desprezíveis. Assim, com $q_R = 0$, a *transferência* líquida de radiação *a partir da* superfície 1 deve ser igual à transferência líquida de radiação para a superfície 2. A rede é um arranjo simples série-paralelo, e com base em sua análise pode ser mostrado facilmente que

$$q_1=-q_2=\frac{E_{cn1}-E_{cn2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}+\dfrac{1}{A_1F_{12}+[(1/A_1F_{1R})+(1/A_2F_{2R})]^{-1}}+\dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \tag{13.25}$$

Sabendo que $q_1 = -q_2$, a Equação 13.13 pode ser aplicada às superfícies 1 e 2 para determinar as suas radiosidades J_1 e J_2. Conhecendo J_1, J_2 e as resistências espaciais, a radiosidade da superfície rerradiante J_R pode ser determinada a partir do balanço de radiação

$$\frac{J_1-J_R}{(1/A_1F_{1R})}-\frac{J_R-J_2}{(1/A_2F_{2R})}=0 \tag{13.26}$$

A temperatura da superfície rerradiante pode então ser determinada pela exigência de que $\sigma T_R^4 = J_R$.

Note que o procedimento geral descrito na Seção 13.2.2 pode ser utilizado em cavidades com superfícies rerradiantes. Para cada superfície deste tipo, é apropriado usar a Equação 13.16 com $q_i = 0$.

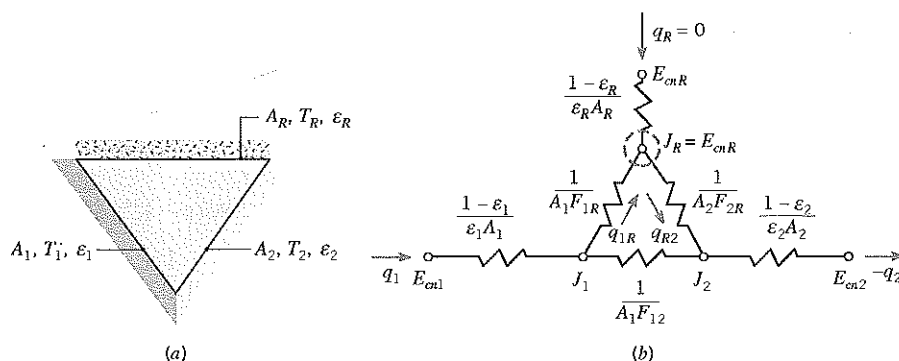



FIGURA 13.12 Uma cavidade com três superfícies com uma superfície rerradiante. (*a*) Esquema. (*b*) Representação em rede.

EXEMPLO 13.6

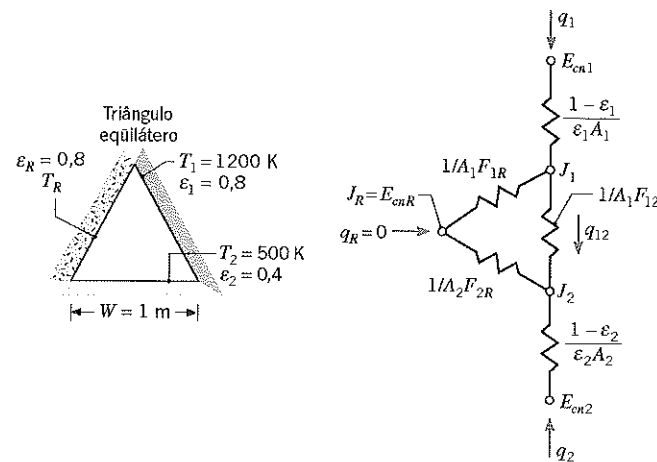
Um forno de recozimento de tintas é constituído por um longo duto triangular, no qual uma superfície aquecida é mantida a 1200 K e outra superfície encontra-se termicamente isolada. Painéis pintados, que são mantidos a 500 K, ocupam a terceira superfície. Os lados do triângulo possuem dimensão de $W = 1$ m e as superfícies aquecida e isolada possuem uma emissividade de 0,8. A emissividade dos painéis é igual a 0,4. Durante a operação em regime estacionário, em qual taxa a energia deve ser fornecida à superfície aquecida, por unidade de comprimento do duto, para manter sua temperatura a 1200 K? Qual é a temperatura da superfície isolada?

SOLUÇÃO

Dados: Propriedades das superfícies de um longo duto triangular que possui uma superfície isolada, uma aquecida e a outra resfriada.

Achar:

1. Taxa na qual o calor deve ser fornecido por unidade de comprimento do duto.
2. Temperatura da superfície isolada.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Todas as superfícies opacas, difusas e cinza, com radiosidade uniforme.
3. Efeitos convectivos desprezíveis.
4. Superfície R rerradiante.
5. Efeitos de extremidade desprezíveis.

Análise:

1. O sistema pode ser modelado como uma cavidade com três superfícies, sendo uma rerradiante. A taxa na qual energia deve ser fornecida à superfície aquecida pode, então, ser obtida pela Equação 13.25:

$$q_1 = \frac{E_{cn1} - E_{cn2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1F_{12} + [(1/A_1F_{1R}) + (1/A_2F_{2R})]^{-1}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

Por simetria, $F_{12} = F_{1R} = F_{2R} = 0,5$. Também, $A_1 = A_2 = W.L$, onde L é o comprimento do duto. Assim,

$$q_1' = \frac{q_1}{L} = \frac{5,67 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(1200^4 - 500^4)\,\text{K}^4}{\dfrac{1-0,8}{0,8\times 1\,\text{m}} + \dfrac{1}{1\,\text{m}\times 0,5 + (2+2)^{-1}\,\text{m}} + \dfrac{1-0,4}{0,4\times 1\,\text{m}}}$$

ou

$$q_1' = 37\,\text{kW/m} = -q_2' \qquad \triangleleft$$

2. A temperatura da superfície isolada pode ser obtida a partir da exigência de que $J_R = E_{cnR}$, onde J_R pode ser obtida na Equação 13.26. Entretanto, para usar essa expressão J_1 e J_2 devem ser conhecidos. Aplicando o balanço de energia, Equação 13.13, nas superfícies 1 e 2, tem-se que

$$J_1 = E_{cn1} - \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 W} q_1' = 5,67 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(1200\,\text{K})^4 - \frac{1-0,8}{0,8\times 1\,\text{m}} \times 37000\,\text{W/m} = 108323\,\text{W/m}^2$$

$$J_2 = E_{cn2} - \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 W} q_2' = 5,67 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)(500\,\text{K})^4 - \frac{1-0,4}{0,4\times 1\,\text{m}}(-37000\,\text{W/m}) = 59043\,\text{W/m}^2$$

Do balanço de energia na superfície rerradiante, Equação 13.26, tem-se que

$$\frac{108323 - J_R}{\dfrac{1}{W\times L\times 0,5}} - \frac{J_R - 59043}{\dfrac{1}{W\times L\times 0,5}} = 0$$

Donde

$$J_R = 83683\,\text{W/m}^2 = E_{cnR} = \sigma T_R^4$$

$$T_R = \left(\frac{83683\,\text{W/m}^2}{5,67\times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)}\right)^{1/4} = 1102\,\text{K} \qquad \triangleleft$$

Comentários:

1. Note que não podem existir descontinuidades de temperatura e de radiosidade nas arestas, de tal forma que a hipótese de temperatura e radiosidade uniformes nessas regiões é fraca.
2. Os resultados são independentes do valor de ε_R.
3. Esse problema também pode ser resolvido usando-se a abordagem direta. A solução envolve, em primeiro lugar, a determinação das três radiosidades desconhecidas, J_1, J_2 e J_R. As equações que governam o processo são obtidas escrevendo-se a Equação 13.15 para as duas superfícies com temperaturas conhecidas, 1 e 2, e a Equação 13.16 para a superfície R. As três equações são

$$\frac{E_{cn1} - J_1}{(1-\varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{(A_1F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_R}{(A_1F_{1R})^{-1}}$$

$$\frac{E_{cn2} - J_2}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{(A_2F_{21})^{-1}} + \frac{J_2 - J_R}{(A_2F_{2R})^{-1}}$$

$$0 = \frac{J_R - J_1}{(A_RF_{R1})^{-1}} + \frac{J_R - J_2}{(A_RF_{R2})^{-1}}$$

Eliminando a área A_1, a primeira equação se reduz a

$$\frac{117573 - J_1}{0,25} = \frac{J_1 - J_2}{2} + \frac{J_1 - J_R}{2}$$

ou

$$10J_1 - J_2 - J_R = 940584 \qquad (1)$$

Analogamente, para a superfície 2,

$$\frac{3544 - J_2}{1,50} = \frac{J_2 - J_1}{2} + \frac{J_2 - J_R}{2}$$

ou

$$-J_1 + 3,33J_2 - J_R = 4725 \qquad (2)$$

e para a superfície rerradiante,

$$0 = \frac{J_R - J_1}{2} + \frac{J_R - J_2}{2}$$

ou

$$-J_1 - J_2 + 2J_R = 0 \qquad (3)$$

Resolvendo as Equações 1, 2 e 3 simultaneamente, tem-se

$J_1 = 108328\ \text{W/m}^2 \quad J_2 = 59018\ \text{W/m}^2$ e $J_R = 83673\ \text{W/m}^2$

Reconhecendo que $J_R = \sigma T_R^4$, tem-se que

$$T_R = \left(\frac{J_R}{\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{83{,}673\ \text{W/m}^2}{5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)}\right)^{1/4} = 1102\ \text{K}$$

13.3 *Transferência de Calor com Múltiplos Modos*

Até o momento, a troca de radiação em uma cavidade foi analisada sob condições nas quais as transferências de calor por condução e convecção podiam ser desprezadas. Entretanto, em muitas aplicações a convecção e/ou a condução são comparáveis à radiação e devem ser consideradas na análise da transferência de calor.

Considere a condição geral de uma superfície mostrada na Figura 13.13*a*. Além de trocar energia por radiação com as demais superfícies da cavidade, também pode existir adição externa de calor para a superfície, como, por exemplo, através de aquecimento elétrico e da transferência de calor na superfície tanto por convecção como por condução. A partir de um balanço de energia na superfície, tem-se que

$$q_{i,\text{ext}} = q_{i,\text{rad}} + q_{i,\text{conv}} + q_{i,\text{cond}} \qquad (13.27)$$

onde $q_{i,\text{rad}}$, a taxa líquida de transferência por radiação saindo da superfície, é determinada por procedimentos padrões para uma cavidade. Dessa forma, em geral, $q_{i,\text{rad}}$ pode ser determinada usando as Equações 13.13 ou 13.14, enquanto para casos especiais, como o de uma cavidade de duas superfícies ou de uma cavidade de três superfícies com uma rerradiante, ela pode ser determinada usando as Equações 13.18 e 13.25, respectivamente. O elemento que representa a superfície no circuito de radiação é modificado de acordo com a Figura 13.13*b*, onde $q_{i,\text{ext}}$, $q_{i,\text{cond}}$ e $q_{i,\text{conv}}$ representam correntes para ou saindo do nó da superfície. Note, contudo, que enquanto $q_{i,\text{cond}}$ e $q_{i,\text{conv}}$ são proporcionais a diferenças de temperaturas, $q_{i,\text{rad}}$ é proporcional à diferença entre as temperaturas elevadas à quarta potência. As condições são simplificadas se a parte posterior da superfície estiver termicamente isolada, pois nesse caso $q_{i,\text{cond}} = 0$. Além disso, se não houver aquecimento externo e a convecção for desprezível, a superfície é rerradiante.

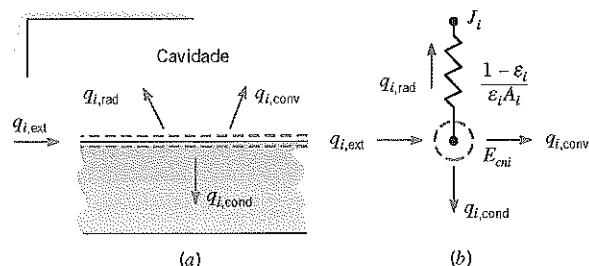



FIGURA 13.13 Transferência de calor com múltiplos modos em uma superfície de uma cavidade. (*a*) Balanço de energia na superfície. (*b*) Representação em circuito.

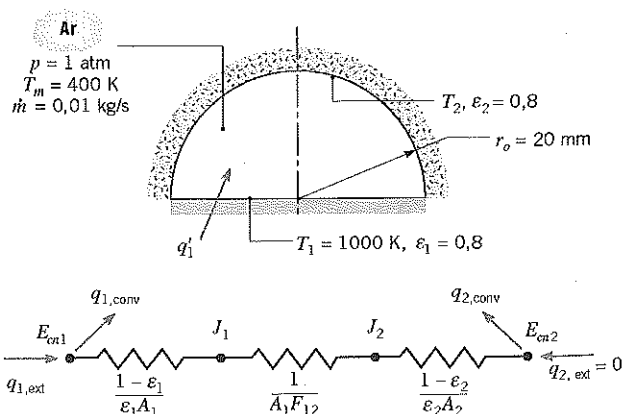
EXEMPLO 13.7

Considere um aquecedor de ar constituído por um tubo semicircular no qual a superfície plana é mantida a 1000 K e a outra superfície encontra-se termicamente isolada. O raio do tubo é igual a 20 mm e ambas as superfícies possuem uma emissividade de 0,8. Se ar atmosférico escoa através do tubo a 0,01 kg/s e T_m = 400 K, qual é a taxa na qual o calor deve ser fornecido, por unidade de comprimento, para manter a superfície plana a 1000 K? Qual é a temperatura da superfície isolada?

SOLUÇÃO

Dados: Condições do escoamento de ar em um aquecedor tubular e as condições nas superfícies do aquecedor.

Achar: Taxa na qual o calor deve ser fornecido e a temperatura da superfície isolada.

Esquema:

Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Superfícies difusas e cinza.
3. Efeitos das extremidades do tubo e variação axial da temperatura do gás desprezíveis.
4. Escoamento plenamente desenvolvido.

Propriedades: Tabela A.4, ar (1 atm, 400 K): $k = 0{,}0338$ W/(m·K), $\mu = 230 \times 10^{-7}$ kg/(s·m), $c_p = 1014$ J/(kg·K), $Pr = 0{,}69$.

Análise: Como a superfície semicircular está isolada e não há adição externa de calor, um balanço de energia na superfície fornece

$$-q_{2,\text{rad}} = q_{2,\text{conv}}$$

Como o tubo é uma cavidade com duas superfícies, a transferência radiante líquida para a superfície 2 pode ser avaliada pela Equação 13.18. Assim,

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = hA_2(T_2 - T_m)$$

onde o fator de forma é $F_{12} = 1$ e, por unidade de comprimento, as áreas superficiais são $A_1 = 2r_o$ e $A_2 = \pi r_o$. Com

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{\dot{m} D_h}{A_{tr}\mu} = \frac{\dot{m} D_h}{(\pi r_o^2/2)\mu}$$

o diâmetro hidráulico é

$$D_h = \frac{4A_{tr}}{P} = \frac{2\pi r_o}{\pi + 2} = \frac{0{,}04\pi \text{ m}}{\pi + 2} = 0{,}0244 \text{ m}$$

Donde

$$Re_D = \frac{0{,}01 \text{ kg/s} \times 0{,}0244 \text{ m}}{(\pi/2)\,(0{,}02 \text{ m})^2 \times 230 \times 10^{-7} \text{ kg/(s} \cdot \text{m)}} = 16900$$

Pela equação de Dittus-Boelter,

$$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{4/5}\, Pr^{0,4}$$

$$Nu_D = 0{,}023(16900)^{4/5}(0{,}69)^{0,4} = 47{,}8$$

$$h = \frac{k}{D_h} Nu_D = \frac{0{,}0338 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}}{0{,}0244 \text{ m}} 47{,}8 = 66{,}2 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

Dividindo ambos os lados do balanço de energia por A_1, tem-se que

$$\frac{5{,}67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)[(1000)^4 - T_2^4] \text{ K}^4}{\dfrac{1-0{,}8}{0{,}8} + 1 + \dfrac{1-0{,}8}{0{,}8}\dfrac{2}{\pi}}$$

$$= 66{,}2 \frac{\pi}{2}(T_2 - 400) \text{ W/m}^2$$

ou

$$5{,}67 \times 10^{-8} T_2^4 + 146{,}5 T_2 - 115313 = 0$$

Uma solução por tentativa e erro fornece

$$T_2 = 696 \text{ K} \quad \triangleleft$$

A partir de um balanço de energia na superfície aquecida,

$$q_{1,\text{ext}} = q_{1,\text{rad}} + q_{1,\text{conv}} = q_{2,\text{conv}} + q_{1,\text{conv}}$$

Dessa forma, com base em uma unidade de comprimento do tubo,

$$q'_{1,\text{ext}} = h\pi r_o(T_2 - T_m) + h2r_o(T_1 - T_m)$$

$$q'_{1,\text{ext}} = 66{,}2 \times 0{,}02[\pi(696 - 400) + 2(1000 - 400)] \text{ W/m}$$

$$q'_{1,\text{ext}} = (1231 + 1589) \text{ W/m} = 2820 \text{ W/m} \quad \triangleleft$$

Comentários: Aplicando um balanço de energia em um volume de controle diferencial no ar, tem-se que

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q'_1}{\dot{m} c_p} = \frac{2820 \text{ W/m}}{0{,}01 \text{ kg/s}\,(1014 \text{ J/kg} \cdot \text{K})} = 278 \text{ K/m}$$

Assim, a variação axial da temperatura do ar é significativa e uma análise mais representativa deveria subdividir o tubo em zonas axiais, permitindo variações nas temperaturas do ar e da superfície isolada entre as zonas. Além disso, uma análise da transferência radiante com base em duas superfícies não seria mais apropriada.

13.4 *Troca Radiante com Meio Participante*

Embora tenhamos desenvolvido meios para prever a troca de radiação entre superfícies, é importante estarmos cientes de suas limitações inerentes. Lembre-se de que consideramos superfícies *cinza*, *opacas* e *isotérmicas*, que *emitem* e *refletem difusamente* e que são caracterizadas por *radiosidades* e *irradiações uniformes*. Para cavidades, também consideramos o meio que separa as superfícies *não-participante*; ou seja, ele não absorve nem espalha a radiação superficial e não emite radiação.

As condições anteriores e as equações a elas relacionadas podem freqüentemente ser usadas para obter estimativas preliminares confiáveis e, na maioria dos casos, resultados altamente precisos para a transferência de radiação em uma cavidade. Algumas vezes, entretanto, as hipóteses são muito inapropriadas e métodos de previsão mais refinados são necessários. Embora além do escopo deste livro, os métodos são discutidos em tratamentos mais avançados da transferência de calor por radiação [3, 7-12].

Falamos pouco a respeito da radiação em gases, tendo concentrado nossa atenção na transferência radiante na superfície de sólidos ou de líquidos opacos. Para gases *apolares*, como O_2 ou N_2, essa não-consideração é justificável, uma vez que esses gases não emitem radiação e são essencialmente transparentes à radiação térmica incidente. Contudo, o mesmo não pode ser dito para moléculas polares, como CO_2, H_2O (vapor), NH_3 e hidrocarbonetos gasosos, que emitem e absorvem em uma ampla faixa de temperaturas. Para tais gases, a questão é complicada pelo

fato de que, ao contrário da radiação a partir de um sólido ou de um líquido, que é distribuída continuamente em relação ao comprimento de onda, a radiação dos gases é concentrada em *intervalos de comprimentos de onda* específicos (chamados de bandas). Além disso, a radiação em gases não é um fenômeno de superfície, mas, ao contrário, é um fenômeno *volumétrico*.

13.4.1 Absorção Volumétrica

A absorção de radiação espectral em um gás (ou em um líquido ou sólido semitransparente) é uma função do coeficiente de absorção κ_λ (1/m) e da espessura L do meio (Figura 13.14). Se um feixe monocromático com intensidade $I_{\lambda,0}$ incide no meio, a intensidade é reduzida devido à absorção e a redução que ocorre em uma camada infinitesimal com espessura dx pode ser representada por

$$dI_\lambda(x) = -\kappa_\lambda I_\lambda(x)\,dx \qquad (13.28)$$

Separando variáveis e integrando ao longo de toda a camada, obtemos

$$\int_{I_{\lambda,0}}^{I_{\lambda,L}} \frac{dI_\lambda(x)}{I_\lambda(x)} = -\kappa_\lambda \int_0^L dx$$

onde κ_λ é considerado independente de x. Tem-se que

$$\frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \qquad (13.29)$$

Esse decaimento exponencial, conhecido por *lei de Beer*, é uma ferramenta útil na análise aproximada da radiação. Ele pode, por exemplo, ser usado para inferir a absortividade espectral global do meio. Em particular, com a transmissividade definida por

$$\tau_\lambda = \frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \qquad (13.30)$$

a absortividade é

$$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \qquad (13.31)$$

Se a lei de Kirchhoff for considerada válida, $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$, a Equação 13.31 também fornece a emissividade espectral do meio.

13.4.2 Emissão e Absorção em Gases

Um cálculo comum em engenharia é aquele que requer a determinação do fluxo térmico radiante de um gás para uma superfície adjacente. Apesar dos complicados efeitos espectral e direcional, que são inerentes nesses cálculos, um procedimento simplificado pode ser usado. O método foi desenvolvido por Hottel [13] e envolve a determinação da emissão de radiação por uma massa gasosa hemisférica à temperatura T_g para um elemento de superfície dA_1, que está localizado no centro da base da hemisfera. A emissão do gás por unidade de área da superfície é representada por

$$E_g = \varepsilon_g \sigma T_g^4 \qquad (13.32)$$

onde a emissividade do gás ε_g é determinada pela correlação de dados disponíveis. Em particular, ε_g foi correlacionada em termos da temperatura T_g e da pressão total do gás p, da pressão parcial p_g da espécie radiante e do raio L da hemisfera.

Resultados para a emissividade do vapor d'água estão representados graficamente na Figura 13.15 como uma função da temperatura do gás, para uma pressão total de 1 atm e para diferentes valores do produto entre a pressão parcial do vapor e o raio da hemisfera. Para determinar a emissividade a pressões totais diferentes de 1 atm, a emissividade obtida na Figura 13.15 deve ser multiplicada pelo fator de correção C_a, dado pela Figura 13.16. Resultados análogos foram obtidos para o dióxido de carbono e são apresentados nas Figuras 13.17 e 13.18.

Os resultados anteriores se aplicam quando o vapor d'água ou o dióxido de carbono aparecem *separadamente* em uma mistura com outras espécies não-radiantes. Entretanto, os resultados podem ser facilmente estendidos para situações nas quais vapor d'água e dióxido de carbono aparecem *juntos* em uma mistura com outros gases não-radiantes. Em particular, a emissividade total do gás pode ser representada por

$$\varepsilon_g = \varepsilon_a + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon \qquad (13.33)$$

onde o fator de correção $\Delta\varepsilon$ é apresentado na Figura 13.19 para diferentes valores da temperatura do gás. Esse fator leva em con-

FIGURA 13.14 Absorção em uma camada de gás ou de líquido.

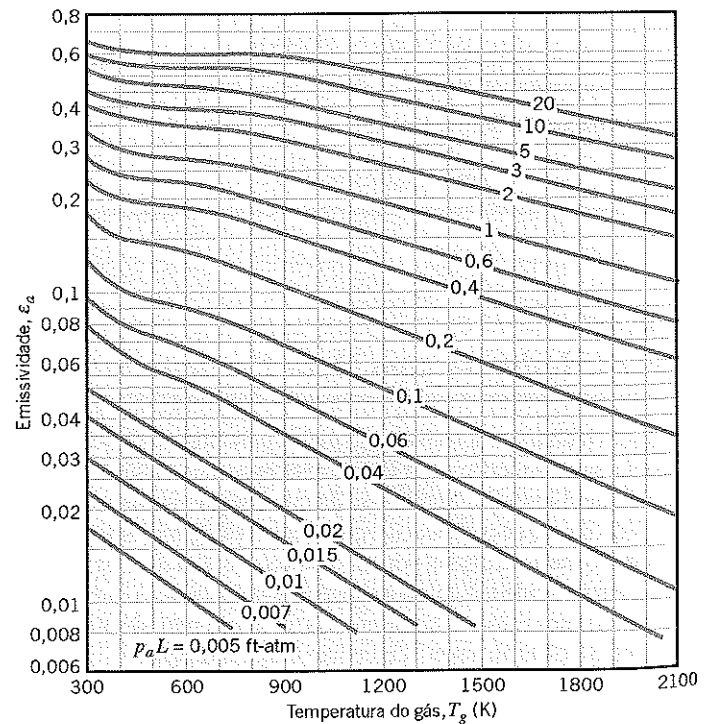



FIGURA 13.15 Emissividade do vapor d'água em uma mistura com gases não-radiantes a uma pressão total de 1 atm e com a forma de uma hemisfera [13]. Usado com permissão.

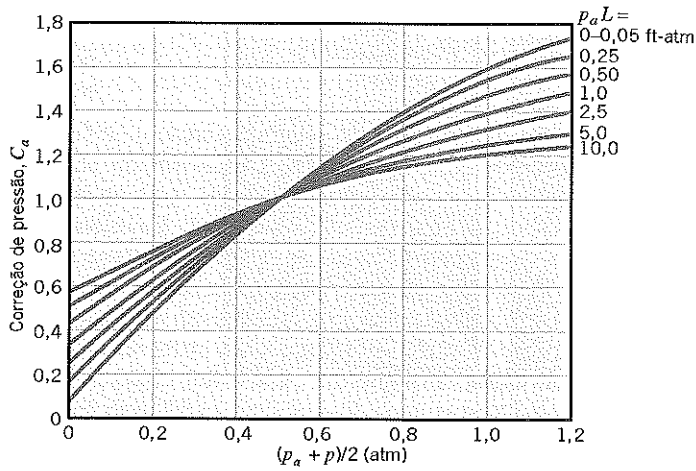



FIGURA 13.16 Fator de correção para obter emissividades do vapor d'água em pressões diferentes de 1 atm ($\varepsilon_{a,p\neq 1atm} = C_a\, \varepsilon_{a,p=1atm}$) [13]. Usado com permissão.

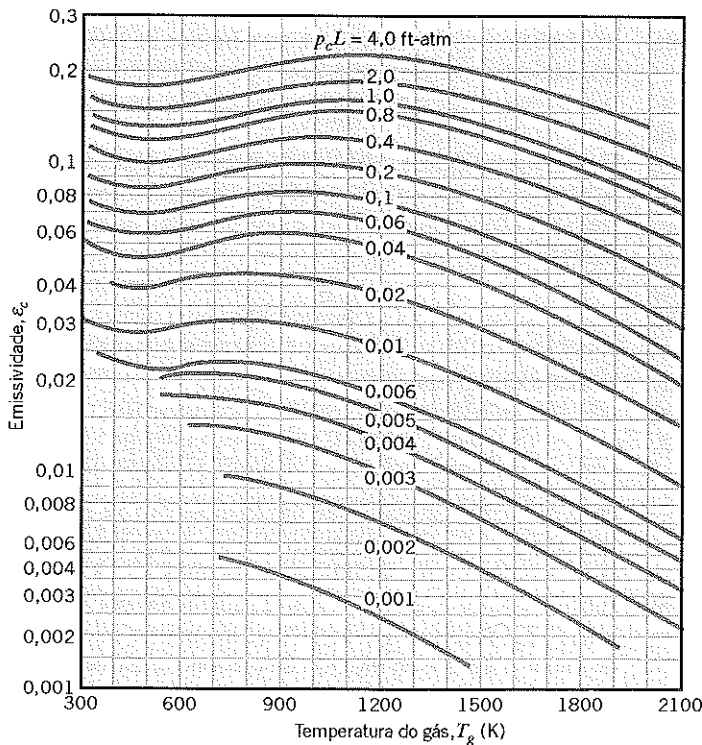



FIGURA 13.17 Emissividade do dióxido de carbono em uma mistura com gases não-radiantes a uma pressão total de 1 atm e com a forma de uma hemisfera [13]. Usado com permissão.

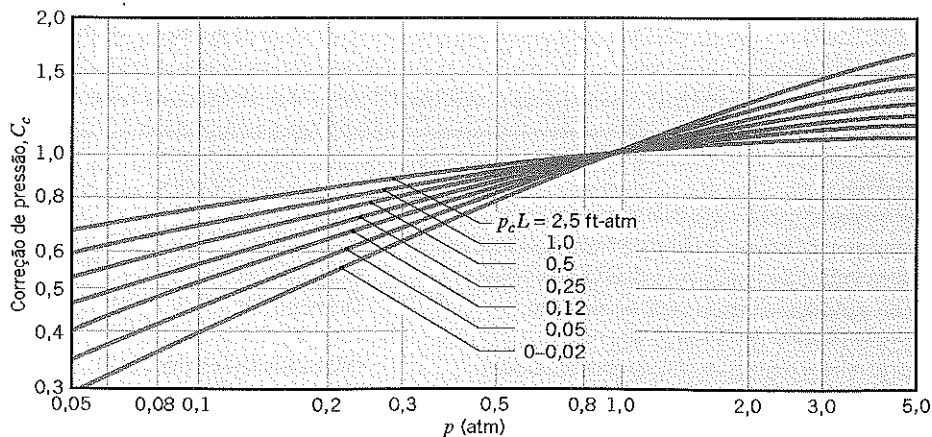



FIGURA 13.18 Fator de correção para obter emissividades do dióxido de carbono em pressões diferentes de 1 atm ($\varepsilon_{c,p\neq 1atm} = C_c\, \varepsilon_{c,p=1atm}$) [13]. Usado com permissão.

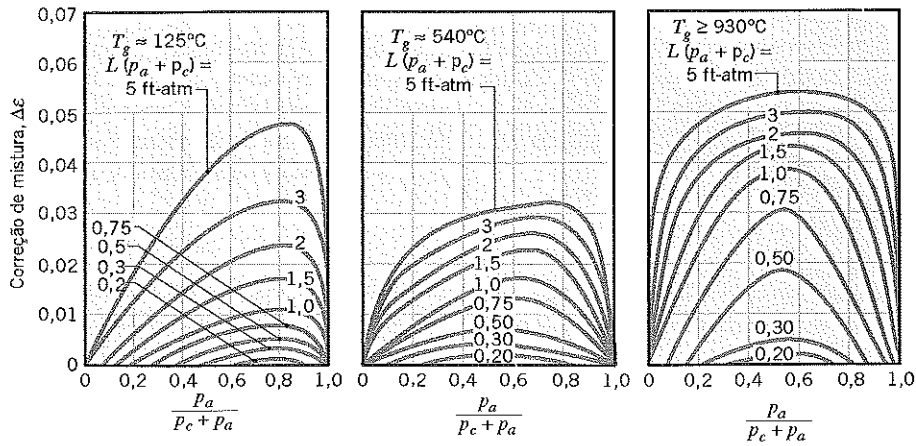



FIGURA 13.19 Fator de correção associado a misturas de vapor d'água e dióxido de carbono [13]. Usado com permissão.

sideração a redução na emissão associada à absorção mútua de radiação entre as duas espécies.

Lembre que os resultados anteriores fornecem a emissividade de uma massa do gás hemisférica, com raio L, radiando para um elemento de área localizado no centro de sua base. Contudo, os resultados podem ser estendidos para outras geometrias do gás com a introdução do conceito de um *comprimento de feixe médio, L_e*. A grandeza foi introduzida para correlacionar, em termos de um único parâmetro, a dependência da emissividade do gás em relação ao tamanho e à forma da geometria do gás. Ele pode ser interpretado como o raio de uma massa gasosa hemisférica cuja emissividade é equivalente à da geometria de interesse. Seu valor foi determinado para numerosas geometrias de gases [13] e resultados representativos são listados na Tabela 13.4. Substituindo L por L_e nas Figuras 13.15 a 13.19, a emissividade associada à geometria de interesse pode, então, ser determinada.

Usando os resultados da Tabela 13.4 com as Figuras 13.15 a 13.19, é possível determinar a taxa de transferência de calor radiante para uma superfície devido à emissão a partir de um gás adjacente. Essa taxa de transferência de calor pode ser representada por

$$q = \varepsilon_g A_s \sigma T_g^4 \qquad (13.34)$$

onde A_s é a área da superfície. Se a superfície for negra, ela irá, obviamente, absorver toda essa radiação. Uma superfície negra irá também emitir radiação e a taxa líquida na qual a radiação é trocada entre a superfície a T_s e o gás a T_g é

$$q_{\text{liq.}} = A_s \sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4) \qquad (13.35)$$

Para o vapor d'água e o dióxido de carbono, a absortividade do gás α_g necessária pode ser calculada com expressões com a forma [13]

Agua:

$$\alpha_a = C_a \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.45} \times \varepsilon_a \left(T_s, p_a L_e \frac{T_s}{T_g}\right) \qquad (13.36)$$

Dioxido de carbono:

$$\alpha_c = C_c \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0,65} \times \varepsilon_c \left(T_s, p_c L_e \frac{T_s}{T_g}\right) \qquad (13.37)$$

onde ε_a e ε_c são determinadas nas Figuras 13.15 e 13.17, respectivamente, e C_a e C_c nas Figuras 13.16 e 13.18, respectivamente. Note, contudo, que, ao utilizar as Figuras 13.15 e 13.17, T_g é substituído por T_s e $p_a L_e$ ou $p_c L_e$ é substituído por $p_a L_e(T_s/T_g)$ ou $p_c L_e(T_s/T_g)$, respectivamente. Observe também que, na presença de vapor d'água e de dióxido de carbono, a absortividade total do gás pode ser escrita na forma

$$\alpha_g = \alpha_a + \alpha_c - \Delta\alpha \qquad (13.38)$$

onde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ é obtido na Figura 13.19.

TABELA 13.4 **Comprimento de feixe médio L_e para várias geometrias de gases**

Geometria	Comprimento Característico	L_e
Esfera (radiação para a superfície)	Diâmetro (D)	$0{,}65D$
Cilindro circular infinito (radiação para a superfície curva)	Diâmetro (D)	$0{,}95D$
Cilindro circular semi-infinito (radiação para a base)	Diâmetro (D)	$0{,}65D$
Cilindro circular com altura igual ao diâmetro (radiação para a superfície inteira)	Diâmetro (D)	$0{,}60D$
Planos paralelos infinitos (radiação para os planos)	Distância entre os planos (L)	$1{,}80L$
Cubo (radiação para qualquer superfície)	Lado (L)	$0{,}66L$
Forma arbitrária do volume V (radiação para a superfície de área A)	Razão volume por área (V/A)	$3{,}6V/A$

13.5 Resumo

Neste capítulo focamos na análise da troca de radiação entre superfícies de uma cavidade e, ao tratar essa troca, apresentamos o conceito de um *fator de forma*. Como o conhecimento dessa grandeza geométrica é essencial na determinação da troca de radiação entre quaisquer duas superfícies difusas, você deve estar familiarizado com os meios pelos quais ele pode ser determinado. Você também deve estar apto a executar cálculos de radiação em uma cavidade com superfícies *cinza*, *difusas*, *opacas* e *isotérmicas*, com *radiosidades* e *irradiações uniformes*. Além disso, você deve estar familiarizado com os resultados que se aplicam aos casos mais simples, como o de uma cavidade com superfícies negras, uma cavidade com duas superfícies ou uma cavidade com três superfícies, sendo uma delas rerradiante.

Teste o seu entendimento dos conceitos pertinentes respondendo às questões a seguir.

- O que é um *fator de forma*? Que hipóteses estão tipicamente associadas ao cálculo do fator de forma entre duas superfícies?
- O que é a *relação de reciprocidade* para fatores de forma? O que é a *regra da soma*?
- Pode o fator de forma de uma superfície em relação a si mesma ser diferente de zero? Se afirmativo, que tipo de superfície exibe tal comportamento?
- O que é um *meio não-participante*?
- Que hipóteses são inerentes no tratamento da troca radiante entre superfícies de uma cavidade que não podem ser aproximadas por corpos negros? Comente sobre a validade das considerações e quando e onde eles parecem falhar.
- Como a resistência radiante de uma superfície em uma cavidade é definida? Qual é o potencial motriz que relaciona essa resistência à taxa líquida de transferência radiante na superfície? Qual é a resistência se a superfície puder ser aproximada por um corpo negro?
- Como a resistência espacial associada à troca radiante entre duas superfícies de uma cavidade é definida? Qual é o potencial motriz que relaciona essa resistência à taxa líquida de transferência radiante entre as superfícies?
- O que é uma *barreira de radiação* e como a troca líquida de radiação entre duas superfícies é afetada por uma barreira entre elas? É vantagem para uma barreira ter as superfícies com absortividade ou refletividade alta?
- O que é uma *superfície rerradiante*? Sob quais condições pode uma superfície ser aproximada por rerradiante? Qual é a relação entre radiosidade, poder emissivo de corpo negro e irradiação em uma superfície rerradiante? A temperatura de tal superfície depende de suas propriedades radiantes?
- O que pode ser dito sobre uma superfície de uma cavidade na qual a transferência de calor líquida por radiação para a superfície é equilibrada pela transferência de calor por convecção saindo da superfície para um gás na cavidade? O lado posterior da superfície é adiabático?
- Considere uma superfície em uma cavidade na qual a transferência de radiação líquida saindo da superfície é superior à transferência de calor por convecção vinda de um gás na cavidade. Que outro processo ou processos têm que ocorrer na superfície, de forma independente ou coletiva?
- Que características moleculares fazem um gás não emissor e não absorvedor? Que características permitem a emissão e a absorção de radiação por um gás?
- Que características distinguem a emissão e a absorção de radiação por um gás daquelas em um sólido opaco?
- Como a intensidade da radiação que se propaga através de um meio semitransparente varia com a distância ao longo do meio? O que pode ser dito sobre essa variação se o coeficiente de absorção for muito grande? E se o coeficiente for muito pequeno?

Referências

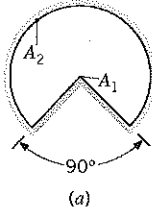
1. Hamilton, D. C., and W. R. Morgan, "Radiant Interchange Configuration Factors," National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note 2836, 1952.
2. Eckert, E. R. G., "Radiation: Relations and Properties," in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1973.
3. Siegel, R., and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 4th ed., Taylor & Francis, New York, 2002.
4. Howell, J. R., *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, McGraw-Hill, New York, 1982.
5. Emery, A. F., O. Johansson, M. Lobo, and A. Abrous, *J. Heat Transfer*, **113**, 413, 1991.
6. Oppenheim, A. K., *Trans. ASME*, **65**, 725, 1956.
7. Hottel, H. C., and A. F. Sarofim, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1967.
8. Tien, C. L., "Thermal Radiation Properties of Gases," in J. P. Hartnett and T. F. Irvine, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 5, Academic Press, New York, 1968.
9. Sparrow, E. M., "Radiant Interchange Between Surfaces Separated by Nonabsorbing and Nonemitting Media," in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1973.
10. Dunkle, R. V., "Radiation Exchange in an Enclosure with a Participating Gas," in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1973.
11. Sparrow, E. M., and R. D. Cess, *Radiation Heat Transfer*, Hemisphere Publishing, New York, 1978.
12. Edwards, D. K., *Radiation Heat Transfer Notes*, Hemisphere Publishing, New York, 1981.
13. Hottel, H. C., "Radiant-Heat Transmission," in W. H. McAdams, Ed., *Heat Transmission*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1954.

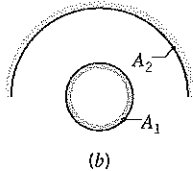
Problemas

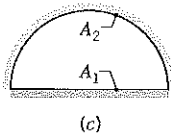
Fatores de Forma

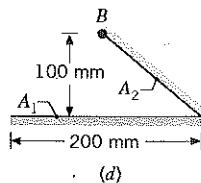
13.1 Determine F_{12} e F_{21} para as seguintes configurações usando o teorema da reciprocidade e outras relações básicas do fator de forma. Não utilize tabelas ou gráficos.

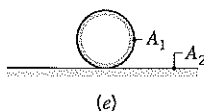
(a) Duto longo

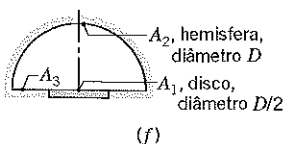
(a)

(b) Pequena esfera com área A_1 sob uma hemisfera concêntrica com área $A_2 = 2A_1$

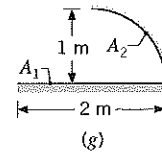
(b)

(c) Duto longo. Qual o valor de F_{22} nesse caso?

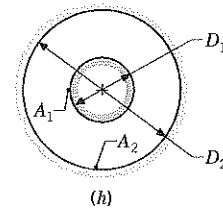
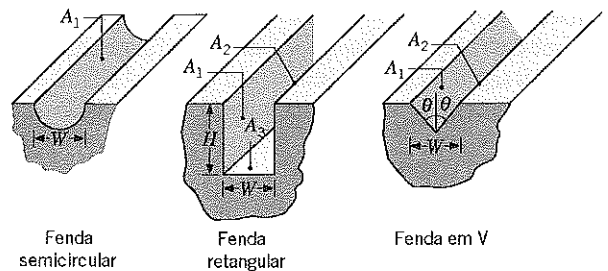
(c)

(d) Longas placas inclinadas (o ponto B encontra-se diretamente acima do centro de A_1)

(d)

(e) Esfera apoiada sobre um plano infinito

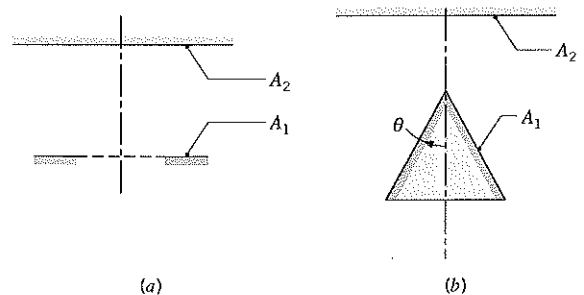
(e)

(f) Configuração hemisfera-disco

(f)

(g) Canal aberto longo

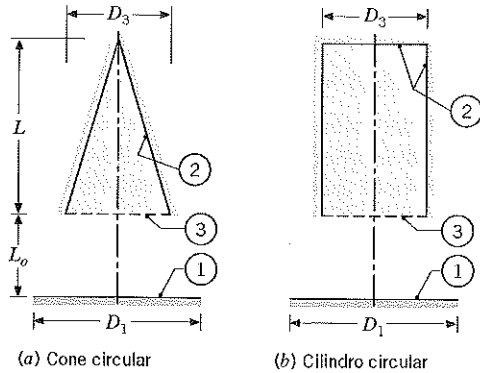
(g)

(h) Cilindros concêntrico longos

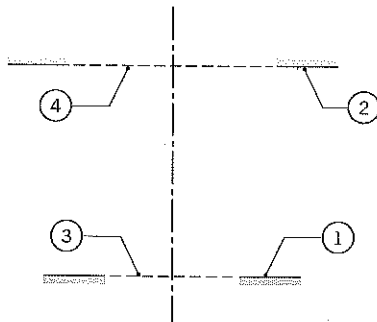
(h)

13.2 Considere as seguintes fendas, cada uma com largura W, que foram usinadas em um bloco de material sólido.

(a) Para cada caso, obtenha uma expressão para o fator de forma da fenda com relação à vizinhança fora da fenda.
(b) Para a fenda em forma de V, obtenha uma expressão para o fator de forma F_{12}, onde A_1 e A_2 são as superfícies opostas.
(c) Se $H = 2W$ na fenda retangular, qual é o fator de forma F_{12}?

13.3 Deduza expressões para o fator de forma F_{12} associado aos arranjos a seguir. Expresse os seus resultados em termos de A_1, A_2 e qualquer outra área de superfície hipotética apropriada, assim como do fator de forma para discos paralelos coaxiais (Tabela 13.2, Figura 13.5).

(a) (b)

(a) Um disco circular e um anel coaxial.
(b) Um disco circular e um cone circular coaxial. Esboce a variação de F_{12} com θ para $0 \leq \theta \leq \pi/2$ e explique as características marcantes.

13.4 Um cone circular e um cilindro circular com o mesmo diâmetro e comprimento (A_2) são posicionados coaxialmente, a uma distância L_o, de um disco circular (A_1), como mostrado no esquema. As superfícies da base e da lateral internas do cilindro podem ser tratadas como uma superfície única, A_2. A área hipoté-

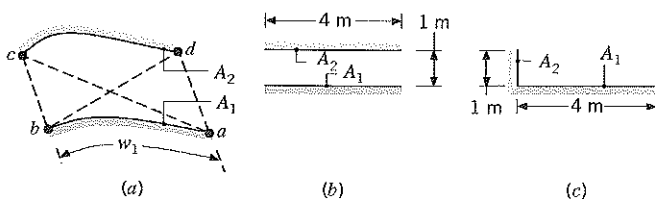
tica correspondente à abertura do cone e do cilindro é identificada por A_3.

(a) Mostre que, para os dois arranjos, $F_{21} = (A_1/A_2)F_{13}$ e $F_{22} = 1 - (A_3/A_2)$, onde F_{13} é o fator de forma entre dois discos paralelos coaxiais (Tabela 13.2).
(b) Para $L = L_o = 50$ mm e $D_1 = D_3 = 50$ mm, calcule F_{21} e F_{22} para as configurações cônica e cilíndrica e compare seus valores relativos. Explique quaisquer similaridades e diferenças.
(c) Os valores relativos de F_{21} e F_{22} variam nas configurações cônica e cilíndrica quando L aumenta e todos os outros parâmetros permanecem fixos? No limite de L muito grande, o que você espera que aconteça? Esboce as variações de F_{21} e F_{22} com L e explique as características marcantes.

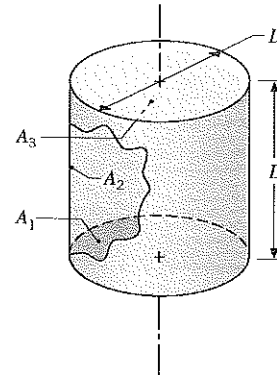
13.5 Considere os dois discos em forma de anel, coaxiais e paralelos, mostrados na figura.

Mostre que F_{12} pode ser representado por

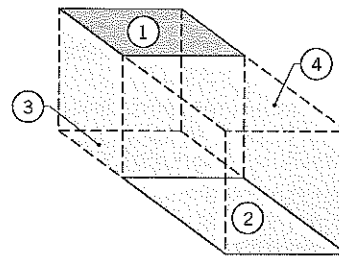
$$F_{12} = \frac{1}{A_1}\{A_{(1,3)}F_{(1,3)(2,4)} - A_3F_{3(2,4)} - A_4(F_{4(1,3)} - F_{43})\}$$

onde todos os fatores de forma no lado direito da equação podem ser determinados na Figura 13.5 ou na Tabela 13.2 para discos coaxiais paralelos.

13.6 O método dos "filamentos cruzados" de Hottel [13] fornece um meio simples para calcular fatores de forma entre superfícies que possuem extensão infinita em uma direção. Para duas destas superfícies (*a*) com visões sem obstrução uma da outra, o fator de forma possui a forma

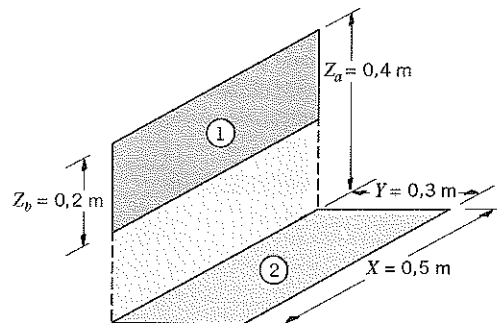
$$F_{12} = \frac{1}{2w_1}[(ac + bd) - (ad + bc)]$$

Use esse método para determinar os fatores de forma F_{12} nas figuras (*b*) e (*c*). Compare os seus resultados com aqueles obtidos nos gráficos e expressões analíticas apropriadas.

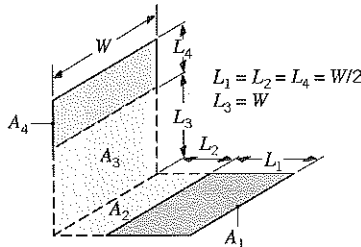
13.7 Considere o cilindro circular de diâmetro D, comprimento L e áreas A_1, A_2 e A_3, representando as superfícies da base, interna e superior, respectivamente.

(a) Mostre que o fator de forma entre a base do cilindro e a sua superfície interna tem a forma $F_{12} = 2H[(1 + H^2)^{1/2} - H]$, onde $H = L/D$.
(b) Mostre que o fator de forma da superfície interna para ela mesma tem a forma $F_{22} = 1 + H - (1 + H^2)^{1/2}$.

13.8 Considere os retângulos paralelos mostrados na figura.

Mostre que o fator de forma F_{12} pode ser representado por

$$F_{12} = \frac{1}{2A_1}[A_{(1,4)}F_{(1,4)(2,3)} - A_1F_{13} - A_4F_{42}]$$

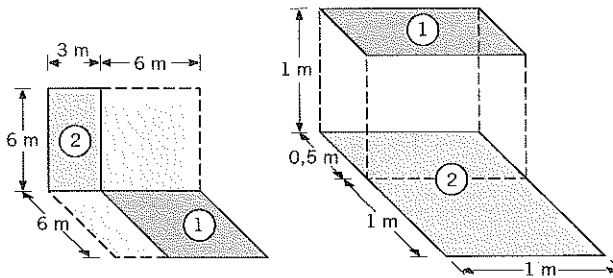
onde todos os fatores de forma no lado direito da equação podem ser determinados na Figura 13.4 (veja Tabela 13.2) para retângulos paralelos alinhados.

13.9 Considere os retângulos perpendiculares mostrados na figura.

(a) Determine o fator de forma F_{12}.
(b) Para larguras dos retângulos de $X = 0,5$; 1,5 e 5 m, represente graficamente F_{12} como uma função Z_b para $0,05 \leq Z_b \leq 0,4$ m. Compare os seus resultados com o fator de forma obtido pela relação bidimensional para placas perpendiculares com uma aresta comum (Tabela 13.1).

13.10 A relação de reciprocidade, a regra da soma e as Equações 13.5 a 13.7 podem ser usadas para desenvolver relações para o fator de forma que permitem a utilização das Figuras 13.4 e/ou 13.6 para configurações mais complexas. Considere o fator de forma F_{14} para as superfícies 1 e 4 na geometria a seguir. Essas superfícies são perpendiculares, porém não possuem uma aresta comum.

(a) Obtenha a seguinte expressão para o fator de forma F_{14}:

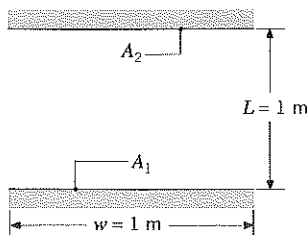
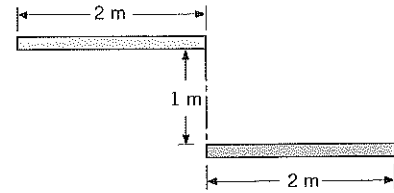
$$F_{14} = \frac{1}{A_1}[(A_1 + A_2)F_{(1,2)(3,4)} + A_2F_{23} - (A_1 + A_2)F_{(1,2)3} - A_2F_{2(3,4)}]$$

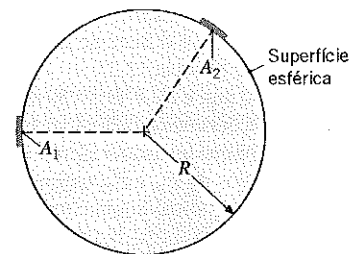
(b) Se $L_1 = L_2 = L_4 = (W/2)$ e $L_3 = W$, qual é o valor de F_{14}?

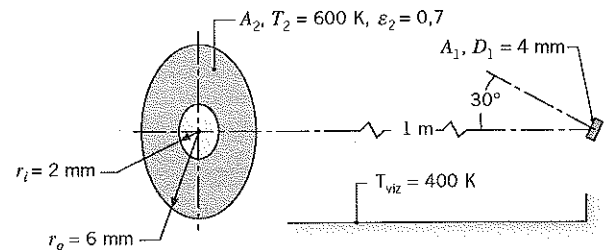
13.11 Determine o fator de forma, F_{12}, para os retângulos mostrados nas figuras.

(a) Retângulos perpendiculares sem uma aresta comum.

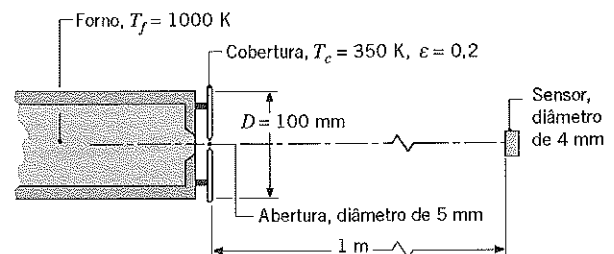
(b) Retângulos paralelos com áreas diferentes.

13.12 Considere planos paralelos com extensão normal à página infinita como mostrado na figura.

(a) Determine F_{12} usando os resultados da Figura 13.4.
(b) Determine F_{12} usando o primeiro caso da Tabela 13.1.
(c) Determine F_{12} usando o método dos filamentos cruzados de Hottel descrito no Problema 13.6.
(d) Determine F_{12} usando o segundo caso da Tabela 13.1.
(e) Determine F_{12} usando os resultados da Figura 13.4 se as dimensões forem aumentadas para $w = L = 2$ m.

13.13 Considere os planos paralelos, com extensão infinita na direção normal à página, que possuem arestas opostas alinhadas conforme mostrado na figura.

(a) Usando relações apropriadas do fator de forma e resultados para planos paralelos opostos, desenvolva uma expressão para o fator de forma F_{12}.
(b) Use o método dos filamentos cruzados de Hottel, descrito no Problema 13.6, para determinar o fator de forma.

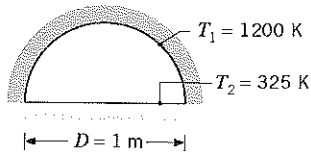
13.14 Considere duas superfícies difusas A_1 e A_2 no interior de uma cavidade esférica com raio R. Usando os métodos a seguir, deduza uma expressão para o fator de forma F_{12} em termos de A_2 e R.

(a) Determine F_{12} partindo da expressão $F_{ij} = q_{i \to j}/A_iJ_i$.
(b) Determine F_{12} usando a integral do fator de forma, Equação 13.1.

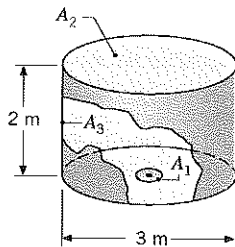
13.15 Como mostrado na figura, considere o disco A_1 localizado coaxialmente a 1 m de distância, porém inclinado 30° em relação à reta normal a uma coroa circular A_2.

Qual é a irradiação sobre A_1 devido à radiação de A_2, que é uma superfície cinza e difusa com emissividade de 0,7?

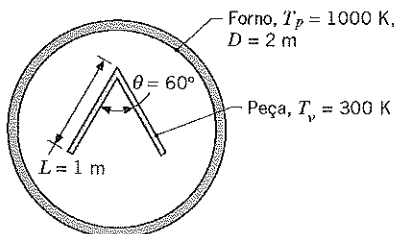
13.16 Um sensor de fluxo térmico com 4 mm de diâmetro está posicionado normal e a 1 m de distância da abertura, com 5 mm de diâmetro, de um forno a 1000 K que se comporta como um corpo negro. A cobertura que protege a abertura do forno, cinza e difusa ($\varepsilon = 0,2$), possui um diâmetro externo de 100 mm e a sua temperatura é de 350 K. O forno e o sensor estão localizados no interior de uma grande sala cujas paredes têm uma emissividade de 0,8 e estão a 300 K.

(a) Qual é a irradiação sobre o sensor, G_s(W/m²), considerando somente a emissão a partir da abertura do forno?
(b) Qual é a irradiação sobre o sensor devida à radiação a partir da cobertura e da abertura?

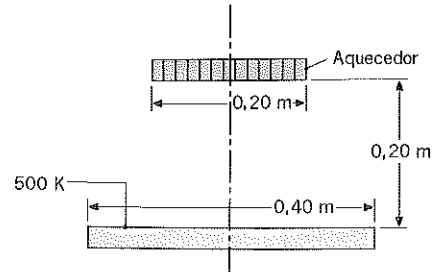
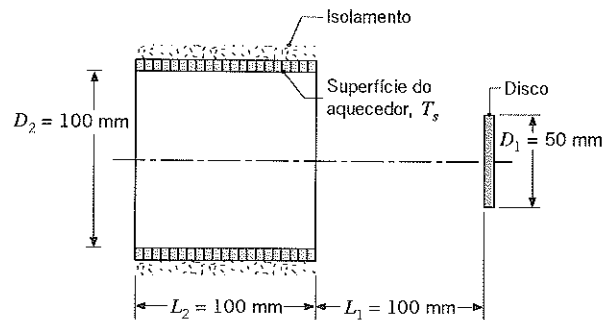
Troca de Radiação entre Corpos Negros

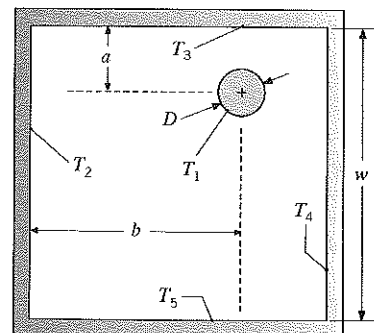
13.17 Uma pista de patinação no gelo circular com 25 m de diâmetro encontra-se coberta por uma cúpula hemisférica com 35 m de diâmetro. Se as superfícies do gelo e da cúpula puderem ser aproximadas por corpos negros e estiverem a 0 e 15°C, respectivamente, qual é a taxa líquida de transferência de radiação da cúpula para a pista?

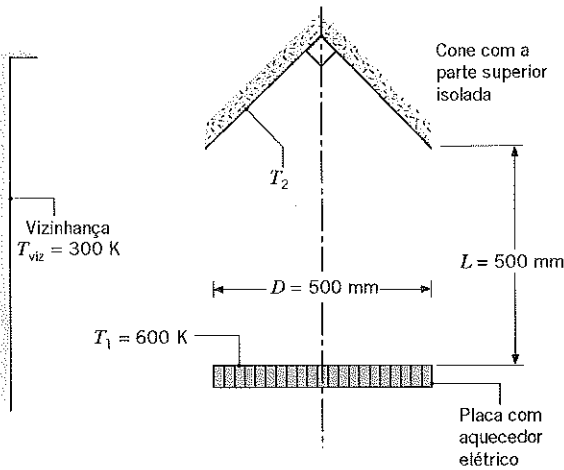
13.18 Um forno de secagem é constituído por um longo duto semicircular com diâmetro $D = 1$ m.

Os materiais a serem secados cobrem a base do forno, enquanto a parede é mantida a 1200 K. Qual é a taxa de secagem por unidade de comprimento do forno (kg/(s·m)), se uma camada de material coberta por água é mantida a 325 K durante o processo de secagem? Comportamento de corpo negro pode ser considerado para a superfície da água e para a parede do forno.

13.19 Considere o arranjo das três superfícies negras mostrado na figura, onde A_1 é pequena quando comparada com A_2 ou A_3.

Determine o valor de F_{13}. Calcule a transferência de calor líquida por radiação de A_1 para A_3, se $A_1 = 0{,}05$ m², $T_1 = 1000$ e $T_3 = 500$ K.

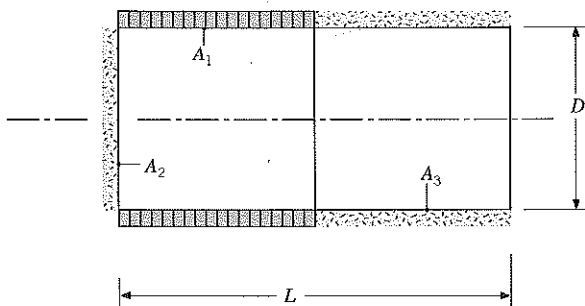
13.20 Uma peça longa em forma de V é tratada termicamente pela sua suspensão no interior de um forno tubular com um diâmetro de 2 m e uma temperatura de parede de 1000 K. O V tem os lados com 1 m de comprimento e um ângulo de 60°.

Se a parede do forno e as superfícies da peça puderem ser aproximadas por corpos negros e a peça se encontra a uma temperatura inicial de 300 K, qual é a taxa líquida de transferência de calor por radiação por unidade de comprimento da peça?

13.21 Considere discos negros, paralelos e coaxiais, separados por uma distância de 0,20 m. O disco inferior, com diâmetro de 0,40 m, é mantido a 500 K, enquanto a vizinhança está a 300 K. Qual será a temperatura que o disco superior, com diâmetro de 0,20 m, irá atingir se uma potência elétrica de 17,5 W for suprida ao aquecedor que se encontra na sua parte posterior?

13.22 Um aquecedor tubular com uma superfície interna negra de temperatura uniforme $T_s = 1000$ K irradia um disco que se encontra em posição coaxial ao tubo.

(a) Determine a potência radiante oriunda do aquecedor que incide sobre o disco, $q_{s\to 1}$. Qual é a irradiação sobre o disco, G_1?
(b) Para diâmetros do disco de $D_1 = 25$, 50 e 100 mm, represente graficamente $q_{s\to 1}$ e G_1 como funções da distância de separação L_1 para $0 \leq L_1 \leq 200$ mm.

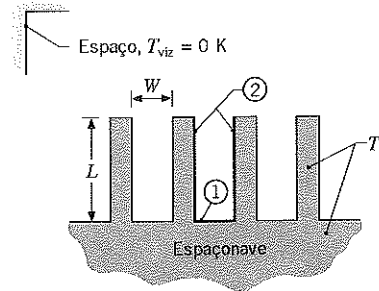
13.23 Um bastão cilíndrico longo com emissividade muito alta é tratado termicamente em um longo forno de seção transversal quadrada, no qual há vácuo, como mostrado na figura. As paredes do forno tem comportamento de corpo negro. Devido à perdas térmicas não uniformes, as temperaturas das paredes do forno são ligeiramente diferentes e são $T_2 = 600$ K, $T_3 = 575$ K, $T_4 = 555$ K e $T_5 = 585$ K, respectivamente.
(a) Determine a temperatura em regime estacionário de um bastão com $D = 0{,}2$ m, se cada parede do forno tiver $w = 1$ m e $a = b = 0{,}5$ m.
(b) Determine a temperatura em regime estacionário do bastão quando $a = 0{,}5$ e $b = 0{,}25$ m.

13.24 Uma placa circular com 500 mm de diâmetro é mantida a $T_1 = 600$ K e está posicionada coaxialmente a uma peça com formato cônico. O lado superior do cone é isolado. A placa e o cone,

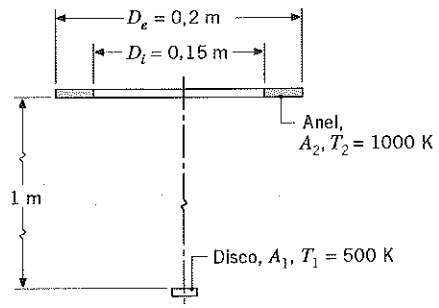
cujas superfícies são negras, estão localizados no interior de um grande recipiente, cujas paredes estão a 300 K e há vácuo no seu interior.

(a) Qual é a temperatura da superfície cônica, T_2?
(b) Qual é a potência elétrica necessária para manter a placa circular a 600 K?

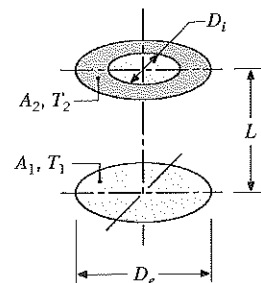
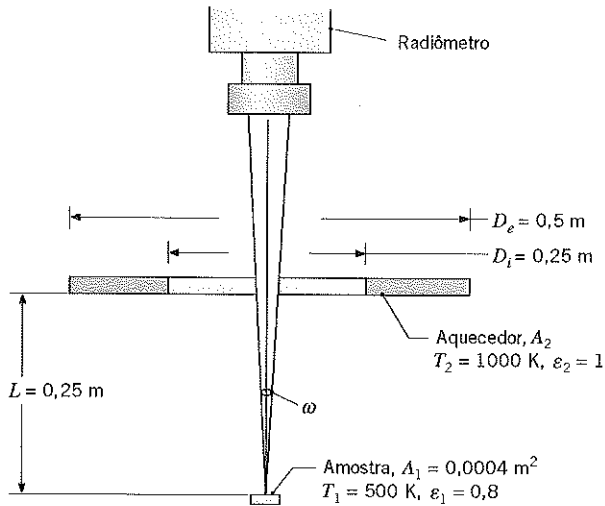
13.25 Dois projetos de forno, como ilustrados e dimensionados no Problema 13.4, são usados para aquecer uma peça em forma de disco (A_1). A potência fornecida aos fornos cônico e cilíndrico (A_2) é de 50 W. A peça está localizada em uma grande sala a uma temperatura de 300 K e o seu lado de baixo está isolado. Considerando todas as superfícies negras, determine a temperatura da peça, T_1, e a temperatura da superfície interna do forno, T_2, para cada uma das geometrias. Na sua análise, use expressões fornecidas no Problema 13.4 para os fatores de forma, F_{21} e F_{22}.

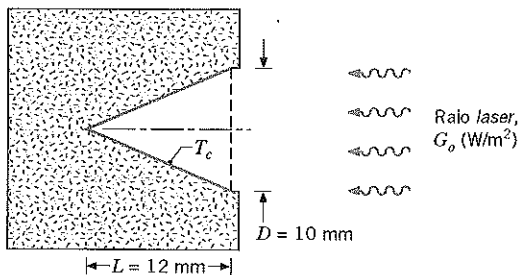
13.26 Um forno é construído em três seções, que incluem uma seção circular isolada termicamente (2) e uma seção cilíndrica também com isolamento (3), assim como uma seção cilíndrica intermediária (1) que possui aquecedores elétricos nela embutidos. O comprimento total e o diâmetro são de 200 mm e 100 mm, respectivamente, e as seções cilíndricas possuem comprimentos iguais. A vizinhança encontra-se a 0 K.

(a) Se todas as superfícies forem negras, determine a potência elétrica, q_1, necessária para manter a seção aquecida a 1000 K.
(b) Quais são as temperaturas das seções isoladas T_2 e T_3?
[(c)] Para D = 100 mm, gere um gráfico de q_1, T_2 e T_3 como funções da razão comprimento-diâmetro, no intervalo $1 \le L/D \le 5$.

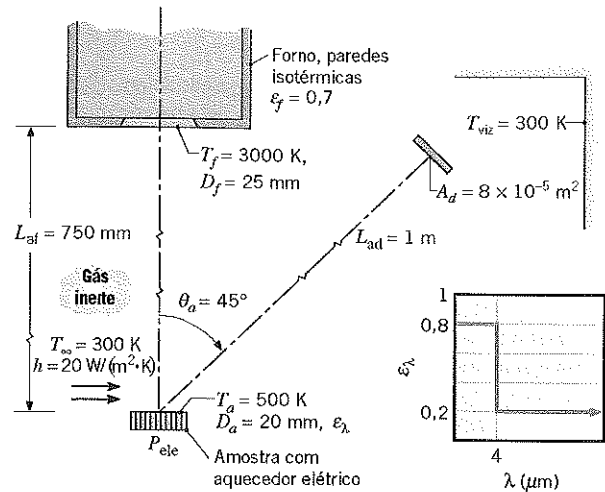
13.27 Para melhorar o descarte de calor em espaçonaves, um engenheiro propõe fixar uma série de aletas retangulares à superfície externa da espaçonave e cobrir todas as superfícies com um material que se aproxima de um comportamento de corpo negro.

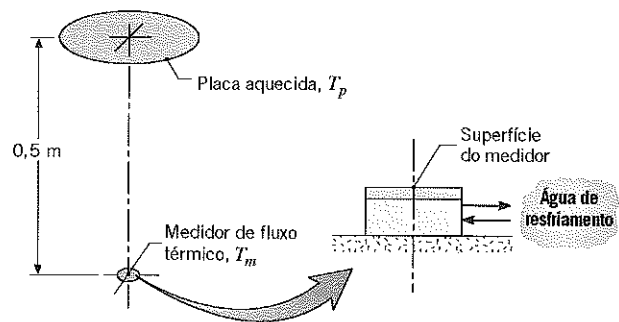
Considere a região em forma de U entre duas aletas adjacentes e subdivida a superfície em componentes associados à base (1) e ao lado (2). Obtenha uma expressão para a taxa, por unidade de comprimento, na qual a radiação é transferida das superfícies para o espaço, que pode ser aproximado por um corpo negro com a temperatura igual ao zero absoluto. As aletas e a base podem ser consideradas isotérmicas a uma temperatura T. Comente os seus resultados. A proposta do engenheiro tem mérito?

13.28 Uma cavidade cilíndrica com diâmetro D e profundidade L é usinada em um bloco de metal, e as condições são tais que as suas superfícies da base e lateral são mantidas a T_1 = 1000 K e T_2 = 700 K, respectivamente. Aproximando as superfícies por superfícies negras, determine o poder emissivo da cavidade se L = 20 mm e D = 10 mm.

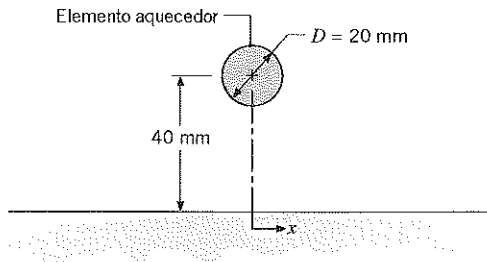
13.29 Na configuração mostrada na figura, o disco inferior possui um diâmetro de 30 mm e uma temperatura de 500 K. A superfície superior, que está a 1000 K, é uma coroa circular (anel) cujos diâmetros interno e externo são de 0,15 m e 0,2 m. Essa superfície superior está alinhada e paralela ao disco inferior, estando separada deste por uma distância de 1 m.

Considerando as superfícies corpos negros, calcule a transferência radiante líquida entre elas.

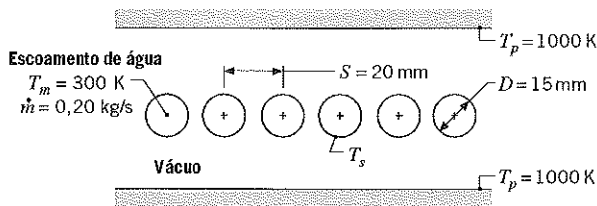
13.30 Dois discos planos coaxiais estão separados por uma distância L = 0,20 m. O disco inferior (A_1) é sólido e possui um diâmetro de D_e = 0,80 m e uma temperatura T_1 = 300 K. O disco superior (A_2), à temperatura T_2 = 1000 K, possui o mesmo diâmetro externo, mas tem a forma de um anel com diâmetro interno D_i = 0,40 m. Admitindo que os discos sejam corpos negros, calcule a troca líquida de calor por radiação entre eles.

13.31 Um radiômetro avista um pequeno alvo (1) que está sendo aquecido por um aquecedor com a forma de um disco (2). O alvo possui uma área de $A_1 = 0{,}0004\ \text{m}^2$, uma temperatura de $T_1 = 500$ K, e uma emissividade difusa e cinza $\varepsilon_1 = 0{,}8$. O aquecedor opera a $T_2 = 1000$ K e tem uma superfície negra. O radiômetro avista toda a área da amostra (alvo) com um ângulo sólido de $\omega = 0{,}0008$ sr.

(a) Escreva uma expressão para a potência radiante deixando o alvo que é coletada pelo radiômetro, em termos da radiosidade do alvo J_1 e de parâmetros geométricos relevantes. Deixe na forma simbólica.
(b) Escreva uma expressão para a radiosidade do alvo J_1 em termos da sua irradiação, poder emissivo e propriedades radiantes apropriadas. Deixe na forma simbólica.
(c) Escreva uma expressão para a irradiação sobre o alvo, G_1, devido à emissão a partir do aquecedor, em termos do poder emissivo do aquecedor, da área do aquecedor e de um fator de forma apropriado. Use essa expressão para avaliar numericamente G_1.
(d) Use as expressões e os resultados anteriores para determinar a potência radiante coletada pelo radiômetro.

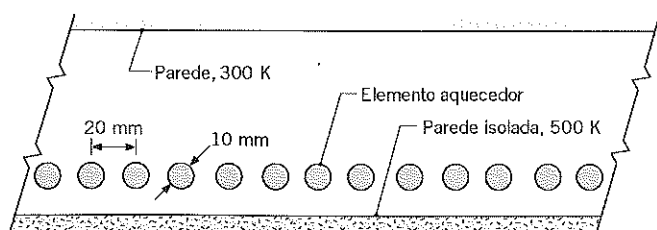
13.32 Um medidor para medir a potência ótica de um raio laser é construído com uma cavidade cônica negra, de paredes delgadas, que é isolada termicamente de seu abrigo. A cavidade tem uma abertura com $D = 10$ mm e uma profundidade de $L = 12$ mm. O abrigo do medidor e a vizinhança se encontram a 25,0°C.

Um termopar de fio fino fixado na superfície da cavidade indica um aumento na temperatura de 10,1°C quando um raio *laser* incide sobre o medidor. Qual é o fluxo ótico (radiante) do raio *laser*, G_o(W/m²)?

13.33 Uma amostra aquecida eletricamente é mantida com uma temperatura superficial $T_a = 500$ K. O revestimento da amostra é difuso, porém espectralmente seletivo, com a distribuição da emissividade espectral mostrada na figura. A amostra é irradiada por um forno localizado coaxialmente a uma distância $L_{af} = 750$ mm. O forno possui paredes isotérmicas com uma emissividade $\varepsilon_f = 0{,}7$, que estão a $T_f = 3000$ K. Um detector de radiação com área $A_d = 8 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$ está posicionado a uma distância $L_{ad} = 1{,}0$ m da amostra, ao longo de uma direção que está a 45° da normal à amostra. O detector é sensível à potência radiante espectral somente na região espectral compreendida entre 3 e 5 μm. Na superfície da amostra há transferência de calor por convecção com um gás com $T_\infty = 300$ K e $h = 20$ W/(m²·K). A vizinhança da amostra é grande e encontra-se a uma temperatura uniforme de $T_{viz} = 300$ K.

(a) Determine a potência elétrica, P_{ele}, necessária para manter a amostra a $T_a = 500$ K.
(b) Considerando tanto a emissão como a irradiação refletida a partir da amostra, determine a potência radiante que incide sobre o detector na região espectral compreendida entre 3 e 5 μm.

13.34 A configuração mostrada é usada para calibrar um medidor de fluxo térmico. O medidor possui uma superfície negra com 10 mm de diâmetro que é mantida a 17°C por uma placa de suporte resfriada com água. O aquecedor, com 200 mm de diâmetro, possui uma superfície negra mantida a 800 K e localizada a 0,5 m do medidor. A vizinhança e o ar estão a 27°C, e o coeficiente de transferência de calor por convecção entre o medidor e o ar é de 15 W/(m²·K).

(a) Determine a troca líquida de radiação entre o aquecedor e o medidor.
(b) Determine a transferência líquida de radiação para o medidor por unidade de área do medidor.
(c) Qual é a taxa líquida de transferência de calor para o medidor por unidade de área do medidor?
(d) Se o medidor for construído de acordo com a descrição do Problema 3.98, que fluxo térmico ele indicará?

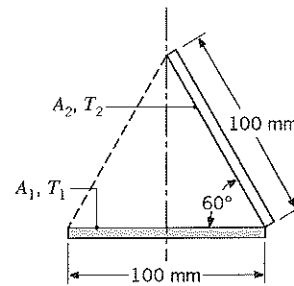
13.35 Um longo elemento aquecedor cilíndrico com 20 mm de diâmetro, operando a 700 K em meio ao vácuo, está posicionado a 40 mm de uma parede isolada de baixa condutividade térmica.

(a) Admitindo que o elemento e a parede sejam negros, estime a temperatura máxima atingida pela parede quando a vizinhança está a 300 K.
(b) Calcule e represente graficamente a distribuição de temperaturas na parede em regime estacionário no intervalo -100 mm $\leq x \leq$ 100 mm.

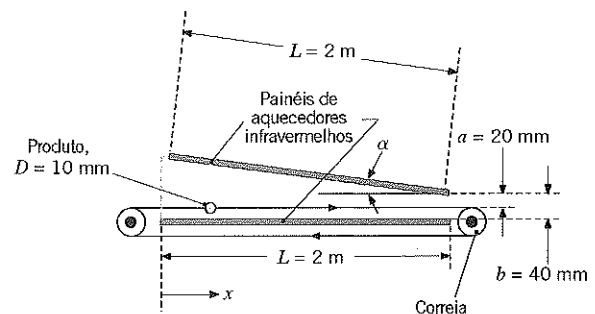
13.36 Água escoando através de um grande número de longos tubos circulares com paredes delgadas é aquecida por placas paralelas quentes, localizadas acima e abaixo da linha de tubos. Há vácuo no espaço entre as placas e as superfícies das placas e dos tubos podem ser aproximadas por corpos negros.

(a) Desprezando variações axiais, determine a temperatura na superfície do tubo, T_s, se a água escoar através de cada tubo com uma vazão mássica de $\dot{m}$ = 0,20 kg/s e a uma temperatura média T_m = 300 K.
(b) Calcule e represente graficamente a temperatura superficial como uma função da vazão para $0{,}05 \leq \dot{m} \leq 0{,}25$ kg/s.

13.37 Uma linha de elementos aquecedores cilíndricos, regularmente espaçados, é usada para manter uma parede de um forno, dotada de isolamento térmico, a uma temperatura de 500 K. A parede oposta encontra-se a uma temperatura uniforme de 300 K.

A parede isolada troca calor por convecção com ar a 450 K, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 200 W/(m²·K). Considerando que as paredes e os elementos aquecedores sejam negros, estime a temperatura de operação exigida para os elementos.

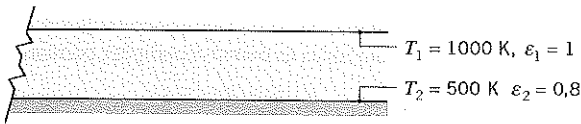
13.38 Um processo de fabricação exige o aquecimento de longos bastões de cobre, que são revestidos por uma fina película com ε = 1, colocando-os no interior de um grande forno, cuja superfície é mantida a 1650 K e há vácuo no seu interior. Os bastões têm 10 mm de diâmetro e são colocados no forno a uma temperatura inicial de 300 K.

(a) Qual é a taxa inicial de variação da temperatura do bastão?
(b) Quanto tempo os bastões devem permanecer no forno para atingir uma temperatura de 1000 K?
(c) O processo de aquecimento pode ser acelerado pela passagem de gases de combustão, também a 1650 K, através do forno. Para coeficientes de transferência de calor por convecção de 10, 100 e 500 W/(m²·K), determine o tempo necessário para os bastões atingirem 1000 K.

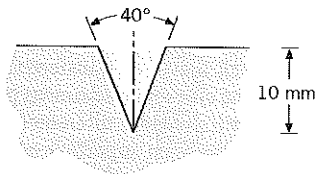
13.39 Considere as superfícies negras inclinadas (A_1 e A_2), muito longas, mantidas nas temperaturas uniformes de T_1 = 1000 K e T_2 = 800 K.

Determine a troca líquida de radiação entre as superfícies por unidade de comprimento das superfícies. Considere a configuração quando uma superfície negra (A_3), cuja superfície posterior é isolada termicamente, está posicionada ao longo da linha tracejada mostrada na figura. Calcule a transferência de radiação líquida para a superfície A_2, por unidade de comprimento da superfície, e determine a temperatura da superfície isolada A_3.

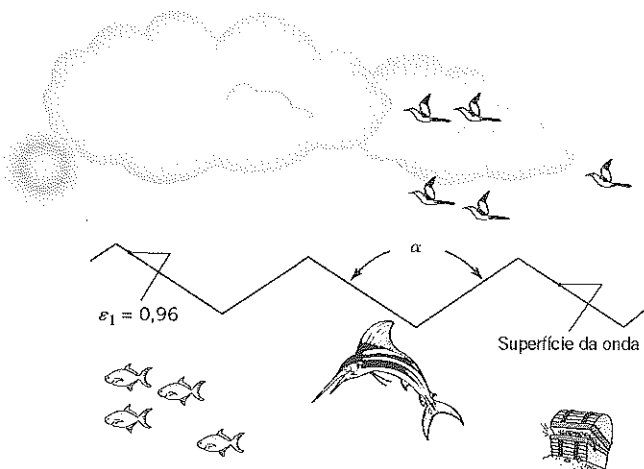
13.40 Muitos produtos são processados de uma forma que requer uma temperatura do produto especificada como uma função do tempo. Considere um produto com a forma de um longo cilindro, com 10 mm de diâmetro, que é transportado lentamente através de um forno de processamento como mostrado na figura. O produto exibe um comportamento próximo ao de um corpo negro e é fixado à correia de transporte pelas suas extremidades. A vizinhança está a 300 K, enquanto os aquecedores na forma de painéis radiantes estão a 500 K e têm superfícies que exibem um comportamento próximo ao de um corpo negro. Um engenheiro propõe um novo projeto de forno com uma superfície superior inclinada de modo a ser capaz de mudar rapidamente a resposta térmica do produto.

(a) Determine a radiação por unidade de comprimento incidente sobre o produto em x = 0,5 m e x = 1 m para α = 0.
(b) Determine a radiação por unidade de comprimento incidente sobre o produto em x = 0,5 m e x = 1 m para $\alpha = \pi/15$. *Sugestão*: O fator de forma do cilindro para a vizinhança no lado esquerdo pode ser achado pela soma dos fatores de forma do cilindro para as duas superfícies mostradas como tracejado longo em cor cinza na figura.

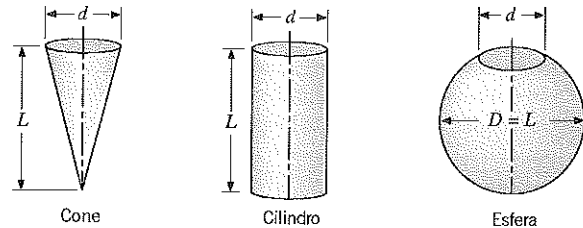
Cavidades com Duas Superfícies

13.41 Considere duas placas paralelas muito grandes com superfícies cinza e difusas.

Determine a irradiação e a radiosidade na placa superior. Qual é a radiosidade da placa inferior? Qual é a troca líquida de radiação entre as placas por unidade de área das placas?

13.42 Um orifício com fundo plano e 6 mm de diâmetro é perfurado até uma profundidade de 24 mm em um material cinza e difuso, que tem uma emissividade de 0,8 e uma temperatura uniforme de 1000 K.
(a) Determine a potência radiante que deixa a abertura da cavidade.
(b) A emissividade efetiva ε_{ef} da cavidade é definida como a razão entre a potência radiante que deixa a cavidade e a potência radiante de um corpo negro que possui a área da abertura da cavidade e a temperatura de suas superfícies internas. Calcule a emissividade efetiva da cavidade descrita anteriormente.
(c) Se a profundidade do orifício fosse aumentada, o valor ε_{ef} aumentaria ou diminuiria? Qual é o limite de ε_{ef} à medida que a profundidade do orifício aumenta?

13.43 Considere uma longa fenda em forma de V, com profundidade de 10 mm, usinada em um bloco mantida a 1000 K.

Se as superfícies da fenda são difusas e cinza com uma emissividade de 0,6, determine o fluxo radiante que deixa a fenda para a sua vizinhança. Determine também a emissividade efetiva da cavidade, como definida no Problema 13.42.

13.44 Nos Problemas 12.19 e 12.20, estimamos a temperatura da superfície da Terra supondo que a Terra seja negra. A maioria da superfície da Terra é água, que tem uma emissividade hemisférica de $\varepsilon = 0{,}96$. Na realidade, a superfície da água não é plana, sendo ondulada.
(a) Supondo que a geometria das ondas possa ser aproximada de perto como bidimensional e como mostrada na figura, determine a emissividade efetiva da superfície da água, como definida no Problema 13.42, para $\varepsilon = 3\pi/4$.

(b) Calcule e represente graficamente a emissividade efetiva da superfície da água, normalizada pela emissividade hemisférica da água ($\varepsilon_{ef}/\varepsilon$), na faixa de $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$.

13.45 Considere as cavidades formadas por um cone, um cilindro e uma esfera que possuem o mesmo tamanho de abertura (d) e dimensão principal (L), como mostrado na figura.

(a) Determine o fator de forma entre a superfície interna de cada cavidade e a sua abertura.
(b) Determine a emissividade efetiva de cada cavidade, ε_{ef}, conforme definida no Problema 13.42, admitindo que as paredes internas são difusas e cinza com uma emissividade ε_p.
(c) Para cada cavidade e emissividades da parede de $\varepsilon_p = 0{,}5$, 0,7 e 0,9, represente graficamente ε_{ef} como uma função da razão entre a dimensão principal e o tamanho da abertura, L/d, para valores dessa razão entre 1 e 10.

13.46 Uma chapa de alumínio anodizado, com espessura de $t = 5$ mm, é usada para descartar calor em um dispositivo de potência para uso no espaço. A borda da chapa é fixada à fonte quente e a chapa é mantida em condições quase isotérmicas a $T = 300$ K. Não há irradiação sobre a chapa.
(a) Determine a transferência de calor líquida por radiação para o espaço nos dois lados da chapa 200 mm × 200 mm.
(b) Um engenheiro sugere fazer furos de 3 mm de diâmetro ao longo da chapa. Os furos são espaçados de 5 mm. A superfície interna dos furos são anodizadas após a sua perfuração. Determine a transferência de calor líquida por radiação para o espaço nos dois lados da chapa.
(c) Como um projeto alternativo, os furos de 3 mm não transpassam a chapa. Nos dois lados são feitos furos com profundidade de 2 mm, com fundo plano, deixando assim uma película de alumínio com 1 mm de espessura separando o fundo dos furos localizados nas superfícies opostas. Determine a transferência de calor líquida por radiação para o espaço nos dois lados da chapa.
(d) Compare a razão entre a transferência de calor líquida por radiação e a massa da chapa para os três projetos.

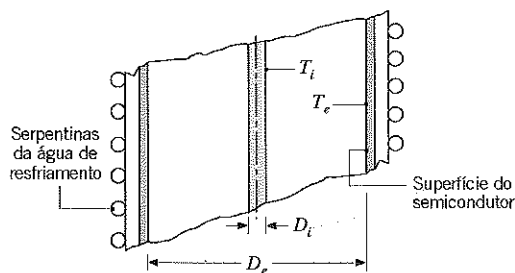
13.47 Considere o sistema de descarte de calor de uma espaçonave do Problema 13.27, mas sob condições nas quais as superfícies 1 e 2 não podem ser aproximadas por corpos negros.
(a) Para superfícies isotérmicas com temperatura $T = 325$ K e emissividade $\varepsilon = 0{,}7$, e uma seção em U com largura $W =$ 25 mm e comprimento $L = 125$ mm, determine a taxa, por unidade de comprimento (normal à página), na qual radiação é transferida de uma seção para o espaço.
(b) Explore o efeito da emissividade na taxa de descarte de calor e compare os seus resultados com aqueles para emissão exclusivamente a partir da base da seção.

13.48 Um dispositivo eletrônico dissipando 50 W é fixado à superfície interna de um recipiente cúbico isotérmico, que tem 120 mm de lado. O recipiente está posicionado na maior área de serviço do ônibus espacial, que está sob vácuo e cujas paredes estão a 150 K. Se a superfície externa do recipiente tem uma emissividade de 0,8 e a resistência térmica entre a superfície e o dispositivo é de 0,1 K/W, quais são as temperaturas da superfície e

do dispositivo? Todas as superfícies do recipiente podem ser consideradas trocando radiação com a área de serviço e a transferência de calor através da restrição do recipiente pode ser desprezada.

13.49 Um longo tubo horizontal com paredes delgadas e 100 mm de diâmetro é mantido a 120°C pela passagem de vapor d'água através do seu interior. Uma barreira de radiação é instalada ao redor do tubo, criando entre o tubo e a barreira uma região preenchida com ar com 10 mm de espessura. A temperatura superficial da barreira atinge 35°C. O tubo e a barreira têm superfícies difusas e cinza, com emissividades de 0,80 e 0,10, respectivamente. Qual é a transferência de calor radiante saindo do tubo por unidade de comprimento?

13.50 Um condutor elétrico muito longo, com 10 mm de diâmetro, está posicionado concentricamente no interior de um tubo cilíndrico resfriado, com 50 mm de diâmetro, cuja superfície é difusa e cinza com uma emissividade de 0,9 e está à temperatura de 27°C. O condutor elétrico possui uma superfície difusa e cinza com uma emissividade de 0,6 e está dissipando 6,0 W por metro de comprimento. Considerando que há vácuo no espaço entre as duas superfícies, calcule a temperatura na superfície do condutor.

13.51 Um arranjo para a conversão direta de energia térmica em energia elétrica é mostrado na figura. O cilindro interno, com diâmetro $D_i = 25$ mm, é aquecido internamente por um processo de combustão que leva o cilindro de cerâmica ($\varepsilon_i = 0,9$) a uma temperatura superficial de $T_i = 1675°C$. O cilindro externo, com diâmetro $D_e = 0,38$ m, é feito com um material semicondutor ($\varepsilon_e = 0,5$) que converte a irradiação incidente absorvida em corrente elétrica. O material que serve de base para o semicondutor é um metal altamente condutor que é resfriado com água para 20°C. O conversor é considerado muito longo quando comparado ao diâmetro externo. Há vácuo no espaço entre os dois cilindros concêntricos.

Supondo superfícies cinza e difusas, determine a taxa de transferência de calor por unidade de área do cilindro externo. A saída elétrica da superfície do semicondutor é de 10% da irradiação absorvida na região com comprimentos de onda entre 0,6 e 2,0 μm. Para as condições especificadas, determine a geração de energia em watts por unidade de área da superfície externa.

13.52 Oxigênio líquido é armazenado em um vaso esférico com parede delgada e 0,8 m de diâmetro, que está encerrado no interior de um segundo vaso esférico, também com parede delgada e com 1,2 m de diâmetro. As superfícies dos vasos são cinza, difusas e opacas, com uma emissividade de 0,05 e são separadas por um espaço no qual há vácuo. Se a superfície externa está a 280 K e a superfície interna está a 95 K, qual é a taxa mássica de perda de oxigênio devido à evaporação? (O calor latente de vaporização do oxigênio é de $2,13 \times 10^5$ J/kg.)

13.53 Duas esferas concêntricas com diâmetro $D_1 = 0,8$ m e $D_2 = 1,2$ m estão separadas por um espaço contendo ar e possuem temperaturas superficiais de $T_1 = 400$ K e $T_2 = 300$ K.

(a) Se as superfícies forem negras, qual é a taxa líquida de troca de radiação entre as esferas?

(b) Qual é a taxa líquida de troca de radiação entre as superfícies se elas forem difusas e cinza com $\varepsilon_1 = 0,5$ e $\varepsilon_2 = 0,05$?

(c) Qual é a taxa líquida de troca de radiação se o valor de D_2 for aumentado para 20 m, com $\varepsilon_2 = 0,05$; $\varepsilon_1 = 0,5$ e $D_1 = 0,8$ m? Qual seria o erro introduzido caso fosse admitido um comportamento de corpo negro para a superfície externa ($\varepsilon_2 = 1$), com todas as demais condições permanecendo as mesmas?

(d) Para $D_2 = 1,2$ m e emissividades de $\varepsilon_1 = 0,1$; 0,5 e 1,0; calcule e represente graficamente a taxa líquida de troca de radiação como uma função de ε_2 para $0,05 \leq \varepsilon_2 \leq 1,0$.

13.54 Determine as temperaturas em regime estacionário de duas barreiras de radiação colocadas em um espaço onde há vácuo entre dois planos infinitos a temperaturas de 600 e 325 K. Todas as superfícies são difusas e cinza com emissividade de 0,7.

13.55 Considere dois grandes (infinitos) planos paralelos que são difusos e cinza com temperaturas e emissividades de T_1, ε_1 e T_2, ε_2. Mostre que a razão entre as taxas de transferência de calor por radiação com múltiplas barreiras, N, de emissividade ε_b e sem barreiras, $N = 0$, é

$$\frac{q_{12,N}}{q_{12,0}} = \frac{[1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1]}{[1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1] + N[2/\varepsilon_s - 1]}$$

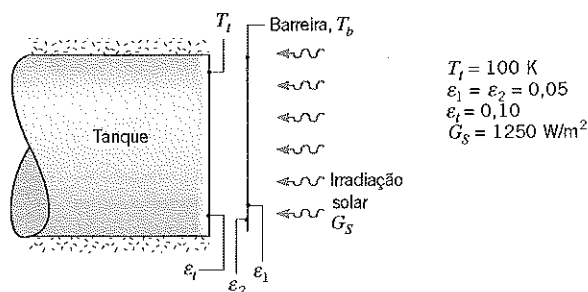
onde $q_{12,N}$ e $q_{12,0}$ representam as taxas de transferência de calor por radiação para N barreiras e sem barreiras, respectivamente.

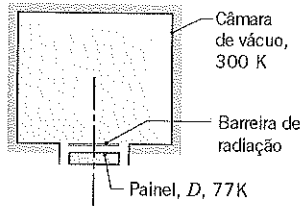
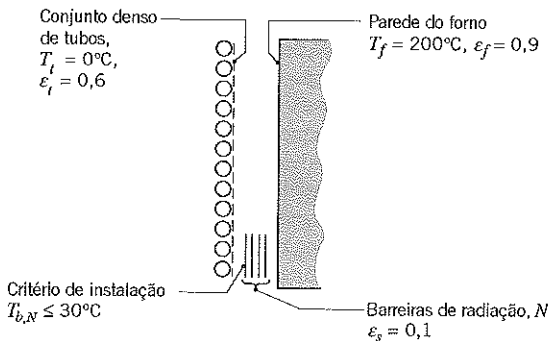
13.56 Considere duas grandes superfícies paralelas, cinza e difusas, separadas por uma pequena distância. Se a emissividade das superfícies é de 0,8, qual deve ser a emissividade de uma barreira de radiação delgada para reduzir a taxa de transferência de calor por radiação entre as duas superfícies por um fator de 10?

13.57 Transferência de calor por radiação ocorre entre duas grandes placas paralelas, que são mantidas a temperaturas T_1 e T_2, com $T_1 > T_2$. Para reduzir a taxa de transferência de calor entre as placas, propõe-se que elas sejam separadas por uma barreira delgada que possua emissividades diferentes em suas superfícies opostas. Em particular, uma superfície possui a emissividade $\varepsilon_b < 0,5$, enquanto a superfície oposta possui uma emissividade de $2\varepsilon_b$.

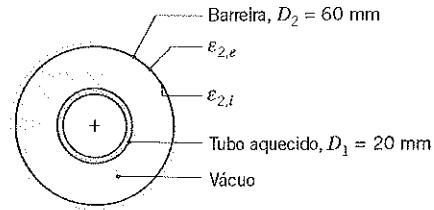
(a) Como a barreira deve ser orientada para proporcionar a maior redução na taxa de transferência de calor entre as placas? Isto é, a superfície com emissividade ε_b ou a com emissividade $2\varepsilon_b$ deve estar orientada na direção da placa com temperatura T_1?

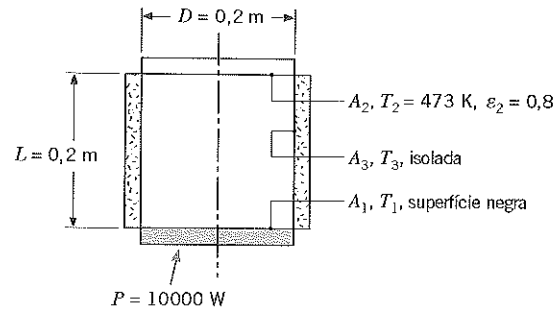
(b) Que orientação irá resultar no maior valor da temperatura da barreira T_b?

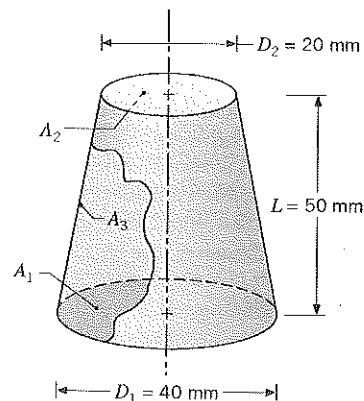
13.58 A extremidade de um tanque cilíndrico, que contém um propelente criogênico líquido, está exposta ao espaço livre e deve ser protegida da radiação externa (solar) pela colocação de uma fina barreira metálica em frente ao tanque. Considere que o fator de forma F_{tb} entre o tanque e a barreira seja igual à unidade, que todas as superfícies são difusas e cinzas, e que a vizinhança está a 0 K.

Determine a temperatura da barreira T_b e o fluxo térmico (W/m^2) para a extremidade do tanque.

13.59 No fundo de uma grande câmara de vácuo cujas paredes estão a 300 K, um painel negro com 0,1 m de diâmetro é mantido a 77 K. Para reduzir o calor ganho nesse painel, uma barreira de radiação com o mesmo diâmetro D e uma emissividade de 0,05 é colocada muito próximo ao painel. Calcule o ganho líquido de calor no painel.

13.60 Um forno está localizado próximo a um denso conjunto de tubos de transporte de fluido criogênico. O conjunto de tubos cobertos por gelo formam aproximadamente uma superfície plana com uma temperatura média de $T_t = 0°C$ e uma emissividade de $\varepsilon_t = 0,6$. A parede do forno tem uma temperatura de $T_f = 200°C$ e uma emissividade de $\varepsilon_f = 0,9$. Para proteger o equipamento de refrigeração e a tubulação de uma carga térmica em excesso, barreiras de radiação de alumínio refletivas com uma emissividade de $\varepsilon_b = 0,1$ são colocadas entre os tubos e a parede do forno, como mostrado na figura. Considere todas as superfícies difusas e cinza.

Se a temperatura da barreira mais próxima dos tubos $T_{b,N}$ tem que ser inferior a 30°C, quantas barreiras de radiação, N, devem ser instaladas entre os tubos e a parede do forno?

13.61 Um fluido criogênico escoa por um tubo com 20 mm de diâmetro, cuja superfície externa é difusa e cinza com uma emissividade de 0,02 e uma temperatura de 77 K. Esse tubo é concêntrico a um tubo maior, com 50 mm de diâmetro, cuja superfície interna é difusa e cinza com uma emissividade de 0,05 e uma temperatura de 300 K. Há vácuo no espaço entre as superfícies. Determine o calor ganho pelo fluido criogênico por unidade de comprimento do tubo interno. Se uma barreira de radiação com parede delgada, difusa e cinza, com emissividade de 0,02 (os dois lados), for inserida no meio da distância entre as superfícies interna e externa, calcule a variação (percentual) no ganho de calor por unidade de comprimento do tubo interno.

13.62 Uma barreira de radiação difusa e cinza, com 60 mm de diâmetro e emissividades $\varepsilon_{2,i} = 0,01$ e $\varepsilon_{2,e} = 0,1$ nas superfícies interna e externa, respectivamente, é concêntrica a um longo tubo que transporta um fluido de processo quente. A superfície do tubo é negra e possui um diâmetro de 20 mm. Há vácuo na região interna da barreira. A superfície externa da barreira está exposta a uma grande sala, cujas paredes estão a 17°C, e experimenta transferência de calor por convecção com o ar a 27°C, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 10 W/(m²·K). Determine a temperatura de operação do tubo interno se a temperatura da barreira for mantida a 42°C.

Cavidades com Superfície Rerradiante

13.63 Considere a cavidade com três superfícies mostrada na figura. A placa inferior (A_1) é um disco negro com 200 mm de diâmetro que é alimentado por uma taxa térmica de 10000 W. A placa superior (A_2), um disco coaxial a A_1, possui uma superfície cinza e difusa com $\varepsilon_2 = 0,8$ e é mantida a $T_2 = 473$ K. As laterais cinza e difusas entre as placas são perfeitamente isoladas. Admita que a transferência de calor por convecção seja desprezível.

Determine a temperatura de operação da placa inferior T_1 e a temperatura da lateral isolada termicamente T_3.

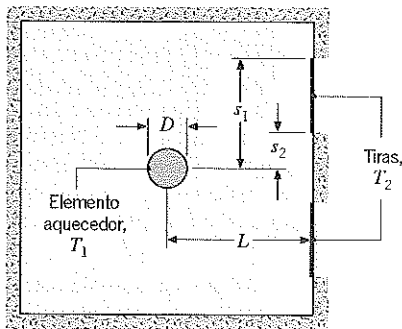
13.64 Um forno tem a forma de uma seção de cone truncado, como mostrado na figura. O chão do forno tem uma emissividade de $\varepsilon_1 = 0,7$ e é mantido a 1000 K com um fluxo térmico de 2200 W/m². A parede lateral é isolada termicamente e tem uma emissividade de $\varepsilon_3 = 0,3$. Considere que todas as superfícies sejam difusas e cinza.

(a) Determine a temperatura da superfície superior, T_2, se a sua emissividade for igual a $\varepsilon_2 = 0,5$. Qual é a temperatura da parede lateral, T_3?

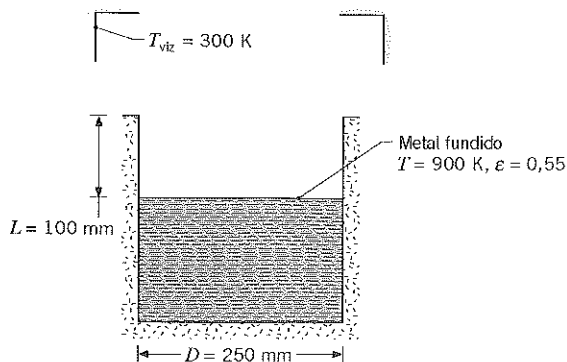
(b) Se as condições no chão do forno permanecerem as mesmas, mas todas as superfícies forem negras ao invés de difusas e cinza, determine T_2 e T_3. A partir das análises das cavidades difusas e com comportamento de corpo negro, o

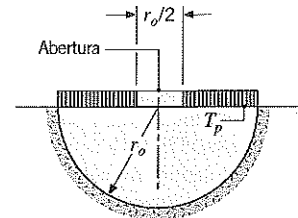
que você pode dizer sobre a influência de ε_2 em seus resultados?

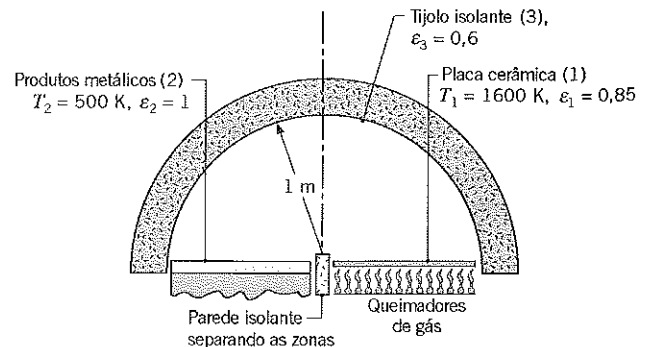
13.65 Considere dois planos quadrados (0,4 m × 0,4 m), paralelos e alinhados, espaçados por uma distância de 0,8 m e mantidos a $T_1 = 500$ K e $T_2 = 800$ K. Calcule a transferência de calor líquida por radiação *saindo da superfície 1* nas seguintes condições especiais:
(a) Os dois planos são negros e a vizinhança está a 0 K.
(b) Os dois planos são negros e estão conectados por paredes rerradiantes.
(c) Os dois planos são difusos e cinza, com $\varepsilon_1 = 0,6$; $\varepsilon_2 = 0,8$ e a vizinhança está a 0 K.
(d) Os dois planos são difusos e cinza ($\varepsilon_1 = 0,6$ e $\varepsilon_2 = 0,8$), e estão conectados por paredes rerradiantes.

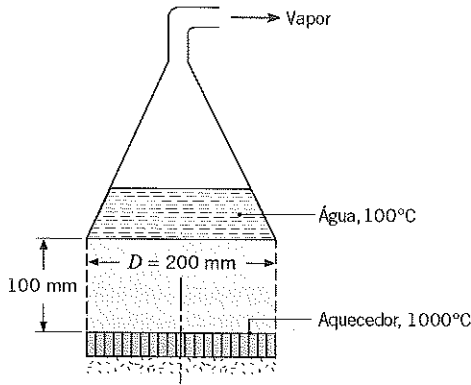
13.66 Dois discos paralelos alinhados, com 0,4 m de diâmetro e separados por uma distância de 0,1 m, estão localizados em uma grande sala cujas paredes são mantidas a 300 K. Um dos discos é mantido a uma temperatura uniforme de 500 K, com uma emissividade de 0,6, enquanto o lado de trás do segundo disco encontra-se isolado. Se os discos são superfícies cinza e difusas, determine a temperatura do disco isolado.

13.67 Revestimentos aplicados a longas tiras metálicas são curados pela instalação das tiras ao longo das paredes de um longo forno com seção transversal quadrada.

As condições térmicas no interior do forno são mantidas por um longo bastão de carbeto de silício (elemento aquecedor), que tem diâmetro $D = 20$ mm e opera a $T_1 = 1700$ K. Cada uma das duas tiras sobre uma parede lateral possui a mesma orientação em relação ao bastão ($s_1 = 60$ mm, $s_2 = 20$ mm, $L = 80$ mm) e opera a $T_2 = 600$ K. Todas as superfícies são difusas e cinza com $\varepsilon_1 = 0,9$ e $\varepsilon_2 = 0,4$. Admitindo que o forno esteja bem isolado em todas as suas superfícies à exceção das superfícies das tiras e desprezando os efeitos convectivos, determine a demanda de energia por unidade de comprimento (W/m).

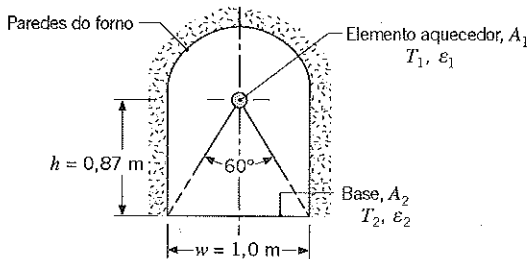
13.68 Uma liga de alumínio fundida a 900 K é despejada em um recipiente cilíndrico que é isolado termicamente de uma grande vizinhança a 300 K. O diâmetro interno do recipiente é de 250 mm e a distância do líquido para o topo do recipiente é de 100 mm.

Se o alumínio oxidado na superfície da massa fundida tiver uma emissividade de 0,55, qual é a taxa de transferência de calor líquida por radiação saindo da massa fundida?

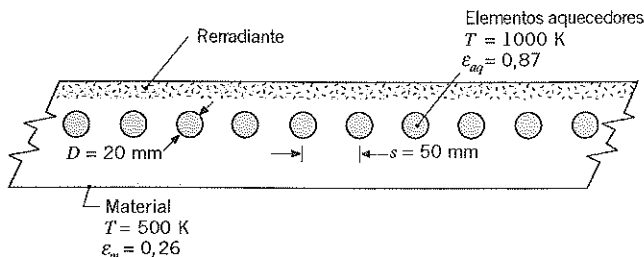
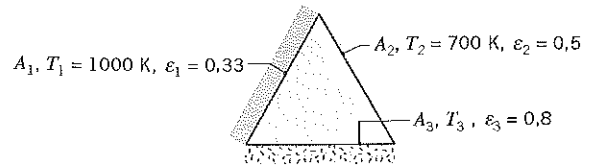
13.69 O projeto proposto para um simulador de corpo negro é constituído por uma placa circular, cinza e difusa, com uma emissividade de 0,9, que é mantida a $T_p = 600$ K e montada sobre uma cavidade hemisférica isolada termicamente com raio $r_o = 100$ mm. A abertura na placa circular é de $r_o/2$.

(a) Calcule a energia radiante que sai pela abertura, quando a vizinhança está a 300 K.
(b) Calcule a emissividade efetiva da cavidade, ε_{ef}, que é definida como a razão entre a energia radiante que deixa a cavidade e a taxa na qual a placa circular aquecida iria emitir radiação caso fosse negra.
(c) Determine a temperatura superficial da cavidade hemisférica, T_{ch}.
(d) Para emissividades da placa de $\varepsilon_p = 0,5$; 0,7 e 0,9, represente graficamente ε_{ef} e T_{ch} como funções do tamanho da abertura na placa circular no intervalo entre $r_o/8$ e $r_o/2$. Todas as demais condições permanecem as mesmas.

13.70 Um longo forno com formato hemicilíndrico (1 m de raio), usado para tratar termicamente folhas de produtos metálicos, possui três zonas. A zona de aquecimento (1) é construída com uma placa cerâmica de emissividade 0,85, que é operada a 1600 K por meio de queimadores de gás. Na zona de carga (2) estão as folhas metálicas, consideradas superfícies negras, que devem ser mantidas a 500 K. A zona refratária (3) é fabricada com tijolos isolantes que têm uma emissividade de 0,6. Suponha condições de regime estacionário, superfícies cinza e difusas, e que a convecção seja desprezível.

(a) Qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do forno (normal à página) que deve ser suprida pelos queimadores de gás para as condições especificadas?
(b) Qual é a temperatura da superfície dos tijolos isolantes nas condições especificadas?

13.71 A base de um gerador de vapor d'água com 200 mm de diâmetro é aquecido por radiação. O aquecedor, mantido a 1000°C e separado do gerador por uma distância de 100 mm, possui o mesmo diâmetro da base do destilador. As superfícies das bases do gerador e do aquecedor são negras.

(a) Por qual fator a taxa de produção de vapor poderia ser aumentada se os lados cilíndricos (superfícies tracejadas) estivessem isolados ao invés de estarem abertas para a vizinhança, mantida a 27°C?

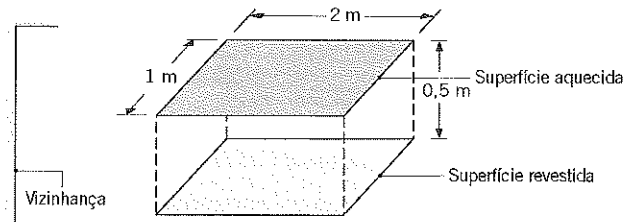
(b) Para temperaturas do aquecedor de 600, 800 e 1000°C, represente graficamente a taxa líquida de transferência de calor por radiação para o gerador como uma função da distância de separação no intervalo de 25 a 100 mm. Considere as laterais cilíndricas isoladas e todas as demais condições inalteradas.

13.72 Um longo elemento aquecedor cilíndrico, com diâmetro D = 10 mm, temperatura T_1 = 1500 K e emissividade $\varepsilon_1 = 1$, é utilizado em um forno. A área da base do forno A_2 é uma superfície cinza e difusa, com $\varepsilon_2 = 0{,}6$ e é mantida a T_2 = 500 K. As paredes lateral e superior são fabricadas com um tijolo refratário isolante, que é difuso e cinza, com $\varepsilon = 0{,}9$. O comprimento do forno na direção normal à página é muito grande quando comparado com a largura w e a altura h.

Desprezando a convecção e tratando as paredes do forno como isotérmicas, determine a potência por unidade de comprimento que deve ser suprida ao elemento aquecedor para manter condições de regime estacionário. Calcule a temperatura da parede do forno.

13.73 Um aquecedor radiante é constituído por um banco de tubos cerâmicos com elementos aquecedores internos. Os tubos têm diâmetro D = 20 mm e estão separados por uma distância s = 50 mm. Um superfície rerradiante está posicionada por trás dos tubos de aquecimento como mostrado na figura. Determine o fluxo térmico radiante líquido para o material aquecido quando os tubos de aquecimento (ε_{aq} = 0,87) são mantidos a 1000 K. O material aquecido (ε_m = 0,26) está a uma temperatura de 50 K.

13.74 Considere um longo duto construído com paredes cinza e difusas, com 1 m de lado.

(a) Determine a transferência líquida de radiação saindo da superfície A_1 por unidade de comprimento do duto.

(b) Determine a temperatura da superfície com isolamento térmico A_3.

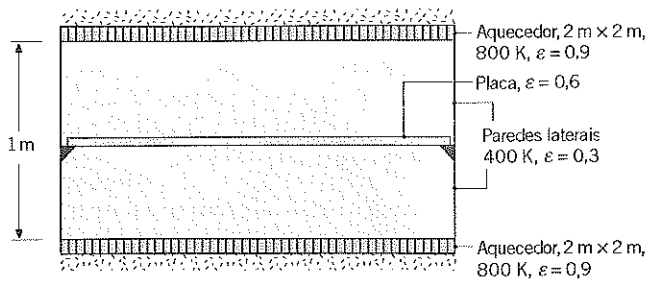
(c) Qual seria o efeito de variar ε_3 no seu resultado? Após analisar as suas hipóteses, comente se você espera que os seus resultados sejam exatos.

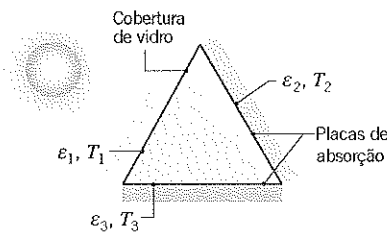
13.75 O revestimento sobre uma superfície metálica com dimensões de 1 m por 2 m é curado pela sua colocação sob uma superfície eletricamente aquecida de dimensões equivalentes, a uma distância de 0,5 m, e o conjunto é exposto a uma grande vizinhança a 300 K. O aquecedor encontra-se isolado no seu lado superior e está alinhado com a superfície revestida. A superfície aquecida e a superfície revestida podem ser aproximadas por corpos negros. Durante o procedimento de cura, as superfícies aquecida e revestida são mantidas a 700 e 400 K, respectivamente. Os efeitos convectivos podem ser desprezados.

(a) Qual é a potência elétrica, q_{ele}, exigida para operar o aquecedor?

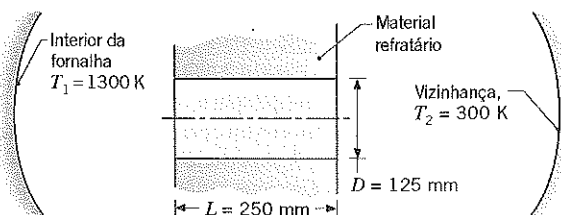
(b) Qual será o valor de q_{ele} se as superfícies forem conectadas por paredes laterais rerradiantes?

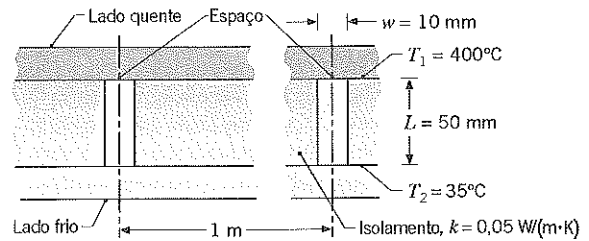
(c) O sistema pode ser usado para curar diferentes revestimentos superficiais. Com o aquecedor ainda sendo aproximado por um corpo negro, calcule e represente graficamente q_{ele} como uma função da emissividade do revestimento para valores que variam entre 0,1 e 1,0. Efetue os seus cálculos tanto para o sistema com as laterais abertas como para o sistema com laterais rerradiantes.

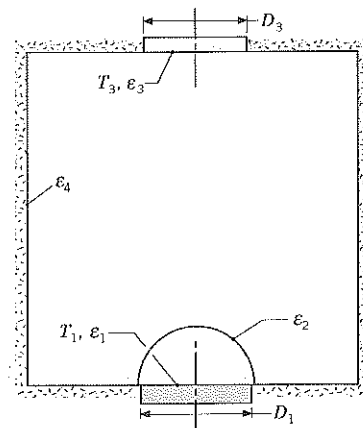
13.76 Um forno cúbico, com 2 m de lado, é usado para tratar termicamente uma placa de aço. A superfície superior do forno é formada por aquecedores elétricos radiantes que possuem uma emissividade de 0,8 e são alimentadas por uma potência de $1{,}5 \times 10^5$ W. As paredes laterais são construídas com um material refratário isolado termicamente, enquanto a base é a placa de aço, que possui uma emissividade de 0,4. Admita um comportamento de superfície cinza e difusa para o aquecedor e a placa, e considere condições nas quais a placa está a 300 K. Quais são as temperaturas correspondentes na superfície do aquecedor e nas paredes laterais?

13.77 Um forno elétrico com duas seções de aquecimento, superior e inferior, é usado para tratar termicamente um revestimento que é aplicado em ambas as superfícies de uma placa metálica que é inserida na metade da distância entre os aquecedores.

Os aquecedores e a placa possuem dimensões de 2 m por 2 m, e cada aquecedor está separado da placa por uma distância de 0,5 m. Cada aquecedor é isolado no seu lado externo e possui uma emissividade de 0,9 na superfície exposta. A placa e as paredes laterais possuem emissividades de 0,6 e 0,3, respectivamente. Esboce o circuito (rede) de radiação equivalente ao sistema e identifique todas as resistências e potenciais pertinentes. Para as condições especificadas, obtenha a potência elétrica exigida e a temperatura da placa.

13.78 Um coletor solar é formado por um longo duto através do qual ar é soprado; sua seção transversal forma um triângulo eqüilátero com 1 m de lado. Um dos lados é uma cobertura de vidro com emissividade $\varepsilon_1 = 0,9$, enquanto os outros dois lados são placas de absorção com $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1,0$.

Durante a operação, sabe-se que as temperaturas superficiais são $T_1 = 25°C$, $T_2 = 60°C$ e $T_3 = 70°C$. Qual é a taxa líquida na qual a radiação é transferida para a cobertura devido à troca com as placas de absorção?

13.79 A vigia cilíndrica em uma parede de fornalha com espessura $L = 250$ mm tem um diâmetro $D = 125$ mm. O interior da fornalha está a uma temperatura de 1300 K e a vizinhança externa à fornalha tem uma temperatura de 300 K.

Determine a perda térmica por radiação através da vigia.

13.80 Uma parede composta é feita com duas grandes placas separadas por folhas de isolamento refratário, como mostrado na figura. No processo de instalação, as folhas de espessura $L = 50$ mm e condutividade térmica $k = 0,05$ W/(m·K), são separadas em intervalos de 1 m por espaços de largura $w = 10$ mm. As placas quente e fria têm temperaturas e emissividades $T_1 = 400°C$, $\varepsilon_1 = 0,85$ e $T_2 = 35°C$, $\varepsilon_2 = 0,5$, respectivamente. Suponha que as placas e o isolante sejam superfícies difusas e cinza.

(a) Determine a perda térmica por radiação através do espaço por unidade de comprimento da parede composta (normal à página).
(b) Reconhecendo que os espaços estão localizados com um espaçamento de 1 m, determine qual fração da perda térmica total através da parede composta é devida à transferência por radiação através dos espaços do isolamento.

13.81 Um pequeno disco com diâmetro $D_1 = 50$ mm e emissividade $\varepsilon_1 = 0,6$ é mantido a uma temperatura de $T_1 = 900$ K. O disco é coberto com uma barreira de radiação hemisférica com o mesmo diâmetro e uma emissividade $\varepsilon_2 = 0,02$ (ambos os lados). O disco e a redoma estão localizados na base de um grande recipiente refratário ($\varepsilon_4 = 0,85$), onde há vácuo, defronte a um outro disco com diâmetro $D_3 = D_1$, emissividade $\varepsilon_3 = 0,4$ e temperatura $T_3 = 400$ K. O fator de forma F_{23} da barreira em relação ao disco superior é igual a 0,3.

(a) Construa um circuito térmico equivalente ao sistema em análise. Identifique todos os nós, resistências e correntes.
(b) Determine a taxa líquida de transferência de calor entre o disco quente e o resto do sistema.

Cavidades: Três ou Mais Superfícies

13.82 Considere uma cavidade cilíndrica de diâmetro $D = 100$ mm e profundidade $L = 50$ mm, cujas parede lateral e fundo são difusos e cinza com uma emissividade de 0,6 e estão a uma temperatura uniforme de 1500 K. O topo da cavidade é aberto e exposto a uma vizinhança que é grande e encontra-se a 300 K.
(a) Calcule a transferência de calor radiante líquida saindo da cavidade, tratando o fundo e a parede lateral da cavidade como uma superfície (q_A).
(b) Calcule a transferência de calor radiante líquida saindo da cavidade, tratando o fundo e a parede lateral da cavidade como duas superfícies separadas (q_B).
(c) Represente graficamente a diferença entre q_A e q_B como uma função de L no intervalo 5 mm $\leq L \leq$ 100 mm.

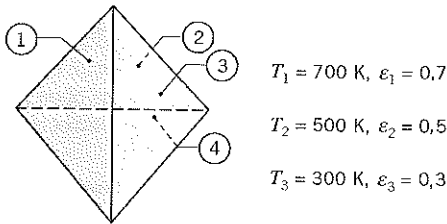
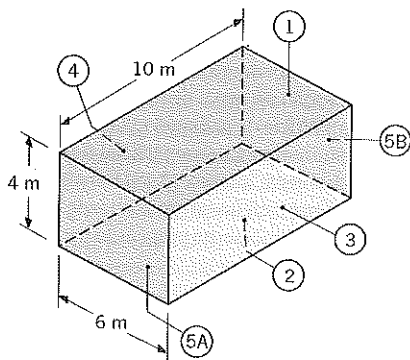
13.83 Considere um forno circular que possui 0,3 m de comprimento e 0,3 m de diâmetro. As duas extremidades possuem superfícies cinza e difusas, que são mantidas a 400 e 500 K, com emissi-

vidades de 0,4 e 0,5, respectivamente. A superfície lateral também é cinza e difusa, com uma emissividade de 0,8 e uma temperatura de 800 K. Determine a transferência radiante líquida em cada uma das superfícies.

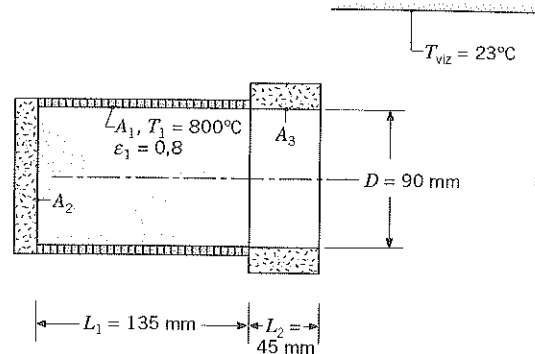
13.84 Considere duas placas paralelas metálicas muito grandes. A placa superior está a uma temperatura $T_{sup} = 400$ K, enquanto a placa inferior está a $T_{inf} = 300$ K. O fluxo térmico radiante líquido desejado entre as duas placas é de $q'' = 330$ W/m².

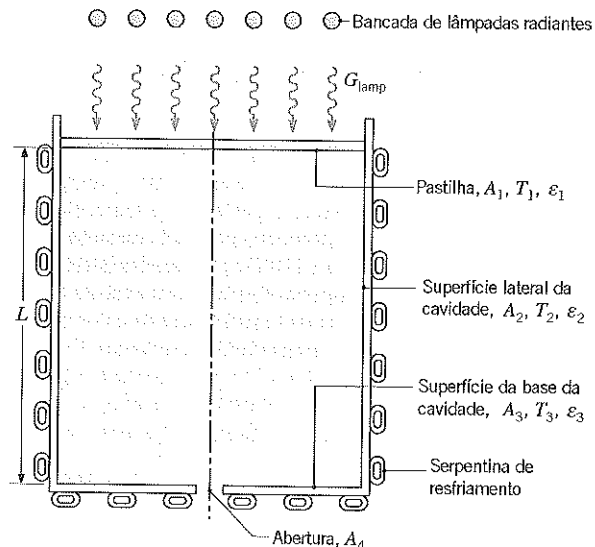
(a) Se as duas placas tiverem as mesmas propriedades radiantes, mostre que a emissividade superficial requerida é de $\varepsilon = 0,5$.

(b) Superfícies metálicas a temperaturas relativamente baixas tendem a ter emissividades muito menores do que 0,5 (ver Tabela A.11). Um engenheiro propõe usar um padrão de teste, similar ao do Problema 12.129, sobre cada uma das placas metálicas de tal forma que a metade de cada superfície é caracterizada pela baixa emissividade do metal sem cobertura e a outra metade é coberta pela tinta de alta emissividade. Se a média entre as emissividades alta e baixa for 0,5, o fluxo térmico radiante líquido entre as superfícies terá o valor desejado?

13.85 Considere a cavidade composta por quatro superfícies cinza e difusas, com todos os lados iguais, mostrada na figura. As temperaturas de três superfícies são especificadas, enquanto a quarta encontra-se termicamente isolada e pode ser tratada como uma superfície rerradiante. Determine a temperatura da superfície rerradiante (4).

13.86 Uma sala é representada pela cavidade a seguir, onde o teto (1) possui uma emissividade de 0,8 e é mantido a 40°C por elementos aquecedores elétricos nele embutidos. Também são usados aquecedores para manter o piso (2), com emissividade de 0,9 a 50°C. A parede direita (3), com emissividade 0,7 atinge uma temperatura de 15°C em um dia frio de inverno. A parede esquerda (4) e as paredes das extremidades (5A) e (5B) são isoladas termicamente. Para simplificar a análise, trate as duas paredes das extremidades como se elas fossem uma única superfície (5).

Admitindo que as superfícies sejam cinza e difusas, determine a transferência de calor líquida por radiação em cada superfície.

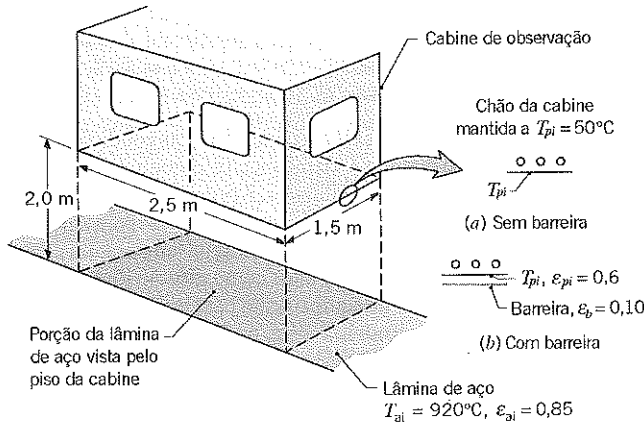
13.87 Faça o Problema 13.23, parte (b), com as emissividades da parede e do cilindro de $\varepsilon_p = 0,95$ e $\varepsilon_c = 0,12$, respectivamente.

13.88 Um forno cilíndrico usado para o tratamento térmico de materiais no ambiente de uma nave espacial possui um diâmetro de 90 mm e um comprimento total de 180 mm. Os elementos aquecedores, na seção 135 mm de comprimento (1), mantêm um revestimento refratário com $\varepsilon_1 = 0,8$ a 800°C. Os revestimentos das seções inferior (2) e superior (3) são feitos com o mesmo material refratário, porém são termicamente isolados.

Determine a potência exigida para manter as condições de operação do forno quando a vizinhança se encontra a 23°C.

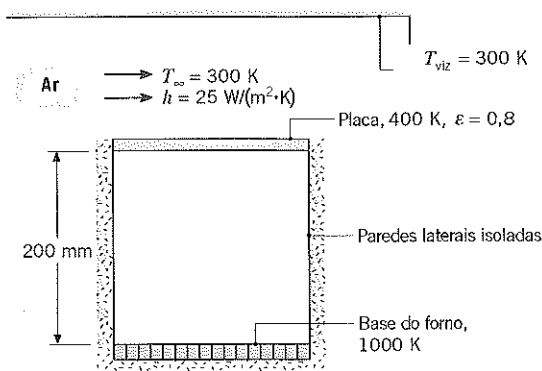
13.89 Na fabricação de semicondutores, o processamento térmico rápido (*RTP – rapid thermal processing*) é usado para aquecer rapidamente uma pastilha de silício até uma temperatura elevada, com o objetivo de induzir efeitos como difusão iônica, têmpera e oxidação. Um tipo de equipamento para RTP é constituído por uma cavidade cilíndrica com uma pastilha posicionada coaxialmente. O lado superior da pastilha experimenta irradiação uniforme a partir de uma bancada de lâmpadas, G_{lamp}. As superfícies lateral (A_2) e da base (A_3) da cavidade têm uma baixa emissividade $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0,07$ e são mantidas a 300 K pela presença de uma serpentina por onde circula um refrigerante. O diâmetro da pastilha (A_1) é $D = 300$ mm e a altura da cavidade é $L = 300$ mm. O diâmetro da abertura (A_4) é $D_a = 30$ mm e permite o acesso ótico à pastilha.

(a) Qual irradiação proveniente das lâmpadas, G_{lamp}, é necessária para manter a pastilha a 1300 K, se a sua emissividade for de $\varepsilon_1 = 0,8$? Qual é a taxa de remoção de calor através da serpentina de resfriamento? Suponha que não há perdas de calor no lado superior da pastilha.

(b) Se a cavidade estivesse refletindo perfeitamente, a radiosidade da pastilha, J_1, seria igual ao seu poder emissivo de corpo negro, E_{cn1}. Como tal, a radiosidade seria indepen-

dente da emissividade da pastilha, minimizando dessa forma os efeitos causados por uma variação desta propriedade de pastilha para pastilha. Para emissividades da pastilha de $\varepsilon_1 = 0{,}75$, 0,8 e 0,85, represente graficamente a diferença relativa $(E_{cn1} - J_1)/E_{cn1}$ como uma função da relação L/D para $0{,}5 \leq L/D \leq 2{,}5$. Qual é a sensibilidade desse parâmetro em relação à emissividade da superfície da cavidade, ε_2?

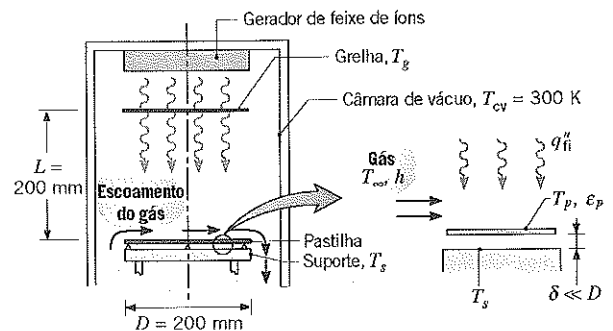
13.90 Uma cabine de observação está localizada diretamente acima da linha de um laminador a quente, como mostrado na figura. O piso da cabine está exposto a uma porção da lâmina quente, que está a uma temperatura de $T_{ai} = 920°C$ e tem uma emissividade de $\varepsilon_{ai} = 0{,}85$, assim como à *vizinhança* no interior do laminador (não mostrada) a uma temperatura $T_{viz} = 80°C$. Para proteger o pessoal de operação no interior da cabine, o seu piso deve ser mantido a $T_{pi} = 50°C$.

Determine a taxa de remoção de calor requerida no sistema de refrigeração para manter o piso da cabine a 50°C nas seguintes condições: (a) quando o piso, com uma emissividade de $\varepsilon_{pi} = 0{,}6$, está diretamente exposto à lâmina; e (b) quando uma barreira de radiação com emissividade $\varepsilon_b = 0{,}1$ está instalada entre o piso e a lâmina.

Transferência de Calor com Múltiplos Modos: Preliminar

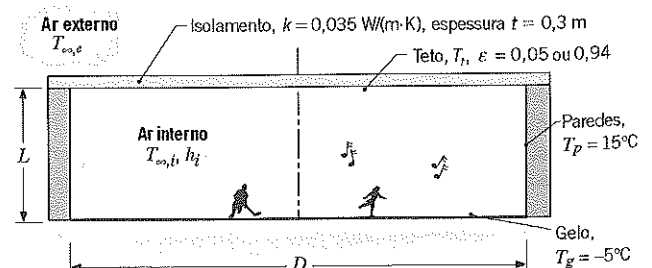
13.91 Uma placa cinza, difusa e opaca (200 mm por 200 mm), com uma emissividade de 0,8, é colocada sobre a abertura de um forno e sabe-se que, em um determinado instante, ela se encontra a 400 K. A base do forno, que possui as mesmas dimensões da placa, é negra e opera a 1000 K. As paredes laterais do forno são isoladas. A parte superior da placa está exposta ao ar ambiente, com um coeficiente de transferência de calor por convecção de 25 W/(m²·K), e a uma grande vizinhança. O ar e a vizinhança estão a 300 K.

(a) Calcule a transferência radiante líquida para a superfície inferior da placa.

(b) Se a placa possui uma massa e um calor específico de 2 kg e 900 J/(kg·K), respectivamente, qual será a variação da temperatura da placa com o tempo, dT_p/dt? Suponha que a transferência de calor por convecção na superfície inferior da placa seja desprezível.

(c) Estendendo a análise da parte (b), gere um gráfico da variação da temperatura da placa com o tempo dT_p/dt como uma função da temperatura da placa para $350 \leq T_p \leq 900$ K. Todas as demais condições permanecem as mesmas. Qual é a temperatura da placa em condições de regime estacionário?

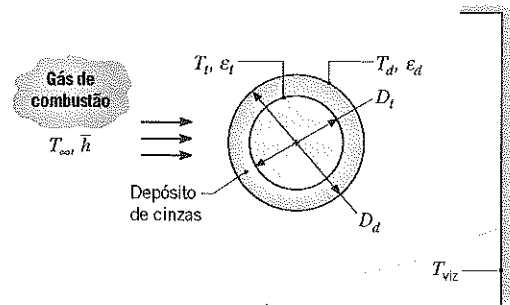
13.92 Uma ferramenta para o processamento de pastilhas de silício está alojada no interior de uma câmara de vácuo cujas paredes são negras e mantidas a $T_{cv} = 300$ K, por um refrigerante. A fina pastilha de silício é montada próximo a um suporte, mas sem tocá-lo, que é aquecido eletricamente e mantido a uma temperatura T_s. A superfície do suporte voltada para a pastilha é negra. A temperatura da pastilha é $T_p = 700$ K e a sua superfície é difusa e cinza, com uma emissividade $\varepsilon_p = 0{,}6$. A função da grelha, uma fina folha metálica posicionada coaxialmente à pastilha e com um diâmetro igual ao da pastilha, é controlar a potência do feixe de íons que atinge a pastilha. A superfície da grelha é negra, com uma temperatura de $T_g = 500$ K. O efeito do feixe de íons que colide com a pastilha é o de fornecer um fluxo térmico uniforme de $q''_{fi} = 600$ W/m². A superfície superior da pastilha é submetida ao escoamento de um gás de processo com $T_\infty = 500$ K e $h = 10$ W/(m²·K). Como o espaço entre a pastilha e o suporte, δ, é muito pequeno, o escoamento do gás de processo nessa região pode ser desprezado.

(a) Represente a pastilha esquematicamente, mostrando uma superfície de controle e todos os processos térmicos relevantes.

(b) Efetue um balanço de energia na pastilha e determine a temperatura do suporte T_s.

13.93 A maioria dos arquitetos sabe que o teto de uma pista de patinação no gelo tem que ter uma alta refletividade. Caso contrário, pode ocorrer condensação no teto e água pingar sobre o gelo, causando calombos na superfície de patinação. A condensação irá ocorrer no teto quando a sua temperatura superficial ficar inferior ao ponto de orvalho do ar ambiente interno. O seu trabalho é efetuar uma análise para determinar o efeito da emissividade do teto na sua temperatura e, conseqüentemente, na propensão para haver condensação.

A pista tem um diâmetro $D = 50$ m e a altura do ambiente interno é de $L = 10$ m, e as temperaturas do gelo e das paredes são -5°C e 15°C, respectivamente. A temperatura do ar interno é de 15°C e um coeficiente convectivo de 5 W/(m²·K) caracteriza ao condições na superfície do teto. A espessura e a condutividade térmica do isolamento do teto são 0,3 m e 0,035 W/(m·K), respectivamente, e a temperatura do ar externo é de -5°C. Considere que o teto é uma superfície difusa e cinza e que as paredes e o gelo podem ser aproximados por corpos negros.

(a) Considere um teto plano com uma emissividade de 0,05 (painéis altamente refletivos) ou de 0,94 (painéis pintados). Efetue um balanço térmico no teto para calcular os valores correspondentes da temperatura do teto. Se a umidade relativa do ar interno é de 70%, ocorrerá condensação para cada uma das duas emissividades?

[(b)] Para cada uma das emissividades, calcule e represente graficamente a temperatura do teto como uma função da espessura do isolante para $0,1 \leq t \leq 1$ m. Identifique condições nas quais a condensação irá ocorrer no teto.

13.94 Tubos de caldeiras expostos aos produtos da combustão de carvão em usinas de potência estão sujeitos à deposição de cinzas (minerais) presentes no gás de combustão. As cinzas formam um depósito sólido sobre a superfície externa do tubo, que reduz a transferência de calor para uma mistura pressurizada de água e vapor que escoa através dos tubos. Considere um tubo de caldeira com parede delgada ($D_t = 0,05$ m), cuja superfície é mantida a $T_t = 600$ K pelo processo de ebulição. Os gases de combustão, escoando sobretubo a $T_\infty = 1800$ K, proporcionam um coeficiente convectivo de $\bar{h} = 100$ W/(m²·K), enquanto a radiação incidente no tubo a partir do gás e das paredes da caldeira pode ser aproximada por aquela que se origina de uma grande vizinhança a $T_{viz} = 1500$ K.

(a) Se a superfície do tubo é difusa e cinza, com $\varepsilon_t = 0,8$, e *não* existe a camada de depósito, qual é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento, q', para o tubo da caldeira?

(b) Se uma camada de depósito, com diâmetro $D_d = 0,06$ m e condutividade térmica $k = 1$ W/(m·K), se formar sobre o tubo, qual é a temperatura da superfície do depósito, T_d? O depósito é difuso e cinza, com $\varepsilon_d = 0,9$. Os valores de T_t, T_∞, $\bar{h}$ e T_{viz} permanecem sem alteração. Qual é a taxa líquida de transferência de calor por unidade de comprimento, q', para o tubo da caldeira?

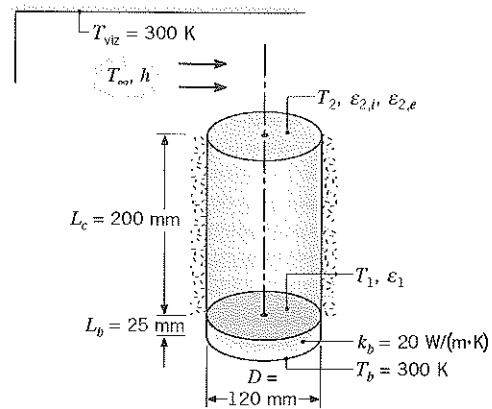
[(c)] Explore o efeito de variações em D_d e $\bar{h}$ sobre q', assim como sobre as contribuições relativas da convecção e da radiação para a taxa de transferência de calor líquida. Represente graficamente os seus resultados.

13.95 Considere duas placas paralelas muito grandes. A placa inferior é mais quente do que a superior, que é mantida a uma temperatura constante de $T_1 = 330$ K. As placas estão separadas por $L = 0,1$ m e no espaço entre as duas superfícies há ar à pressão atmosférica. O fluxo térmico a partir da placa inferior é de $q'' = 250$ W/m².

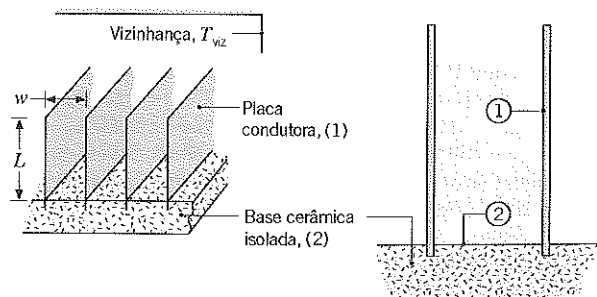
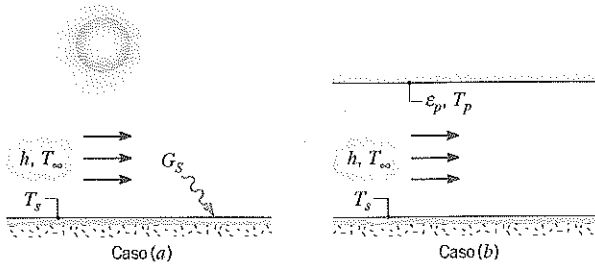
(a) Determine a temperatura da placa inferior e a razão entre os fluxos térmicos convectivo e radiante para $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,5$. Calcule as propriedades do ar a $T = 350$ K.

(b) Repita a parte (a) para $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,25$ e 0,75.

13.96 Discos metálicos revestidos são curados com a sua colocação na parte superior de um forno cilíndrico cuja superfície inferior (base) é eletricamente aquecida e cuja parede lateral pode ser aproximada por uma superfície rerradiante. O processo de cura é obtido pela manutenção do disco a $T_2 = 400$ K por um longo período de tempo. A superfície eletricamente aquecida é mantida a $T_1 = 800$ K e está montada sobre uma base de material cerâmico com condutividade térmica $k = 20$ W/(m·K). A superfície inferior do material da base, assim como o ar ambiente e a grande vizinhança acima do disco, são mantidos a uma temperatura de 300 K. As emissividades da superfície do aquecedor e das superfícies interna e externa do disco são $\varepsilon_1 = 0,9$; $\varepsilon_{2,i} = 0,5$ e $\varepsilon_{2,e} = 0,9$, respectivamente.

Supondo operação em regime estacionário e desprezando a convecção no interior da cavidade cilíndrica, determine a potência elétrica que deve ser fornecida ao aquecedor e o coeficiente de transferência de calor h que deve ser mantido na superfície externa do disco, com o objetivo de satisfazer as condições especificadas.

13.97 Condutores elétricos, na forma de placas paralelas com comprimento $L = 40$ mm, possuem uma aresta fixada a uma base cerâmica isolada termicamente e são espaçados entre si por uma distância $w = 10$ mm. As placas estão expostas a uma grande vizinhança isotérmica a $T_{viz} = 300$ K. As superfícies do condutor (1) e da cerâmica (2) são difusas e cinza, com emissividades $\varepsilon_1 = 0,8$ e $\varepsilon_2 = 0,6$, respectivamente. Para uma dada corrente de operação nos condutores, sua temperatura é $T_1 = 500$ K.

(a) Determine a potência elétrica dissipada em uma placa condutora por unidade de comprimento (normal à página), q'_1, considerando apenas a troca de calor por radiação. Qual é a temperatura da base isolada, T_2?

(b) Determine q'_1 e T_2 quando há transferência de calor por convecção nas superfícies com uma corrente de ar a 300 K, com um coeficiente de transferência de calor de $h = 25$ W/(m²·K).

13.98 A absortividade espectral de uma *grande* superfície difusa é $\alpha_\lambda = 0{,}9$ para $\lambda < 1$ μm e $\alpha_\lambda = 0{,}3$ para $\lambda \geq 1$ μm. A parte inferior da superfície encontra-se isolada termicamente, enquanto a sua parte superior pode estar exposta a uma de duas condições diferentes.

(a) No caso (a), a superfície está exposta ao sol, que fornece uma irradiação de $G_S = 1200$ W/m², e a um escoamento de ar com $T_\infty = 300$ K. Se a temperatura superficial é $T_s = 320$ K, qual é o valor do coeficiente convectivo associado ao escoamento de ar?

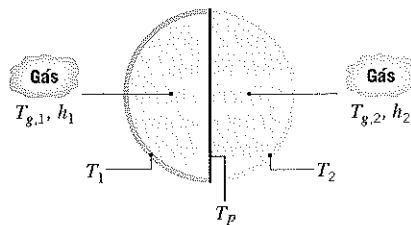
(b) No caso (b), a superfície está protegida do sol por uma grande placa e um escoamento de ar é mantido entre essa placa e a superfície. A placa é difusa e cinza, com uma emissividade $\varepsilon_p = 0{,}8$. Se $T_\infty = 300$ K e o coeficiente convectivo é igual ao obtido na parte (a), qual é a temperatura da placa T_p necessária para manter a superfície a $T_s = 320$ K?

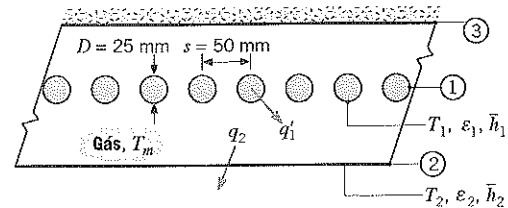
13.99 Um longo bastão uniforme com 50 mm de diâmetro e uma condutividade térmica de 15 W/(m·K) é aquecido internamente através de geração volumétrica de energia de 20 kW/m³. O bastão está posicionado coaxialmente no interior de um tubo circular de maior diâmetro, 60 mm, cuja superfície é mantida a 500°C. Há vácuo na região anular entre o bastão e o tubo, e suas superfícies são difusas e cinza, com emissividade de 0,2.

(a) Determine as temperaturas no centro e na superfície do bastão.

(b) Determine as temperaturas no centro e na superfície do bastão se o espaço anular estiver ocupado por ar atmosférico.

[(c)] Para diâmetros do tubo de 60, 100 e 1000 mm, e para as condições de vácuo e com ar atmosférico, calcule e represente graficamente as temperaturas no centro e na superfície do bastão como uma função das emissividades superficiais iguais, no intervalo entre 0,1 e 1,0.

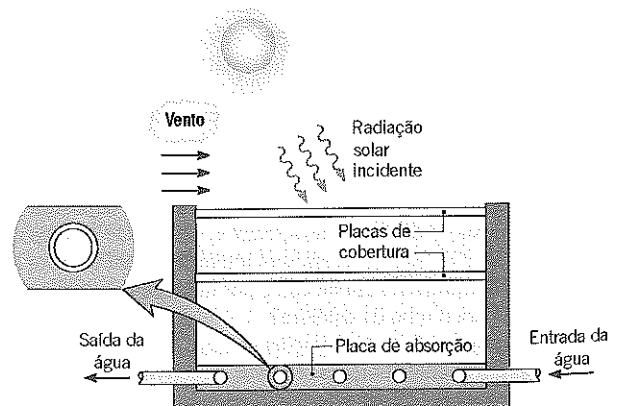
13.100 A seção transversal de um longo tubo circular, que está dividido em dois dutos semicilíndricos por uma fina parede, é mostrada na figura.

Os lados 1 e 2 são mantidos a temperaturas $T_1 = 600$ K e $T_2 = 400$ K, respectivamente, enquanto as temperaturas médias dos gases que escoam através dos dutos 1 e 2 são $T_{g,1} = 571$ K e $T_{g,2} = 449$ K, respectivamente. As temperaturas citadas não variam na direção axial. Os gases proporcionam coeficientes de transferência de calor por convecção de $h_1 = h_2 = 5$ W/(m²·K), enquanto todas as superfícies dos dutos podem ser aproximadas por corpos negros ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_p = 1$). Qual é a temperatura da parede divisória do duto, T_p? Efetuando um balanço de energia no gás no lado 1, verifique se o valor de $T_{g,1}$ é de fato igual a 571 K.

13.101 Uma linha de elementos aquecedores cilíndricos (1), regularmente espaçados, é usada para curar um revestimento superficial que está aplicado sobre um grande painel (2), posicionado abaixo dos elementos. Um segundo grande painel (3), cuja superfície superior é termicamente isolada, encontra-se posicionado acima dos elementos. Os elementos são negros e mantidos a $T_1 = 600$ K, enquanto o painel possui uma emissividade de $\varepsilon_2 = 0{,}5$ e é mantido a $T_2 = 400$ K. A cavidade é preenchida com um gás não-participante e nas superfícies 1 e 2 ocorre transferência de calor por convecção, com $\bar{h}_1 = 10$ W/(m²·K) e $\bar{h}_2 = 2$ W/(m²·K). (A convecção no painel com isolamento térmico pode ser desprezada).

(a) Determine a temperatura média do gás, T_m.

(b) Qual é a taxa, por unidade de comprimento axial, na qual a energia elétrica deve ser suprida a cada um dos elementos para mantê-los na temperatura especificada?

(c) Qual é a taxa de transferência de calor para uma fração do painel revestido que possui dimensões de 1 m de largura por 1 m de comprimento?

13.102 Em anos recentes tem havido um interesse considerável no desenvolvimento de coletores solares planos para suprir necessidades domésticas de aquecimento. A configuração típica dos coletores solares é constituída por uma superfície de absorção, que possui suas laterais e o lado inferior termicamente isolados. A radiação solar é transmitida através de uma ou mais *placas de cobertura*, de vidro, antes de atingir a placa de absorção. A energia coletada é removida por água que circula através de tubos que se encontram com bom contato térmico com a placa de absorção.

Identifique todos os processos térmicos que influenciam o desempenho do coletor. Sugira características de projeto que venham a aumentar a eficiência de coleta.

13.103 A aplicação de tintas de alta emissividade a superfícies radiantes é uma técnica normalmente usada para aumentar a transferência de calor por radiação.

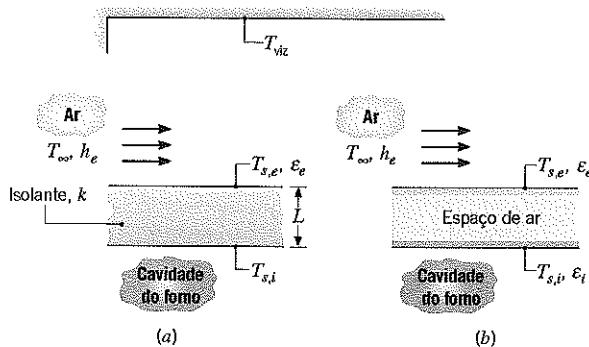
(a) Para grandes placas paralelas, determine o fluxo térmico radiante através do espaço entre elas quando as superfícies estão a $T_1 = 350$ K, $T_2 = 300$ K, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_s = 0{,}85$.

(b) Determine o fluxo térmico radiante quando uma camada muito fina de uma tinta de alta emissividade, $\varepsilon_t = 0{,}98$, é aplicada nas duas superfícies.

(c) Determine o fluxo térmico radiante quando as camadas de tinta têm, cada uma, uma espessura $L = 2$ mm e a condutividade térmica da tinta é $k = 0{,}21$ W/(m·K).

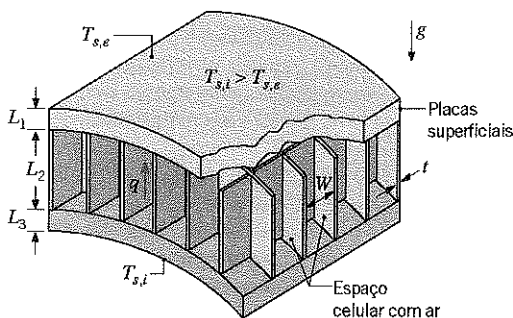
(d) Represente graficamente o fluxo térmico através do espaço para as superfícies sem revestimento como uma função de ε_s, com $0{,}05 \leq \varepsilon_s \leq 0{,}95$. Mostre no mesmo gráfico os fluxos térmicos para as superfícies pintadas com a camada muito fina e com a camada de espessura $L = 2$ mm.

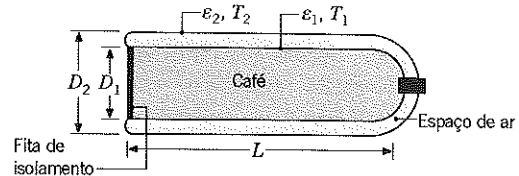
Transferência de Calor com Múltiplos Modos: Avançada

13.104 Opções para proteger termicamente o teto superior de um grande forno incluem o uso de um material isolante com espessura L e condutividade térmica k, caso (*a*), ou uma camada de ar com espessura equivalente formada pela instalação de uma folha metálica acima do teto, caso (*b*).

(a) Desenvolva modelos matemáticos que possam ser usados para avaliar qual das duas opções é a melhor. Em ambos os casos, a superfície interna é mantida na mesma temperatura $T_{s,i}$, e o ar ambiente e a vizinhança estão a temperaturas equivalentes ($T_\infty = T_{viz}$).

(b) Se $k = 0{,}090$ W/(m·K), $L = 25$ mm, $h_e = 25$ W/(m²·K), as superfícies são difusas e cinza, com $\varepsilon_i = \varepsilon_e = 0{,}50$; $T_{s,i} = 900$ K e $T_\infty = T_{viz} = 300$ K, quais são a temperatura da superfície externa $T_{s,e}$ e a perda de calor associada a cada opção, por unidade de área superficial?

(c) Para cada caso, avalie os efeitos das propriedades radiantes da superfície sobre a temperatura da superfície externa e sobre a perda de calor por unidade de área, para $\varepsilon_i = \varepsilon_e$ variando entre 0,1 e 0,9. Represente graficamente os seus resultados.

13.105 O isolamento térmico composto mostrado na figura, que foi descrito no Capítulo 1 (Problema 1.72e), está sendo cogitado como material para um teto.

Foi proposto que as placas nas extremidades externa e interna sejam feitas com material aglomerado de baixa masssa específica, com espessuras $L_1 = L_3 = 12{,}5$ mm, e que o núcleo com estrutura de colméia seja construído com placas aglomeradas de alta massa específica. As células quadradas do núcleo devem possuir um comprimento $L_2 = 50$ mm, largura $W = 10$ mm e espessura de parede $t = 2$ mm. A emissividade das duas placas aglomeradas é aproximadamente 0,85 e as células da colméia são preenchidas com ar a uma pressão de 1 atm. Para avaliar a efetividade do isolante, sua resistência térmica total deve ser determinada sob condições operacionais representativas, nas quais a temperatura da superfície inferior (interna) é $T_{s,i} = 25°C$ e a temperatura da superfície superior (externa) é $T_{s,e} = -10°C$. Para avaliar o efeito da convecção natural no espaço contendo ar, considere uma diferença de temperatura na célula de 20°C e avalie as propriedades do ar a 7,5°C. Para avaliar o efeito da radiação através do espaço contendo ar, admita temperaturas nas superfícies internas das chapas externa e interna de −5 e de 15°C, respectivamente.

13.106 Café quente está armazenado em uma garrafa térmica cilíndrica que possui comprimento $L = 0{,}3$ m e se encontra apoiada na sua lateral (horizontalmente).

A garrafa térmica é constituída por um frasco de vidro com diâmetro $D_1 = 0{,}07$ m, separado de um invólucro de alumínio com diâmetro $D_2 = 0{,}08$ m por um espaço preenchido com ar a pressão atmosférica. A superfície externa do frasco e a superfície interna do invólucro são revestidas com prata a fim de proporcionar emissividades de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}25$. Se as temperaturas dessas superfícies estiverem a $T_1 = 75°C$ e $T_2 = 35°C$, qual é a perda térmica do café?

13.107 Um espaço vertical contendo ar na parede dupla de uma casa possui espessura de 0,1 m e altura de 3 m. O ar separa a parede externa de tijolos de uma camada interna feita com placas pré-moldadas, ambas superfícies com uma emissividade de 0,9. Considere condições nas quais as temperaturas das superfícies do tijolo e da placa expostas ao ar são de −10 e 18°C, respectivamente. Qual é a taxa de perda de calor por unidade de área superficial? Qual seria a perda de calor por unidade de área se o espaço entre as camadas fosse preenchido com espuma de uretana?

13.108 Considere uma janela vertical dupla nas condições especificadas no Problema 9.96. Isto é, lâminas de vidro verticais nas temperaturas de $T_1 = 22°C$ e $T_2 = -20°C$ são separadas por ar atmosférico, e o número de Rayleigh crítico para o início da convecção é $Ra_{L,c} = 2000$.

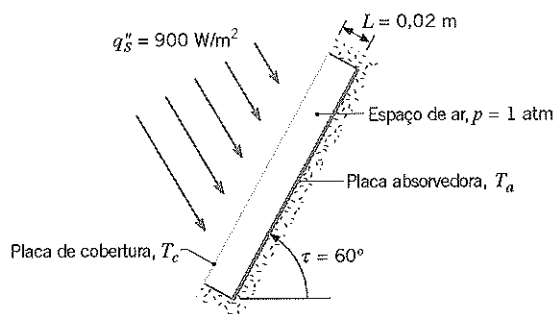
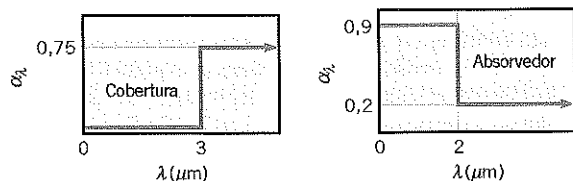
(a) Qual é o fluxo condutivo através do espaço de ar para o espaçamento ótimo L_{ot} entre as lâminas?

(b) Se o vidro tem uma emissividade de $\varepsilon_v = 0{,}90$, qual é o fluxo térmico total através do espaço?

(c) Qual é o fluxo térmico total se um revestimento especial de baixa emissividade ($\varepsilon_r = 0{,}10$) for aplicado em uma das lâminas na sua interface ar-vidro? Qual é o fluxo térmico total se as duas lâminas forem revestidas?

13.109 Considere a janela dupla do Problema 9.97, na qual lâminas de 1 m × 1 m são separadas por um espaço de 25 mm com ar atmosférico. As lâminas da janela são aproximadamente isotérmicas e separam o ar quiescente de um quarto a $T_{\infty,i} = 20°C$ do ar ambiente externo, também quiescente, a $T_{\infty,e} = -20°C$.

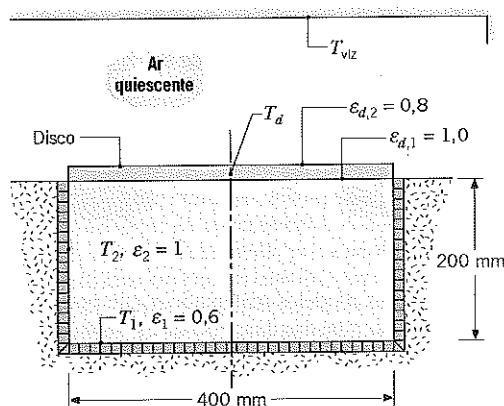
(a) Para lâminas de vidro com emissividade $\varepsilon_v = 0{,}90$, determine a temperatura de cada lâmina e a taxa de transferência de calor através da janela.
(b) Quantifique as melhoras na conservação de energia que podem ser efetivadas se for feito vácuo no espaço entre as lâminas e/ou um revestimento de baixa emissividade ($\varepsilon_r = 0{,}10$) for aplicado à superfície de cada lâmina voltada para o espaço entre lâminas.

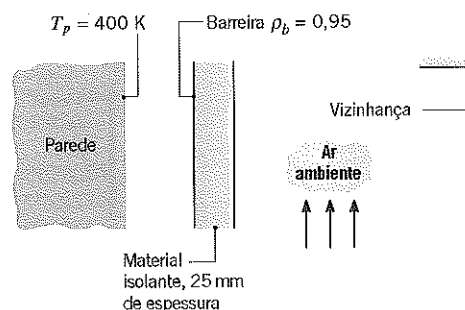
13.110 Um coletor solar plano, constituído por uma placa absorvedora e uma única placa de cobertura, está inclinado com um ângulo $\tau = 60°$ em relação à horizontal.

Considere condições nas quais a radiação solar incidente é colimada formando um ângulo de 60° em relação à horizontal e o fluxo solar é de 900 W/m². A placa de cobertura é perfeitamente transparente à radiação solar ($\lambda \leq 3\ \mu$m) e opaca à radiação com comprimentos de onda mais longos. As placas de cobertura e de absorção são superfícies difusas, que possuem as absortividades espectrais mostradas a seguir.

O comprimento e a largura das placas absorvedora e de cobertura são muito maiores do que o espaçamento entre elas, L. Qual é a taxa na qual radiação solar é absorvida por unidade de área da placa absorvedora? Com a placa de absorção isolada na sua superfície inferior e temperaturas das placas de absorção e de cobertura, T_a e T_c, de 70° e 27°C, respectivamente, qual é a perda térmica por unidade de área da placa absorvedora?

13.111 Considere o tubo e a barreira de radiação do Problema 13.49, mas agora leve em consideração a convecção natural no espaço entre o tubo e a barreira.
(a) Qual é a taxa de transferência de calor total por unidade de comprimento entre o tubo e a barreira?
[(b)] Explore o efeito de variações no diâmetro da barreira na taxa de transferência de calor total, assim como nas contribuições da convecção e da radiação.

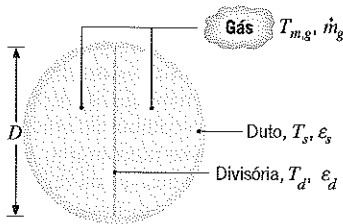
13.112 Considere o tubo e a barreira de radiação do Problema 13.49, mas agora leve em consideração a convecção natural no espaço entre o tubo e a barreira, assim como o fato de que a temperatura da barreira não possa ser arbitrariamente especificada, dependendo na realidade da natureza da vizinhança. Se a barreira de radiação está exposta ao ar ambiente quiescente e a uma grande vizinhança, os dois a uma temperatura de 20°C, qual é a temperatura da barreira? Qual é a taxa de perda de calor no tubo por unidade de comprimento?

13.113 Considere o coletor solar plano apresentado no Problema 9.100. A placa de absorção possui um revestimento para o qual $\varepsilon_1 = 0{,}96$ e a placa de cobertura possui uma emissividade de $\varepsilon_2 = 0{,}92$. Com relação à troca radiante, as duas placas podem ser aproximadas por superfícies cinza e difusas.
(a) Para as condições do Problema 9.100, qual é a taxa de transferência de calor por convecção natural que sai da placa de absorção e a taxa radiante líquida entre as placas?
[(b)] A temperatura da placa absorvedora varia de acordo com a vazão do fluido de trabalho que escoa através dos tubos em sua face inferior. Com todos os demais parâmetros permanecendo como especificados, calcule e represente graficamente as taxas de transferência de calor por convecção natural e por radiação como funções da temperatura da placa de absorção, para $50 \leq T_1 \leq 100$°C.

13.114 O lado inferior de um disco com 400 mm de diâmetro é aquecido por um forno elétrico, enquanto o lado superior está exposto ao ar ambiente quiescente e a uma vizinhança, ambos a 300 K. O forno radiante (convecção desprezível) é de construção circular, com a superfície inferior ($\varepsilon_1 = 0{,}6$) e a superfície lateral cilíndrica ($\varepsilon_2 = 1{,}0$) mantidas a $T_1 = T_2 = 500$ K. A superfície do disco voltada para o forno radiante é negra ($\varepsilon_{d,1} = 1{,}0$), enquanto a superfície superior possui uma emissividade de $\varepsilon_{d,2} = 0{,}8$. Suponha que as superfícies do disco e do forno sejam cinza e difusas.

(a) Determine a taxa de transferência de calor líquida para o disco, $q_{líq,d}$, quando $T_d = 400$ K.
[(b)] Represente graficamente $q_{líq,d}$ como uma função da temperatura do disco para $300 \leq T_d \leq 500$ K, com todas as demais condições permanecendo as mesmas. Qual é a temperatura do disco em regime estacionário?

13.115 A superfície de uma barreira de radiação voltada para uma parede negra quente, a 400 K, tem uma refletividade de 0,95. Fixada ao lado de trás da barreira há uma folha de material isolante com 25 mm de espessura, que possui uma condutividade térmica de 0,016 W/(m·K). O coeficiente de transferência de calor global (convecção e radiação) na superfície exposta ao ar ambiente e a vizinhança, a 300 K, é de 10 W/(m²·K).

(a) Admitindo convecção desprezível na região entre a parede e a barreira, estime a perda de calor por unidade de área na parede quente.

(b) Efetue uma análise de sensibilidade paramétrica no sistema de isolamento, considerando os efeitos da refletividade da barreira, ρ_b, e da condutividade térmica do isolante, k. Qual é a influência desses parâmetros sobre a perda térmica na parede quente? Qual é o efeito que tem um maior coeficiente de transferência de calor global sobre a perda térmica? Mostre os resultados de suas análises na forma de gráficos.

13.116 O tubo de chama de um sistema de aquecimento de água é constituído por um longo duto circular com diâmetro $D = 0{,}07$ m e temperatura $T_s = 385$ K, através do qual gases de combustão escoam a uma temperatura de $T_{m,g} = 900$ K. Para melhorar a transferência de calor do gás para o tubo, uma fina divisória é inserida ao longo do plano central do tubo. Considere que os gases possuam as propriedades termofísicas do ar e comportamento radiante não-participante.

(a) Sem a divisória e com uma vazão do gás de $\dot{m}_g = 0{,}05$ kg/s, qual é a taxa de transferência de calor para o tubo por unidade de comprimento, q'?

(b) Para uma vazão do gás de $\dot{m}_g = 0{,}05$ kg/s e emissividades de $\varepsilon_s = \varepsilon_d = 0{,}5$, determine a temperatura da divisória, T_d, e a taxa de transferência de calor total para o tubo, q'.

(c) Para $\dot{m}_g = 0{,}02$; 0,05 e 0,08 kg/s, e emissividades equivalentes, $\varepsilon_d = \varepsilon_s \equiv \varepsilon$, calcule e represente graficamente T_d e q' como funções de ε para $0{,}1 \leq \varepsilon \leq 1{,}0$. Para $\dot{m}_g = 0{,}05$ kg/s e emissividades equivalentes, represente graficamente as contribuições convectiva e radiante para q' como funções de ε.

13.117 Considere o Problema 9.95 com $N = 4$ finas folhas de alumínio ($\varepsilon_f = 0{,}07$), igualmente espaçadas ao longo do espaço de 50 mm, formando assim cinco espaços de ar individuais cada um com 10 mm de espessura. As superfícies quente e fria da cavidade são caracterizadas por $\varepsilon = 0{,}85$.

(a) Desprezando a condução ou a convecção no ar, determine o fluxo térmico através do sistema.

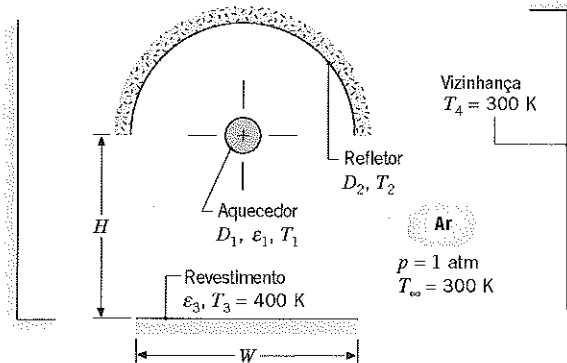
(b) Considerando a condução e desprezando a radiação, determine o fluxo térmico através do sistema. O efeito de propriedades variáveis é importante. Calcule as propriedades do ar em cada espaço independentemente, com a base na temperatura média no espaço.

(c) Considerando a condução e a radiação, determine o fluxo térmico através do sistema. Calcule as propriedades do ar em cada espaço independentemente.

(d) A convecção natural é desprezível na parte (c)? Explique a razão.

13.118 Considere as condições do Problema 9.105. Levando em consideração a radiação, assim como a convecção através da cavidade preenchida com hélio, determine a taxa mássica de nitrogênio gasoso que é perdida pelo sistema. As superfícies da cavidade são difusas e cinza, com emissividades de $\varepsilon_i = \varepsilon_e = 0{,}3$. Se houver vácuo na cavidade, como as condições superficiais podem ser alteradas para reduzir ainda mais a evaporação? Justifique a sua recomendação através de cálculos apropriados.

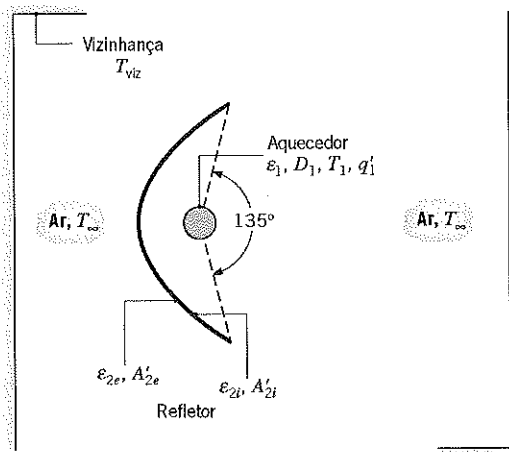
13.119 Um revestimento superficial especial, sobre um painel quadrado com 5 m por 5 m de lado, é curado pela colocação do painel diretamente sob uma fonte de calor radiante que possui as mesmas dimensões. A fonte de calor é difusa e cinza, e opera com uma alimentação de potência de 75 kW. A superfície superior do aquecedor, bem como a superfície inferior do painel, podem ser consideradas termicamente isoladas. O sistema encontra-se no interior de uma grande sala com ar e paredes a uma temperatura de 25°C. O revestimento superficial é difuso e cinza, com uma emissividade de 0,30 e um limite superior de temperatura de 400 K. Desprezando os efeitos da convecção, qual é o espaçamento mínimo que pode ser mantido entre o aquecedor e o painel para assegurar que a temperatura do painel não ultrapasse 400 K? Levando em consideração os efeitos da convecção na superfície revestida do painel, qual deve ser o espaçamento mínimo?

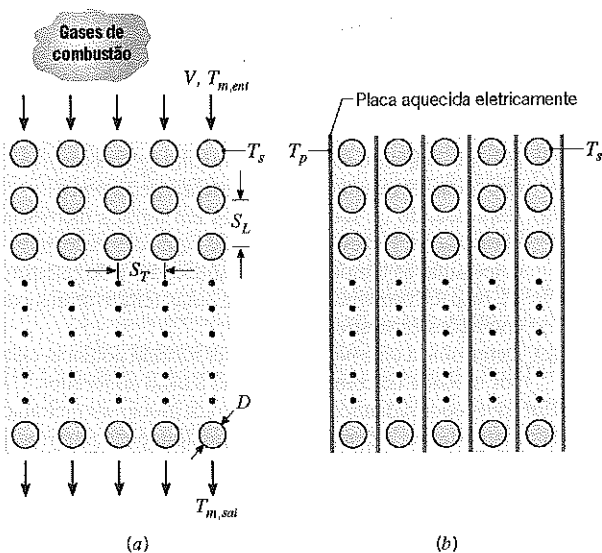
13.120 Um longo bastão aquecedor, com diâmetro $D_1 = 10$ mm e emissividade $\varepsilon_1 = 1{,}0$, encontra-se posicionado coaxialmente a um refletor semicilíndrico isolado termicamente com diâmetro $D_2 = 1$ m. Um longo painel, com largura $W = 1$ m, está alinhado com o refletor e está separado do aquecedor por uma distância $H = 1$ m. O painel está revestido com uma tinta especial ($\varepsilon_2 = 0{,}7$), que é curada pela sua manutenção a 400 K. O painel é isolado no seu lado posterior e todo o sistema está localizado no interior de uma grande sala onde as paredes e o ar atmosférico quiescente estão a 300 K. A transferência de calor por convecção pode ser desprezada na superfície do refletor.

(a) Esboce o circuito térmico equivalente ao sistema e identifique todas as resistências e potenciais pertinentes.

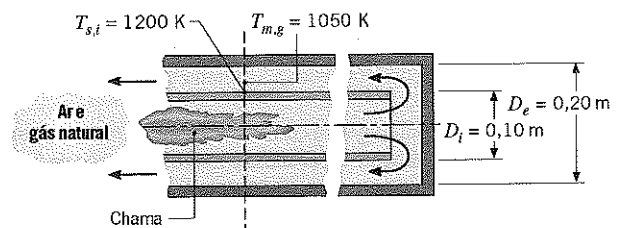
(b) Expressando os seus resultados em termos das variáveis apropriadas, escreva o sistema de equações necessário para determinar as temperaturas do aquecedor e do refletor, T_1 e T_2, respectivamente. Determine essas temperaturas para as condições especificadas.

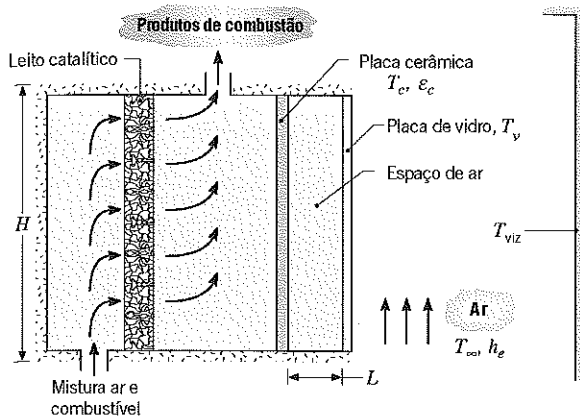
(c) Determine a taxa na qual deve ser suprida potência elétrica, por unidade de comprimento, ao bastão aquecedor.

13.121 Um aquecedor radiante, que é usado em processos de tratamento de superfícies, é constituído por um longo elemento aquecedor com formato cilíndrico e diâmetro $D_1 = 0{,}005$ m, com emissividade $\varepsilon_1 = 0{,}80$. O aquecedor é parcialmente envolvido por um refletor parabólico longo e delgado, cujas emissividades das superfícies interna e externa são $\varepsilon_{2i} = 0{,}10$ e $\varepsilon_{2e} = 0{,}80$, respectivamente. As áreas superficiais interna e externa, por unidade de comprimento do refletor, são cada uma de $A'_{2i} = A'_{2e} = 0{,}20$ m, enquanto o coeficiente convectivo médio nas superfícies interna e externa é de $\bar{h}_{2(i,e)} = 2$ W/(m²·K). O sistema pode

ser considerado no interior de um meio quiescente e infinito composto por ar atmosférico a $T_\infty = 300$ K, estando exposto a uma grande vizinhança a $T_{viz} = 300$ K.

(a) Esboce o circuito de radiação apropriado e escreva expressões para cada uma das resistências da rede.
(b) Se, sob condições de regime estacionário, potência elétrica é dissipada no aquecedor a $P_1' = 1500$ W/m e a temperatura superficial do aquecedor é $T_1 = 1200$ K, qual é a taxa *líquida* na qual a energia *radiante* é transferida do aquecedor?
(c) Qual é a taxa líquida na qual energia radiante é transferida do aquecedor para a vizinhança?
(d) Qual é a temperatura, T_2, do refletor?

13.122 Um gerador de vapor é constituído por um feixe alinhado de tubos, cada um com diâmetro externo $D = 10$ mm e comprimento $L = 1$ m. Os passos longitudinal e transversal são $S_L = S_T = 20$ mm, enquanto os números de colunas nas direções longitudinal e transversal são $N_L = 20$ e $N_T = 5$. Água saturada (no estado líquido) entra nos tubos a uma pressão de 2,5 bar e sua vazão é ajustada de modo a assegurar que ela deixa os tubos como vapor saturado. A ebulição que ocorre nos tubos mantém uma temperatura na parede dos tubos uniforme de 400 K.

(a) Considere o caso (*a*) no qual produtos de combustão *entram* no feixe de tubos com uma velocidade e temperatura de $V = 10$ m/s e $T_{m,ent} = 1200$ K, respectivamente. Determine o coeficiente convectivo médio no lado do gás, a temperatura de saída do gás e a taxa de produção de vapor em kg/s. As propriedades do gás podem ser aproximadas por aquelas do ar atmosférico a uma temperatura média de 900 K.
(b) Um projeto alternativo de gerador de vapor, caso (*b*), é constituído pelo mesmo arranjo de tubos, porém o escoamento do gás é substituído por um espaço onde há vácuo com placas eletricamente aquecidas introduzidas entre cada coluna de tubos. Se as placas são mantidas a uma temperatura uniforme de $T_p = 1200$ K, qual é a taxa de produção de vapor? As superfícies das placas e dos tubos podem ser aproximadas por corpos negros.
(c) Considere condições nas quais as placas estão instaladas, como no caso (*b*), e produtos de combustão a temperaturas elevadas escoam sobre os tubos, como no caso (*a*). As placas não são mais aquecidas eletricamente, mas sua condutividade térmica é suficientemente elevada para assegurar uma temperatura uniforme nas placas. Comente a respeito dos fatores que influenciam a temperatura da placa e a distribuição de temperaturas no gás. Estabeleça um contraste (qualitativo) entre a temperatura de saída do gás e a taxa de geração de vapor com os resultados do caso (*a*).

13.123 A figura mostra um tubo radiante a gás do tipo recuperativo com única extremidade (SER – *single-ended recuperative*). Uma mistura de ar e gás natural é injetada na extremidade esquerda do tubo central e a combustão completa-se enquanto os gases ainda se encontram no tubo interno. Os produtos da combustão são descarregados através da região anular. Medições efetuadas com termopares em uma posição axial particular indicam uma temperatura da parede do tubo interno igual a 1200 K e uma temperatura do gás na região anular de 1050 K. O tubo radiante está localizado no interior de um forno, cujas paredes estão a 950 K. A atmosfera do forno é quiescente e também se encontra a 950 K. Os tubos possuem paredes finas e são feitos de carbeto de silício com emissividade de 0,6. A vazão mássica do gás é de 0,13 kg/s, enquanto a sua pressão é de 101,5 kPa.

Calcule a temperatura do tubo externo na posição axial onde as medições com os termopares estão sendo efetuadas. Admita que o gás seja não-participante em termos radiantes e que possua as seguintes propriedades termofísicas: $\rho = 0,32$ kg/m³, $\nu = 130 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 70 \times 10^{-3}$ W/(m·K) e $Pr = 0,72$.

13.124 Um aquecedor a gás natural utiliza a combustão em um leito poroso de material catalítico para manter uma placa cerâmica, com emissividade $\varepsilon_c = 0,95$, a uma temperatura uniforme de $T_c = 1000$ K. A placa cerâmica encontra-se separada de uma placa de vidro por um espaço que contém ar, cuja espessura é $L = 50$ mm. A superfície do vidro é difusa e suas transmissividade e absortividade espectrais podem ser aproximadas por $\tau_\lambda = 0$ e $\alpha_\lambda = 1$ para $0 \le \lambda \le 0,4$ μm, $\tau_\lambda = 1$ e $\alpha_\lambda = 0$ para $0,4 < \lambda \le 1,6$ μm, e $\tau_\lambda = 0$ e $\alpha_\lambda = 0,9$ para $\lambda > 1,6$ μm. A superfície externa do vidro está exposta ao ar ambiente quiescente e a uma grande vizinhança, sendo $T_\infty = T_{viz} = 300$ K. A altura e a largura do aquecedor são $H = W = 2$ m.

(a) Qual é a transmissividade total do vidro em relação à irradiação originada na placa cerâmica? O vidro pode ser aproximado por opaco e cinza?

(b) Nas condições especificadas, calcule a temperatura do vidro, T_v, e a taxa de transferência de calor a partir do aquecedor, q_a.

(c) Um ventilador pode ser usado para controlar o coeficiente convectivo h_e na superfície externa do vidro. Calcule e represente graficamente T_v e q_a como funções de h_e para $10 \leq h_e \leq 100$ W/(m²·K).

Radiação em Gases

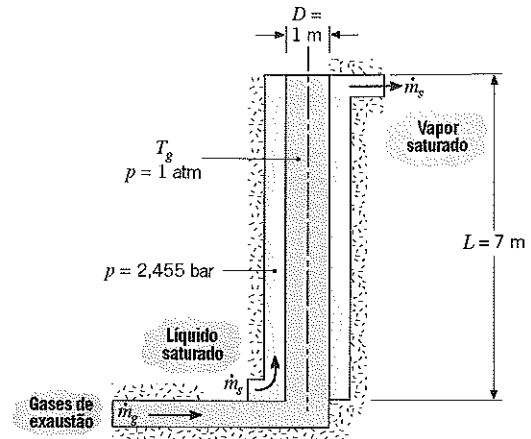
13.125 Um forno que possui uma cavidade esférica com 0,5 m de diâmetro contém uma mistura gasosa a 1 atm e 1400 K. A mistura é formada por CO_2, com uma pressão parcial de 0,25 atm e nitrogênio com uma pressão parcial de 0,75 atm. Se a parede da cavidade for negra, qual é a taxa de resfriamento necessária para manter sua temperatura a 500 K?

13.126 Uma câmara de combustão de uma turbina a gás pode ser aproximada por um longo tubo com 0,4 m de diâmetro. O gás de combustão encontra-se a uma pressão e temperatura de 1 atm e 1000°C, respectivamente, enquanto a temperatura da superfície da câmara é de 500°C. Se o gás de combustão contém CO_2 e vapor d'água, ambos com uma fração molar de 0,15, qual é o fluxo térmico radiante líquido entre o gás e a superfície da câmara, que pode ser aproximada por um corpo negro?

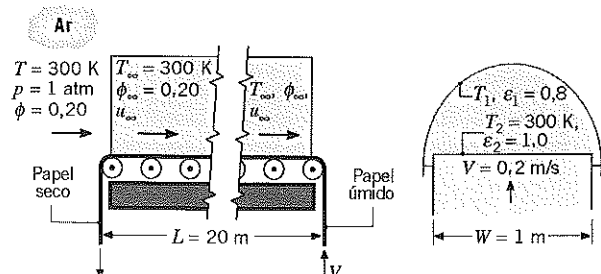
13.127 Um gás de exaustão, a uma pressão total de 1 atm e a temperatura de 1400 K, contém CO_2 e vapor d'água a pressões parciais de 0,05 e 0,10 atm, respectivamente. Se o gás escoa através de uma longa chaminé com 1 m de diâmetro e 400 K de temperatura superficial, determine o fluxo térmico radiante líquido do gás para a superfície. Pode ser admitido um comportamento de corpo negro para a superfície da chaminé.

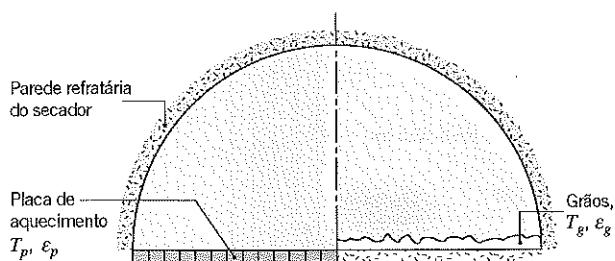
13.128 Um forno é constituído por duas grandes placas paralelas que estão separadas entre si por uma distância de 0,75 m. Uma mistura gasosa composta por O_2, N_2, CO_2 e vapor d'água, com frações molares de 0,20; 0,50; 0,15 e 0,15, respectivamente, escoa entre as placas a uma pressão total de 2 atm e a uma temperatura de 1300 K. Se as placas podem ser aproximadas por corpos negros e são mantidas a 500 K, qual é o fluxo térmico radiante líquido para as placas?

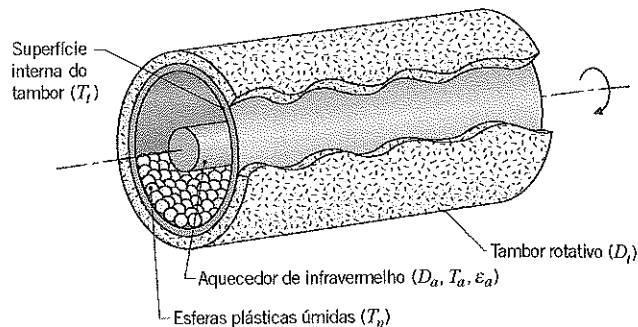
13.129 Em um processo industrial, produtos de combustão, a uma temperatura e pressão de 2000 K e 1 atm, respectivamente, escoam através de uma longa tubulação com 0,25 m de diâmetro, cuja superfície interna é negra. O gás de combustão contém CO_2 e vapor d'água, cada um com uma pressão parcial de 0,10 atm. Pode ser considerado que o gás possui as propriedades termofísicas do ar atmosférico e que se encontre em escoamento plenamente desenvolvido a uma vazão de $\dot{m} = 0{,}25$ kg/s. A tubulação é resfriada pela passagem de água em escoamento cruzado sobre a superfície externa. A velocidade e a temperatura desta água a montante do sistema são 0,30 m/s e 300 K, respectivamente. Determine a temperatura da parede da tubulação e o fluxo térmico. *Sugestão:* A emissão da parede da tubulação pode ser desprezada.

13.130 A recuperação de calor dos gases de exaustão de um forno de fundição é feita pela passagem dos gases através de um tubo metálico vertical e a introdução de água saturada (estado líquido) na parte inferior de uma região anular ao redor do tubo.

O comprimento do tubo e o seu diâmetro interno são de 7 e 1 m, respectivamente, e a superfície interna do tubo é negra. O gás no interior do tubo encontra-se à pressão atmosférica, com pressões parciais de CO_2 e de H_2O (vapor) iguais a 0,1 e 0,2 atm, respectivamente, e a sua temperatura média pode ser aproximada por $T_g = 1400$ K. A vazão do gás é de $\dot{m}_g = 2$ kg/s. Se água saturada for alimentada a uma pressão de 2,455 bar, estime a vazão de água $\dot{m}_s$ para a qual há conversão completa de líquido saturado na alimentação para vapor saturado na saída. As propriedades termofísicas do gás podem ser aproximadas por $\mu = 530 \times 10^{-7}$ kg/(s·m), $k = 0{,}091$ W/(m·K) e $Pr = 0{,}70$.

Transferência de Calor e de Massa

13.131 Um forno radiante para a secagem de papel de impressão é constituído por um longo duto ($L = 20$ m) com seção transversal semicircular. O papel se move ao longo do forno sobre uma esteira transportadora a uma velocidade de $V = 0{,}2$ m/s. O papel possui um teor de água de 0,02 kg/m² quando entra no forno e encontra-se completamente seco ao sair do forno. Para assegurar qualidade, o papel deve ser mantido à temperatura ambiente (300 K) durante sua secagem. Para auxiliar na manutenção dessa condição, todos os componentes do sistema e o ar que escoa através do forno estão a uma temperatura de 300 K. A superfície interna do duto semicircular, que possui uma emissividade de 0,8 e uma temperatura T_1, fornece o calor radiante necessário para proceder à secagem. A superfície molhada do papel pode ser considerada negra. O ar que entra no forno encontra-se a uma temperatura de 300 K, com umidade relativa de 20%.

Como a velocidade do ar é elevada, sua temperatura e umidade relativa podem ser consideradas constantes ao longo de todo o comprimento do forno. Calcule a taxa de evaporação exigida, a velocidade do ar u_∞, e a temperatura T_1 que irão assegurar ao processo condições de regime estacionário.

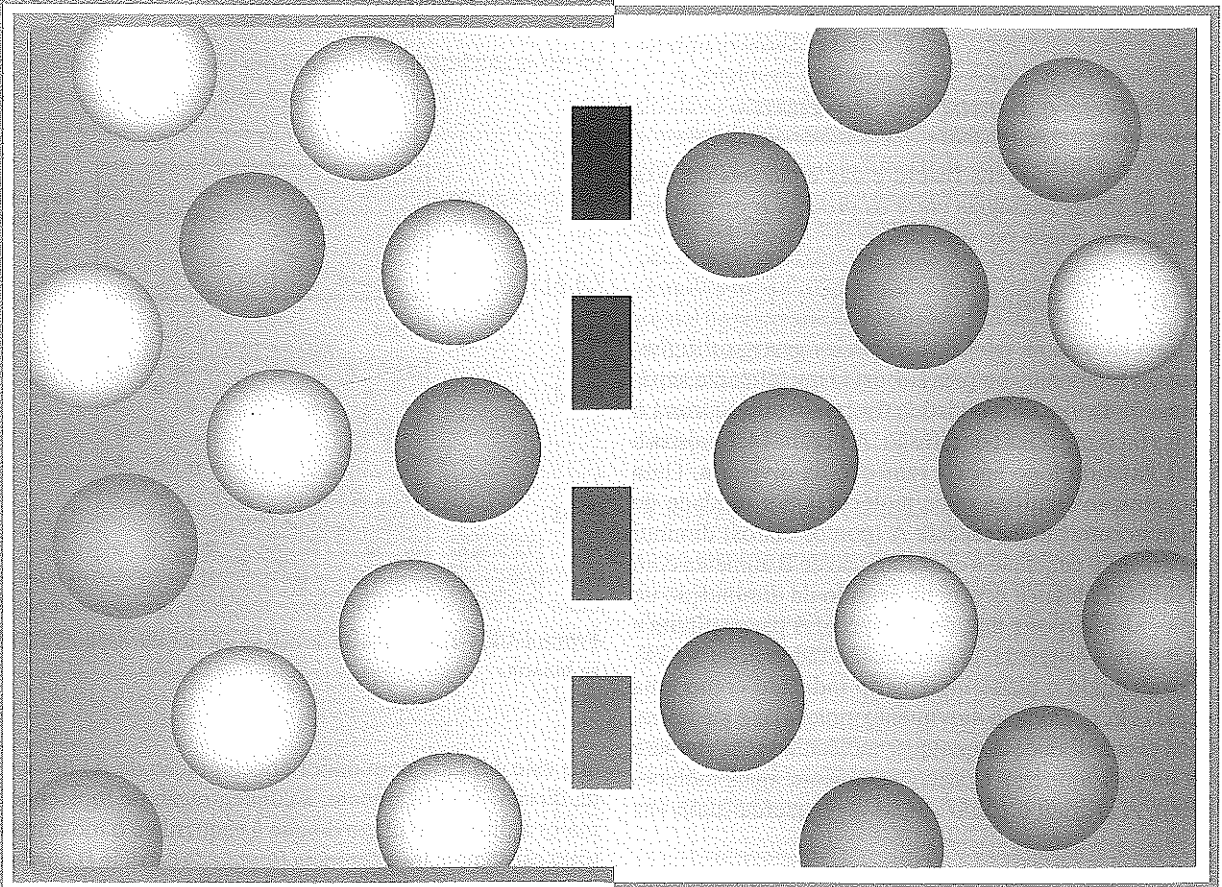
13.132 Um secador de grãos é constituído por um longo duto semicircular com raio $R = 1$ m. Metade da superfície da base é ocupada por uma placa eletricamente aquecida, com emissividade $\varepsilon_p = 0{,}8$, enquanto a outra metade suporta os grãos a serem secos, que têm uma emissividade de $\varepsilon_g = 0{,}9$. Em um processo de secagem em batelada, no qual a temperatura dos grãos é de $T_g = 330$ K, 2,50 kg de água devem ser removidos por metro de comprimento do duto em um período de 1 hora.

(a) Desprezando a transferência de calor por convecção, determine a temperatura T_p que a placa aquecedora deve possuir.
(b) Se o vapor d'água é removido do duto pelo escoamento de ar seco, qual é o valor do coeficiente de transferência de massa h_m que deve ser mantido pelo escoamento?
(c) Se o ar estiver a 300 K, a hipótese de convecção desprezível se justifica?

13.133 Um novo *equipamento de reciclagem por infravermelho* foi proposto para reciclar os milhões de quilos de plásticos descartados pelo desmonte e prensagem de veículo automotivos após a sua aposentadoria. Para atacar o problema de classificar plásticos misturados em componentes como polipropilenos e policarbonatos, uma corrente lavada de plásticos misturados é direcionada para um sistema de aquecimento por infravermelho, onde ela é seca e posteriormente aquecida a uma temperatura na qual um dos componentes começa a amolecer, enquanto os outros permanecem rígidos. A corrente misturada é então passada através de rolos de aço, aos quais o plástico amolecido adere, sendo então removido da corrente. O aquecimento da corrente é então continuado para facilitar a remoção de um segundo componente e o processo de aquecimento/remoção é repetido até que todos os componentes sejam separados.

Considere o estágio inicial da secagem em um sistema composto por um aquecedor cilíndrico alinhado coaxialmente com um tambor rotativo de diâmetro $D_t = 1$ m. Logo após entrar no tambor, *pellets* de plástico úmidos podem ser considerados cobrindo toda a seção semicilíndrica inferior e permanecendo a uma temperatura de $T_p = 325$ K durante o processo de secagem. A área da superfície dos pellets pode ser suposta igual à do semicilindro inferior e sua emissividade é de $\varepsilon_p = 0{,}95$.

(a) Se o escoamento do ar seco através do tambor mantém um coeficiente convectivo de transferência de massa de 0,024 m/s na superfície dos pellets, qual é a taxa de evaporação por unidade de comprimento do tambor?
(b) Desprezando a transferência de calor por convecção, determine a temperatura T_a que tem que ser mantida por um aquecedor com diâmetro $D_a = 0{,}10$ m e emissividade $\varepsilon_a = 0{,}8$ para sustentar a taxa de evaporação anterior. Qual é o valor correspondente da temperatura T_t da superfície superior do tambor? A superfície externa do tambor é isolada termicamente e a razão comprimento/diâmetro do tambor é grande. Como se aplicada às superfícies do topo(d) ou da base(p) do tambor, o fator de forma de um semicilindro infinitamente longo para si próprio, na presença de um cilindro coaxial concêntrico (diâmetro D_h), pode ser calculado por

$$F_{ii} = 1 - \frac{2}{\pi}\{[1 - (D_h/D_d)^2]^{1/2} + (D_h/D_d)\text{sen}^{-1}(D_h/D_d)\}$$

CAPÍTULO 14

Transferência de Massa por Difusão

Aprendemos que calor é transferido se existir uma diferença de temperaturas em um meio. De maneira semelhante, se houver uma diferença na concentração de alguma espécie química em uma mistura, transferência de massa *tem que* ocorrer.[1]

> *Transferência de massa é massa em trânsito como o resultado de uma diferença de concentrações de uma espécie em uma mistura.*

Da mesma forma que um *gradiente de temperatura* é o *potencial motriz* para a transferência de calor, um *gradiente de concentração* de uma espécie em uma mistura fornece o *potencial motriz* para o transporte desta espécie.

É importante compreender claramente o contexto no qual o termo *transferência de massa* é usado. Embora massa seja certamente transferida toda vez que existir movimento global no fluido, não é isso o que temos em mente. Por exemplo, *não* usamos o termo *transferência de massa* para descrever o movimento do ar que é induzido por um ventilador ou o movimento da água sendo forçado através de um tubo. Em ambos os casos, há movimento macroscópico ou global do fluido devido ao trabalho mecânico. Contudo, usamos o termo para descrever o movimento relativo de espécies em uma mistura devido à presença de gradientes de concentração. Um exemplo é a dispersão de óxidos de enxofre liberados no meio ambiente na fumaça da chaminé de uma usina de potência. Um outro exemplo é a transferência de vapor d'água para o ar seco, como em um umidificador doméstico.

Existem *modos* de *transferência de massa* que são similares aos modos de transferência de calor por condução e por convecção. Nos Capítulos 6 a 8, analisamos a transferência de massa por convecção, que é *análoga* à transferência de calor por convecção; neste capítulo, analisamos a transferência de massa por difusão, que pode ser *análoga* à transferência de calor por condução.

14.1 Origens Físicas e Equações de Taxa

Do ponto de vista das origens físicas e das equações de taxa governantes, há fortes analogias entre os processos de transferência de calor e de massa por difusão.

14.1.1 Origens Físicas

Considere uma câmara na qual duas espécies gasosas diferentes, nas mesmas temperatura e pressão, estão inicialmente separadas por uma divisória. Se a divisória for removida, ocorrerá o transporte das duas espécies por difusão. A Figura 14.1 mostra a situação que existiria logo após a remoção da divisória. Uma maior concentração significa mais moléculas por unidade de volume e a concentração da espécie A (pontos claros) diminui com o aumento de x, enquanto a concentração de B aumenta com x. Como a difusão mássica ocorre no sentido da diminuição de concentração, há transporte líquido da espécie A para a direita e da espécie B para a esquerda. O mecanismo físico pode ser explicado considerando o plano imaginário indicado como uma linha tracejada em x_o. Como o movimento molecular é aleatório, há uma igual probabilidade de qualquer molécula se mover para a esquerda ou para a direita. Conseqüentemente, mais moléculas da espécie A cruzam o plano vindas da esquerda (uma vez

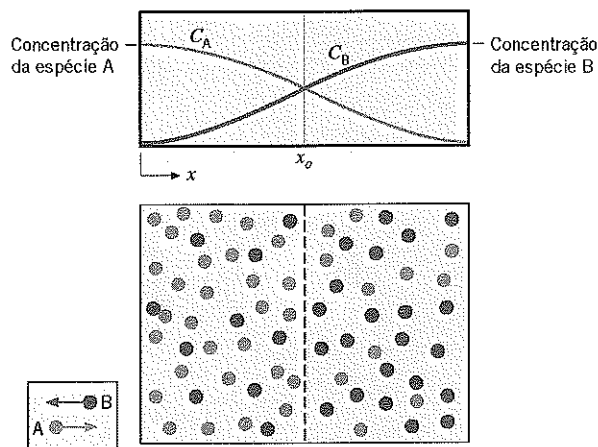



FIGURA 14.1 Transferência de massa por difusão em uma mistura gasosa binária.

que este é o lado com maior concentração de A) do que vindas da direita. Analogamente, a concentração de moléculas de B é maior à direita do plano do que à esquerda e o movimento aleatório causa uma transferência *líquida* da espécie B para a esquerda. Obviamente, transcorrido um tempo suficiente, são atingidas concentrações uniformes de A e B, e não há transporte *líquido* da espécie A ou da espécie B através do plano imaginário.

A difusão mássica ocorre em líquidos e sólidos, assim como em gases. Contudo, como a transferência de massa é fortemente

[1] Uma *espécie* é uma molécula identificável, tal como dióxido de carbono, CO_2, que pode ser transportada por difusão e advecção e/ou convertida em alguma outra forma por uma reação química. Uma espécie pode ser um átomo sozinho ou uma molécula poliatômica complexa. Também pode ser apropriada a identificação de uma mistura (como o ar) como uma espécie.

influenciada pelo espaçamento molecular, a difusão ocorre mais facilmente em gases do que em líquidos, e mais facilmente em líquidos do que nos sólidos. Exemplos de processos de difusão em gases, líquidos e sólidos, respectivamente, incluem o óxido nitroso da descarga de um automóvel no ar, oxigênio dissolvido na água e hélio no Pyrex.

14.1.2 Composição de Misturas

Neste capítulo, vamos analisar a transferência de massa em misturas. Primeiramente, revemos vários conceitos da termodinâmica. Uma mistura é constituída por dois ou mais constituintes químicos (*espécies*) e a quantidade de qualquer espécie i pode ser quantificada em termos de sua *concentração mássica* ρ_i(kg/m^3) ou de sua *concentração molar* C_i (kmol/m^3). A concentração mássica e a concentração molar estão relacionadas através da massa molar da espécie, $\mathcal{M}_i$ (kg/kmol), de tal forma que

$$\rho_i = \mathcal{M}_i C_i \tag{14.1}$$

Com ρ_i representando a massa da espécie i por unidade de volume da mistura, a massa específica (densidade mássica) da mistura é

$$\rho = \sum_i \rho_i \tag{14.2}$$

Analogamente, o número total de moles por unidade de volume da mistura é

$$C = \sum_i C_i \tag{14.3}$$

A quantidade da espécie i em uma mistura também pode ser quantificada em termos da sua *fração mássica*

$$m_i = \frac{\rho_i}{\rho} \tag{14.4}$$

ou da sua *fração molar*[2]

$$x_i = \frac{C_i}{C} \qquad (14.5)^2$$

Das Equações 14.2 e 14.3, tem-se que

$$\sum_i m_i = 1 \tag{14.6}$$

e

$$\sum_i x_i = 1 \tag{14.7}$$

Para uma mistura de gases ideais, a concentração mássica e a concentração molar de qualquer constituinte estão relacionadas à pressão parcial do constituinte através da lei do gás ideal. Isto é,

$$\rho_i = \frac{p_i}{R_i T} \tag{14.8}$$

e

$$C_i = \frac{p_i}{\mathcal{R} T} \tag{14.9}$$

onde R_i é a constante dos gases para a espécie i e $\mathcal{R}$ é a constante dos gases universal. Usando as Equações 14.5 e 14.9 em conjunto com a *lei de Dalton* das pressões parciais,

$$p = \sum_i p_i \tag{14.10}$$

segue-se que

$$x_i = \frac{C_i}{C} = \frac{p_i}{p} \tag{14.11}$$

14.1.3 Lei de Fick da Difusão

Como mecanismos físicos similares estão associados às transferências de calor e de massa por difusão, não é surpresa que as equações de taxa correspondentes possuam a mesma forma. A equação da taxa para a difusão mássica é conhecida como *lei de Fick* e para a transferência da espécie A em uma *mistura binária* de A e B, ela pode ser escrita na forma vetorial como

$$\mathbf{j}_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A \qquad (14.12)^3$$

ou

$$\mathbf{J}_A^* = -C D_{AB} \nabla x_A \qquad (14.13)^3$$

A forma dessas expressões é análoga àquela da lei de Fourier, Equação 2.3. Além disso, da mesma forma que a lei de Fourier serve para definir uma importante propriedade de transporte, a condutividade térmica, a lei de Fick define uma segunda propriedade de transporte importante, o *coeficiente de difusão binária* ou *difusividade mássica*, D_{AB}.

A grandeza $\mathbf{j}_A$(kg/(s·m^2)) é definida como o fluxo mássico difusivo da espécie A. Ele representa a quantidade de A que é transferida por difusão por unidade de tempo e por unidade de área perpendicular à direção da transferência, e ele é proporcional à massa específica da mistura, $\rho = \rho_A + \rho_B$ (kg/m^3), e ao gradiente da fração mássica da espécie, $m_A = \rho_A/\rho$. O fluxo da espécie pode também ser avaliado em uma base molar, na qual $\mathbf{J}_A^*$ (kmol/(s·m^2)) é o fluxo molar difusivo da espécie A. Ele é proporcional à concentração molar total da mistura, $C = C_A + C_B$ (kmol/m^3), e ao gradiente da fração molar da espécie, $x_A = C_A/C$. As formas anteriores da lei de Fick podem ser simplificadas quando a massa específica da mistura ρ ou a concentração molar total C for uma constante.

14.1.4 Difusividade Mássica

Uma atenção considerável tem sido dada à predição da difusividade mássica, D_{AB}, em uma mistura binária de dois gases, A e B. Admitindo comportamento de gás ideal, a teoria cinética pode ser usada para mostrar que

$$D_{AB} \sim p^{-1} T^{3/2} \tag{14.14}$$

onde T é expressa em kelvins. Essa relação se aplica em intervalos de pressão e de temperatura restritos, e é útil para estimar valores da difusividade mássica em condições diferentes daque-

[2]Não confunda x_i, a fração molar da espécie i, com a coordenada espacial x. A primeira variável terá sempre um subscrito com a designação da espécie.

[3]Está inerente nas Equações 14.12 e 14.13 a hipótese de que a difusão mássica resulta somente de um gradiente de concentração. Na realidade, difusão mássica pode também resultar de um gradiente de temperatura, de um gradiente de pressão ou de uma força externa. Na maioria dos problemas, esses efeitos são desprezíveis e o potencial motriz dominante é o gradiente de concentração da espécie. Essa condição é chamada de *difusão ordinária*. Tratamento dos outros efeitos (de ordem superior) é apresentado por Bird et al.[1-3].

las nas quais os dados estão disponíveis. Bird et al.[1-3] fornecem discussões detalhadas dos tratamentos teóricos disponíveis e comparações de suas previsões com dados experimentais.

Para soluções líquidas binárias, é necessário confiar exclusivamente em medições experimentais. Para pequenas concentrações de A (o soluto) em B (o solvente), sabe-se que D_{AB} aumenta com o aumento da temperatura. O mecanismo da difusão de gases, líquidos e sólidos em sólidos é extremamente complicado e teorias generalizadas não estão disponíveis. Além disso, apenas um número limitado de resultados experimentais está disponível na literatura.

Dados de difusão binária em misturas selecionadas são apresentados na Tabela A.8. Skelland [4] e Poling et al. [5] fornecem tratamentos mais detalhados desse assunto.

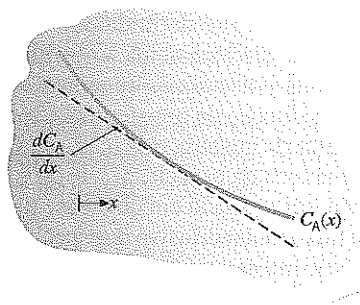
EXEMPLO 14.1

Considere a difusão de hidrogênio (espécie A) em ar, água líquida ou ferro (espécies B), a $T = 293$ K. Calcule o fluxo da espécie nas bases molar e mássica se o gradiente de concentração em um local específico for igual a $dC_A/dx = 1$ kmol/(m³·m). Compare o valor da difusividade mássica com o da condutividade térmica. A fração molar do hidrogênio é muito menor do que um.

SOLUÇÃO

Dados: Gradiente de concentração do hidrogênio no ar, na água líquida ou no ferro a $T = 293$ K.

Achar: Fluxos mássico e molar do hidrogênio e os valores relativos das difusividades térmica e mássica para os três casos.

Esquema:

Considerações: Condições de regime estacionário.

Propriedades: Tabela A.8, hidrogênio-ar (298 K): $D_{AB} = 0{,}41 \times 10^{-4}$ m²/s, hidrogênio-água (298 K): $D_{AB} = 0{,}63 \times 10^{-8}$ m²/s, hidrogênio-ferro (293 K): $D_{AB} = 0{,}26 \times 10^{-12}$ m²/s. Tabela A.4, ar (293 K): $\alpha = 21{,}6 \times 10^{-6}$ m²/s; Tabela A.6, água (293 K): $k = 0{,}603$ W/(m·K), $\rho = 998$ kg/m³, $c_p = 4182$ J/(kg·K). Tabela A.1, ferro (300 K): $\alpha = 23{,}1 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análise: Usando a Equação 14.14, achamos que a difusividade mássica do hidrogênio no ar a $T = 293$ K é

$$D_{AB,T} = D_{AB,298\,K} \times \left(\frac{T}{298\,K}\right)^{3/2}$$

$$= 0{,}41 \times 10^{-4}\,m^2/s \times \left(\frac{293\,K}{298\,K}\right)^{3/2} = 0{,}40 \times 10^{-4}\,m^2/s$$

Para o caso no qual o hidrogênio é uma *espécie diluída*, isto é, $x_A \ll 1$, as propriedades térmicas do meio podem ser tomadas como aquelas do meio hospedeiro, constituído pela espécie B. A difusividade térmica da água é

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0{,}603\,W/(m \cdot K)}{998\,kg/m^3 \cdot 4182\,J/(kg \cdot K)} = 0{,}144 \times 10^{-6}\,m^2/s$$

A razão entre a difusividade térmica e a difusividade mássica é o número de Lewis, *Le*, definido na Equação 6.50.

O fluxo molar do hidrogênio é descrito pela lei de Fick, Equação 14.13,

$$\mathbf{J}_A^* = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}$$

A concentração molar total, C, é aproximadamente constante uma vez que A é a espécie diluída; conseqüentemente,

$$\mathbf{J}_A^* = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx}$$

Assim, para a mistura hidrogênio-ar,

$$\mathbf{J}_A^* = -0{,}40 \times 10^{-4}\,m^2/s \times 1\,\frac{kmol}{m^3 \cdot m} = -4 \times 10^{-5}\,\frac{kmol}{s \cdot m^2}$$

O fluxo mássico do hidrogênio no ar é encontrado pela expressão

$$\mathbf{j}_A = \mathcal{M}_A \mathbf{J}_A^* = 2\,\frac{kg}{kmol} \times \left(-4 \times 10^{-5}\,\frac{kmol}{s \cdot m^2}\right) = -8 \times 10^{-5}\,\frac{kg}{s \cdot m^2}$$

Os resultados para as três diferentes misturas estão resumidos na tabela a seguir.

Espécie B	$\alpha \times 10^6$ (m²/s)	$D_{AB} \times 10^6$ (m²/s)	Le	$j_A \times 10^6$ (kg/(s·m²))
Ar	21,6	40	0,54	80
Água	0,14	$6{,}3 \times 10^{-3}$	23	13×10^{-3}
Ferro	23,1	260×10^{-9}	89×10^6	$0{,}52 \times 10^{-6}$

Comentários:

1. As difusividades térmicas dos três meios variam em duas ordens de grandeza. Vimos no Capítulo 5 que esta faixa relativamente larga de difusividades térmicas é responsável pelas diferentes taxas nas quais os objetos respondem termicamente durante processos condutivos transientes. Na transferência de massa, difusividades mássicas podem variar em 8 ou mais ordens de grandeza, com as maiores difusividades associadas à difusão em gases e as menores difusividades associadas à difusão em sólidos. Diferentes materiais respondem à transferência de massa em taxas muito diferentes, dependendo de ser o meio hospedeiro um gás, líquido ou sólido.
2. A razão entre a difusividade térmica e a difusividade mássica, o número de Lewis, é tipicamente de ordem igual a um para gases. Isto implica que mudanças no progresso das distribuições térmicas e de espécies ocorrem aproximadamen-

te na mesma taxa em gases nos quais há condução térmica e difusão de espécie simultâneas. Em sólidos e líquidos, energia térmica é conduzida mais facilmente do que espécies químicas possam ser transferidas por difusão.

14.2 *Transferência de Massa em Meios Não-estacionários*[4]

14.2.1 Fluxos Absoluto e Difusivo de uma Espécie

Vimos que a transferência de massa por difusão é análoga à transferência de calor por condução e que os fluxos difusivos, como dados pelas Equações 14.12 e 14.13, são análogos aos fluxos térmicos representados pela lei de Fourier. Se houver movimento global, então, como na transferência de calor, a transferência de massa pode também ocorrer por advecção. Entretanto, de forma distinta da transferência de calor por condução, a difusão de uma espécie sempre envolve o movimento de moléculas ou átomos de um local para outro. Em muitos casos, esse movimento em escala molecular resulta em movimento global. Nessa seção, nós definimos o *fluxo absoluto* ou total de uma espécie, que inclui tanto o componente difusivo quanto o componente advectivo.

O fluxo mássico (ou molar) absoluto de uma espécie é definido como o fluxo total em relação a um sistema de coordenadas fixo. Para obter uma expressão para o fluxo mássico absoluto, considere a espécie A em uma mistura binária de A e B. O fluxo mássico absoluto $\mathbf{n}''_A$ está relacionado com a velocidade absoluta da espécie $\mathbf{v}_A$ por

$$\mathbf{n}''_A \equiv \rho_A \mathbf{v}_A \qquad (14.15)$$

O valor de $\mathbf{v}_A$ pode estar associado a qualquer ponto da mistura e interpretado como a velocidade média de todas as partículas de A em um pequeno elemento de volume no entorno do ponto. Uma velocidade média, ou agregada, também pode ser associada às partículas da espécie B, nesse caso

$$\mathbf{n}''_B \equiv \rho_B \mathbf{v}_B \qquad (14.16)$$

Uma *velocidade mássica média para a mistura* pode, então, ser obtida a partir da exigência de que

$$\rho \mathbf{v} = \mathbf{n}'' = \mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B = \rho_A \mathbf{v}_A + \rho_B \mathbf{v}_B \qquad (14.17)$$

fornecendo

$$\mathbf{v} = m_A \mathbf{v}_A + m_B \mathbf{v}_B \qquad (14.18)$$

É importante observar que definimos as velocidades ($\mathbf{v}_A$,$\mathbf{v}_B$,$\mathbf{v}$) e os fluxos ($\mathbf{n}''_A$, $\mathbf{n}''_B$, $\mathbf{n}$) como grandezas *absolutas*. Isto é, elas estão definidas em relação a eixos que se encontram fixos no espaço. A velocidade mássica média $\mathbf{v}$ é um parâmetro útil em misturas binárias, por duas razões. Primeiro, ela só precisa ser multiplicada pela massa específica total para se obter o fluxo mássico total em relação a eixos fixos. Segundo, é a velocidade mássica média que é requerida nas equações que representam as conservações de massa, momento e energia, como aquelas apresentadas e discutidas no Capítulo 6.

Agora podemos definir o *fluxo mássico da espécie* A *em relação à velocidade mássica média da mistura* como

$$\mathbf{j}_A \equiv \rho_A(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}) \qquad (14.19)$$

Enquanto $\mathbf{n}''_A$ representa o *fluxo absoluto* da espécie A, $\mathbf{j}_A$ é o *fluxo difusivo* ou *relativo* da espécie, sendo a grandeza fornecida anteriormente pela lei de Fick, Equação 14.12. Ele representa o movimento da espécie em relação ao movimento médio da mistura. Tem-se das Equações 14.15 e 14.19 que

$$\mathbf{n}''_A = \mathbf{j}_A + \rho_A \mathbf{v} \qquad (14.20)$$

Essa expressão representa as duas contribuições para o fluxo absoluto da espécie A: uma contribuição devida à *difusão* (i.e., devida ao movimento de A *em relação* ao movimento mássico médio da mistura) e uma contribuição devida à *advecção* (i.e., devida ao movimento de A *com* a movimentação mássica média da mistura). Substituindo as Equações 14.12 e 14.17, obtemos

$$\mathbf{n}''_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A + m_A(\mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B) \qquad (14.21)$$

Se o segundo termo no lado direito da Equação 14.21 for zero, a transferência de massa da espécie A ocorre somente por difusão e a situação é análoga à transferência de calor somente por condução. Mais tarde identificaremos situações especiais nas quais isto ocorre.

As considerações anteriores podem ser estendidas para a espécie B. O *fluxo mássico de* B *em relação à velocidade mássica média da mistura* (*o fluxo difusivo*) é

$$\mathbf{j}_B \equiv \rho_B(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}) \qquad (14.22)$$

onde

$$\mathbf{j}_B = -\rho D_{BA} \nabla m_B \qquad (14.23)$$

Tem-se, das Equações 14.17, 14.19 e 14.22, que os fluxos difusivos em uma mistura binária estão relacionados por

$$\mathbf{j}_A + \mathbf{j}_B = 0 \qquad (14.24)$$

Se as Equações 14.12 e 14.23 forem substituídas na Equação 14.24 e for reconhecido que $\nabla m_A = -\nabla m_B$, uma vez que $m_A + m_B = 1$ em uma mistura binária, tem-se que

$$D_{BA} = D_{AB} \qquad (14.25)$$

Dessa forma, como na Equação 14.21, o fluxo *absoluto* da espécie B pode ser escrito na forma

$$\mathbf{n}''_B = -\rho D_{AB} \nabla m_B + m_B(\mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B) \qquad (14.26)$$

Embora as expressões anteriores digam respeito a fluxos *mássicos*, os mesmos procedimentos podem ser usados para obter resultados em base *molar*. Os fluxos molares absolutos das es-

[4]Se o leitor estiver interessado somente em problemas envolvendo meios estacionários, ele deve ir direto para a Seção 14.3.

pécies A e B podem ser escritos como

$$\mathbf{N}''_A \equiv C_A \mathbf{v}_A \qquad \text{e} \qquad \mathbf{N}''_B \equiv C_B \mathbf{v}_B \tag{14.27}$$

e a *velocidade molar média da mistura*, $\mathbf{v}^*$, é obtida da exigência de que

$$\mathbf{N}'' = \mathbf{N}''_A + \mathbf{N}''_B = C\mathbf{v}^* = C_A\mathbf{v}_A + C_B\mathbf{v}_B \tag{14.28}$$

fornecendo

$$\mathbf{v}^* = x_A \mathbf{v}_A + x_B \mathbf{v}_B \tag{14.29}$$

Note que a velocidade molar média não é igual à velocidade mássica média, não sendo, conseqüentemente, apropriada para ser usada nas equações de conservação do Capítulo 6.

A importância da velocidade molar média é que, quando multiplicada pela concentração molar total C, obtém-se o fluxo molar total $\mathbf{N}''$ em relação a um sistema com coordenadas fixo. A Equação 14.27 fornece o *fluxo molar absoluto* das espécies A e B. Por outro lado, o fluxo molar de A em relação à velocidade molar média da mistura $\mathbf{J}^*_A$, denominado *fluxo difusivo*, pode ser obtido a partir da Equação 14.13 ou da expressão

$$\mathbf{J}^*_A \equiv C_A(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}^*) \tag{14.30}$$

Para determinar uma expressão com formato semelhante ao da Equação 14.21, combinamos as Equações 14.27 e 14.30 para obter

$$\mathbf{N}''_A = \mathbf{J}^*_A + C_A\,\mathbf{v}^* \tag{14.31}$$

ou, da Equações 14.13 e 14.28,

$$\mathbf{N}''_A = -CD_{AB}\,\nabla x_A + x_A(\mathbf{N}''_A + \mathbf{N}''_B) \tag{14.32}$$

Note que a Equação 14.32 representa o fluxo molar absoluto como a soma de um fluxo difusivo e de um fluxo advectivo. Novamente, se o segundo termo do lado direito for nulo, a transferência de massa é somente por difusão e é análoga à condução térmica, quando formulada em grandezas molares ao invés de em grandezas mássicas. Para misturas binárias, tem-se também que

$$\mathbf{J}^*_A + \mathbf{J}^*_B = 0 \tag{14.33}$$

14.2.2 Evaporação em uma Coluna

Vamos analisar agora a difusão na mistura gasosa binária da Figura 14.2. Concentrações fixas das espécies $x_{A,L}$ e $x_{B,L}$ são mantidas no topo de um tubo no qual há uma camada de líquido da espécie A, e o sistema está a pressão e temperatura constantes. Como há equilíbrio entre as fases líquido e vapor na interface do líquido, a concentração de vapor corresponde às condições de saturação. Como $x_{A,0} > x_{A,L}$, a espécie A *evapora* na interface do líquido e é transferida para cima por difusão. Para condições de regime estacionário e unidimensionais, sem reações químicas, não pode haver acúmulo da espécie A no volume de controle mostrado na Figura 14.2 e o fluxo molar absoluto de A tem que ser constante ao longo de toda a coluna. Desta forma,

$$\frac{dN''_{A,x}}{dx} = 0 \tag{14.34}$$

Da definição de concentração molar total, $C = C_A + C_B$, $x_A + x_B = 1$ ao longo da coluna. Sabendo que $x_{A,0} > x_{A,L}$, concluímos imediatamente que $x_{B,L} > x_{B,0}$. Conseqüentemente, dx_B/dx é positivo e tem que haver difusão do gás B do topo da coluna para

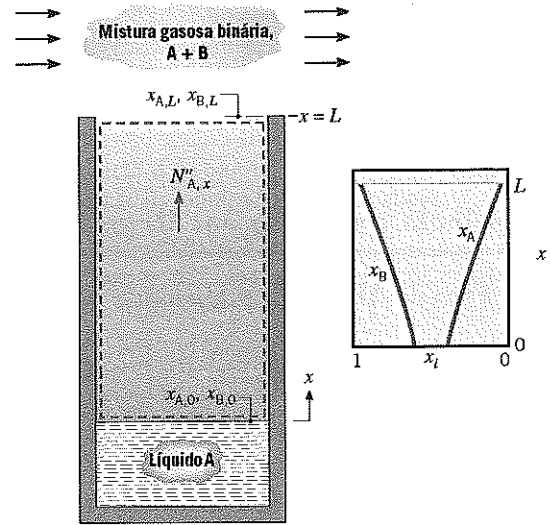



FIGURA 14.2 Evaporação do líquido A em uma mistura gasosa binária, A + B.

a interface do líquido. Entretanto, se a espécie B não puder ser absorvida no líquido A, condições de regime estacionário podem ser mantidas somente se $N''_{B,x} = 0$ em qualquer local no interior do volume de controle na Figura 14.2. A única forma de ser possível isso é se a difusão para baixo do gás B for exatamente compensada pela advecção para cima do gás B. A implicação desta importante conclusão é que temos que levar em conta a advecção dos gases na coluna de modo a prever com sucesso as distribuições das espécies $x_A(x)$ e $x_B(x)$, assim como a taxa de evaporação do líquido A. Uma expressão apropriada para $N''_{A,x}$ pode ser obtida com a substituição da exigência de que $N''_{B,x} = 0$ na Equação 14.32, que fornece

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx} + x_A N''_{A,x} \tag{14.35}$$

ou, da Equação 14.28,

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx} + C_A v^*_x \tag{14.36}$$

Com base nesta equação é evidente que o transporte difusivo da espécie A $[-CD_{AB}(dx_A/dx)]$ é aumentado pelo movimento global $(C_A v^*_x)$. Manipulando a Equação 14.35, obtemos

$$N''_{A,x} = -\frac{CD_{AB}}{1 - x_A}\frac{dx_A}{dx} \tag{14.37}$$

Para p e T constantes, C e D_{AB} são também constantes. Substituindo a Equação 14.37 na Equação 14.34, obtemos então

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1 - x_A}\frac{dx_A}{dx}\right) = 0$$

Integrando duas vezes, temos

$$-\ln(1 - x_A) = C_1 x + C_2$$

Aplicando as condições $x_A(0) = x_{A,0}$ e $x_A(L) = x_{A,L}$, as constantes de integração podem ser determinadas e a distribuição de concentrações se torna

$$\frac{1 - x_A}{1 - x_{A,0}} = \left(\frac{1 - x_{A,L}}{1 - x_{A,0}}\right)^{x/L} \tag{14.38}$$

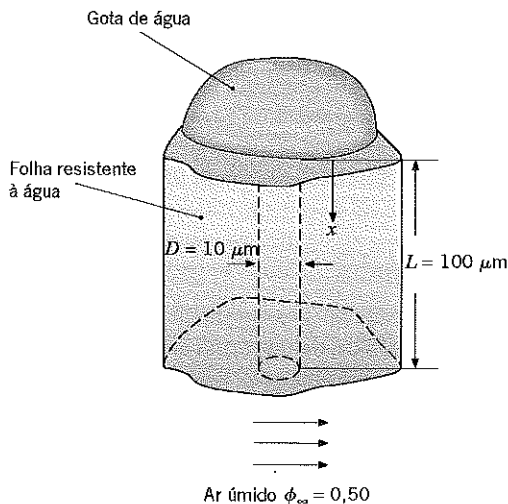
Como $1 - x_A = x_B$, também obtemos que

$$\frac{x_B}{x_{B,0}} = \left(\frac{x_{B,L}}{x_{B,0}}\right)^{x/L} \tag{14.39}$$

Para determinar a taxa de evaporação da espécie A, a Equação 14.38 é primeiramente usada para avaliar o gradiente de concentração (dx_A/dx). Substituindo o resultado na Equação 14.37, tem-se que

$$N''_{A,x} = \frac{CD_{AB}}{L} \ln\left(\frac{1 - x_{A,L}}{1 - x_{A,0}}\right) \tag{14.40}$$

EXEMPLO 14.2

Uma folha resistente à água usada para aplicações à prova d'água é formada com um material polimérico impermeável. A *microestrutura* da folha é engenheirada para fornecer poros abertos de diâmetro $D = 10$ μm que se estendem por toda a espessura da folha, que é igual a $L = 100$ μm. O diâmetro do poro é grande o suficiente para permitir que o vapor d'água seja transferido através do poro, mas é suficientemente pequeno para proibir que água líquida penetre na folha. Determine a taxa na qual o vapor d'água é transferido através de um único poro, quando líquido saturado está presente na superfície superior da folha e ar úmido, a uma umidade relativa $\phi_\infty = 50\%$, está em contato com a superfície inferior da folha. Calcule a taxa de transferência a uma temperatura $T = 298$ K e a uma pressão $p = 1$ atm. Investigue a sensibilidade da taxa de transferência em relação à temperatura e compare as taxas de transferência às taxas que são previstas desprezando-se o movimento molar médio da mistura no poro.

SOLUÇÃO

Dados: Espessura e diâmetro do poro de uma folha porosa, condições térmicas e umidade.

Achar: Taxa de evaporação através de um único poro.

Considerações:

1. Condições unidimensionais, isotérmicas e em regime estacionário.
2. Ausência de reações químicas.
3. Poro penetra a espessura da folha de forma perpendicular e tem seção transversal circular.
4. Sistema binário constituído por vapor d'água (A) e ar (B).

Propriedades: Tabela A.6, água saturada, vapor (298 K): $p_{sat} = 0{,}03165$ bar. Tabela A.8, vapor d'água-ar(298 K): $D_{AB} = 0{,}26 \times 10^{-4}$ m²/s.

Análise:

1. A Equação 14.40 pode ser usada para determinar o vapor d'água transferido através de um único poro, levando em conta os efeitos da velocidade molar média não nula. Assim,

$$N_{A,x} = A_{poro} N''_{A,x} = \frac{\pi D^2 C D_{AB}}{4L} \ln\left(\frac{1 - x_{A,L}}{1 - x_{A,0}}\right) \tag{1}$$

onde a concentração total é

$$C = \frac{p}{\mathcal{R}T} = \frac{1{,}0133 \text{ bar}}{8{,}314 \times 10^{-2} \dfrac{\text{m}^3 \cdot \text{bar}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \times 298 \text{ K}}$$

$$= 40{,}9 \times 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$$

Da Seção 6.7.2, a fração molar em $x = 0$ é

$$x_{A,0} = \frac{p_{A,sat}}{p} = \frac{0{,}03165 \text{ bar}}{1{,}0133 \text{ bar}} = 31{,}23 \times 10^{-3}$$

enquanto em $x = L$ a fração molar é

$$x_{A,L} = \frac{\phi_\infty p_{A,sat}}{p} = \frac{0{,}5 \times 0{,}03165 \text{ bar}}{1{,}0133 \text{ bar}} = 15{,}62 \times 10^{-3}$$

Conseqüentemente, a taxa de evaporação por poro pode ser avaliada usando a Equação 1, sendo

$$N_{A,x} = \frac{\pi \times (10 \times 10^{-6} \text{ m})^2 \times 40{,}9 \times 10^{-3} \text{ kmol/m}^3 \times 0{,}26 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{/s}}{4 \times 100 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

$$\times \ln\left(\frac{1 - 15{,}62 \times 10^{-3}}{1 - 31{,}23 \times 10^{-3}}\right) = 13{,}4 \times 10^{-15} \text{ kmol/s} \quad \triangleleft$$

2. Desprezando os efeitos da velocidade molar média, vemos que a Equação 14.32 se reduz a

$$N''_{A,x} = -CD_{AB} \frac{dx_A}{dx}$$

onde a concentração total, C, é constante e o fluxo de vapor d'água é independente de x. Conseqüentemente, a taxa de transferência da espécie por poro pode ser escrita como

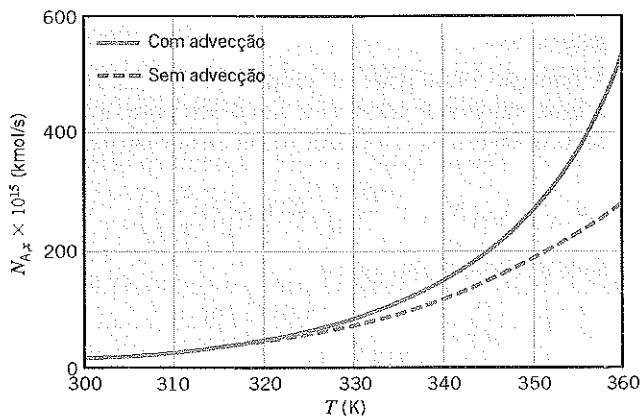
$$N_{A,x} = A_{poro} N''_{A,x} = \frac{\pi D^2 C D_{AB}}{4L} (x_{A,0} - x_{A,L}) \tag{2}$$

$$= \frac{\pi \times (10 \times 10^{-6} \text{ m})^2 \times 40{,}9 \times 10^{-3} \text{ kmol/m}^3 \times 0{,}26 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{/s}}{4 \times 100 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

$$\times (31{,}23 \times 10^{-3} - 15{,}62 \times 10^{-3})$$

$$= 13{,}0 \times 10^{-15} \text{ kmol/s} \quad \triangleleft$$

Os efeitos da advecção associados à velocidade molar média não nula aumentam o fluxo difusivo e uma taxa de evaporação ligeiramente superior é prevista quando a advecção é considerada.

3. A dependência com a temperatura da taxa de evaporação é determinada levando-se em consideração a sensibilidade do coeficiente de difusão binária em relação à temperatura (Equação 14.14), $D_{AB} \propto T^{3/2}$, e repetindo os cálculos na faixa de $300 < T < 360$ K. Os resultados, mostrados a seguir em forma gráfica, indicam uma dependência significativa da taxa de evaporação em relação à temperatura. Essa forte dependência é devida basicamente à variação significativa da pressão de saturação do vapor d'água com a temperatura, como está evidente na Tabela A.6.

Comentários:

1. Na medida em que a temperatura e, assim, a pressão de saturação e a fração molar do vapor d'água aumentam, a velocidade molar média torna-se grande e os efeitos da advecção se tornam importantes. Alternativamente, a velocidade molar média pode ser desprezada quando a concentração de vapor d'água é pequena. É a existência das duas condições $N''_{B,x} \approx 0$ e $x_A \ll 1$ que está implícita no uso futuro da *aproximação de meio estacionário*.
2. A taxa de evaporação total por área do material poderia ser determinada pela multiplicação do número de poros por unidade de área pela taxa de evaporação por poro.
3. A pressão foi considerada constante no desenvolvimento dessa solução. Como a velocidade molar média não é nula, tem que existir um gradiente de pressão para vencer o atrito na parede do poro. Se o poro é orientado na vertical, há também um gradiente de pressão estática. O gradiente de pressão para vencer o atrito pode ser estimado primeiramente determinando-se a velocidade mássica média. Da Equação 14.17

$$v_x = \frac{n''_{A,x} + n''_{B,x}}{\rho} = \frac{n''_{A,x}}{\rho} = \frac{N''_{A,x}\mathcal{M}_A}{\rho} = \frac{N_{A,x}\mathcal{M}_A}{A_{poro}\rho}$$

Então, o gradiente de pressão pode ser estimado tratando-se o escoamento como se ele fosse um escoamento plenamente desenvolvido em um tubo circular. Da Equação 8.14

$$\left|\frac{dp}{dx}\right| = \frac{32\mu v_x}{D^2} = \frac{32\nu N_{A,x}\mathcal{M}_A}{A_{poro}D^2}$$

Como a mistura na sua maioria é ar, nós usamos a viscosidade cinemática do ar. Então, pegando o pior caso com $T = 360$ K, $N''_{A,x} = 530 \times 10^{-15}$ kmol/s,

$$\left|\frac{dp}{dx}\right| = \frac{32 \times 22{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 530 \times 10^{-15}\ \text{kmol/s} \times 18\ \text{kg/kmol}}{\pi(10 \times 10^{-6}\ \text{m})^4/4}$$

$$= 860 \times 10^3\ \text{Pa/m}$$

Assim, a queda de pressão para vencer o atrito é

$$\Delta p_{atrito} = 860 \times 10^3\ \text{Pa/m} \times 100 \times 10^{-6}\ \text{m} = 86\ \text{Pa}$$

Se o poro for vertical, a queda de pressão estática é

$$\Delta p_{estática} = \rho_{ar}\, gL = 0{,}970\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 100 \times 10^{-6}\ \text{m} = 0{,}001\ \text{Pa}$$

Essas duas quedas de pressão são desprezíveis em relação à pressão atmosférica, de tal forma que a hipótese de pressão constante foi apropriada.

14.3 *A Aproximação de Meio Estacionário*

A lei de Fick para o fluxo difusivo de uma espécie foi apresentada nas Equações 14.12 e 14.13. Na Seção 14.2, vimos que o movimento molecular associado à transferência de massa pode induzir movimento global em um fluido, que de outra forma estaria estagnado. Nesse caso, o fluxo da espécie total ou absoluto (dado pela Equação 14.21 ou 14.32) inclui um componente difusivo (dado pela Equação 14.12 ou 14.13) e um componente advectivo associado ao movimento global. Nesta seção, analisamos um cenário no qual a contribuição advectiva para a transferência de massa pode ser desprezada.

Quando a difusão de uma quantidade muito pequena da espécie A ocorre no interior de uma espécie B estagnada, o movimento molecular associado à transferência de massa não incluirá movimentação global significativa do meio. Essa situação é comum quando se analisa a difusão de um gás *diluído* ou de um líquido no interior de um *meio hospedeiro* líquido estagnado ou sólido, tal como quando vapor d'água é transferido através de uma parede sólida de uma sala. Nesses casos, o meio pode ser considerado *estacionário* e a advecção pode ser desprezada. Em situações nas quais a *aproximação de meio esta-*

cionário é apropriada, os fluxos difusivos mássico e molar das Equações 14.12 e 14.13 são idênticos aos fluxos mássico e molar absolutos.[5] Isto é,

$$\mathbf{n}''_A = \mathbf{j}_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A \quad (14.41)$$

$$\mathbf{N}''_A = \mathbf{J}^*_A = -C D_{AB} \nabla x_A \quad (14.42)$$

Além disso, como a concentração da espécie A é pequena, a massa específica (ρ) ou a concentração (C) total é aproximadamente aquela do meio hospedeiro, a espécie B. A conclusão importante é que a aproximação de meio estacionário nos permite a utilização de resultados dos Capítulos 2 a 5 através do emprego de uma *analogia* entre a transferência de calor por condução e a transferência de massa por difusão.

14.4 *Conservação de Espécies em um Meio Estacionário*

Da mesma forma que a primeira lei da termodinâmica (a lei da *conservação de energia*) desempenha um papel importante na análise da transferência de calor, a lei da *conservação de espécies* desempenha um papel importante na análise de problemas da transferência de massa. Nesta seção consideramos um enunciado geral dessa lei, assim como a sua aplicação na difusão de espécies em um meio estacionário.

14.4.1 Conservação de Espécies em um Volume de Controle

Uma formulação geral para a exigência de conservação da energia, Equação 1.11c, foi escrita para o volume de controle da Figura 1.7*b*. Podemos agora escrever uma exigência análoga para a conservação da massa de uma espécie no volume de controle da Figura 14.3.

> *A taxa na qual a massa de alguma espécie entra em um volume de controle, mais a taxa na qual a massa da espécie é gerada no interior do volume de controle, menos a taxa na qual a massa dessa espécie deixa o volume de controle, tem que ser igual à taxa de aumento da massa da espécie acumulada no interior do volume de controle.*

Por exemplo, qualquer espécie A pode entrar e sair do volume de controle devido tanto ao movimento do fluido quanto à difusão através da superfície de controle; esses processos são fenômenos de *superfície* representados por $\dot{M}_{A,ent}$ e $\dot{M}_{A,sai}$. A mesma espécie A também pode ser gerada, $\dot{M}_{A,g}$, e acumulada ou armazenada, $\dot{M}_{A,acu}$, *no interior* do volume de controle. A equação da conservação pode então ser expressa, em termos de taxas, na forma

$$\dot{M}_{A,ent} + \dot{M}_{A,g} - \dot{M}_{A,sai} = \frac{dM_A}{dt} \equiv \dot{M}_{A,acu} \quad (14.43)$$

FIGURA 14.3 Conservação de espécie em um volume de controle.

Há geração de uma espécie quando ocorrem reações químicas no sistema. Por exemplo, para uma reação de dissociação na forma AB → A + B, haveria uma produção líquida das espécies A e B, assim como uma redução líquida da espécie AB.

14.4.2 A Equação da Difusão Mássica

O resultado anterior pode ser usado para obter uma equação para a difusão mássica, ou de uma espécie, que é análoga à equação do calor do Capítulo 2. Iremos considerar um meio, constituído por uma mistura binária das espécies A e B, no qual a *aproximação de meio estacionário* se aplica. Isto é, a transferência de massa pode ser aproximada como ocorrendo somente por difusão, pois a advecção é desprezível. A equação resultante pode ser resolvida para fornecer a distribuição de concentrações da espécie, que pode, por sua vez, ser usada com a lei de Fick para determinar a taxa de difusão da espécie em qualquer ponto do meio.

Permitindo a existência de gradientes de concentração em cada uma das direções coordenadas x, y e z, primeiramente definimos um volume de controle diferencial, $dx\,dy\,dz$, no interior do meio (Figura 14.4) e consideramos os processos que influenciam a distribuição da espécie A. Com os gradientes de concentração, a difusão tem que resultar no transporte da espécie A através das superfícies de controle. Além disso, em relação à coordenadas estacionárias, as taxas de transporte da espécie em superfícies opostas devem estar relacionadas por

$$n''_{A,x+dx}\,dy\,dz = n''_{A,x}\,dy\,dz + \frac{\partial[n''_{A,x}\,dy\,dz]}{\partial x}dx \quad (14.44a)$$

$$n''_{A,y+dy}\,dx\,dz = n''_{A,y}\,dx\,dz + \frac{\partial[n''_{A,y}\,dx\,dz]}{\partial y}dy \quad (14.44b)$$

$$n''_{A,z+dz}\,dx\,dy = n''_{A,z}\,dx\,dy + \frac{\partial[n''_{A,z}\,dx\,dy]}{\partial z}dz \quad (14.44c)$$

Adicionalmente, podem existir reações químicas volumétricas (também chamadas de *homogêneas*) em todo o meio, por acaso até de forma não uniforme. A taxa na qual a espécie A é gerada no interior do volume de controle devido a essas reações pode ser representada por

$$\dot{M}_{A,g} = \dot{n}_A\,dx\,dy\,dz \quad (14.45)$$

[5] Para leitores que pularam a Seção 14.2 sobre transferência de massa em meio *não-estacionário*, o fluxo absoluto da espécie A medido em relação a coordenadas fixas é representado por $\mathbf{N}''_A$ (fluxo mássico) ou $\mathbf{N}''_A$ (fluxo molar). Para aqueles que leram a Seção 14.2, observem que a aproximação de meio estacionário é equivalente a dizer que o meio hospedeiro (B) está estacionário, $\mathbf{N}''_B = 0$ e $\mathbf{N}''_B = 0$, e a espécie A diluída, $m_A \ll 1$ e $x_A \ll 1$. Assim, nas Equações 14.21 e 14.32, o componente advectivo é desprezível, resultando nas Equações 14.41 e 14.42.

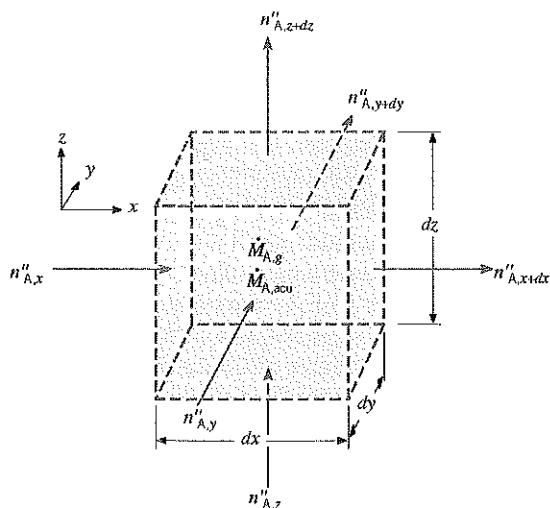



FIGURA 14.4 Volume de controle diferencial, $dx\, dy\, dz$, para a análise da difusão de uma espécie em coordenadas cartesianas.

onde $\dot{n}_A$ é a taxa de aumento da massa da espécie A por unidade de volume da mistura (kg/(s·m³)). Finalmente, esses processos podem alterar a massa da espécie A acumulada no interior do volume de controle e a taxa de variação é

$$\dot{M}_{A,acu} = \frac{\partial \rho_A}{\partial t} dx\, dy\, dz \tag{14.46}$$

Com as taxas mássicas de entrada determinadas por $n''_{A,x}$, $n''_{A,y}$ e $n''_{A,z}$ e as taxas mássicas de saída determinadas pelas Equações 14.44, as Equações 14.44 a 14.46 podem ser substituídas na Equação 14.43 para obter

$$-\frac{\partial n''_A}{\partial x} - \frac{\partial n''_A}{\partial y} - \frac{\partial n''_A}{\partial z} + \dot{n}_A = \frac{\partial \rho_A}{\partial t}$$

No restante deste capítulo restringiremos nossa atenção a casos nos quais a aproximação de meio estacionário é apropriada. Então, substituindo os componentes x, y e z da Equação 14.41, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial z}\right) + \dot{n}_A = \frac{\partial \rho_A}{\partial t} \tag{14.47a}$$

Em termos da concentração molar, uma dedução similar fornece

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z}\right) + \dot{N}_A = \frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.48a}$$

Em tratamentos a seguir do fenômeno da difusão de espécies, iremos trabalhar com versões simplificadas das equações anteriores. Em particular, se D_{AB} e ρ forem constantes, a Equação 14.47a pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2} + \frac{\dot{n}_A}{D_{AB}} = \frac{1}{D_{AB}}\frac{\partial \rho_A}{\partial t} \tag{14.47b}$$

Analogamente, se D_{AB} e C forem constantes, a Equação 14.48a pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + \frac{\dot{N}_A}{D_{AB}} = \frac{1}{D_{AB}}\frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.48b}$$

As Equações 14.47b e 14.48b são análogas à equação do calor, Equação 2.19. Como para a equação do calor, duas condições de contorno devem ser especificadas para cada coordenada necessária para descrever o sistema. Condições também são requeridas em um *tempo inicial* se o problema de interesse for transiente. Conseqüentemente, segue-se que, para condições de contorno e inicial análogas, a solução da Equação 14.47b para $\rho_A(x,y,z,t)$ ou da Equação 14.48b para $C_A(x,y,z,t)$ possui a mesma forma da solução da Equação 2.19 para $T(x,y,z,t)$.

As equações da difusão de espécies também podem ser escritas em coordenadas cilíndricas e esféricas. Essas formas alternativas podem ser inferidas a partir das expressões análogas para a transferência de calor, Equações 2.24 e 2.27, e, em termos da concentração molar, têm as seguintes formas:

Coordenadas Cilíndricas:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{AB}r\frac{\partial x_A}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z}\right) + \dot{N}_A = \frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.49}$$

Coordenadas Esféricas:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{AB}r^2\frac{\partial x_A}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \text{sen}^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 \text{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(CD_{AB}\text{sen}\,\theta\frac{\partial x_A}{\partial \theta}\right) + \dot{N}_A = \frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.50}$$

Formas mais simples estão, obviamente, associadas à ausência de reações químicas($\dot{n}_A = \dot{N}_A = 0$) e às condições unidimensionais em regime estacionário.

14.4.3 Meio Estacionário com Concentrações nas Superfícies Especificadas

Considere, por exemplo, a difusão unidimensional da espécie A através de um meio plano composto por A e B, como mostrado na Figura 14.5. Para condições de regime estacionário, sem reações químicas homogêneas, a forma molar da equação da difusão de uma espécie (Equação 14.48a) se reduz a

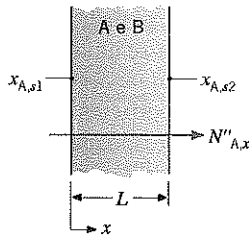



FIGURA 14.5 Transferência de massa em um meio plano estacionário.

$$\frac{d}{dx}\left(CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}\right) = 0 \qquad (14.51)$$

Supondo que a concentração molar total e o coeficiente de difusão sejam constantes, a Equação 14.51 pode ser resolvida e as condições de contorno ilustradas na Figura 14.5 podem ser aplicadas fornecendo

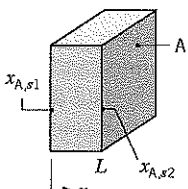
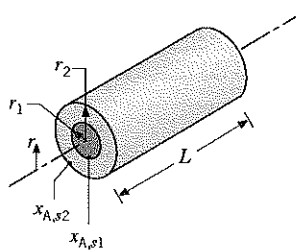
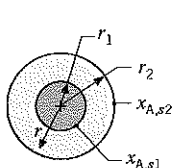
$$x_A(x) = (x_{A,s2} - x_{A,s1})\frac{x}{L} + x_{A,s1} \qquad (14.52)$$

Da Equação 14.42, tem-se que

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{x_{A,s2} - x_{A,s1}}{L} \qquad (14.53)$$

Multiplicando pela área da superfície A e substituindo $x_A \equiv C_A/C$, a taxa molar é, então,

$$N_{A,x} = \frac{D_{AB}A}{L}(C_{A,s1} - C_{A,s2}) \qquad (14.54)$$

A partir dessa expressão, podemos definir uma resistência à transferência da espécie por difusão em um meio plano como

$$R_{m,\text{dif}} = \frac{C_{A,s1} - C_{A,s2}}{N_{A,x}} = \frac{L}{D_{AB}A} \qquad (14.55)$$

Comparando os resultados anteriores com aqueles obtidos para a condução térmica unidimensional e em regime estacionário, em uma parede plana na ausência de geração (Seção 3.1), fica evidente a existência de uma analogia direta entre as transferências de calor e de massa por difusão.

A analogia também se aplica aos sistemas cilíndrico e esférico. Para a difusão unidimensional, em regime estacionário, em um meio cilíndrico não reativo, a Equação 14.49 se reduz a

$$\frac{d}{dr}\left(rCD_{AB}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0 \qquad (14.56)$$

TABELA 14.1 **Resumo de soluções da difusão de espécies em meios estacionários com concentrações nas superfícies especificadas**[a]

Geometria	Distribuição de Concentrações da Espécie, $x_A(x)$ ou $x_A(r)$	Resistência Difusiva da Espécie, $R_{m,\text{dif}}$
A, $x_{A,s1}$, $x_{A,s2}$, L, x	$x_A(x) = (x_{A,s2} - x_{A,s1})\frac{x}{L} + x_{A,s1}$	$R_{m,\text{dif}} = \frac{L}{D_{AB}A}$ [b]
r_2, r_1, r, L, $x_{A,s2}$, $x_{A,s1}$	$x_A(r) = \frac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{\ln(r_1/r_2)}\ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + x_{A,s2}$	$R_{m,\text{dif}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L D_{AB}}$ [c]
r_1, r_2, r, $x_{A,s2}$, $x_{A,s1}$	$x_A(r) = \frac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{1/r_1 - 1/r_2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}\right) + x_{A,s2}$	$R_{m,\text{dif}} = \frac{1}{4\pi D_{AB}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ [c]

[a] Supondo C e D_{AB} constantes.
[b] $N_{A,x} = (C_{A,s1} - C_{A,s2})/R_{m,\text{dif}}$.
[c] $N_{A,r} = (C_{A,s1} - C_{A,s2})/R_{m,\text{dif}}$.

Analogamente, para um meio esférico,

$$\frac{d}{dr}\left(r^2 CD_{AB}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0 \qquad (14.57)$$

As Equações 14.56 e 14.57, assim como a Equação 14.51, estabelecem que a taxa de transferência de massa em base molar, $N_{A,r}$ ou $N_{A,x}$, é constante na direção da transferência (r ou x). Supondo C e D_{AB} constantes, torna-se uma questão simples a obtenção de soluções gerais para as Equações 14.56 e 14.57. Para concentrações das espécies nas superfícies especificadas, as soluções e as resistências difusivas correspondentes estão resumidas na Tabela 14.1.

EXEMPLO 14.3

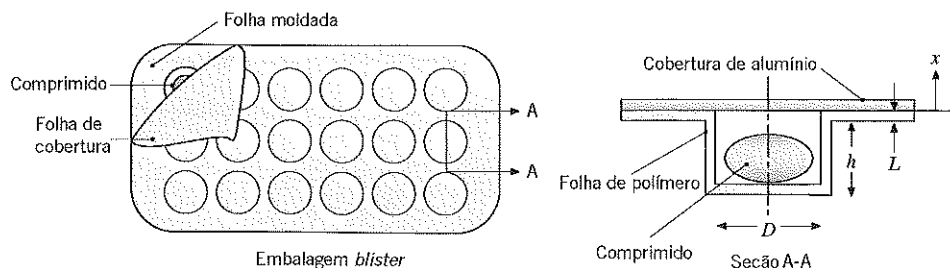
A eficácia de produtos farmacêuticos é reduzida pela exposição prolongada a altas temperaturas, à luz e à umidade. Para produtos consumidos que são sensíveis ao vapor d'água e encontram-se na forma de comprimidos ou cápsulas e são guardados em ambientes úmidos, como armários de banheiro, *embalagens blister* são usadas para limitar a exposição direta do medicamento às condições de umidade até o momento imediatamente anterior ao seu uso.

Considere comprimidos que estão contidos em uma embalagem *blister* composta por uma *folha de cobertura* plana e uma segunda *folha moldada*, que possui locais que abrigam cada comprimido. A folha moldada tem espessura $L = 50\ \mu$m e é fabricada com um material polimérico. Cada local de comprimido possui diâmetro $D = 5$ mm e profundidade $h = 3$ mm. A folha de cobertura é feita de alumínio. O coeficiente de difusão binária do vapor d'água no polímero é $D_{AB} = 6 \times 10^{-14}$ m²/s, enquanto pode-se supor que o alumínio seja impermeável em relação ao vapor d'água. Para concentrações molares do vapor d'água no polímero nas superfícies externa e interna de $C_{A,s1} = 4{,}5 \times 10^{-3}$ kmol/m³ e $C_{A,s2} = 0{,}5 \times 10^{-3}$ kmol/m³, respectivamente, determine a taxa na qual o vapor d'água é transferido através da parede do compartimento para o comprimido.

SOLUÇÃO

Dados: Concentrações molares do vapor d'água nas superfícies interna e externa de uma folha de polímero e a geometria do compartimento do comprimido.

Achar: Taxa da transferência difusiva molar do vapor d'água através da parede do compartimento.

Esquema:

Considerações:

1. Condições unidimensionais e em regime estacionário.
2. Meio estacionário.
3. Ausência de reações químicas.
4. A folha do polímero é fina em relação às dimensões do compartimento do comprimido e a difusão pode, então, ser analisada como se ocorresse através de uma parede plana.

Análise:

A taxa de transferência total de vapor d'água é a soma das taxas de transferência através da parede cilíndrica do compartimento e através da superfície circular de sua base. Da Equação 14.54 podemos escrever

$$N_{A,x} = \frac{D_{AB}A}{L}(C_{A,s1} - C_{A,s2}) = \frac{D_{AB}}{L}\left(\frac{\pi D^2}{4} + \pi Dh\right)(C_{A,s1} - C_{A,s2})$$

Conseqüentemente,

$$N_{A,x} = \frac{6\times10^{-14}\ \text{m}^2/\text{s}}{50\times10^{-6}\ \text{m}}\left(\frac{\pi(5\times10^{-3}\ \text{m})^2}{4} + \pi(5\times10^{-3}\ \text{m})(3\times10^{-3}\ \text{m})\right)$$
$$\times(4{,}5\times10^{-3} - 0{,}5\times10^{-3})\ \text{kmol/m}^3$$
$$= 0{,}32\times10^{-15}\ \text{kmol/s}$$

Comentários:

1. A taxa de difusão mássica do vapor d'água é $n_{A,x} = \mathcal{M}_A N_{A,x} = 18$ kg/kmol $\times\ 0{,}32 \times 10^{-15}$ kmol/s $= 5{,}8 \times 10^{-15}$ kg/s.
2. O *tempo de prateleira* do medicamento é inversamente proporcional à taxa na qual o vapor d'água é transferido através da folha do polímero. O tempo de prateleira pode ser estendido pelo aumento da espessura da folha, resultando em um aumento de custo da embalagem. A especificação de materiais para o uso em embalagens *blister* envolve compromissos entre tempo de prateleira, custo e possibilidade de moldagem e de reciclagem do material polimérico.

14.5 *Condições de Contorno e Concentrações Descontínuas em Interfaces*

Na seção anterior, expressões para resistências da transferência de massa foram desenvolvidas aplicando-se condições de contorno de *concentração na superfície constante*. Para uma superfície em $x = 0$, a condição de contorno de concentração de uma espécie na superfície constante é representada por

$$x_A(0,t) = x_{A,s} \tag{14.58}$$

Já usamos a Equação 14.58 nos Exemplos 14.2 e 14.3. Uma condição de contorno de concentração na superfície constante pode ser usada de forma equivalente em termos de frações mássicas ou molares ou de massas específicas. Enquanto a forma da Equação 14.58 é simples, a determinação do valor apropriado de $x_{A,s}$ pode ser complicada, como discutido a seguir.

A segunda condição de contorno que é análoga às condições da transferência de calor por condução da Tabela 2.2 é a de fluxo da espécie constante, $J^*_{A,s}$, na superfície. Usando a lei de Fick, a Equação 14.13, a condição é representada para uma superfície em $x = 0$ na forma

$$-CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial x}\bigg|_{x=0} = J^*_{A,s} \tag{14.59}$$

Um caso particular dessa condição corresponde ao da *superfície impermeável*, para a qual $\partial x_A/\partial x|_{x=0} = 0$ quando um meio estacionário é considerado. Uma condição de contorno de fluxo de espécie constante pode também ser representada na base mássica.

Um fenômeno que torna a transferência de massa mais complexa do que a transferência de calor é que as concentrações de espécies são tipicamente *descontínuas* na interface entre dois materiais, enquanto a temperatura é contínua. Para tomar um exemplo familiar, considere uma poça d'água exposta ao ar. Se estivermos interessados em determinar a taxa na qual o vapor d'água é transferido para o ar, necessitaríamos especificar a concentração de vapor d'água no ar na interface ar-água. Sabemos que a fração molar da água na poça é essencialmente unitária (desprezando a pequena quantidade de oxigênio ou nitrogênio dissolvida na água). Porém, seria incorreto especificar $x_{A,s} = 1$ para a fração molar do vapor d'água *no ar* na interface. Claramente, a concentração da água é descontínua através da interface. Em geral, condições de contorno de concentração na interface que separa dois materiais descrevem uma *relação* entre as concentrações nos dois lados da interface. As relações são baseadas na teoria ou são deduzidas a partir de experimentos. Elas podem ser representadas em uma variedade de formas, e poucas delas são apresentadas a seguir.

14.5.1 Evaporação e Sublimação

Um cenário comum da transferência de massa é a transferência da espécie A para uma corrente gasosa devida à evaporação ou à sublimação em uma superfície líquida ou sólida, respectivamente (Figura 14.6*a*). As condições *no interior da fase gasosa* de interesse e a concentração (ou pressão parcial) da espécie A na fase gasosa na interface (localizada em $x = 0$) podem ser prontamente determinadas a partir da *lei de Raoult*,

$$p_A(0) = x_A(0)p_{A,\text{sat}} \tag{14.60}$$

onde p_A é a pressão parcial de A *na fase gasosa*, x_A é a fração molar da espécie A *no líquido ou no sólido* e $p_{A,\text{sat}}$ é a pressão de saturação da espécie A na temperatura da superfície. A lei de Raoult se aplica se a fase gasosa puder ser aproximada como ideal e a fase líquida ou sólida tem uma alta concentração da espécie A. Se o líquido ou o sólido for uma espécie A pura, isto é, $x_A = 1$, a Equação 14.60 é simplificada para $p_A(0) = p_{A,\text{sat}}$. Ou seja, a pressão parcial do vapor na interface corresponde às condições de saturação na temperatura da interface e pode ser determinada em tabelas termodinâmicas padrões. Essa condição de contorno foi utilizada na solução do Exemplo 14.2 e na Seção 6.7.2.

14.5.2 Solubilidade de Gases em Líquidos e Sólidos

Outro problema comum de transferência de massa é similar ao problema da evaporação ou sublimação, exceto pelo fato de que há interesse pela transferência de massa *no interior da fase líquida ou sólida*. Nós consideramos a transferência da espécie A *de* uma corrente gasosa *para* um líquido ou um sólido, a espécie B (Figura 14.6*b*).

Se a espécie A for apenas fracamente solúvel (x_A é pequena) em um *líquido*, a *lei de Henry* pode ser usada para relacionar a

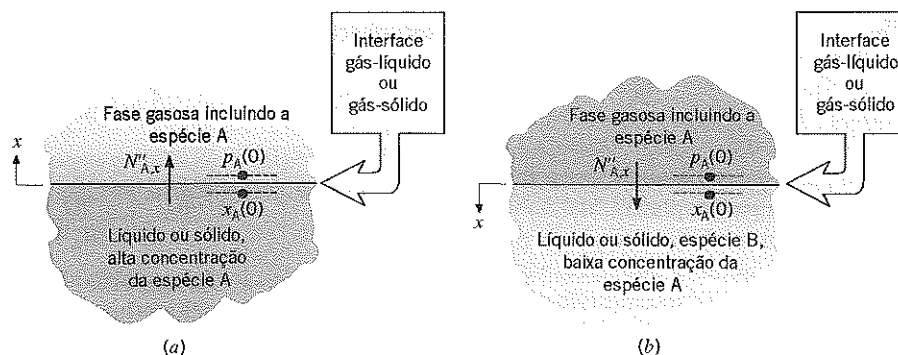



FIGURA 14.6 Concentração de espécies em uma interface gás-líquido ou gás-sólido. (*a*) Evaporação ou sublimação da espécie A de um líquido ou um sólido para um gás. (*b*) Transferência da espécie fracamente solúvel A de um gás para um líquido ou sólido.

fração molar de A no líquido com a pressão parcial de A na fase gasosa externa ao líquido:

$$x_A(0) = \frac{p_A(0)}{H} \qquad (14.61)$$

O coeficiente H é conhecido como *constante de Henry* e os seus valores para soluções aquosas selecionadas encontram-se listados na Tabela A.9. Embora H dependa da temperatura, sua dependência em relação à pressão pode, em geral, ser desprezada para valores de pressão de até 5 bar.

Condições em uma interface *gás-sólido* também podem ser determinadas se o gás, espécie A, se dissolve no sólido, espécie B, formando uma solução. Em tais situações, a transferência de massa no sólido é independente da estrutura do sólido e pode ser tratada como um processo de difusão. Em contraste, há muitas situações nas quais a porosidade do sólido influencia fortemente o transporte do gás através do sólido. A análise de tais situações é deixada para textos mais avançados [2, 4].

Tratando o gás e o sólido como uma solução, podemos obter a concentração do gás no sólido, na interface, através do uso de uma propriedade conhecida por *solubilidade*, S. Ela é definida pela expressão

$$C_A(0) = Sp_A(0) \qquad (14.62)$$

onde $p_A(0)$ é mais uma vez a pressão parcial (em bar) do gás adjacente à interface. A concentração molar de A no sólido, na interface, $C_A(0)$, está em unidades de quilomoles de A por metro cúbico de sólido, situação na qual as unidades de S devem ser *quilomoles de* A *por metro cúbico de sólido, por bar* (*ou atm*) *de pressão parcial de* A. Valores de S para várias combinações gás-sólido são dados na Tabela A.10. Valores da solubilidade são freqüentemente apresentados em unidades de metros cúbicos da espécie A (nas CNTP, Condições Normais de Temperatura e Pressão, de 0°C e 1 atm) por metro cúbico de sólido, por atm de pressão parcial de A. Representando esse valor de solubilidade por $\tilde{S}$ e reconhecendo que nas CNTP um quilomol ocupa 22,414 m³, achamos que a conversão de unidades é dada por $S = \tilde{S}/(22{,}414\ \text{m}^3/\text{kmol})$. (Conversão adicional entre bar e atm pode ser necessária.)

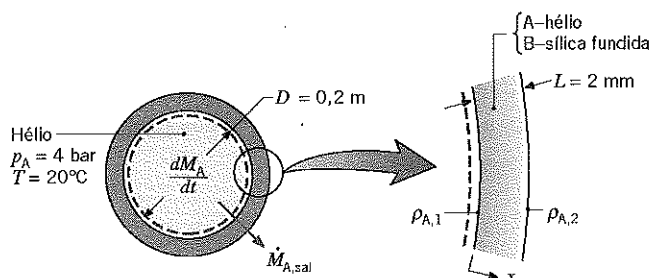
EXEMPLO 14.4

Gás hélio está armazenado a 20°C em um vaso esférico feito com sílica fundida (SiO_2), que possui um diâmetro de 0,20 m e uma espessura de parede de 2 mm. Se o vaso é carregado até uma pressão inicial de 4 bar, qual é a taxa na qual essa pressão diminui com o tempo?

SOLUÇÃO

Dados: Pressão inicial de hélio em um vaso esférico de sílica fundida, com diâmetro D e espessura de parede L especificados.

Achar: A taxa de variação da pressão do hélio, dp_A/dt.

Esquema:

Considerações:

1. Como $D \gg L$, a difusão pode ser aproximada como sendo unidimensional através de uma parede plana.
2. Difusão em estado quase estacionário (a variação da pressão é suficientemente lenta para permitir que sejam admitidas condições de regime estacionário para a difusão através da sílica fundida em qualquer instante).
3. Meio estacionário com massa específica uniforme ρ.
4. Pressão do hélio no ar exterior ao vaso desprezível.
5. Hélio com comportamento de gás ideal.

Propriedades: Tabela A.8, hélio-sílica fundida (293 K): $D_{AB} = 0{,}4 \times 10^{-13}$ m²/s. Tabela A.10, hélio-sílica fundida (293 K): $S = 0{,}45 \times 10^{-3}$ kmol/(m³·bar).

Análise: A taxa de variação da pressão do hélio pode ser obtida aplicando-se a exigência de conservação de espécies, Equação 14.43, em um volume de controle ao redor do hélio. Tem-se, então, que

$$-\dot{M}_{A,\text{sai}} = \dot{M}_{A,\text{acu}}$$

ou, como a saída do hélio é devida à difusão através da sílica fundida,

$$\dot{M}_{A,\text{sai}} = n''_{A,x}A$$

e a variação no acúmulo de massa é

$$\dot{M}_{A,\text{acu}} = \frac{dM_A}{dt} = \frac{d(\rho_A V)}{dt}$$

o balanço da espécie se reduz a

$$-n''_{A,x}A = \frac{d(\rho_A V)}{dt}$$

Reconhecendo que $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$ e utilizando a lei do gás ideal

$$C_A = \frac{p_A}{\mathcal{R}T}$$

o balanço da espécie se torna

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{\mathcal{R}T}{\mathcal{M}_A V}An''_{A,x}$$

Em um meio estacionário, o fluxo absoluto da espécie A através da sílica fundida é igual ao fluxo difusivo, $n''_{A,x} = j_{A,x}$, quando, com base na lei de Fick, Equação 14.12,

$$n''_{A,x} = -\rho D_{AB}\frac{dm_A}{dx} = -D_{AB}\frac{d\rho_A}{dx}$$

ou, para as condições admitidas,

$$n''_{A,x} = D_{AB}\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L}$$

As massas específicas da espécie, $\rho_{A,1}$ e $\rho_{A,2}$, estão relacionadas às condições *no interior* da sílica fundida nas suas superfícies interna e externa, respectivamente, e podem ser avaliadas a partir do conhecimento da solubilidade através da Equação 14.62. Dessa forma, com $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$,

$$\rho_{A,1} = \mathcal{M}_A S p_{A,i} = \mathcal{M}_A S p_A \quad \text{e} \quad \rho_{A,2} = \mathcal{M}_A S p_{A,o} = 0$$

onde $p_{A,i}$ e $p_{A,e}$ são, respectivamente, as pressões de hélio nas superfícies interna e externa. Assim,

$$n''_{A,x} = \frac{D_{AB}\mathcal{M}_A S p_A}{L}$$

e, substituindo no balanço da espécie, tem-se que

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{\mathcal{R}TAD_{AB}S}{LV}p_A$$

ou, com $A = \pi D^2$ e $V = \pi D^3/6$,

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{6\mathcal{R}TD_{AB}S}{LD}p_A$$

Substituindo os valores numéricos, a taxa de variação da pressão é

$$\frac{dp_A}{dt} = [-6(0{,}08314\,\text{m}^3\cdot\text{bar/(kmol}\cdot\text{K)}\,293\,\text{K}\,(0{,}4\times10^{-13}\,\text{m}^2\text{/s})$$
$$\times 0{,}45\times10^{-3}\,\text{kmol/(m}^3\cdot\text{bar)}\times 4\,\text{bar}] \div [0{,}002\,\text{m}\,(0{,}2\,\text{m})]$$

$$\frac{dp_A}{dt} = -2{,}63\times10^{-8}\,\text{bar/s} \quad \triangleleft$$

Comentário: O resultado anterior fornece a taxa de vazamento inicial (máxima) para o sistema. A taxa de vazamento diminui à medida que a pressão interna também diminui.

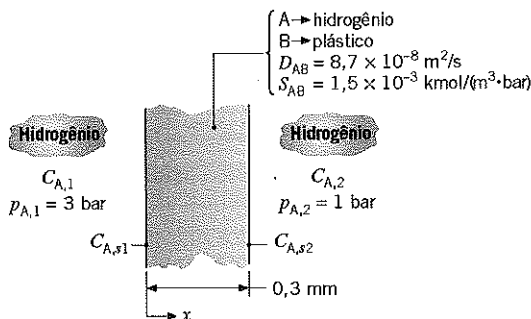
EXEMPLO 14.5

Hidrogênio gasoso é mantido a pressões de 3 bar e de 1 bar nos lados opostos de uma membrana plástica com 0,3 mm de espessura. A temperatura é de 25°C e o coeficiente de difusão binária do hidrogênio no plástico é igual a $8{,}7 \times 10^{-8}$ m²/s. A solubilidade do hidrogênio na membrana é de $1{,}5 \times 10^{-3}$ kmol/(m³·bar). Qual é o fluxo mássico difusivo de hidrogênio através da membrana?

SOLUÇÃO

Dados: Pressão de hidrogênio nos lados opostos de uma membrana.

Achar: O fluxo mássico difusivo de hidrogênio, $n''_{A,x}$(kg/(s·m²)).

Esquema:

Considerações:

1. Condições unidimensionais e em regime estacionário.
2. Membrana é um meio estacionário, não-reativo, com concentração molar total uniforme.

Análise: Nas condições especificadas, a Equação 14.42 se reduz à Equação 14.53, que pode ser escrita na forma

$$N''_{A,x} = CD_{AB}\frac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{L} = \frac{D_{AB}}{L}(C_{A,s1} - C_{A,s2})$$

As concentrações molares do hidrogênio nas superfícies podem ser obtidas pela Equação 14.62, nas quais

$$C_{A,s1} = 1{,}5\times10^{-3}\,\text{kmol/(m}^3\cdot\text{bar)}\times 3\,\text{bar} = 4{,}5\times10^{-3}\,\text{kmol/m}^3$$
$$C_{A,s2} = 1{,}5\times10^{-3}\,\text{kmol/(m}^3\cdot\text{bar)}\times 1\,\text{bar} = 1{,}5\times10^{-3}\,\text{kmol/m}^3$$

Assim,

$$N''_{A,x} = \frac{8{,}7\times10^{-8}\,\text{m}^2\text{/s}}{0{,}3\times10^{-3}\,\text{m}}(4{,}5\times10^{-3} - 1{,}5\times10^{-3})\,\text{kmol/m}^3$$
$$N''_{A,x} = 8{,}7\times10^{-7}\,\text{kmol/(s}\cdot\text{m}^2)$$

Na base mássica,

$$n''_{A,x} = N''_{A,x}\mathcal{M}_A$$

onde a massa molar do hidrogênio é de 2 kg/kmol. Assim,

$$n''_{A,x} = 8{,}7\times10^{-7}\,\text{kmol/(s}\cdot\text{m}^2)\times 2\,\text{kg/kmol}$$
$$= 1{,}74\times10^{-6}\,\text{kg/(s}\cdot\text{m}^2) \quad \triangleleft$$

Comentário: As concentrações molares do hidrogênio na fase gasosa, $C_{A,1}$ e $C_{A,2}$, diferem das concentrações superficiais na membrana e podem ser calculadas pela equação de estado do gás ideal

$$C_A = \frac{p_A}{\mathcal{R}T}$$

onde $\mathcal{R} = 8{,}314 \times 10^{-2}$ m³·bar/(kmol·K). Tem-se que $C_{A,1}$ = 0,121 kmol/m³ e $C_{A,2}$ = 0,040 kmol/m³. Embora $C_{A,s2} < C_{A,2}$, o transporte de hidrogênio irá ocorrer da membrana para o gás a $p_{A,2}$ = 1 bar. Esse resultado, aparentemente anômalo, pode ser explicado reconhecendo-se que as duas concentrações estão baseadas em volumes *diferentes*; em um caso a concentração é por unidade de volume da membrana, enquanto no outro ela é por unidade de volume da fase gasosa adjacente. Por esse motivo, não é possível inferir o sentido do transporte de hidrogênio a partir de uma simples comparação dos valores numéricos de $C_{A,s2}$ e $C_{A,2}$.

14.5.3 Reações Catalíticas na Superfície

Muitos problemas de transferência de massa envolvem a especificação do fluxo da espécie ao invés de sua concentração em uma superfície. Um desses problemas está relacionado ao processo de catálise, que envolve o uso de superfícies especiais para promover *reações químicas heterogêneas*. Uma reação química heterogênea ocorre na superfície de um material, podendo ser vista como um *fenômeno de superfície* e podendo ser tratada como uma condição de contorno.[6] Freqüentemente, uma análise de difusão unidimensional pode ser usada para *aproximar* o desempenho de um reator catalítico.

Considere o sistema da Figura 14.7. Uma superfície catalítica é colocada em uma corrente gasosa para promover uma reação química heterogênea envolvendo a espécie A. Admita que a reação produza a espécie A a uma taxa $\dot{N}''_A$, que é definida como a taxa molar de produção por unidade de área superficial do catalisador. Uma vez atingidas as condições de regime estacionário, a taxa de transporte da espécie A saindo da superfície, $N''_{A,x}$, deve ser igual à taxa de reação na superfície:

$$N''_{A,x}(0) = \dot{N}''_A \tag{14.63}$$

Também é admitido que a espécie A deixa a superfície como um resultado da transferência unidimensional através de um fino filme com espessura L e que não ocorram reações no interior deste filme. Embora o movimento global influencie a transferência de A através do filme, é razoável supor, como uma primeira estimativa, que o efeito seja desprezível e que a transferência ocorra exclusivamente por difusão. A fração molar de A em $x = L$, $x_{A,L}$ corresponde às condições na corrente principal da mistura e supõe-se que seja conhecida. Representando as demais espécies da mistura como uma única espécie B e supondo o meio estacionário, a Equação 14.48a se reduz a

$$\frac{d}{dx}\left(CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}\right) = 0 \tag{14.64}$$

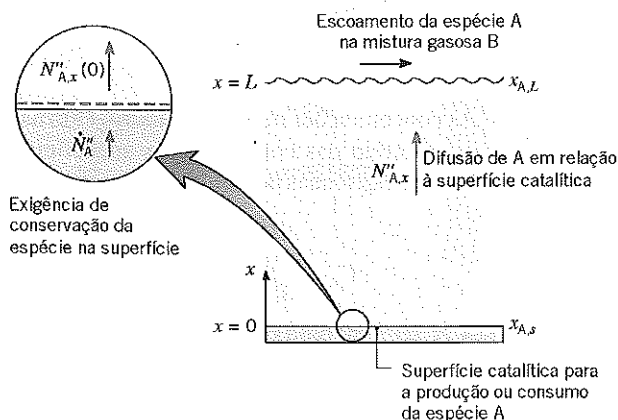



FIGURA 14.7 Difusão unidimensional com catálise heterogênea.

[6] O termo de geração que aparece nas Equações 14.47 a 14.50 é devido às reações químicas que ocorrem *volumetricamente*. Essas reações volumétricas são chamadas de *reações químicas homogêneas* e serão tratadas na Seção 14.6.

onde D_{AB} é o coeficiente de difusão binária de A em B, podendo B ser uma mistura multicomposta. Supondo C e D_{AB} constantes, a Equação 14.64 pode ser resolvida sujeita às condições

$$x_A(L) = x_{A,L}$$

e

$$N''_{A,x}(0) = -CD_{AB}\left.\frac{dx_A}{dx}\right|_{x=0} = \dot{N}''_A \tag{14.65}$$

Essa expressão é obtida da Equação 14.63 e da substituição da lei de Fick, Equação 14.42.

Para uma superfície catalítica, a taxa de reação na superfície $\dot{N}''_A$ depende, geralmente, da concentração na superfície $C_A(0)$. Para uma *reação de primeira ordem* que resulta no consumo da espécie na superfície, a taxa de reação possui a forma

$$\dot{N}''_A = -k''_1 C_A(0) \tag{14.66}$$

onde K''_1 (m/s) é a constante de velocidade da reação. Conseqüentemente, a condição de contorno na superfície, Equação 14.65, se reduz a

$$-D_{AB}\left.\frac{dx_A}{dx}\right|_{x=0} = -k''_1 x_A(0) \tag{14.67}$$

Resolvendo a Equação 14.64 sujeita às condições anteriores, pode ser facilmente verificado que a distribuição de concentrações é linear e tem a forma

$$\frac{x_A(x)}{x_{A,L}} = \frac{1 + (xk''_1/D_{AB})}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.68}$$

Na superfície catalítica, esse resultado se reduz a

$$\frac{x_A(0)}{x_{A,L}} = \frac{1}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.69}$$

e o fluxo molar é

$$N''_A(0) = -CD_{AB}\left.\frac{dx_A}{dx}\right|_{x=0} = -k''_1 C x_A(0)$$

ou

$$N''_A(0) = -\frac{k''_1 C x_{A,L}}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.70}$$

O sinal negativo indica que a transferência de massa se dá *para* a superfície.

Dois casos limites dos resultados anteriores são de especial interesse. Para o limite $K''_1 \rightarrow 0$, $(Lk''_1/D_{AB}) \ll 1$ e as Equações 14.69 e 14.70 se reduzem a

$$\frac{x_{A,s}}{x_{A,L}} \approx 1 \qquad \text{e} \qquad N''_A(0) \approx -k''_1 C x_{A,L}$$

Em tais casos, a taxa de reação é controlada pela constante de velocidade da reação e a limitação devida à difusão é desprezível. O processo é dito ser *limitado pela reação*. Inversamente, para o limite $k''_1 \rightarrow \infty$, $(Lk''_1/D_{AB}) \gg 1$ e as Equações 14.69 e 14.70 se reduzem a

$$x_{A,s} \approx 0 \qquad \text{e} \qquad N''_A(0) \approx -\frac{CD_{AB}x_{A,L}}{L}$$

Nesse caso, a reação é controlada pela taxa de difusão para a superfície e o processo é dito ser *limitado pela difusão*.

14.6
Difusão Mássica com Reações Químicas Homogêneas

Da mesma forma que a difusão térmica pode ser influenciada por fontes internas de energia, a transferência difusiva de espécies pode ser influenciada por reações químicas homogêneas. Restringimos nossa atenção aos meios estacionários, condição na qual a Equação 14.41 ou 14.42 determina o fluxo absoluto da espécie. Se também supusermos transferência unidimensional e em regime estacionário na direção x, e valores de D_{AB} e C constantes, a Equação 14.48b se reduz a

$$D_{AB}\frac{d^2C_A}{dx^2} + \dot{N}_A = 0 \qquad (14.71)$$

A taxa de produção volumétrica, $\dot{N}_A$, é freqüentemente descrita usando-se uma das formas a seguir.

Reação de Ordem Zero:

$$\dot{N}_A = k_0$$

Reação de Primeira Ordem:

$$\dot{N}_A = k_1 C_A$$

Isto é, a reação pode ocorrer a uma taxa constante (ordem zero) ou a uma taxa que é proporcional à concentração local da espécie (primeira ordem). As unidades de k_0 e k_1 são kmol/(s·m³) e s⁻¹, respectivamente. Se $\dot{N}_A$ for positiva, a reação resulta na geração da espécie A; se for negativa, ela resulta no consumo de A.

Em muitas aplicações, a espécie de interesse é convertida em outra forma através de uma reação química de primeira ordem, e a Equação 14.71 se torna

$$D_{AB}\frac{d^2C_A}{dx^2} - k_1C_A = 0 \qquad (14.72)$$

Essa equação diferencial linear e homogênea tem como solução geral

$$C_A(x) = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx} \qquad (14.73)$$

onde $m = (k_1/D_{AB})^{1/2}$ e as constantes C_1 e C_2 dependem das condições de contorno especificadas. A forma desta equação é idêntica àquela que caracteriza a condução térmica em uma superfície estendida, Equação 3.66.

Considere a situação ilustrada na Figura 14.8. O gás A é solúvel no líquido B, onde é transferido por difusão e experimenta uma reação química de primeira ordem. A solução é diluída e a concentração de A no líquido, na interface, é uma constante conhecida, $C_{A,0}$. Se o fundo do recipiente for impermeável ao componente A, as condições de contorno são

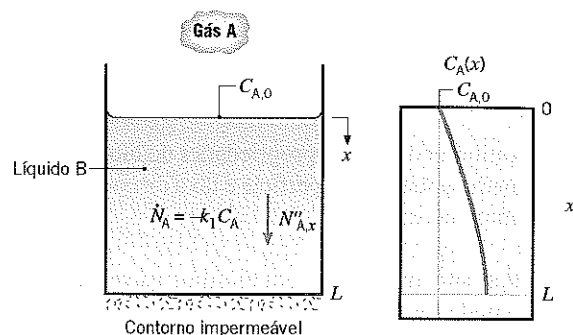



FIGURA 14.8 Difusão e reação homogênea do gás A no líquido B.

$$C_A(0) = C_{A,0} \qquad \text{e} \qquad \left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=L} = 0$$

Essas condições de contorno em termos de espécies são análogas às condições de contorno térmicas do caso B na Tabela 3.4. Como a Equação 14.73 possui a mesma forma da Equação 3.66, tem-se que

$$C_A(x) = C_{A,0}\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \qquad (14.74)$$

As grandezas de interesse especial são a concentração de A no fundo do recipiente e o fluxo de A através da interface gás-líquido. Aplicando a Equação 14.74 em $x = L$, obtemos

$$C_A(L) = \frac{C_{A,0}}{\cosh mL} \qquad (14.75)$$

Além disso,

$$N''_{A,x}(0) = -D_{AB}\left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=0}$$

$$= D_{AB}C_{A,0}m\left.\frac{\text{senh } m(L-x)}{\cosh mL}\right|_{x=0}$$

ou

$$N''_{A,x}(0) = D_{AB}C_{A,0}\, m \tanh mL \qquad (14.76)$$

Resultados para um recipiente com o seu fundo mantido a uma concentração fixa ou com uma profundidade infinita podem ser obtidos por analogia com os casos C e D, respectivamente, da Tabela 3.4.

EXEMPLO 14.6

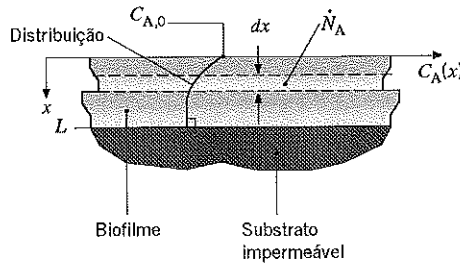
Biofilmes, que são colônias de bactérias que podem aderir a superfícies vivas ou inertes, podem causar uma ampla série de infecções humanas. Infecções causadas por bactérias que vivem no interior de biofilmes são freqüentemente crônicas, pois antibióticos que são aplicados na superfície de um biofilme têm dificuldades de penetração através da espessura do filme. Considere um biofilme que está associado a uma infecção cutânea. Um antibiótico (espécie A) é aplicado na camada superior de um biofilme (espécie B) de tal forma que uma concentração fixa do medicamento, $C_{A,0} = 4 \times 10^{-3}$ kmol/m³, está presente na superfície superior do biofilme. O coeficiente de difusão do medicamento no interior do biofilme é $D_{AB} = 2 \times 10^{-12}$ m²/s. O antibiótico é consumido por reações bioquímicas no interior do filme e a taxa de consumo depende da concentração local do medicamento na forma $\dot{N}_A = -k_1C_A$, onde $k_1 = 0{,}1$ s⁻¹. Para eliminar a bactéria, o antibiótico tem que ser consumido a uma taxa de, no

mínimo, 0,2 × 10^{-3} kmol/(s·m³) ($\dot{N}_A \leq -0{,}2 \times 10^{-3}$ kmol/(s·m³)), pois, em taxas absolutas de consumo menores, a bactéria será capaz de crescer mais rápido do que ela é destruída. Determine a espessura máxima do biofilme, L, que pode ser tratada com sucesso pelo antibiótico.

SOLUÇÃO

Dados: Antibiótico tópico e propriedades do biofilme, concentração do medicamento na superfície e taxa de consumo do antibiótico mínima necessária.

Achar: Espessura máxima de um biofilme carregado de bactérias, L, que pode ser tratado com sucesso.

Esquema:

Considerações:

1. Condições unidimensionais e em regime estacionário.
2. Meio estacionário e homogêneo.
3. Propriedades constantes.
4. Base do biofilme impermeável.

Análise: A taxa absoluta de consumo do antibiótico será menor em $x = L$, onde a concentração do antibiótico é a menor. Assim, exigimos que $\dot{N}_A(L) = -0{,}2 \times 10^{-3}$ kmol/(s·m³). A expressão para a reação de primeira ordem pode ser combinada com a Equação 14.74, fornecendo

$$\dot{N}_A(L) = -k_1 C_A(L) = -k_1 \frac{C_{A,0}}{\cosh mL} \qquad (1)$$

onde

$$m = (k_1/D_{AB})^{1/2} = \left(\frac{0{,}1\ \mathrm{s}^{-1}}{2 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}}\right)^{1/2} = 2{,}24 \times 10^5\ \mathrm{m}^{-1}$$

A Equação 1 pode ser explicitada em relação à espessura máxima permitida:

$$L = m^{-1} \cosh^{-1}[-k_1 C_{A,0}/\dot{N}_A(L)] \qquad (2)$$

A substituição dos valores na Equação 2 fornece

$$L = (2{,}24 \times 10^5\ \mathrm{m}^{-1})^{-1} \cosh^{-1}[-0{,}1\ \mathrm{s}^{-1} \times 4 \times 10^{-3}\ \mathrm{kmol/m^3} / (-0{,}2 \times 10^{-3}\ \mathrm{kmol/(s \cdot m^3)})]$$
$$= 5{,}9 \times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 5{,}9\ \mu\mathrm{m} \qquad \triangleleft$$

Comentários: A capacidade do agente antibiótico de matar em biofilmes mais espessos é dificultada pela alta taxa na qual o agente é consumido e pela baixa taxa na qual ele pode ser difundido através da matriz polimérica complexa do biofilme [6].

14.7 *Difusão Transiente*

Resultados análogos aos apresentados no Capítulo 5 podem ser obtidos para a difusão transiente de uma espécie diluída A em um meio estacionário. Admitindo que não existam reações homogêneas, que os valores de D_{AB} e C sejam constantes e que a transferência seja unidimensional na direção x, a Equação 14.48b se reduz a

$$D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} = \frac{\partial C_A}{\partial t} \qquad (14.77)$$

Supondo uma concentração inicial uniforme,

$$C_A(x, 0) = C_{A,i} \qquad (14.78)$$

A Equação 14.77 pode ser resolvida para condições de contorno que dependem de determinada geometria e das condições na superfície. Se, por exemplo, a geometria for uma parede plana com espessura $2L$ com convecção na superfície, as condições de contorno são

$$\left.\frac{\partial C_A}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \qquad (14.79)$$

$$C_A(L, t) = C_{A,s} \qquad (14.80)$$

A Equação 14.79 descreve a exigência de simetria no plano intermediário. A Equação 14.80 representa a condição de convecção na superfície se o *número de Biot para a transferência de massa*, $Bi_m = h_m L/D_{AB}$, for muito maior do que a unidade. Nesse caso, a resistência à transferência da espécie por difusão no meio é muito maior do que a resistência à transferência da espécie por convecção na superfície. Se essa situação for levada ao limite de $Bi_m \to \infty$, ou $Bi_m^{-1} \to 0$, tem-se que a concentração da espécie no fluido é essencialmente uniforme, igual à concentração na corrente livre. Então $C_{A,s}$, a concentração da espécie no meio em sua superfície, pode ser determinado pela Equação 14.60 ou 14.61, onde p_A é a pressão parcial na corrente livre da espécie A.

A analogia entre as transferências de calor e de massa pode ser aplicada de forma conveniente se adimensionalizarmos as equações anteriores. Definindo uma concentração adimensional e um tempo adimensional, como a seguir,

$$\gamma^* \equiv \frac{\gamma}{\gamma_i} = \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,i} - C_{A,s}} \qquad (14.81)$$

$$t_m^* \equiv \frac{D_{AB} t}{L^2} \equiv Fo_m \qquad (14.82)$$

e substituindo na Equação 14.77, obtemos

$$\frac{\partial^2 \gamma^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial \gamma^*}{\partial Fo_m} \qquad (14.83)$$

onde $x^* = x/L$. De maneira similar, as condições inicial e de contorno são

$$\gamma^*(x^*, 0) = 1 \qquad (14.84)$$

$$\left.\frac{\partial \gamma^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0 \qquad (14.85)$$

e

$$\gamma^*(1, t_m^*) = 0 \qquad (14.86)$$

Para confirmar a existência da analogia, basta somente comparar as Equações 14.83 a 14.86 com as Equações 5.34 a 5.36 e a Equação 5.37 para a condição de $Bi \to \infty$. Note que para $Bi \to \infty$, a Equação 5.37 se reduz a $\theta^*(1,t^*) = 0$, que é análoga à Equação 14.86. Conseqüentemente, os dois sistemas de equações devem possuir soluções equivalentes.

A correspondência entre variáveis para as difusões térmica e mássica em regime transiente está resumida na Tabela 14.2. Com base nessa correspondência, é possível usar muitos dos resultados anteriores da transferência de calor para resolver problemas de transferência de massa por difusão em regime transiente. Por exemplo, substituindo θ_0^* e Fo por γ_o^* Fo_m, a Equação 5.41 pode ser usada, com $Bi \to \infty$ ($\zeta_1 = 1{,}5707$; $C_1 = 1{,}2733$), para determinar a concentração da espécie A no plano intermediário $C_{A,o}$. As equações restantes podem ser usadas de forma similar, incluindo os resultados obtidos para o sólido semi-infinito.

Os resultados das Seções 5.5 e 5.6 devem ser usados com cuidado, pois, como ilustrado no Exemplo 14.1 e na Tabela A.8, as difusividades mássicas associadas a muitos meios hospedeiros líquidos e sólidos são extremamente pequenas em relação a suas difusividades térmicas. Conseqüentemente, valores do número de Fourier da transferência de massa, Fo_m, são normalmente muitas ordens de grandeza menores em relação aos valores do número de Fourier da transferência de calor, Fo. Dessa forma, as *soluções aproximadas* das Seções 5.5.2 e 5.6.2 são freqüentemente de pouco valor na análise da transferência de massa em meios estacionários, pois as soluções aproximadas são válidas somente para $Fo_m > 0{,}2$. Pode ser necessário recorrer à solução das *expressões exatas* das Seções 5.5.1 e 5.6.1. As soluções em séries infinitas das Equações 5.39, 5.47 e 5.48 podem necessitar da avaliação de muitos termos antes de se obter a convergência. Por outro lado, as soluções de sólido semi-infinito da Seção 5.7 são aplicáveis freqüentemente em problemas de transferência de massa, em função das pequenas taxas de difusão das informações das condições de contorno para dentro do meio hospedeiro. Os resultados aproximados da Seção 5.8 são também aplicáveis, pois esses resultados são apresentados em toda a faixa do número de Fourier.

Tabela 14.2 Correspondência entre variáveis da transferência de calor e da transferência de massa para a difusão transiente

Transferência de Calor	Transferência de Massa
$\theta^* = \dfrac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$	$\gamma^* = \dfrac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,i} - C_{A,s}}$
$1 - \theta^* = \dfrac{T - T_i}{T_\infty - T_i}$	$1 - \gamma^* = \dfrac{C_A - C_{A,i}}{C_{A,s} - C_{A,i}}$
$Fo = \dfrac{\alpha t}{L^2}$	$Fo_m = \dfrac{D_{AB} t}{L^2}$
$Bi = \dfrac{hL}{k}$	$Bi_m = \dfrac{h_m L}{D_{AB}}$
$\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$	$\dfrac{x}{2\sqrt{D_{AB} t}}$

Exemplo 14.7

A aplicação de drogas através da pele envolve a liberação controlada no tempo de medicamentos através da pele para a corrente sangüínea, normalmente a partir de um *adesivo* que é colocado no corpo. Vantagens incluem taxas de liberação da droga contínuas e suaves, que reduzem o choque no sistema passível de ocorrer com infusões intravenosas; a capacidade de liberar medicamentos para pacientes com náuseas ou inconscientes, que de outra forma deveriam ser ministradas por via oral; e a facilidade de uso.

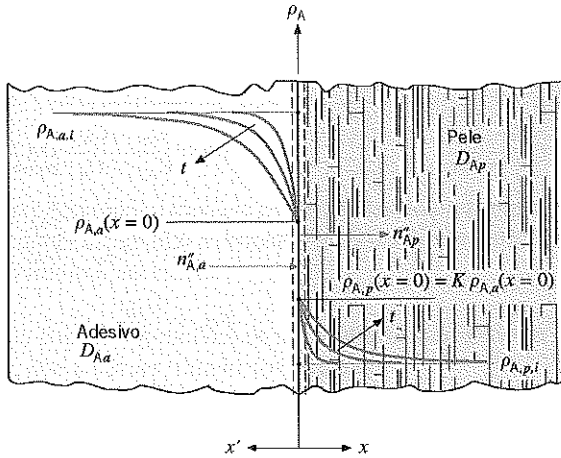
Considere um adesivo quadrado com comprimento e largura $L = 50$ mm, como um meio hospedeiro contendo uma massa específica inicial uniforme de um medicamento de $\rho_{A,a,i} = 100$ kg/m³. O adesivo é aplicado na pele, que possui uma concentração inicial do medicamento de $\rho_{A,p,i} = 0$. Na interface adesivo-pele, localizada em $x = 0$, a razão entre as massas específicas do medicamento no lado do adesivo e no lado do paciente é descrita por um *coeficiente de partição* $K = 0{,}5$.

1. Determine a quantidade total do medicamento (dosagem) liberada para o paciente durante um período de tratamento de uma semana. Valores nominais dos coeficientes de difusão do medicamento no interior do adesivo e da pele são $D_{Aa} = 0{,}1 \times 10^{-12}$ m²/s e $D_{Ap} = 0{,}2 \times 10^{-12}$ m²/s, respectivamente.
2. Investigue a sensibilidade da dosagem total liberada para o paciente em relação à difusividade mássica no adesivo, D_{Aa}, e em relação à difusividade mássica na pele do paciente, D_{Ap}.

Solução

Dados: Concentração inicial de um medicamento no interior de um adesivo transdérmico, tamanho do adesivo, coeficiente de partição e difusividades mássicas.

Achar: A dosagem total do medicamento liberada para o paciente durante um período de uma semana, sensibilidade da dosagem em relação às difusividades mássicas no adesivo e na pele.

Esquema:

Considerações:

1. Condições unidimensionais e propriedades constantes.
2. Adesivo e pele semi-infinitos.
3. Ausência de reações químicas.
4. Meio estacionário.

Análise:

1. A equação de conservação da espécie se aplica no adesivo e na pele. Com as considerações anteriores, a Equação 14.47b se torna

$$\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} = \frac{1}{D_{AB}}\frac{\partial \rho_A}{\partial t}$$

que é análoga à Equação 5.26. Além disso, as condições iniciais

$$\rho_A(x < 0,\, t = 0) = \rho_{A,a,i}; \quad \rho_A(x > 0,\, t = 0) = \rho_{A,p,i}$$

as condições de contorno

$$\rho_{A,a}(x \to -\infty) = \rho_{A,a,i}; \quad \rho_{A,p}(x \to +\infty) = \rho_{A,p,i} \tag{1a}$$

e a condição de interface

$$n''_{A,x,a}(x = 0) = n''_{A,x,p}(x = 0) \tag{1b}$$

são análogas à situação na Figura 5.9 e na Equação 5.61, onde dois sólidos semi-infinitos são colocados em contato térmico. Nesse problema, a partição da espécie também tem que ser levada em conta. Ou seja,

$$\rho_{A,p}(x = 0) = K \cdot \rho_{A,a}(x = 0) \tag{1c}$$

Por analogia com a Equação 5.62, temos

$$\frac{-D_{Aa}(\rho_{A,a}(x = 0) - \rho_{A,a,i})}{\sqrt{\pi D_{Aa} t}} = \frac{D_{Ap}(\rho_{A,p}(x = 0) - \rho_{A,p,i})}{\sqrt{\pi D_{Ap} t}}$$

que, lembrando que $\rho_{A,p,i} = 0$, pode ser explicitada em $\rho_{A,p}$ $(x = 0)$, fornecendo

$$\rho_{A,p}(x = 0) = \rho_{A,a,i}\left(\frac{\sqrt{D_{Aa}}}{\sqrt{D_{Ap}} + \sqrt{D_{Aa}}/K}\right) \tag{2}$$

O fluxo instantâneo do medicamento para o paciente pode ser determinado observando a analogia com a Equação 5.58:

$$n''_A(x = 0, t) = \frac{D_{Ap}\rho_{A,p}(x = 0)}{\sqrt{\pi D_{Ap} t}} \tag{3}$$

A substituição da Equação 2 na Equação 3 fornece

$$n''_A(x = 0, t) = \frac{\rho_{A,a,i}}{\sqrt{\pi t}} \cdot \frac{\sqrt{D_{Ap} D_{Ap}}}{\sqrt{D_{Ap}} + \sqrt{D_{Aa}}/K}$$

A dosagem, D, liberada para o paciente de $t = 0$ até um tempo de tratamento t_t pode ser escrita na forma

$$D = L^2 \int_{t=0}^{t_t} n''_A(x = 0, t)\,dt$$

$$D = \frac{\rho_{A,a,i}L^2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{D_{Ap}D_{Aa}}}{\sqrt{D_{Ap}} + \sqrt{D_{Aa}}/K} \int_{t=0}^{t_t} t^{-1/2}\,dt$$

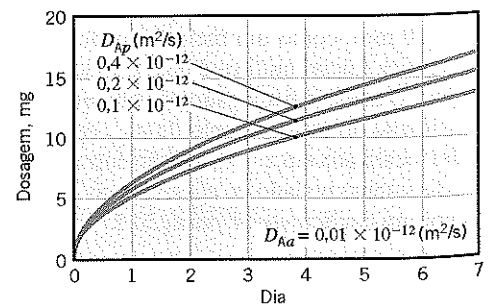
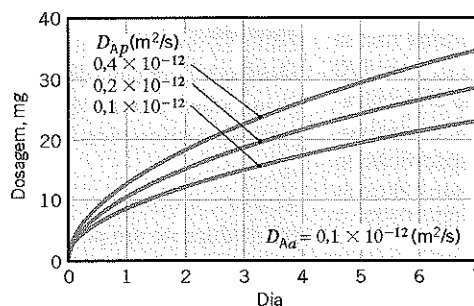
$$= \frac{2\rho_{A,a,i}L^2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{D_{Ap}D_{Aa}}}{\sqrt{D_{Ap}} + \sqrt{D_{Aa}}/K}\sqrt{t_t} \tag{4}$$

Para um tempo total de tratamento de $t_t = 7$ dias $\times$ 24 h/dia $\times$ 3600 s/h $= 605 \times 10^3$ s, a dosagem é

$$D = \frac{2 \times 100\ \text{kg/m}^3 \times (50 \times 10^{-3}\ \text{m})^2}{\sqrt{\pi}}$$

$$\times \frac{\sqrt{0{,}2 \times 10^{-12}\,\text{m}^2/\text{s} \times 0{,}1 \times 10^{-12}\,\text{m}^2/\text{s}}}{\sqrt{0{,}2 \times 10^{-12}\,\text{m}^2/\text{s}} + \sqrt{0{,}1 \times 10^{-12}\,\text{m}^2/\text{s}}/0{,}5}\sqrt{605 \times 10^3\,\text{s}}$$

$$= 29 \times 10^{-6}\ \text{kg} = 29\ \text{mg} \qquad \triangleleft$$

2. A sensibilidade da dosagem em relação às difusividades mássicas no adesivo e na pele pode ser avaliada através da solução da Equação 4 para diferentes combinações de D_{Aa} e D_{Ap}. Resultados são mostrados nos gráficos a seguir para $D_{Aa} = 0{,}1 \times 10^{-12}$ m²/s e $0{,}01 \times 10^{-12}$ m²/s e para $D_{Ap} = 0{,}1 \times 10^{-12}$ m²/s, $0{,}2 \times 10^{-12}$ m²/s e $0{,}4 \times 10^{-12}$ m²/s. Note que quando qualquer uma das difusividades mássicas aumenta, a dosagem também aumenta.

Comentários:

1. A função da camada externa da pele, a *epiderme*, é de proteger o corpo de contaminações externas. A liberação transdermal de drogas é possível somente para medicamentos caracterizados por moléculas extremamente pequenas, que podem se difundir através da epiderme relativamente impenetrável. Considerações de transferência de massa restringem o número de drogas que podem ser liberadas através da pele. A difusividade da pele é variável de acordo com o local do corpo e o paciente é instruído em relação ao local em que deve aplicar o adesivo.
2. É desejável tornar a dosagem não sensível a variações na difusividade da pele, pois esse parâmetro varia de paciente para paciente. Conseqüentemente, o meio hospedeiro do adesivo (chamado de *veículo*) é projetado de tal forma que ele seja o fator limitante da taxa no controle da dosagem. A sensibilidade da dosagem em relação à difusividade da pele do paciente é reduzida pela diminuição da difusividade mássica no veículo, como evidente ao se comparar os resultados da parte 2 do problema. Em geral, deseja-se projetar o veículo de tal forma que $D_{Aa}/D_{As} \ll 1$.
3. O adesivo é projetado para liberar medicamentos como se fosse um meio semi-infinito. A espessura do adesivo necessária para essa hipótese ser válida pode ser estimada pelo cálculo do local onde a concentração do medicamento no veículo é reduzida em 95% da diferença entre $\rho_{A,a,i}$ e $\rho_{A,a}(x = 0)$ ao longo do tempo do tratamento. Por analogia com a Equação 5.57, a *espessura de penetração da espécie*, x_M, associada a 5% de depleção da droga pode ser determinada a partir de

$$\frac{\rho_{A,a}(x') - \rho_{A,a}(x' = 0)}{\rho_{A,a,i} - \rho_{A,a}(x' = 0)} = 0{,}95 = \text{erf}\,\frac{x_M}{\sqrt{4D_{Aa}t_t}}$$

O cálculo usando esta expressão fornece uma espessura de penetração da espécie de 690×10^{-6} m = 0,69 mm. A hipótese de adesivo semi-infinito é válida para uma espessura do veículo maior do que 0,69 mm.
4. Se o veículo for mais fino do que a espessura de penetração da espécie calculada no Comentário 3, a dosagem real será menor do que a dosagem necessária planejada para o final do período de tratamento de uma semana. Conseqüentemente, um compromisso no projeto do adesivo envolve (a) existência de medicamento suficiente para garantir o comportamento semi-infinito e (b) minimização do custo do adesivo. Na prática, mais de 95% do medicamento permanece no veículo após o período de tratamento, necessitando cuidado no seu descarte após o uso.

14.8 *Resumo*

Neste capítulo, nos concentramos na análise da transferência de massa por difusão. Ainda que as taxas de transferência sejam normalmente pequenas, particularmente em líquidos e sólidos, o processo é relevante em muitas tecnologias, assim como nas ciências ambientais e da vida. Você pode testar o seu entendimento de aspectos fundamentais respondendo às questões a seguir.

- Se um cubo de açúcar é colocado em uma xícara de café, qual é o potencial motriz para a dispersão do açúcar no café? Qual é o mecanismo físico responsável pela dispersão se o café estiver estagnado? Qual é o mecanismo físico se o café for misturado?
- Qual é a relação entre a concentração molar e a concentração mássica de uma espécie em uma mistura?
- Como é definida a densidade mássica de uma mistura? E a concentração molar de uma mistura?
- Ao usar a *lei de Fick* para determinar o fluxo molar ou mássico de uma espécie em uma mistura, o que especificamente está sendo determinado?
- Sob quais condições o fluxo difusivo de uma espécie é igual ao fluxo absoluto associado ao transporte de uma espécie?
- O que é a aproximação de meio estacionário?
- O fluxo de uma espécie N''_A é independente da posição em um meio estacionário no qual há transferência da espécie por difusão e produção (ou consumo) por uma reação química heterogênea?
- Sob quais condições pode uma resistência difusiva ser usada para determinar o fluxo da espécie a partir do conhecimento das concentrações da espécie nas superfícies interna e externa de um meio?
- Na transferência de calor, o equilíbrio dita temperaturas equivalentes nos lados do gás e do líquido (ou sólido) de uma interface entre duas fases. O mesmo pode ser dito sobre a concentração de uma espécie presente em fases gás e líquida (ou sólida)?
- O que é a *constante de Henry*? Como a concentração de uma espécie química em um líquido varia com a pressão parcial da espécie no gás adjacente? Como a concentração varia com a temperatura do líquido?
- Qual é a diferença entre *reação química homogênea* e *reação química heterogênea*?
- Na catálise heterogênea, o que está implícito se o processo é dito *limitado pela reação*? O que está implícito se o processo é dito *limitado pela difusão*?
- O que é uma *reação de ordem zero*? E uma *reação de primeira ordem*?
- Se a transferência de massa convectiva está associada ao escoamento de gás sobre um líquido ou sólido, no qual o gás é transferido por difusão, o que pode ser dito sobre a razão entre as resistências convectiva e difusiva? Como o *número de Biot para a transferência de massa* é definido?
- Em um processo difusivo transiente, o que pode ser dito sobre o número de Biot para a transferência de massa?

Referências

1. Bird, R. B., *Adv. Chem. Eng.*, **1**, 170, 1956.
2. Bird, R. B., W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2nd ed. Wiley, New York, 2002.
3. Hirschfelder, J. O., C. F. Curtiss, and R. B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Wiley, New York, 1964.
4. Skelland, A. H. P., *Diffusional Mass Transfer*, Krieger, Malabar, FL, 1985.
5. Poling, B. E., J. M. Prausnitz, and J. O'Connell, *The Properties of Gases and Liquids*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 2001.
6. Costerton, J. W., P. S. Stewart, and E. P. Greenberg, *Science*, **284**, 1318, 1999.

Problemas

Composição de Misturas

14.1 Admitindo que o ar seja composto exclusivamente por O_2 e N_2, com suas pressões parciais na razão 0,21:0,79, quais são as suas frações mássicas?

14.2 Uma mistura de CO_2 e N_2 encontra-se em um recipiente a 25°C, com cada uma das espécies com uma pressão parcial de 1 bar. Calcule a concentração molar, a concentração mássica, a fração molar e a fração mássica de cada espécie.

14.3 Uma mistura He-Xe contendo uma fração molar de hélio de 0,75 é usada para resfriar eletrônicos em um sistema de um avião. A uma temperatura de 300 K e a pressão atmosférica, calcule a fração mássica de hélio e a densidade mássica, a concentração molar e a massa molar da mistura. Se a capacidade do sistema de resfriamento é de 10 litros, qual é a massa do refrigerante?

14.4 Considere uma mistura de gases ideais composta por n espécies.

(a) Deduza uma equação para determinar a fração mássica da espécie i a partir do conhecimento da fração molar e da massa molar de cada uma das n espécies. Deduza uma equação para determinar a fração molar da espécie i a partir do conhecimento da fração mássica e da massa molar de cada uma das n espécies.

(b) Em uma mistura contendo frações molares iguais de O_2, N_2 e CO_2, qual é a fração mássica de cada espécie? Em uma mistura contendo frações mássicas iguais de O_2, N_2 e CO_2, qual é a fração molar de cada espécie?

Lei de Fick e Difusividade Mássica

14.5 Considere ar no interior de um recipiente cilíndrico fechado, cujo eixo está na posição vertical e cujas extremidades opostas são mantidas a temperaturas diferentes. Admita que a pressão total do ar seja uniforme no interior do recipiente.

(a) Se a superfície inferior estiver mais fria do que a superfície superior, qual é a natureza das condições no interior do recipiente? Por exemplo, irão existir gradientes verticais nas concentrações das espécies (O_2 e N_2)? Há algum movimento do ar? Há transferência de massa?

(b) Qual é a natureza das condições no interior do recipiente se ele for invertido (isto é, a superfície aquecida está agora na parte inferior)?

14.6 Estime valores da difusividade mássica D_{AB} em misturas binárias dos seguintes gases a 350 K e 1 atm: amônia-ar e hidrogênio-ar.

14.7 Um cilindro oco de ferro, com 100 mm de comprimento, está exposto a um gás de carburização (uma mistura de CO e CO_2) a 1000°C nas suas superfícies interna e externa com raios 4,30 e 5,70 mm, respectivamente. Considere condições de regime estacionário, nas quais o carbono se difunde da superfície interna da parede de ferro para a superfície externa e a quantidade total de transporte de $3,6 \times 10^{-3}$ kg de carbono em 100 horas. A variação da composição de carbono (percentagem em massa de carbono) com o raio é mostrada na tabela em raios selecionados.

r (mm)	4,49	4,66	4,79	4,91	5,16	5,27	5,40	5,53
%C (massa)	1,42	1,32	1,20	1,09	0,82	0,65	0,46	0,28

(a) Iniciando com a lei de Fick e com a hipótese de coeficiente de difusão constante, $D_{C\text{-}Fe}$, mostre que $d\rho_C/d(\ln(r))$ é uma constante. Esboce a concentração mássica de carbono, $\rho_C(r)$, como uma função de $\ln(r)$ para tal processo difusivo.

(b) A tabela anterior corresponde a uma distribuição de concentrações mássicas de carbono medidas. $D_{C\text{-}Fe}$ é uma constante nesse processo difusivo? Se não, $D_{C\text{-}Fe}$ aumenta ou diminui com o aumento da concentração de carbono?

(c) Usando os dados experimentais, calcule e mostre em uma tabela $D_{C\text{-}Fe}$ para composições de carbono selecionadas.

14.8 Um medicamento encontra-se no interior de um velho frasco farmacêutico de vidro. A boca está fechada com uma rolha de borracha que tem 20 mm de altura, com 10 mm de diâmetro na extremidade inferior se alargando até 20 mm na extremidade superior. A concentração molar do vapor do medicamento na rolha é de 2×10^{-3} kmol/m³ na sua superfície inferior e é desprezível na superfície superior. Sendo a difusividade mássica do medicamento na borracha de $0,2 \times 10^{-9}$ m²/s, ache a taxa (kmol/s) na qual o vapor sai pela rolha.

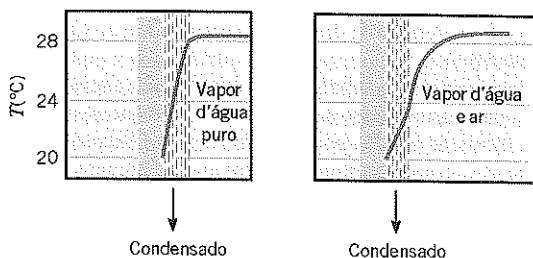
Meio Não-estacionário: Evaporação em uma Coluna

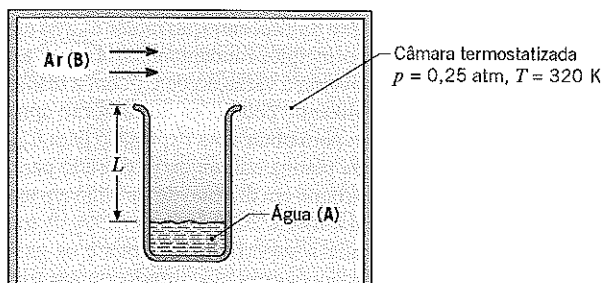
14.9 Considere a evaporação do líquido A em uma coluna contendo uma mistura binária de A e B. A espécie B não pode ser absorvida no líquido A e as condições de contorno são as mesmas da Seção 14.2.2. Mostre como a razão entre a velocidade média molar e a velocidade da espécie A, $V_x^*/v_{A,x}$, varia com a fração molar da espécie A.

14.10 Uma panela aberta com 0,2 m de diâmetro e 80 mm de altura (acima da água a 27°C) está exposta ao ar ambiente a 27°C e com 25% de umidade relativa. Determine a taxa de evaporação, admitindo que ocorra somente difusão mássica. Determine a taxa de evaporação considerando também o movimento global.

14.11 Uma gota esférica do líquido A, com raio r_0, evapora para uma camada estagnada de um gás B. Deduza uma expressão para a taxa de evaporação da espécie A em termos da pressão de saturação de A, $p_A(r_0) = p_{A,sat}$, da pressão parcial da espécie A em um raio arbitrário r, $p_A(r)$, da pressão total p e de outras grandezas pertinentes. Admita que a gota e a mistura estejam a uma pressão p e uma temperatura T uniformes.

14.12 A presença de uma pequena quantidade de ar pode causar uma redução significativa na taxa de transferência de calor na superfí-

cie de um condensador de vapor d'água que é resfriada com água. Para uma superfície limpa, com vapor d'água puro e as condições especificadas, a taxa de condensação é de 0,020 kg/(m^2·s). Com a presença de ar estagnado no vapor, a temperatura da superfície do condensado cai de 28 para 24°C, e a taxa de condensação é reduzida pela metade.

Para a mistura ar-vapor d'água, determine a pressão parcial do ar como uma função da distância do filme de condensado.

14.13 Um equipamento de laboratório para medir coeficientes de difusão de misturas vapor-gás é constituído por uma coluna vertical, com diâmetro pequeno, na qual há uma fase líquida que evapora para um gás escoando sobre a boca da coluna. A vazão do gás é suficiente para manter uma concentração do vapor desprezível no plano de saída. A coluna tem 150 mm de altura, e a pressão e a temperatura na câmara são mantidas a 0,25 atm e 320 K, respectivamente.

Com objetivo de calibração, foi solicitado a você que calculasse a taxa de evaporação esperada (kg/(h·m^2)) em um teste com água e ar sob as condições especificadas, usando o valor conhecido de D_{AB} para a mistura vapor-ar.

Meio Estacionário: Conservação de Espécies e Equação da Difusão Mássica

14.14 Partindo de um volume de controle diferencial, deduza a equação da difusão, em base molar, para a espécie A em um meio estacionário tridimensional (em coordenadas cartesianas), levando em consideração geração da espécie e propriedades constantes. Compare o seu resultado com a Equação 14.48b.

14.15 Considere a difusão radial de uma espécie gasosa (A) através da parede de um tubo plástico (B), na presença de reações químicas que proporcionam o consumo da espécie A a uma taxa de $\dot{N}_A$ (kmol/(s·m^3)). Deduza uma equação diferencial que descreva a concentração molar da espécie A no plástico.

14.16 Partindo de um volume de controle diferencial, deduza a equação da difusão, em base molar, para a espécie A em um meio estacionário esférico unidimensional, levando em conta a geração da espécie. Compare o seu resultado com a Equação 14.50.

14.17 Hidrogênio gasoso, a 10 bar e 27°C, está armazenado em um tanque esférico, com 100 mm de diâmetro e parede de aço com 2 mm de espessura. A concentração molar do hidrogênio no aço é de 1,50 kmol/m^3 na superfície interna e desprezível na superfície externa, enquanto o coeficiente de difusão do hidrogênio no aço é aproximadamente $0,3 \times 10^{-12}$ m^2/s. Qual é a taxa mássica inicial de perda de hidrogênio por difusão através da parede do tanque? Qual é a taxa inicial de queda de pressão no interior do tanque?

14.18 Uma fina membrana plástica é usada para separar hélio de uma corrente gasosa. Sob condições de regime estacionário, a concentração do hélio na membrana é de 0,02 e 0,005 kmol/m^3 nas superfícies interna e externa, respectivamente. Se a membrana possui uma espessura de 1 mm e o coeficiente de difusão binária do hélio em relação ao plástico é de 10^{-9} m^2/s, qual é o valor do fluxo difusivo?

Concentrações Descontínuas em Interfaces

14.19 Considere a interface entre o ar atmosférico e um corpo de água, ambos a 17°C.
(a) Quais são as frações molares e mássica da água no lado do ar da interface? E no lado da água da interface?
(b) Quais são as frações molares e mássica do oxigênio no lado do ar da interface? E no lado da água da interface? O ar atmosférico pode ser considerado com 20,5% de oxigênio em volume.

14.20 Oxigênio gasoso é mantido a pressões de 2 bar e 1 bar nos lados opostos de uma membrana de borracha, que possui uma espessura de 0,5 mm, e o sistema inteiro se encontra a 25°C. Qual é o fluxo difusivo molar do O_2 através da membrana? Quais são as concentrações molares do O_2 em ambos os lados da membrana (do lado de fora da borracha)?

14.21 Isolamentos térmicos degradam-se (passam por um aumento de sua condutividade térmica) se forem submetidos à condensação de vapor d'água. O problema pode ocorrer com isolamentos domésticos durante períodos frios, quando o vapor de uma sala umidificada se difunde através da parede seca (reboco) e condensa no isolamento adjacente. Estime a taxa de difusão mássica em uma parede com 3 m por 5 m, sob condições nas quais a pressão do vapor é de 0,03 bar no ar da sala e de 0,0 bar no isolamento. A parede seca possui 10 mm de espessura e a solubilidade do vapor d'água no reboco é de aproximadamente 5×10^{-3} kmol/(m^3·bar). O coeficiente de difusão binária do vapor d'água na parede seca é de aproximadamente 10^{-9} m^2/s.

14.22 Hélio gás a 25°C e 4 bar está contido no interior de um cilindro de vidro com 100 mm de diâmetro interno e parede com 5 mm de espessura. Qual é a taxa de perda de massa de hélio por unidade de comprimento do cilindro?

14.23 Hélio gás a 25°C e 4 bar está armazenado em um vaso esférico de Pyrex com 200 mm de diâmetro interno e 10 mm de espessura. Qual é a taxa de perda de massa de hélio no vaso?

14.24 Hidrogênio a uma pressão de 2 atm escoa no interior de um tubo com 40 mm de diâmetro e espessura de parede de 0,5 mm. A superfície externa está exposta a uma corrente de gás na qual a pressão parcial do hidrogênio é de 0,1 atm. A difusividade mássica e a solubilidade do hidrogênio no material do tubo são $1,8 \times 10^{-11}$ m^2/s e 160 kmol/(m^3·atm), respectivamente. Quando o sistema encontra-se a 500 K, qual é a taxa de transferência de hidrogênio através da parede do tubo por unidade de comprimento (kg/(s·m))?

14.25 Considere o material da embalagem *blister* do Exemplo 14.3.
(a) Sob as mesmas condições do exemplo, determine a solubilidade do material polimérico (kmol/(m^3·bar)) se a temperatura for de 295 K e as umidades relativas dentro e fora da embalagem foram de $\phi_2 = 0,1$ e $\phi_1 = 0,9$, respectivamente.
(b) Selecionando um material diferente para a embalagem, a difusividade do filme pode ser mudada. Determine a taxa de transferência de vapor d'água total associada à redução da difusividade a 10% do seu valor original.

(c) A solubilidade do material adjacente a sua superfície exposta pode ser modificada pelo seu revestimento com vários filmes finos. Determine a taxa de transferência de vapor d'água após o revestimento dos dois lados da folha original de polímero, desta forma reduzindo a solubilidade perto de ambas as superfícies a 10% do valor original.

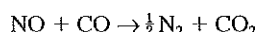
(d) Determine a taxa de transferência de vapor d'água após o revestimento do lado externo da folha original de polímero, reduzindo a solubilidade por um fator igual a 9, enquanto a superfície interna permanece sem tratamento.

14.26 Um experimento é projetado para medir o *coeficiente de partição, K*, associado à transferência de um produto farmacêutico através de um material polimérico. O coeficiente de partição é definido como a razão das concentrações da espécie de interesse (o produto farmacêutico) em cada lado de uma interface. No experimento, um fármaco líquido ($\rho_f = 1250$ kg/m³) é injetado em uma esfera de polímero oca com diâmetros interno e externo de $D_i = 5$ mm e $D_e = 5{,}1$ mm, respectivamente. A esfera é exposta a condições convectivas nas quais a concentração do fármaco na superfície externa é nula. Após uma semana, a massa da esfera é reduzida em $\Delta M = 8{,}2$ mg. Qual é o valor do coeficiente de partição se a difusividade mássica for $D_{AB} = 0{,}2 \times 10^{-11}$ m²/s?

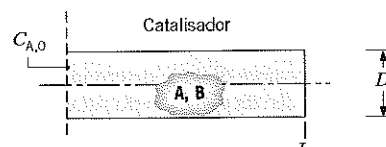
14.27 Hidrogênio ultrapuro é requerido em aplicações desde a fabricação de semicondutores até na alimentação de células de combustível. A estrutura cristalina do paládio permite somente a transferência de hidrogênio atômico (H) através de sua espessura e, conseqüentemente, membranas de paládio são usadas para filtrar hidrogênio de correntes contaminadas contendo hidrogênio e outros gases. As moléculas de hidrogênio (H_2) são primeiramente absorvidas sobre a superfície do paládio e então dissociadas em átomos (H), que em seqüência se difundem através do metal. Os átomos H se recombinam no lado oposto da membrana, formando H_2 puro. A concentração superficial de H toma a forma $C_H = K_s P_{H_2}^{0,5}$, onde $K_s \approx 1{,}4$ kmol/(m³·bar^{0,5}) é conhecida como *constante de Sievert*. Considere um purificador de hidrogênio industrial constituído por uma série de tubo de paládio com uma extremidade ligada em um tubo distribuidor a outra extremidade fechada. A matriz de tubos é inserida em um casco. H_2 impuro, a $T = 600$ K, $p = 15$ bar e $x_{H_2} = 0{,}85$ é introduzido no casco enquanto H_2 puro, a $p = 6$ bar, $T = 600$ K é extraído através dos tubos. Determine a taxa de produção de hidrogênio puro (kg/h) para $N = 100$ tubos que têm diâmetro interno $D_i = 1{,}6$ mm, espessura de parede de $t = 75$ μm e comprimento $L = 80$ mm. A difusividade mássica do hidrogênio (H) no paládio a 600 K é aproximadamente $D_{AB} = 7 \times 10^{-9}$ m²/s.

Reações Catalíticas Superficiais

14.28 Emissões de óxido nítrico (NO) pela descarga de automóveis podem ser reduzidas com o uso de um conversor catalítico, no qual a seguinte reação ocorre na superfície do catalisador:

$$NO + CO \rightarrow \tfrac{1}{2} N_2 + CO_2$$

A concentração de NO é reduzida pela passagem dos gases de exaustão sobre a superfície do catalisador e a taxa de redução no catalisador é governada por uma reação de primeira ordem com a forma dada pela Equação 14.66. Como uma primeira aproximação, pode-se supor que o NO atinge a superfície por difusão unidimensional através de um fino filme de gás com espessura L, que se encontra adjacente à superfície. Fazendo referência à Figura 14.7, considere uma situação na qual o gás de exaustão está a 500°C e 1,2 bar, e a fração molar do NO é de $x_{A,L} = 0{,}15$. Para $D_{AB} = 10^{-4}$ m²/s, $k_1'' = 0{,}05$ m/s e espessura do filme $L = 1$ mm, qual é a fração molar do NO na superfície do catalisador e qual é a taxa de remoção do NO para uma superfície com área $A = 200$ cm²?

14.29 Carvão pulverizado, com partículas que podem ser aproximadas por esferas com raio $r_o = 1$ mm, é queimado em uma atmosfera de oxigênio puro a 1450 K e 1 atm. Oxigênio é transferido para a superfície das partículas por difusão, onde é consumido na reação $C + O_2 \rightarrow CO_2$. A taxa de reação é de primeira ordem e tem a forma $\dot{N}_{O_2}'' = -k_1'' C_{O_2}(r_o)$, onde $k_1'' = 0{,}1$ m/s. Desprezando variações em r_o, determine a taxa de consumo molar de O_2, em kmol/s, em condições de regime estacionário. A 1450 K, o coeficiente de difusão binária do O_2 e do CO_2 é de $1{,}71 \times 10^{-4}$ m²/s.

14.30 Para aumentar a superfície efetiva, e assim a taxa de reação química, as superfícies dos catalisadores freqüentemente possuem a forma de sólidos porosos. Um desses sólidos pode ser visualizado como constituído por um grande número de poros cilíndricos, cada um com diâmetro D e comprimento L.

Considere condições envolvendo uma mistura gasosa de A e B, na qual a espécie A é consumida quimicamente na superfície do catalisador. Sabe-se que a reação é de primeira ordem e a sua taxa por unidade de área da superfície pode ser escrita como $k_1'' C_A$, onde k_1 (m/s) é a constante da taxa de reação e C_A (kmol/m³) é a concentração molar local da espécie A. Sob condições de regime estacionário, sabe-se que o escoamento sobre o sólido poroso mantém um valor fixo da concentração molar $C_{A,0}$ na entrada do poro. Partindo dos princípios fundamentais, obtenha a equação diferencial que governa a variação de C_A com a distância x ao longo do poro. Utilizando condições de contorno apropriadas, resolva a equação para obter uma expressão para $C_A(x)$.

14.31 Um reator catalítico de platina em um carro é usado para converter monóxido de carbono em dióxido de carbono em uma reação de oxidação com a forma $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$. A transferência de espécies entre a superfície catalítica e os gases de exaustão pode ser suposta ocorrer por difusão em um filme de espessura $L = 10$ mm. Considere um gás de exaustão que tem uma pressão de 1,2 bar, uma temperatura de 500°C e uma fração molar de CO de 0,0012. Sendo a constante da taxa de reação do catalisador de $k_1'' = 0{,}005$ m/s e o coeficiente de difusão do CO na mistura de 10^{-4} m²/s, qual é a concentração molar do CO na superfície do catalisador? Qual é a taxa de remoção de CO por unidade de área do catalisador? Qual é a taxa de remoção se k_1'' for ajustada para tornar o processo limitado pela difusão?

14.32 Um novo processo foi proposto para criar um tubo de compósito de paládio para ser usado como uma membrana para separação de hidrogênio na produção de hidrogênio com alta pureza. Para fabricar o tubo de compósito de paládio, um gás contendo paládio (espécie A) escoa através de um tubo de parede porosa e o paládio se deposita nos poros da parede do tubo. A vazão mássica do gás é $\dot{m}$ e a concentração mássica de paládio na entrada é $\rho_{A,m,ent}$. O coeficiente de transferência de massa para a transferência do paládio entre o gás e a superfície é h_m e a taxa de deposição é proporcional à concentração mássica do paládio na superfície do tubo, isto é, $-n_{A,s}'' = k_1 \rho_{A,s}$. O paládio é uma espécie diluída, de tal forma que a vazão mássica total é aproximadamente constante ao longo do comprimento do tubo.

(a) Trabalhando com base na analogia da transferência de massa convectiva apresentada na Seção 8.9, deduza uma expressão para a variação da concentração mássica média do paládio com a distância da entrada do tubo e determine uma expressão para a taxa de deposição local (kg/(m²·s)) para um

tubo com diâmetro D. Despreze qualquer perda de gás através da parede porosa.

(b) Se o tubo for muito longo, a variação na espessura do depósito será inaceitavelmente alta. Qual é a razão das taxas de deposição em $x = L$ e $x = 0$?

Reações Químicas Homogêneas: Estado Estacionário

14.33 Considere a combustão de hidrogênio em uma mistura gasosa de hidrogênio e oxigênio adjacente à parede metálica de uma câmara de combustão. A combustão ocorre a temperatura e pressão constantes, de acordo com a reação química $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Medições efetuadas sob condições de regime estacionário a uma distância de 10 mm da parede indicam que as concentrações molares de hidrogênio, oxigênio e vapor d'água são 0,10; 0,10 e 0,20 kmol/m³, respectivamente. A taxa de geração de vapor d'água é de $0{,}96 \times 10^{-2}$ kmol/(m³·s) ao longo de toda a região de interesse. O coeficiente de difusão binária de cada espécie (H_2, O_2 e H_2O) nas demais espécies é igual a $0{,}6 \times 10^{-5}$ m²/s.

(a) Determine uma expressão e faça um gráfico qualitativo de C_{H_2} como uma função da distância da parede.

(b) Determine o valor de C_{H_2} na parede.

(c) Nas mesmas coordenadas usadas na parte (a), esboce curvas para as concentrações de oxigênio e de vapor d'água.

(d) Qual é o fluxo molar de vapor d'água em $x = 10$ mm?

14.34 Considere um organismo esférico de raio r_o no interior do qual ocorre respiração a uma taxa volumétrica uniforme de $\dot{N}_A = -k_0$. Isto é, o consumo de oxigênio (espécie A) é governado por uma reação química homogênea de ordem zero.

(a) Se uma concentração molar de $C_A(r_o) = C_{A,o}$ for mantida na superfície do organismo, obtenha uma expressão para a distribuição radial do oxigênio, $C_A(r)$, no interior do organismo. Com base em sua solução, você pode perceber algum limite na aplicação do resultado?

(b) Obtenha uma expressão para a taxa de consumo de oxigênio no interior do organismo.

(c) Considere um organismo de raio $r_o = 0{,}10$ mm e um coeficiente de difusão para a transferência do oxigênio de $D_{AB} = 10^{-8}$ m²/s. Sendo $C_{A,o} = 5 \times 10^{-5}$ kmol/m³ e $k_0 = 1{,}2 \times 10^{-4}$ kmol/(s·m³), qual é a concentração molar do O_2 no centro do organismo?

14.35 Com referência ao Problema 14.34, um modelo mais representativo da respiração em um organismo esférico indica o consumo de oxigênio governado por uma reação de primeira ordem com a forma $\dot{N}_A = -k_1 C_A$.

(a) Se uma concentração molar de $C_A(r_o) = C_{A,o}$ for mantida na superfície do organismo, obtenha uma expressão para a distribuição radial do oxigênio, $C_A(r)$, no interior do organismo. *Sugestão*: Para simplificar a solução da equação da difusão da espécie, use a transformação $y \equiv rC_A$.

(b) Obtenha uma expressão para a taxa de consumo de oxigênio no interior do organismo.

(c) Considere um organismo de raio $r_o = 0{,}10$ mm e um coeficiente de difusão de $D_{AB} = 10^{-8}$ m²/s. Sendo $C_{A,o} = 5 \times 10^{-5}$ kmol/m³ e $k_1 = 20$ s⁻¹, estime o valor correspondente da concentração molar no centro do organismo. Qual é a taxa de consumo de oxigênio pelo organismo?

14.36 Considere o problema da transferência de oxigênio da cavidade interior do pulmão, atravessando o tecido pulmonar, para a rede de vasos sangüíneos no lado oposto. O tecido pulmonar (espécie B) pode ser aproximado por uma parede plana com espessura L. Pode-se considerar que o processo de inalação é capaz de manter uma concentração molar constante $C_A(0)$ de oxigênio (espécie A) na superfície interna do tecido ($x = 0$) e que a assimilação do oxigênio pelo sangue é capaz de manter uma concentração molar constante $C_A(L)$ de oxigênio na superfície externa do tecido ($x = L$). Há consumo de oxigênio no tecido devido aos processos metabólicos e a reação é de ordem zero, com $\dot{N}_A = -k_0$. Obtenha expressões para a distribuição das concentrações de oxigênio no tecido e para a taxa de assimilação do oxigênio pelo sangue por unidade de área superficial do tecido.

14.37 Como empregado da Comissão de Qualidade do Ar de São Paulo, foi solicitado a você o desenvolvimento de um modelo para calcular a distribuição de NO_2 na atmosfera. O fluxo molar de NO_2 no nível do solo, $N''_{A,0}$, é considerado conhecido. Esse fluxo é atribuído às emissões dos automóveis e das chaminés das indústrias. Sabe-se também que a concentração de NO_2 a uma distância bem acima do nível do solo é nula e que o NO_2 reage quimicamente na atmosfera. Em particular, o NO_2 reage com hidrocarbonetos não queimados (em um processo que é ativado pela luz do sol) para produzir PAN (nitrato de peroxiacetila), o produto final da névoa fotoquímica. A reação é de primeira ordem e a taxa local na qual ela ocorre pode ser representada por $\dot{N}_A = -k_1 C_A$.

(a) Supondo condições de regime estacionário e uma atmosfera estagnada, obtenha uma expressão para a distribuição vertical $C_A(x)$ das concentrações molares do NO_2 na atmosfera.

(b) Se uma pressão parcial de NO_2 de $p_A = 2 \times 10^{-6}$ bar é suficiente para causar complicações pulmonares, qual é o valor do fluxo molar ao nível do solo para o qual você emitiria um aviso de alerta? Você pode admitir uma atmosfera isotérmica a $T = 300$ K, um coeficiente de reação de $k_1 = 0{,}03$ s⁻¹ e um coeficiente de difusão NO_2-ar de $D_{AB} = 0{,}15 \times 10^{-4}$ m²/s.

Difusão Transiente: Introdutória

14.38 No Problema 14.37, o transporte de NO_2 por difusão em uma atmosfera estagnada foi analisado sob condições de regime estacionário. Contudo, na realidade o problema é função do tempo e uma análise mais realista deveria levar em consideração os efeitos transientes. Considere que a emissão de NO_2 no nível do solo tenha início nas primeiras horas da manhã (em $t = 0$), quando a concentração de NO_2 na atmosfera é, em todo lugar, igual a zero. A emissão ocorre ao longo de todo o dia, a um fluxo constante $N''_{A,0}$ e o NO_2 novamente participa de uma reação fotoquímica de primeira ordem na atmosfera ($\dot{N}_A = -k_1 C_A$).

(a) Para um elemento diferencial na atmosfera, deduza uma equação diferencial que possa ser usada para determinar a concentração molar $C_A(x,t)$. Estabeleça condições inicial e de contorno apropriadas.

(b) Obtenha uma expressão para $C_A(x,t)$ sob a condição particular na qual as reações fotoquímicas podem ser desprezadas. Nessa condição, quais são as concentrações molares de NO_2 no nível do solo e a 100 m de altura, após transcorridas 3 horas do início das emissões, se $N''_{A,0} = 3 \times 10^{-11}$ kmol/(s·m²) e $D_{AB} = 0{,}15 \times 10^{-4}$ m²/s?

14.39 Uma grande placa de material com 40 mm de espessura contém hidrogênio (H_2) dissolvido com uma concentração uniforme de 3 kmol/m³. A placa é exposta a uma corrente de fluido que faz com que a concentração do hidrogênio dissolvido seja reduzida abruptamente a zero em ambas as superfícies da placa. Essa condição na superfície é mantida constante a partir desse instante. Se a difusividade mássica do hidrogênio é de 9×10^{-7} m²/s, quanto tempo é necessário para que a concentração do hidrogênio dissolvido no centro da placa atinja um valor de 1,2 kg/m³?

14.40 Um procedimento comumente utilizado para aumentar o teor de umidade no ar é borbulhar o ar através de uma coluna de água.

Admita que as bolhas de ar sejam esferas com raio $r_o = 1$ mm e que estejam em equilíbrio térmico com a água a 25°C. Quanto tempo as bolhas devem permanecer em contato com a água para atingir uma concentração de vapor no seu centro equivalente a 99% da máxima concentração possível (saturação)? O ar encontra-se seco ao entrar na coluna de água.

14.41 Aço é carburizado em um processo a alta temperatura que depende da transferência de carbono por difusão. O valor do coeficiente de difusão depende fortemente da temperatura e pode ser aproximado pela relação $D_{C\text{-}A}(m^2/s) \approx 2 = 10^{-5} \exp[-17000/T(K)]$. Se o processo é conduzido a uma temperatura de 1000°C e uma fração molar de carbono de 0,02 é mantida na superfície do aço, quanto tempo é necessário para elevar o teor de carbono no aço de um valor inicial de 0,1% até um valor de 1,0%, a uma profundidade de 1 mm?

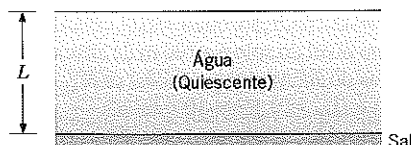
14.42 Uma placa espessa de ferro puro a 1000°C é submetida a um processo de carburização no qual a superfície da placa é subitamente exposta a um gás que induz uma concentração de carbono $C_{C,s}$ em uma das superfícies. O coeficiente de difusão médio para o carbono no ferro nessa temperatura é $D_{C\text{-}Fe} = 3 \times 10^{-1}$ m²/s. Use a correspondência entre as variáveis das transferências de calor e de massa ao avaliar as questões a seguir.

(a) Considere o problema análogo na transferência de calor ao processo de carburização. Esboce os sistemas de transferência de calor e de massa. Mostre e explique a correspondência entre as variáveis. Forneça as soluções analíticas para os problemas das transferências de calor e de massa.

(b) Determine a razão de concentrações de carbono, $C_C(x,t)/C_{C,s}$, a uma profundidade de 10 mm após 1 hora de carburização.

(c) Com base na analogia, mostre que a dependência com o tempo do fluxo mássico de carbono entrando na placa pode ser representada por $n''_C = \rho_{C,s}(D_{C\text{-}Fe}/(\pi t))^{1/2}$. Também obtenha uma expressão para a massa de carbono por unidade de área entrando na placa de ferro no período de tempo t.

(d) Considere condições nas quais a placa tem uma concentração de carbono uniforme de $C_{C,o}$ e a concentração na superfície é subitamente reduzida para um valor menor $C_{C,s}$. Escreva uma expressão para a variação posterior da concentração com a distância e o tempo, $C_C(x,t)$.

14.43 Uma piscina solar opera utilizando o princípio de que perdas térmicas de uma fina camada de água, que atua como um absorvedor solar, podem ser minimizadas pelo estabelecimento de um gradiente vertical de salinidade estável na água. Na prática, tal condição pode ser atingida pela colocação de uma camada de sal puro sobre o fundo da piscina e então uma de água pura sobre a camada de sal. O sal entra na solução pela sua superfície inferior e é transferido através da camada de água por difusão, desta forma estabelecendo condições estratificadas na solução.

Como uma primeira aproximação, a massa específica total ρ e o coeficiente de difusão do sal na água (D_{AB}) podem ser considerados constantes, com $D_{AB} = 1{,}2 \times 10^{-9}$ m²/s.

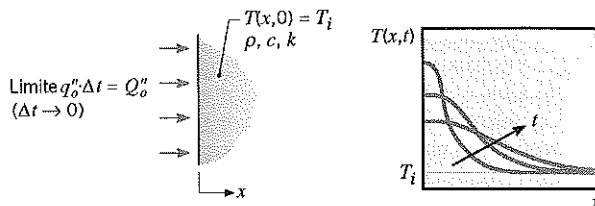
(a) Se uma concentração de saturação $\rho_{A,s}$ for mantida para o sal em solução na base da camada de água, que tem espessura $L = 1$ m, quanto tempo será necessário para que a concentração mássica do sal no topo da camada atinja 25% do seu valor de saturação?

(b) No tempo necessário para atingir 25% da saturação do sal no topo da camada de líquido, quanto sal é transferido para o interior da água por unidade de área superficial (kg/m²)? A concentração de saturação do sal na solução é $\rho_{A,s} = 380$ kg/m³.

(c) Se a camada de sal se esgota no exato instante em que a concentração do sal atinge 25% do seu valor de saturação no topo da camada, qual é a concentração final (em condições de regime estacionário) do sal na base? Qual é a concentração final do sal no topo da camada de líquido?

14.44 Se uma quantidade de energia Q''_o(J/m²) for liberada instantaneamente, como, por exemplo, a partir de um *laser* pulsante, e ela for absorvida pela superfície de um meio semi-infinito, sem perdas concomitantes para o ambiente, a distribuição de temperaturas subseqüente no meio é

$$T(x, t) - T_i = \frac{Q''_o}{\rho c(\pi \alpha t)^{1/2}} \exp(-x^2/4\alpha t)$$

onde T_i é a temperatura inicial e uniforme do meio. Considere um processo de transferência de massa análogo envolvendo a deposição de uma fina camada de fósforo (P) sobre uma pastilha de silício (Si) à temperatura ambiente. Se a pastilha estiver colocada em um forno, a difusão do P no Si é aumentada significativamente pelo ambiente a alta temperatura.

Uma pastilha de Si com um filme de P com espessura de 1 μm é subitamente colocada em um forno a 1000°C e a distribuição resultante de P é caracterizado por uma expressão com a forma

$$C_P(x, t) = \frac{M''_{P,o}}{(\pi D_{P-Si} t)^{1/2}} \exp(-x^2/4D_{P-Si} t)$$

onde $M''_{P,o}$ é a massa específica superficial molar (kmol/m²) de P associada ao filme de concentração C_P e espessura d_o.

(a) Explique a correspondência entre variáveis nas distribuições de temperaturas e de concentrações análogas.

(b) Determine a fração molar de P a uma profundidade de 0,1 μm no Si após 30 s. O coeficiente de difusão é $D_{P\text{-}Si} = 1{,}2 \times 10^{-17}$ m²/s. As densidades mássicas do P e do Si são 2000 e 2300 kg/m³, respectivamente, e suas massas molares são 30,97 e 28,09 kg/kmol.

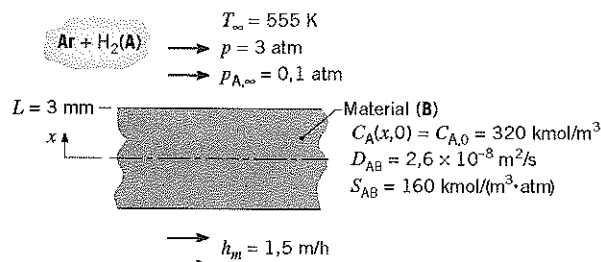
Difusão Transiente: Avançada

14.45 A presença de CO_2 em solução é essencial para o crescimento de plantas aquáticas, com o CO_2 sendo usado como um reagente na fotossíntese. Considere um corpo de água estagnado no qual a concentração de CO_2 (ρ_A) é nula em qualquer lugar. No tempo $t = 0$, a água é exposta a uma fonte de CO_2, que mantém a concentração na superfície ($x = 0$) em um valor fixo $\rho_{A,0}$. Para $t > 0$, começa o acúmulo de CO_2 na água, mas esse acúmulo é impedido pelo consumo de CO_2 devido à fotossíntese. A taxa na qual esse consumo ocorre por unidade de volume é igual ao produto entre uma constante da taxa de reação k_1 e a concentração local do CO_2 $\rho_A(x,t)$.

(a) Escreva (não deduza) uma equação diferencial que pode ser usada para determinar $\rho_A(x,t)$ na água. O que cada parcela da equação representa fisicamente?

(b) Escreva condições de contorno apropriadas que possam ser usadas para obter uma solução particular, supondo um cor-

po de água "profundo". Qual seria a forma desta solução para o caso particular de consumo de CO_2 desprezível ($k_1 \approx 0$)?

14.46 Hidrogênio gasoso é usado em um processo para fabricar um folha de material com 6 mm de espessura. No final do processo, H_2 permanece em solução no interior do material com uma concentração uniforme de 320 kmol/m³. Para remover o H_2 do material, as duas superfícies da folha são expostas a uma corrente de ar a 500 K e a uma pressão total de 3 atm. Devido à contaminação, a pressão parcial de hidrogênio é de 0,1 atm na corrente de ar, que fornece um coeficiente de transferência de massa por convecção de 1,5 m/h. A difusividade mássica e a solubilidade do hidrogênio (A) no material (B) são $D_{AB} = 2,6 \times 10^{-8}$ m²/s e $S_{AB} = 160$ kmol/(m³·atm), respectivamente.

(a) Se o material for deixado exposto à corrente de ar por um longo tempo, determine a quantidade final de hidrogênio no material (kg/m³).
(b) Identifique e estime o parâmetro que pode ser usado para determinar se o processo de difusão mássica transiente na folha pode ser considerado caracterizado por uma concentração uniforme em qualquer tempo durante o processo. *Sugestão*: Essa situação é análoga àquela usada para determinar a validade do método da capacitância global para a análise da transferência de calor transiente.
(c) Determine o tempo necessário para reduzir a concentração mássica do hidrogênio no centro da folha para o dobro do valor limite calculado na parte (a).

14.47 Considere o processo de remoção de hidrogênio descrito no Problema 14.46, mas sob condições nas quais a difusividade mássica do gás hidrogênio (A) no material da folha (B) é $D_{AB} = 1,8 \times 10^{-11}$ m²/s (ao invés dos $2,6 \times 10^{-8}$ m²/s). Com o menor valor de D_{AB}, uma *concentração uniforme* não pode mais ser suposta no material ao longo do processo de remoção.
(a) Se a folha de material é deixada exposta à corrente de ar por um longo tempo, qual é a quantidade final de hidrogênio no material (kg/m³)?
(b) Identifique e estime os parâmetros que descrevem o processo de difusão mássica transiente na folha. *Sugestão*: A situação é análoga àquela da condução térmica transiente em uma parede plana.
(c) Determine o tempo necessário para reduzir a concentração mássica de hidrogênio no centro da folha ao dobro do valor limite calculado na parte (a).
(d) Supondo uma concentração uniforme em qualquer instante durante o processo de remoção, calcule o tempo necessário para atingir o dobro da concentração limite calculada na parte (a). Compare os resultados com aqueles obtidos na parte (c) e explique as diferenças.

14.48 Uma folha quadrada (100 mm × 100 mm) de um polímero, com espessura de 1 mm, está suspensa em uma balança de precisão no interior de uma câmara caracterizada por uma temperatura e umidade relativa de $T = 300$ K e $\phi = 0$, respectivamente. Subitamente, no tempo $t = 0$, a umidade relativa da câmara é elevada para $\phi = 0,95$. A massa medida da folha aumenta em 0,012 mg em 24 horas e em 0,016 mg em 48 horas. Determine a solubilidade e a difusividade mássica do vapor d'água no polímero. Experimentos preliminares indicaram que a difusividade mássica é maior do que 7×10^{-13} m²/s.

14.49 Seja um DVD similar ao do Problema 5.86. Para proteger informações "escritas" no meio de armazenamento, um filme *muito fino* de polímero reativo é embutido no interior do policarbonato a uma distância $d = 0,5$ nm da superfície. O fino filme pode passar por uma reação química com oxigênio durante a qual ele é convertido de um material transparente em um material opaco, tornando a informação não mais passível de leitura. A reação química ocorre quando a concentração de oxigênio no polímero reativo atinge $C_{crit} = 5 \times 10^{-5}$ kmol/m³. O DVD é despachado em um recipiente à prova de oxigênio; determine o tempo entre a retirada do DVD do recipiente à prova de oxigênio e a sua autodestruição. A solubilidade e a difusividade do oxigênio no policarbonato são $S = 8,9 \times 10^{-3}$ kmol/(m³·bar) e $D_{AB} = 6,5 \times 10^{-12}$ m²/s, respectivamente.

14.50 Considere o DVD do Problema 14.49, exceto pelo fato de que agora o polímero reativo é misturado uniformemente com o policarbonato para reduzir o custo de fabricação. Suponha que a reação química homogênea de primeira ordem ocorra entre o polímero e o oxigênio; a taxa de reação é proporcional à concentração molar de oxigênio.
(a) Escreva a equação que governa o processo, as condições de contorno e a condição inicial para a concentração molar de oxigênio após o DVD ser removido do recipiente à prova de oxigênio, para um DVD com espessura $2L$. Não resolva a equação.
(b) O DVD ficará gradualmente mais opaco com o tempo em função da ocorrência de reação. A habilidade para ler o DVD dependerá de como o *laser* consegue penetrar através da espessura do DVD. Conseqüentemente, é importante saber a concentração molar média no volume do produto, $\bar{C}_{prod}$, como uma função do tempo. Escreva uma expressão para $\bar{C}_{prod}$ em termos da concentração molar do oxigênio, supondo que cada mol de oxigênio que reage com o polímero resulta em p mols de produto.

14.51 Uma fibra ótica de sílica vítrea com 100 μm de diâmetro é usada para enviar sinais óticos de um sensor localizado no interior de uma câmara de hidrogênio. O hidrogênio está a uma pressão de 20 bar. A difusividade mássica e a solubilidade do hidrogênio na fibra de vidro são $D_{AB} = 2,88 \times 10^{-15}$ m²/s e $S = 4,15 \times 10^{-3}$ kmol/(m³·bar), respectivamente. A difusão do hidrogênio para dentro da fibra é indesejada, pois ele muda a transmissividade espectral e o índice de refração do vidro e pode levar à falha do sistema de detecção.
(a) Determine a concentração média de hidrogênio em uma fibra não revestida, $\bar{C}$ após 100 horas de operação no ambiente de hidrogênio. Determine a variação correspondente no índice de refração, Δn, da fibra. Para a sílica vítrea, $\Delta n = (1,6 \times 10^{-3}$ m³/kmol$) \times \bar{C}$.
(b) Determine a concentração média de hidrogênio e a variação no índice de refração após 1 hora e 10 horas de operação no ambiente de hidrogênio.

14.52 A superfície do vidro desenvolve *rapidamente microfendas* muito pequenas quando exposta a alta umidade. Ainda que as microfendas possam ser ignoradas com segurança na maioria das aplicações, elas podem diminuir significativamente a resistência mecânica de estruturas de vidro muito pequenas, como as fibras de vidro. Considere uma fibra ótica de vidro com diâmetro $D_i = 125$ μm, que é revestida com um polímero de acrilato formando uma fibra revestida com diâmetro externo $D_e = 250$ μm. Um engenheiro de telecomunicações insiste que a fibra seja estocada em um ambiente de baixa umidade antes de sua instalação de modo que ela esteja suficientemente forte para suportar o tratamento sem cuidado dos técnicos na instalação. Se a instalação de um rolo de fibra requer vários dias quentes e úmi-

dos para estar completa, a cuidadosa estocagem anterior irá impedir a formação de microfendas? A difusividade mássica do vapor d'água no acrilato é $D_{AB} = 5{,}5 \times 10^{-13}$ m²/s, enquanto o vidro pode ser considerado impermeável.

14.53 Um pessoa aplica um repelente de insetos sobre uma área exposta de $A = 0{,}5$ m² de seu corpo. A massa de *spray* usado é de $M = 10$ gramas e o *spray* contém 25% (em massa) do ingrediente ativo. O ingrediente inativo evapora rapidamente da superfície da pele.

(a) Sendo o *spray* aplicado uniformemente e a massa específica do ingrediente ativo seco igual a $\rho = 2000$ kg/m³, determine a espessura inicial do filme de ingrediente ativo na superfície da pele. A temperatura, massa molar e pressão de saturação do ingrediente ativo são 32°C, 152 kg/kmol e $1{,}2 \times 10^{-5}$ bar, respectivamente.

(b) Sendo o coeficiente de transferência de massa por convecção associado à sublimação do ingrediente ativo no ar igual a $\overline{h}_m = 5 \times 10^{-3}$ m/s, à interface ingrediente-pele $K = 0{,}05$ e a difusividade mássica do ingrediente ativo na pele $D_{AB} = 1 \times 10^{-13}$ m²/s, determine por quanto tempo o repelente do inseto permanece efetivo. O coeficiente de partição é a razão entre a massa específica do ingrediente na pele e a sua massa específica fora da pele.

(c) Se o *spray* for reformulado de tal forma que o coeficiente de partição se torne muito pequeno, por quanto tempo o repelente de insetos permanece efetivo?

APÊNDICE A

Propriedades Termofísicas da Matéria[1]

Tabela

[1]A convençao utilizada para apresentar valores numéricos das propriedades é ilustrada por este exemplo:

T (K)	$\nu \cdot 10^7$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ ($W/(m \cdot K)$)
300	0,349	521

onde $\nu = 0,349 \times 10^{-7}$ m^2/s e $k = 521 \times 10^{-3} = 0,521$ $W/(m{\cdot}K)$ a 300 K.

TABELA A.1 **Propriedades termofísicas de sólidos metálicos selecionados**[a]

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K: ρ (kg/m³)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Propriedades em Várias Temperaturas (K), k (W/(m·K)) / c_p (J/(kg·K)): 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Aços carbono															
Não-ligado (Mn ≤ 1%, Si ≤ 0,1%)		7854	434	60,5	17,7			56,7	48,0	39,2	30,0				
								487	559	685	1169				
AISI 1010		7832	434	63,9	18,8			58,7	48,8	39,2	31,3				
								487	559	685	1168				
Carbono-silício (Mn ≤ 1%, 0,1% < Si ≤ 0,6%)		7817	446	51,9	14,9			49,8	44,0	37,4	29,3				
								501	582	699	971				
Carbono-manganês-silício (1% < Mn ≤ 1,65%, 0,1% < Si ≤ 0,6%)		8131	434	41,0	11,6			42,2	39,7	35,0	27,6				
								487	559	685	1090				
Aços (com baixo teor de) cromo															
$\frac{1}{2}$Cr–$\frac{1}{4}$Mo–Si (0,18% C; 0,65% Cr; 0,23% Mo; 0,6% Si)		7822	444	37,7	10,9			38,2	36,7	33,3	26,9				
								492	575	688	969				
1 Cr–$\frac{1}{2}$Mo (0,16% C; 1% Cr; 0,54% Mo; 0,39% Si)		7858	442	42,3	12,2			42,0	39,1	34,5	27,4				
								492	575	688	969				
1 Cr–V (0,2% C; 1,02% Cr; 0,15% V)		7836	443	48,9	14,1			46,8	42,1	36,3	28,2				
								492	575	688	969				
Aços inoxidáveis															
AISI 302		8055	480	15,1	3,91			17,3	20,0	22,8	25,4				
								512	559	585	606				
AISI 304	1670	7900	477	14,9	3,95	9,2	12,6	16,6	19,8	22,6	25,4	28,0	31,7		
						272	402	515	557	582	611	640	682		
AISI 316		8238	468	13,4	3,48			15,2	18,3	21,3	24,2				
								504	550	576	602				
AISI 347		7978	480	14,2	3,71			15,8	18,9	21,9	24,7				
								513	559	585	606				

[a] Adaptada das Referências 1-7.

TABELA A.1 *Continuação*

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K ρ (kg/m^3)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Propriedades em Várias Temperaturas (K) k (W/(m·K)) / c_p (J/(kg·K)) 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Alumínio															
Puro	933	2702	903	237	97,1	302	237	240	231	218					
						482	798	949	1033	1146					
Liga 2024-T6 (4,5% Cu; 1,5% Mg; 0,6% Mn)	775	2770	875	177	73,0	65	163	186	186						
						473	787	925	1042						
Liga 195, Fundida (4,5% Cu)		2790	883	168	68,2			174	185						
								—	—						
Berílio	1550	1850	1825	200	59,2	990	301	161	126	106	90,8	78,7			
						203	1114	2191	2604	2823	3018	3227	3519		
Bismuto	545	9780	122	7,86	6,59	16,5	9,69	7,04							
						112	120	127							
Boro	2573	2500	1107	27,0	9,76	190	55,5	16,8	10,6	9,60	9,85				
						128	600	1463	1892	2160	2338				
Cádmio	594	8650	231	96,8	48,4	203	99,3	94,7							
						198	222	242							
Chumbo	601	11340	129	35,3	24,1	39,7	36,7	34,0	31,4						
						118	125	132	142						
Cobalto	1769	8862	421	99,2	26,6	167	122	85,4	67,4	58,2	52,1	49,3	42,5		
						236	379	450	503	550	628	733	674		
Cobre															
Puro	1358	8933	385	401	117	482	413	393	379	366	352	339			
						252	356	397	417	433	451	480			
Bronze comercial (90% Cu, 10% Al)	1293	8800	420	52	14		42	52	59						
							785	460	545						
Bronze fosforoso de engrenagem (89% Cu, 11% Sn)	1104	8780	355	54	17		41	65	74						
							—	—	—						
Latão para cartuchos (70% Cu, 30% Zn)	1188	8530	380	110	33,9	75	95	137	149						
							360	395	425						
Constantan (55% Cu, 45% Ni)	1493	8920	384	23	6,71	17	19								
						237	362								
Cromo	2118	7160	449	93,7	29,1	159	111	90,9	80,7	71,3	65,4	61,9	57,2	49,4	
						192	384	484	542	581	616	682	779	937	

Tabela A.1 *Continuação*

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K				Propriedades em Várias Temperaturas (K) — k (W/(m · K)) / c_p (J/(kg · K))									
		ρ (kg/m³)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Estanho	505	7310	227	66,6	40,1	85,2 188	73,3 215	62,2 243							
Ferro															
Puro	1810	7870	447	80,2	23,1	134 216	94,0 384	69,5 490	54,7 574	43,3 680	32,8 975	28,3 609	32,1 654		
Armco (99,75% puro)		7870	447	72,7	20,7	95,6 215	80,6 384	65,7 490	53,1 574	42,2 680	32,3 975	28,7 609	31,4 654		
Germânio	1211	5360	322	59,9	34,7	232 190	96,8 290	43,2 337	27,3 348	19,8 357	17,4 375	17,4 395			
Irídio	2720	22500	130	147	50,3	172 90	153 122	144 133	138 138	132 144	126 153	120 161	111 172		
Magnésio	923	1740	1024	156	87,6	169 649	159 934	153 1074	149 1170	146 1267					
Molibdênio	2894	10240	251	138	53,7	179 141	143 224	134 261	126 275	118 285	112 295	105 308	98 330	90 380	86 459
Nióbio	2741	8570	265	53,7	23,6	55,2 188	52,6 249	55,2 274	58,2 283	61,3 292	64,4 301	67,5 310	72,1 324	79,1 347	
Níquel															
Puro	1728	8900	444	90,7	23,0	164 232	107 383	80,2 485	65,6 592	67,6 530	71,8 562	76,2 594	82,6 616		
Nicromo (80% Ni, 20% Cr)	1672	8400	420	12	3,4			14 480	16 525	21 545					
Inconel X-750 (73% Ni, 15% Cr, 6,7% Fe)	1665	8510	439	11,7	3,1	8,7 —	10,3 372	13,5 473	17,0 510	20,5 546	24,0 626	27,6 —	33,0 —		
Ouro	1336	19300	129	317	127	327 109	323 124	311 131	298 135	284 140	270 145	255 155			
Paládio	1827	12020	244	71,8	24,5	76,5 168	71,6 227	73,6 251	79,7 261	86,9 271	94,2 281	102 291	110 307		
Platina															
Puro	2045	21450	133	71,6	25,1	77,5 100	72,6 125	71,8 136	73,2 141	75,6 146	78,7 152	82,6 157	89,5 165	99,4 179	
Liga 60Pt–40Rh (60% Pt, 40% Rh)	1800	16630	162	47	17,4			52 —	59 —	65 —	69 —	73 —	76 —		
Prata	1235	10500	235	429	174	444 187	430 225	425 239	412 250	396 262	379 277	361 292			
Rênio	3453	21100	136	47,9	16,7	58,9 97	51,0 127	46,1 139	44,2 145	44,1 151	44,6 156	45,7 162	47,8 171	51,9 186	
Ródio	2236	12450	243	150	49,6	186 147	154 220	146 253	136 274	127 293	121 311	116 327	110 349	112 376	

TABELA A.1 *Continuação*

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K ρ (kg/m³)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Propriedades em Várias Temperaturas (K) k (W/(m·K))/c_p (J/(kg·K)) 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Silício	1685	2330	712	148	89,2	884 259	264 556	98,9 790	61,9 867	42,2 913	31,2 946	25,7 967	22,7 992		
Tântalo	3269	16600	140	57,5	24,7	59,2 110	57,5 133	57,8 144	58,6 146	59,4 149	60,2 152	61,0 155	62,2 160	64,1 172	65,6 189
Titânio	1953	4500	522	21,9	9,32	30,5 300	24,5 465	20,4 551	19,4 591	19,7 633	20,7 675	22,0 620	24,5 686		
Tório	2023	11700	118	54,0	39,1	59,8 99	54,6 112	54,5 124	55,8 134	56,9 145	56,9 156	58,7 167			
Tungstênio	3660	19300	132	174	68,3	208 87	186 122	159 137	137 142	125 145	118 148	113 152	107 157	100 167	95 176
Urânio	1406	19070	116	27,6	12,5	21,7 94	25,1 108	29,6 125	34,0 146	38,8 176	43,9 180	49,0 161			
Vanádio	2192	6100	489	30,7	10,3	35,8 258	31,3 430	31,3 515	33,3 540	35,7 563	38,2 597	40,8 645	44,6 714	50,9 867	
Zinco	693	7140	389	116	41,8	117 297	118 367	111 402	103 436						
Zircônio	2125	6570	278	22,7	12,4	33,2 205	25,2 264	21,6 300	20,7 322	21,6 342	23,7 362	26,0 344	28,8 344	33,0 344	

TABELA A.2 **Propriedades termofísicas de sólidos não-metálicos selecionados**[a]

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K: ρ (kg/m³)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Propriedades em Várias Temperaturas (K) — k (W/(m·K))/c_p (J/(kg·K)): 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Boro	2573	2500	1105	27,6	9,99	190	52,5	18,7	11,3	8,1	6,3	5,2			
						—	—	1490	1880	2135	2350	2555			
Carbeto de silício	3100	3160	675	490	230			—	—	—	87	58	30		
								880	1050	1135	1195	1243	1310		
Carbono															
Amorfo	1500	1950	—	1,60	—	0,67	1,18	1,89	2,19	2,37	2,53	2,84	3,48		
						—	—	—	—	—	—	—	—		
Diamante, isolante tipo IIa	—	3500	509	2300	—	10.000	4000	1540							
						21	194	853							
Compósito epóxi com fibras de boro (30% vol)	590	2080													
k, ∥ às fibras				2,29		2,10	2,23	2,28							
k, ⊥ às fibras				0,59		0,37	0,49	0,60							
c_p			1122			364	757	1431							
Compósito epóxi com fibras de grafite (25% vol)	450	1400													
k, fluxo térmico ∥ às fibras				11,1		5,7	8,7	13,0							
k, fluxo térmico ⊥ às fibras				0,87		0,46	0,68	1,1							
c_p			935			337	642	1216							
Corning 9606						—	—	908	1038	1122	1197	1264	1498		
Dióxido de silício, cristalino (quartzo)	1883	2650													
k, ∥ ao eixo c				10,4		39	16,4	7,6	5,0	4,2					
k, ⊥ ao eixo c				6,21		20,8	9,5	4,70	3,4	3,1					
c_p			745			—	—	885	1075	1250					
Dióxido de silício, policristalino (sílica fundida)	1883	2220	745	1,38	0,834	0,69	1,14	1,51	1,75	2,17	2,87	4,00			
						—	—	905	1040	1105	1155	1195			

[a] Adaptada das Referências 1, 2, 3 e 6.

TABELA A.2 *Continuação*

Composição	Ponto de Fusão (K)	Propriedades a 300 K: ρ (kg/m³)	c_p (J/(kg·K))	k (W/(m·K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Propriedades em Várias Temperaturas (K): k (W/(m·K)) / c_p (J/(kg·K)): 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Dióxido de titânio, policristalino	2133	4157	710	8,4	2,8			7,01	5,02	3,94	3,46	3,28			
								805	880	910	930	945			
Dióxido de tório	3573	9110	235	13	6,1			10,2	6,6	4,7	3,68	3,12	2,73	2,5	
								255	274	285	295	303	315	330	
Enxofre	392	2070	708	0,206	0,141	0,165	0,185								
						403	606								
Grafite, pirolítico	2273	2210													
k, ∥ às camadas				1950		4970	3230	1390	892	667	534	448	357	262	
k, ⊥ às camadas				5,70		16,8	9,23	4,09	2,68	2,01	1,60	1,34	1,08	0,81	
c_p			709			136	411	992	1406	1650	1793	1890	1974	2043	
Nitreto de silício	2173	2400	691	16,0	9,65	—	—	13,9	11,3	9,88	8,76	8,00	7,16	6,20	
						—	578	778	937	1063	1155	1226	1306	1377	
Óxido de alumínio, policristalino	2323	3970	765	36,0	11,9	133	55	26,4	15,8	10,4	7,85	6,55	5,66	6,00	
						—	—	940	1110	1180	1225	—	0	—	
Óxido de berílio	2725	3000	1030	272	88,0			196	111	70	47	33	21,5	15	
								1350	1690	1865	1975	2055	2145	2750	
Óxido de alumínio, safira	2323	3970	765	46	15,1	450	82	32,4	18,9	13,0	10,5				
						—	—	940	1110	1180	1225				
Pirocerâmica,	1623	2600	808	3,98	1,89	5,25	4,78	3,64	3,28	3,08	2,96	2,87	2,79		

Tabela A.3 Propriedades termofísicas de materiais comuns[a]

Materiais Estruturais para Construção

Descrição/Composição	Propriedades Típicas a 300 K		
	Massa Específica ρ (kg/m^3)	Condutividade Térmica, k $(W/(m \cdot K))$	Calor Específico, c_p $(J/(kg \cdot K))$
Materiais de Alvenaria			
Argamassa de cimento	1860	0,72	780
Tijolo, comum	1920	0,72	835
Tijolo, fachada	2083	1,3	—
Tijolo cerâmico, oco			
1 furo, 10 cm de espessura	—	0,52	—
3 furos, 30 cm de espessura	—	0,69	—
Bloco de concreto, 3 furos ovais			
Areia/brita, 20 cm de espessura	—	1,0	—
Agregado de carvão, 20 cm de espessura	—	0,67	—
Bloco de concreto, furo retangular			
2 furos, 20 cm de espessura, 16 kg	—	1,1	—
Idem, com furos preenchidos	—	0,60	—
Materiais para Reboco			
Reboco de cimento e areia	1860	0,72	—
Reboco de gesso branco e areia	1680	0,22	1085
Reboco de gesso branco e vermiculita	720	0,25	—
Placas de Construção			
Placas de cimento-amianto	1920	0,58	—
Placas de gesso ou reboco	800	0,17	—
Compensado de madeira	545	0,12	1215
Revestimento, densidade regular	290	0,055	1300
Azulejo acústico	290	0,058	1340
Compensado, divisória	640	0,094	1170
Compensado, alta densidade	1010	0,15	1380
Aglomerado, baixa densidade	590	0,078	1300
Aglomerado, alta densidade	1000	0,170	1300
Madeiras			
Madeiras de lei (carvalho, bordo)	720	0,16	1255
Madeiras moles (abeto, pinho)	510	0,12	1380

[a]Adaptado das Referências 1 e 8-13.

TABELA A.3 ***Continuação***

Materiais e Sistemas de Isolamento

Descrição/Composição	Propriedades Típicas a 300 K Massa Específica ρ (kg/m³)	Condutividade Térmica, k (W/(m · K))	Calor Específico, c_p (J/(kg · K))
Enchimentos Não-Compactados			
Cortiça, granulada	160	0,045	—
Sílica diatomácea, partículas grandes	350	0,069	—
Pó	400	0,091	—
Sílica diatomácea, pó fino	200	0,052	—
	275	0,061	—
Fibra de vidro, derramada ou soprada	16	0,043	835
Vermiculita, flocos	80	0,068	835
	160	0,063	1000
Manta			
Fibra de vidro, revestida com papel	16	0,046	—
	28	0,038	—
	40	0,035	—
Fibra de vidro, revestida; isolamento de dutos	32	0,038	835
Material Formado/Injetado como Espuma no Local			
Grânulos de lã mineral com cimentos amianto/inorgânicos, aspergidos	190	0,046	—
Mástique de cortiça e acetato de polivinila; aspergido ou colocado com espétulas	—	0,100	—
Uretana, mistura de duas partes; espuma rígida	70	0,026	1045
Placas e Blocos			
Vidro celular	145	0,058	1000
Fibra de vidro, cola orgânica	105	0,036	795
Poliestireno, expandido			
Extrudado (R-12)	55	0,027	1210
Pérolas moldadas	16	0,040	1210
Placa de fibra mineral; material para telhados	265	0,049	—
Madeira, picada/aglomerada	350	0,087	1590
Cortiça	120	0,039	1800
Refletores			
Folhas de alumínio separando mantas de flocos de vidro; 10-12 camadas, em vácuo; para aplicações criogênicas (150 K)	40	0,00016	—
Folha de alumínio e papel de vidro laminado; 75-150 camadas, em vácuo; para aplicação criogênica (150 K)	120	0,000017	—
Pó de sílica típico, em vácuo	160	0,0017	—

TABELA A.3 *Continuação*

Isolamento Industrial

Descrição/ Composição	Temperatura de Serviço Máxima (K)	Massa Específica Típica (kg/m^3)	Condutividade Térmica Típica, k(W/(m·K)), a Várias Temperaturas (K)													
			200	215	230	240	255	270	285	300	310	365	420	530	645	750
Blocos, Placas e Isolamentos para Tubulações																
Papel de amianto, laminado e corrugado																
4-camadas	420	190								0,078	0,082	0,098				
6-camadas	420	255								0,071	0,074	0,085				
8-camadas	420	300								0,068	0,071	0,082				
Magnésia, 85%	590	185									0,051	0,055	0,061			
Silicato de cálcio	920	190									0,055	0,059	0,063	0,075	0,089	0,104
Vidro celular	700	145			0,046	0,048	0,051	0,052	0,055	0,058	0,062	0,069	0,079			
Sílica	1145	345												0,092	0,098	0,104
diatomácea	1310	385												0,101	0,100	0,115
Poliestireno, rígido																
Extrudado (R-12)	350	56	0,023	0,023	0,022	0,023	0,023	0,025	0,026	0,027	0,029					
Extrudado (R-12)	350	35	0,023	0,023	0,023	0,025	0,025	0,026	0,027	0,029						
Pérolas moldadas	350	16	0,026	0,029	0,030	0,033	0,035	0,036	0,038	0,040						
Espuma de borracha rígida	340	70						0,029	0,030	0,032	0,033					
Cimento Isolante																
Fibra mineral (rocha, escória ou vidro)																
Aglutinada com argila	1255	430									0,071	0,079	0,088	0,105	0,123	
Aglutinada com cimento hidráulico	922	560									0,108	0,115	0,123	0,137		

TABELA A.3 *Continuação*

Isolamento Industrial (Continuação)

Descrição/ Composição	Temperatura de Serviço Máxima (K)	Massa Específica Típica (kg/m^3)	Condutividade Térmica Típica, k(W/(m·K)), a Várias Temperaturas (K)													
			200	215	230	240	255	270	285	300	310	365	420	530	645	750
Enchimento Não-compactado																
Celulose, madeira ou polpa de papel	—	45							0,038	0,039	0,042					
Perlita expandida	—	105	0,036	0,039	0,042	0,043	0,046	0,049	0,051	0,053	0,056					
Vermiculita expandida	—	122			0,056	0,058	0,061	0,063	0,065	0,068	0,071					
		80			0,049	0,051	0,055	0,058	0,061	0,063	0,066					
Mantas																
Manta, fibra mineral,	920	96–192									0,038	0,046	0,056	0,078		
com reforço metálico	815	40–96									0,035	0,045	0,058	0,088		
Manta, fibra mineral e vidro; fibra fina com	450	10				0,036	0,038	0,040	0,043	0,048	0,052	0,076				
cola orgânica		12				0,035	0,036	0,039	0,042	0,046	0,049	0,069				
		16				0,033	0,035	0,036	0,039	0,042	0,046	0,062				
		24				0,030	0,032	0,033	0,036	0,039	0,040	0,053				
		32				0,029	0,030	0,032	0,033	0,036	0,038	0,048				
		48				0,027	0,029	0,030	0,032	0,033	0,035	0,045				
Manta, fibra de sílica-alumina	1530	48												0,071	0,105	0,150
		64												0,059	0,087	0,125
		96												0,052	0,076	0,100
		128												0,049	0,068	0,091
Feltro, semi-rígido;	480	50–125						0,035	0,036	0,038	0,039	0,051	0,063			
cola orgânica	730	50	0,023	0,025	0,026	0,027	0,029	0,030	0,032	0,033	0,035	0,051	0,079			
Feltro, laminado; sem ligante	920	120											0,051	0,065	0,087	

TABELA A.3 *Continuação*

Outros Materiais

Descrição/ Composição	Temperatura (K)	Massa Específica, ρ (kg/m^3)	Condutividade Térmica, k (W/(m · K))	Calor Específico, c_p (J/(kg · K))
Algodão	300	80	0,06	1300
Areia	300	1515	0,27	800
Argila	300	1460	1,3	880
Asfalto	300	2115	0,062	920
Baquelita	300	1300	1,4	1465
Borracha, vulcanizada				
Dura	300	1190	0,16	—
Macia	300	1100	0,13	2010
Carvão, antracita	300	1350	0,26	1260
Concreto (com brita)	300	2300	1,4	880
Couro (solado)	300	998	0,159	—
Gelo	273	920	1,88	2040
	253	—	2.03	1945
Gêneros alimentícios				
Banana (75,7% teor de água)	300	980	0,481	3350
Maçã, vermelha (75% teor de água	300	840	0,513	3600
Massa de bolo	300	720	0,223	—
Bolo, totalmente assado	300	280	0,121	—
Carne de frango, branca	198	—	1,60	—
(74,4% teor de água)	233	—	1,49	
	253		1,35	
	263		1,20	
	273		0,476	
	283		0,480	
	293		0.489	
Madeira, corte radial				
Abeto	300	420	0,14	2720
Carvalho	300	545	0,19	2385
Madeira, corte transversal				
Abeto	300	415	0,11	2720
Balsa	300	140	0,055	—
Carvalho	300	545	0,17	2385
Cipreste	300	465	0,097	—
Pinho amarelo	300	640	0,15	2805
Pinho branco	300	435	0.11	—
Neve	273	110	0,049	—
		500	0,190	—
Papel	300	930	0,180	1340
Parafina	300	900	0,240	2890
Rocha				
Arenito, Berea	300	2150	2,90	745
Calcário, Salem	300	2320	2,15	810
Granito, Barre	300	2630	2,79	775
Mármore, Halston	300	2680	2,80	830
Quartzito, Sioux	300	2640	5,38	1105

TABELA A.3 ***Continuação***

Outros Materiais (Continuação)

Descrição/ Composição	Temperatura (K)	Massa Específica, ρ (kg/m^3)	Condutividade Térmica, k ($W/(m \cdot K)$)	Calor Específico, c_p ($J/(kg \cdot K)$)
Solo	300	2050	0,52	1840
Tecido, humano				
Camada de gordura (tecido adiposo)	300	—	0,2	—
Músculo	300	—	0,5	—
Pele	300	—	0,37	—
Teflon	300	2200	0,35	—
	400		0,45	—
Tijolos refratários				
Carborundo	872	—	18,5	—
	1672	—	11,0	—
Magnesita	478	—	3,8	1130
	922	—	2,8	
	1478		1,9	
Sílica diatomácea, queimada	478	—	0,25	—
	1145	—	0,30	
Tijolo de cromita	473	3010	2,3	835
	823		2,5	
	1173		2,0	
Tijolo de argila, queimado a 1600 K	773	2050	1,0	960
	1073	—	1,1	
	1373	—	1,1	
Tijolo de argila, queimado a 1725 K	773	2325	1,3	960
	1073		1,4	
	1373		1,4	
Tijolo de argila queimado	478	2645	1,0	960
	922		1,5	
	1478		1,8	
Vidro				
Chapa (vidro de soda)	300	2500	1,4	750
Pyrex	300	2225	1,4	835

TABELA A.4 Propriedades termofísicas de gases à pressão atmosférica[a]

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Amônia (NH_3)							
300	0,6894	2,158	101,5	14,7	24,7	16,6	0,887
320	0,6448	2,170	109	16,9	27,2	19,4	0,870
340	0,6059	2,192	116,5	19,2	29,3	22,1	0,872
360	0,5716	2,221	124	21,7	31,6	24,9	0,872
380	0,5410	2,254	131	24,2	34,0	27,9	0,869
400	0,5136	2,287	138	26,9	37,0	31,5	0,853
420	0,4888	2,322	145	29,7	40,4	35,6	0,833
440	0,4664	2,357	152,5	32,7	43,5	39,6	0,826
460	0,4460	2,393	159	35,7	46,3	43,4	0,822
480	0,4273	2,430	166,5	39,0	49,2	47,4	0,822
500	0,4101	2,467	173	42,2	52,5	51,9	0,813
520	0,3942	2,504	180	45,7	54,5	55,2	0,827
540	0,3795	2,540	186,5	49,1	57,5	59,7	0,824
560	0,3708	2,577	193	52,0	60,6	63,4	0,827
580	0,3533	2,613	199,5	56,5	63,8	69,1	0,817
Ar							
100	3,5562	1,032	71,1	2,00	9,34	2,54	0,786
150	2,3364	1,012	103,4	4,426	13,8	5,84	0,758
200	1,7458	1,007	132,5	7,590	18,1	10,3	0,737
250	1,3947	1,006	159,6	11,44	22,3	15,9	0,720
300	1,1614	1,007	184,6	15,89	26,3	22,5	0,707
350	0,9950	1,009	208,2	20,92	30,0	29,9	0,700
400	0,8711	1,014	230,1	26,41	33,8	38,3	0,690
450	0,7740	1,021	250,7	32,39	37,3	47,2	0,686
500	0,6964	1,030	270,1	38,79	40,7	56,7	0,684
550	0,6329	1,040	288,4	45,57	43,9	66,7	0,683
600	0,5804	1,051	305,8	52,69	46,9	76,9	0,685
650	0,5356	1,063	322,5	60,21	49,7	87,3	0,690
700	0,4975	1,075	338,8	68,10	52,4	98,0	0,695
750	0,4643	1,087	354,6	76,37	54,9	109	0,702
800	0,4354	1,099	369,8	84,93	57,3	120	0,709
850	0,4097	1,110	384,3	93,80	59,6	131	0,716
900	0,3868	1,121	398,1	102,9	62,0	143	0,720
950	0,3666	1,131	411,3	112,2	64,3	155	0,723
1000	0,3482	1,141	424,4	121,9	66,7	168	0,726
1100	0,3166	1,159	449,0	141,8	71,5	195	0,728
1200	0,2902	1,175	473,0	162,9	76,3	224	0,728
1300	0,2679	1,189	496,0	185,1	82	238	0,719
1400	0,2488	1,207	530	213	91	303	0,703
1500	0,2322	1,230	557	240	100	350	0,685
1600	0,2177	1,248	584	268	106	390	0,688

[a]Adaptado das Referências 8, 14 e 15.

TABELA A.4 *Continuação*

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Ar (*continuação*)							
1700	0,2049	1,267	611	298	113	435	0,685
1800	0,1935	1,286	637	329	120	482	0,683
1900	0,1833	1,307	663	362	128	534	0,677
2000	0,1741	1,337	689	396	137	589	0,672
2100	0,1658	1,372	715	431	147	646	0,667
2200	0,1582	1,417	740	468	160	714	0,655
2300	0,1513	1,478	766	506	175	783	0,647
2400	0,1448	1,558	792	547	196	869	0,630
2500	0,1389	1,665	818	589	222	960	0,613
3000	0,1135	2,726	955	841	486	1570	0,536
Dióxido de Carbono (CO_2)							
280	1,9022	0,830	140	7,36	15,20	9,63	0,765
300	1,7730	0,851	149	8,40	16,55	11,0	0,766
320	1,6609	0,872	156	9,39	18,05	12,5	0,754
340	1,5618	0,891	165	10,6	19,70	14,2	0,746
360	1,4743	0,908	173	11,7	21,2	15,8	0,741
380	1,3961	0,926	181	13,0	22,75	17,6	0,737
400	1,3257	0,942	190	14,3	24,3	19,5	0,737
450	1,1782	0,981	210	17,8	28,3	24,5	0,728
500	1,0594	1,02	231	21,8	32,5	30,1	0,725
550	0,9625	1,05	251	26,1	36,6	36,2	0,721
600	0,8826	1,08	270	30,6	40,7	42,7	0,717
650	0,8143	1,10	288	35,4	44,5	49,7	0,712
700	0,7564	1,13	305	40,3	48,1	56,3	0,717
750	0,7057	1,15	321	45,5	51,7	63,7	0,714
800	0,6614	1,17	337	51,0	55,1	71,2	0,716
Hélio (He)							
100	0,4871	5,193	96,3	19,8	73,0	28,9	0,686
120	0,4060	5,193	107	26,4	81,9	38,8	0,679
140	0,3481	5,193	118	33,9	90,7	50,2	0,676
160	—	5,193	129	—	99,2	—	—
180	0,2708	5,193	139	51,3	107,2	76,2	0,673
200	—	5,193	150	—	115,1	—	—
220	0,2216	5,193	160	72,2	123,1	107	0,675
240	—	5,193	170	—	130	—	—
260	0,1875	5,193	180	96,0	137	141	0,682
280	—	5,193	190	—	145	—	—
300	0,1625	5,193	199	122	152	180	0,680
350	—	5,193	221	—	170	—	—
400	0,1219	5,193	243	199	187	295	0,675
450	—	5,193	263	—	204	—	—
500	0,09754	5,193	283	290	220	434	0,668

TABELA A.4 *Continuação*

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Hélio (He) *(continuação)*							
550	—	5,193	—	—	—	—	—
600	—	5,193	320	—	252	—	—
650	—	5,193	332	—	264	—	—
700	0,06969	5,193	350	502	278	768	0,654
750	—	5,193	364	—	291	—	—
800	—	5,193	382	—	304	—	—
900	—	5,193	414	—	330	—	—
1000	0,04879	5,193	446	914	354	1400	0,654
Hidrogênio (H_2)							
100	0,24255	11,23	42,1	17,4	67,0	24,6	0,707
150	0,16156	12,60	56,0	34,7	101	49,6	0,699
200	0,12115	13,54	68,1	56,2	131	79,9	0,704
250	0,09693	14,06	78,9	81,4	157	115	0,707
300	0,08078	14,31	89,6	111	183	158	0,701
350	0,06924	14,43	98,8	143	204	204	0,700
400	0,06059	14,48	108,2	179	226	258	0,695
450	0,05386	14,50	117,2	218	247	316	0,689
500	0,04848	14,52	126,4	261	266	378	0,691
550	0,04407	14,53	134,3	305	285	445	0,685
600	0,04040	14,55	142,4	352	305	519	0,678
700	0,03463	14,61	157,8	456	342	676	0,675
800	0,03030	14,70	172,4	569	378	849	0,670
900	0,02694	14,83	186,5	692	412	1030	0,671
1000	0,02424	14,99	201,3	830	448	1230	0,673
1100	0,02204	15,17	213,0	966	488	1460	0,662
1200	0,02020	15,37	226,2	1120	528	1700	0,659
1300	0,01865	15,59	238,5	1279	568	1955	0,655
1400	0,01732	15,81	250,7	1447	610	2230	0,650
1500	0,01616	16,02	262,7	1626	655	2530	0,643
1600	0,0152	16,28	273,7	1801	697	2815	0,639
1700	0,0143	16,58	284,9	1992	742	3130	0,637
1800	0,0135	16,96	296,1	2193	786	3435	0,639
1900	0,0128	17,49	307,2	2400	835	3730	0,643
2000	0,0121	18,25	318,2	2630	878	3975	0,661
Monóxido de Carbono (CO)							
200	1,6888	1,045	127	7,52	17,0	9,63	0,781
220	1,5341	1,044	137	8,93	19,0	11,9	0,753
240	1,4055	1,043	147	10,5	20,6	14,1	0,744
260	1,2967	1,043	157	12,1	22,1	16,3	0,741
280	1,2038	1,042	166	13,8	23,6	18,8	0,733

TABELA A.4 *Continuação*

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Monóxido de Carbono (CO) (*continuação*)							
300	1,1233	1,043	175	15,6	25,0	21,3	0,730
320	1,0529	1,043	184	17,5	26,3	23,9	0,730
340	0,9909	1,044	193	19,5	27,8	26,9	0,725
360	0,9357	1,045	202	21,6	29,1	29,8	0,725
380	0,8864	1,047	210	23,7	30,5	32,9	0,729
400	0,8421	1,049	218	25,9	31,8	36,0	0,719
450	0,7483	1,055	237	31,7	35,0	44,3	0,714
500	0,67352	1,065	254	37,7	38,1	53,1	0,710
550	0,61226	1,076	271	44,3	41,1	62,4	0,710
600	0,56126	1,088	286	51,0	44,0	72,1	0,707
650	0,51806	1,101	301	58,1	47,0	82,4	0,705
700	0,48102	1,114	315	65,5	50,0	93,3	0,702
750	0,44899	1,127	329	73,3	52,8	104	0,702
800	0,42095	1,140	343	81,5	55,5	116	0,705
Nitrogênio (N_2)							
100	3,4388	1,070	68,8	2,00	9,58	2,60	0,768
150	2,2594	1,050	100,6	4,45	13,9	5,86	0,759
200	1,6883	1,043	129,2	7,65	18,3	10,4	0,736
250	1,3488	1,042	154,9	11,48	22,2	15,8	0,727
300	1,1233	1,041	178,2	15,86	25,9	22,1	0,716
350	0,9625	1,042	200,0	20,78	29,3	29,2	0,711
400	0,8425	1,045	220,4	26,16	32,7	37,1	0,704
450	0,7485	1,050	239,6	32,01	35,8	45,6	0,703
500	0,6739	1,056	257,7	38,24	38,9	54,7	0,700
550	0,6124	1,065	274,7	44,86	41,7	63,9	0,702
600	0,5615	1,075	290,8	51,79	44,6	73,9	0,701
700	0,4812	1,098	321,0	66,71	49,9	94,4	0,706
800	0,4211	1,22	349,1	82,90	54,8	116	0,715
900	0,3743	1,146	375,3	100,3	59,7	139	0,721
1000	0,3368	1,167	399,9	118,7	64,7	165	0,721
1100	0,3062	1,187	423,2	138,2	70,0	193	0,718
1200	0,2807	1,204	445,3	158,6	75,8	224	0,707
1300	0,2591	1,219	466,2	179,9	81,0	256	0,701
Oxigênio (O_2)							
100	3,945	0,962	76,4	1,94	9,25	2,44	0,796
150	2,585	0,921	114,8	4,44	13,8	5,80	0,766
200	1,930	0,915	147,5	7,64	18,3	10,4	0,737
250	1,542	0,915	178,6	11,58	22,6	16,0	0,723
300	1,284	0,920	207,2	16,14	26,8	22,7	0,711

TABELA A.4 *Continuação*

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Oxigênio (O_2) (*continuação*)							
350	1,100	0,929	233,5	21,23	29,6	29,0	0,733
400	0,9620	0,942	258,2	26,84	33,0	36,4	0,737
450	0,8554	0,956	281,4	32,90	36,3	44,4	0,741
500	0,7698	0,972	303,3	39,40	41,2	55,1	0,716
550	0,6998	0,988	324,0	46,30	44,1	63,8	0,726
600	0,6414	1,003	343,7	53,59	47,3	73,5	0,729
700	0,5498	1,031	380,8	69,26	52,8	93,1	0,744
800	0,4810	1,054	415,2	86,32	58,9	116	0,743
900	0,4275	1,074	447,2	104,6	64,9	141	0,740
1000	0,3848	1,090	477,0	124,0	71,0	169	0,733
1100	0,3498	1,103	505,5	144,5	75,8	196	0,736
1200	0,3206	1,115	532,5	166,1	81,9	229	0,725
1300	0,2960	1,125	588,4	188,6	87,1	262	0,721
Vapor d'Água							
380	0,5863	2,060	127,1	21,68	24,6	20,4	1,06
400	0,5542	2,014	134,4	24,25	26,1	23,4	1,04
450	0,4902	1,980	152,5	31,11	29,9	30,8	1,01
500	0,4405	1,985	170,4	38,68	33,9	38,8	0,998
550	0,4005	1,997	188,4	47,04	37,9	47,4	0,993
600	0,3652	2,026	206,7	56,60	42,2	57,0	0,993
650	0,3380	2,056	224,7	66,48	46,4	66,8	0,996
700	0,3140	2,085	242,6	77,26	50,5	77,1	1,00
750	0,2931	2,119	260,4	88,84	54,9	88,4	1,00
800	0,2739	2,152	278,6	101,7	59,2	100	1,01
850	0,2579	2,186	296,9	115,1	63,7	113	1,02

TABELA A.5 Propriedades termofísicas de fluidos saturados[a]

Líquidos Saturados

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^2$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^7$ (m^2/s)	Pr	$\beta \cdot 10^3$ (K^{-1})
Etilenoglicol [$C_2H_4(OH_2)$]								
273	1130,8	2,294	6,51	57,6	242	0,933	617	0,65
280	1125,8	2,323	4,20	37,3	244	0,933	400	0,65
290	1118,8	2,368	2,47	22,1	248	0,936	236	0,65
300	1114,4	2,415	1,57	14,1	252	0,939	151	0,65
310	1103,7	2,460	1,07	9,65	255	0,939	103	0,65
320	1096,2	2,505	0,757	6,91	258	0,940	73,5	0,65
330	1089,5	2,549	0,561	5,15	260	0,936	55,0	0,65
340	1083,8	2,592	0,431	3,98	261	0,929	42,8	0,65
350	1079,0	2,637	0,342	3,17	261	0,917	34,6	0,65
360	1074,0	2,682	0,278	2,59	261	0,906	28,6	0,65
370	1066,7	2,728	0,228	2,14	262	0,900	23,7	0,65
373	1058,5	2,742	0,215	2,03	263	0,906	22,4	0,65
Glicerina [$C_3H_5(OH)_3$]								
273	1276,0	2,261	1060	8310	282	0,977	85000	0,47
280	1271,9	2,298	534	4200	284	0,972	43200	0,47
290	1265,8	2,367	185	1460	286	0,955	15300	0,48
300	1259,9	2,427	79,9	634	286	0,935	6780	0,48
310	1253,9	2,490	35,2	281	286	0,916	3060	0,49
320	1247,2	2,564	21,0	168	287	0,897	1870	0,50
Óleo de Motor (Não Usado)								
273	899,1	1,796	385	4280	147	0,910	47000	0,70
280	895,3	1,827	217	2430	144	0,880	27500	0,70
290	890,0	1,868	99,9	1120	145	0,872	12900	0,70
300	884,1	1,909	48,6	550	145	0,859	6400	0,70
310	877,9	1,951	25,3	288	145	0,847	3400	0,70
320	871,8	1,993	14,1	161	143	0,823	1965	0,70
330	865,8	2,035	8,36	96,6	141	0,800	1205	0,70
340	859,9	2,076	5,31	61,7	139	0,779	793	0,70
350	853,9	2,118	3,56	41,7	138	0,763	546	0,70
360	847,8	2,161	2,52	29,7	138	0,753	395	0,70
370	841,8	2,206	1,86	22,0	137	0,738	300	0,70
380	836,0	2,250	1,41	16,9	136	0,723	233	0,70
390	830,6	2,294	1,10	13,3	135	0,709	187	0,70
400	825,1	2,337	0,874	10,6	134	0,695	152	0,70
410	818,9	2,381	0,698	8,52	133	0,682	125	0,70
420	812,1	2,427	0,564	6,94	133	0,675	103	0,70
430	806,5	2,471	0,470	5,83	132	0,662	88	0,70

[a]Adaptado das Referências 15-19.

TABELA A.5 *Continuação*

Líquidos Saturados (Continuação)

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/(kg · K))	$\mu \cdot 10^2$ (N · s/m²)	$\nu \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^7$ (m²/s)	Pr	$\beta \cdot 10^3$ (K⁻¹)
Refrigerante 134a ($C_2H_2F_4$)								
230	1426,8	1,249	0,04912	0,3443	112,1	0,629	5,5	2,02
240	1397,7	1,267	0,04202	0,3006	107,3	0,606	5,0	2,11
250	1367,9	1,287	0,03633	0,2656	102,5	0,583	4,6	2,23
260	1337,1	1,308	0,03166	0,2368	97,9	0,560	4,2	2,36
270	1305,1	1,333	0,02775	0,2127	93,4	0,537	4,0	2,53
280	1271,8	1,361	0,02443	0,1921	89,0	0,514	3,7	2,73
290	1236,8	1,393	0,02156	0,1744	84,6	0,491	3,5	2,98
300	1199,7	1,432	0,01905	0,1588	80,3	0,468	3,4	3,30
310	1159,9	1,481	0,01680	0,1449	76,1	0,443	3,3	3,73
320	1116,8	1,543	0,01478	0,1323	71,8	0,417	3,2	4,33
330	1069,1	1,627	0,01292	0,1209	67,5	0,388	3,1	5,19
340	1015,0	1,751	0,01118	0,1102	63,1	0,355	3,1	6,57
350	951,3	1,961	0,00951	0,1000	58,6	0,314	3,2	9,10
360	870,1	2,437	0,00781	0,0898	54,1	0,255	3,5	15,39
370	740,3	5,105	0,00580	0,0783	51,8	0,137	5,7	55,24
Refrigerante 22 ($CHClF_2$)								
230	1416,0	1,087	0,03558	0,2513	114,5	0,744	3,4	2,05
240	1386,6	1,100	0,03145	0,2268	109,8	0,720	3,2	2,16
250	1356,3	1,117	0,02796	0,2062	105,2	0,695	3,0	2,29
260	1324,9	1,137	0,02497	0,1884	100,7	0,668	2,8	2,45
270	1292,1	1,161	0,02235	0,1730	96,2	0,641	2,7	2,63
280	1257,9	1,189	0,02005	0,1594	91,7	0,613	2,6	2,86
290	1221,7	1,223	0,01798	0,1472	87,2	0,583	2,5	3,15
300	1183,4	1,265	0,01610	0,1361	82,6	0,552	2,5	3,51
310	1142,2	1,319	0,01438	0,1259	78,1	0,518	2,4	4,00
320	1097,4	1,391	0,01278	0,1165	73,4	0,481	2,4	4,69
330	1047,5	1,495	0,01127	0,1075	68,6	0,438	2,5	5,75
340	990,1	1,665	0,00980	0,0989	63,6	0,386	2,6	7,56
350	920,1	1,997	0,00831	0,0904	58,3	0,317	2,8	11,35
360	823,4	3,001	0,00668	0,0811	53,1	0,215	3,8	23,88
Mercúrio (Hg)								
273	13595	0,1404	0,1688	0,1240	8180	42,85	0,0290	0,181
300	13529	0,1393	0,1523	0,1125	8540	45,30	0,0248	0,181
350	13407	0,1377	0,1309	0,0976	9180	49,75	0,0196	0,181
400	13287	0,1365	0,1171	0,0882	9800	54,05	0,0163	0,181
450	13167	0,1357	0,1075	0,0816	10400	58,10	0,0140	0,181
500	13048	0,1353	0,1007	0,0771	10950	61,90	0,0125	0,182
550	12929	0,1352	0,0953	0,0737	11450	65,55	0,0112	0,184
600	12809	0,1355	0,0911	0,0711	11950	68,80	0,0103	0,187

TABELA A.5 ***Continuação***

Líquido-Vapor Saturado, 1 atm[b]

Fluido	T_{sat} (K)	h_{fg} (kJ/kg)	ρ_f (kg/m³)	ρ_g (kg/m³)	$\sigma \cdot 10^3$ (N/m)
Etanol	351	846	757	1,44	17,7
Etilenoglicol	470	812	1111[c]	—	32,7
Glicerina	563	974	1260[c]	—	63,0[c]
Mercúrio	630	301	12740	3,90	417
Refrigerante R-134a	247	217	1377	5,26	15,4
Refrigerante R-22	232	234	1409	4,70	18,1

[b]Adaptado das Referências 8, 20 e 21.
[c]Valores das propriedades correspondentes a 300 K.

TABELA A.6 **Propriedades termofísicas da água saturada**[a]

Temperatura, T (K)	Pressão, p (bar)[b]	Volume Específico (m³/kg) $v_e \cdot 10^3$	v_g	Calor de Vaporização, h_{fg} (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/(kg · K)) $c_{p,e}$	$c_{p,g}$	Viscosidade, (N · s/m²) $\mu_e \cdot 10^6$	$\mu_g \cdot 10^6$	Condutividade Térmica (W/(m · K)) $k_e \cdot 10^3$	$k_g \cdot 10^3$	Número de Prandtl Pr_e	Pr_g	Tensão Superficial, $\sigma_e \cdot 10^3$ (N/m)	Coeficiente de Expansão, $\beta_e \cdot 10^6$ (K⁻¹)	Temperatura, T (K)
273,15	0,00611	1,000	206,3	2502	4,217	1,854	1750	8,02	569	18,2	12,99	0,815	75,5	−68,05	273,15
275	0,00697	1,000	181,7	2497	4,211	1,855	1652	8,09	574	18,3	12,22	0,817	75,3	−32,74	275
280	0,00990	1,000	130,4	2485	4,198	1,858	1422	8,29	582	18,6	10,26	0,825	74,8	46,04	280
285	0,01387	1,000	99,4	2473	4,189	1,861	1225	8,49	590	18,9	8,81	0,833	74,3	114,1	285
290	0,01917	1,001	69,7	2461	4,184	1,864	1080	8,69	598	19,3	7,56	0,841	73,7	174,0	290
295	0,02617	1,002	51,94	2449	4,181	1,868	959	8,89	606	19,5	6,62	0,849	72,7	227,5	295
300	0,03531	1,003	39,13	2438	4,179	1,872	855	9,09	613	19,6	5,83	0,857	71,7	276,1	300
305	0,04712	1,005	29,74	2426	4,178	1,877	769	9,29	620	20,1	5,20	0,865	70,9	320,6	305
310	0,06221	1,007	22,93	2414	4,178	1,882	695	9,49	628	20,4	4,62	0,873	70,0	361,9	310
315	0,08132	1,009	17,82	2402	4,179	1,888	631	9,69	634	20,7	4,16	0,883	69,2	400,4	315
320	0,1053	1,011	13,98	2390	4,180	1,895	577	9,89	640	21,0	3,77	0,894	68,3	436,7	320
325	0,1351	1,013	11,06	2378	4,182	1,903	528	10,09	645	21,3	3,42	0,901	67,5	471,2	325
330	0,1719	1,016	8,82	2366	4,184	1,911	489	10,29	650	21,7	3,15	0,908	66,6	504,0	330
335	0,2167	1,018	7,09	2354	4,186	1,920	453	10,49	656	22,0	2,88	0,916	65,8	535,5	335
340	0,2713	1,021	5,74	2342	4,188	1,930	420	10,69	660	22,3	2,66	0,925	64,9	566,0	340
345	0,3372	1,024	4,683	2329	4,191	1,941	389	10,89	668	22,6	2,45	0,933	64,1	595,4	345
350	0,4163	1,027	3,846	2317	4,195	1,954	365	11,09	668	23,0	2,29	0,942	63,2	624,2	350
355	0,5100	1,030	3,180	2304	4,199	1,968	343	11,29	671	23,3	2,14	0,951	62,3	652,3	355
360	0,6209	1,034	2,645	2291	4,203	1,983	324	11,49	674	23,7	2,02	0,960	61,4	697,9	360
365	0,7514	1,038	2,212	2278	4,209	1,999	306	11,69	677	24,1	1,91	0,969	60,5	707,1	365
370	0,9040	1,041	1,861	2265	4,214	2,017	289	11,89	679	24,5	1,80	0,978	59,5	728,7	370
373,15	1,0133	1,044	1,679	2257	4,217	2,029	279	12,02	680	24,8	1,76	0,984	58,9	750,1	373,15
375	1,0815	1,045	1,574	2252	4,220	2,036	274	12,09	681	24,9	1,70	0,987	58,6	761	375
380	1,2869	1,049	1,337	2239	4,226	2,057	260	12,29	683	25,4	1,61	0,999	57,6	788	380
385	1,5233	1,053	1,142	2225	4,232	2,080	248	12,49	685	25,8	1,53	1,004	56,6	814	385
390	1,794	1,058	0,980	2212	4,239	2,104	237	12,69	686	26,3	1,47	1,013	55,6	841	390
400	2,455	1,067	0,731	2183	4,256	2,158	217	13,05	688	27,2	1,34	1,033	53,6	896	400
410	3,302	1,077	0,553	2153	4,278	2,221	200	13,42	688	28,2	1,24	1,054	51,5	952	410
420	4,370	1,088	0,425	2123	4,302	2,291	185	13,79	688	29,8	1,16	1,075	49,4	1010	420
430	5,699	1,099	0,331	2091	4,331	2,369	173	14,14	685	30,4	1,09	1,10	47,2		430

[a]Adaptado da Referência 22.
[b]1bar = 10^5 N/m².

TABELA A.6 *Continuação*

Temperatura, T (K)	Pressão, p (bar)[b]	Volume Específico (m³/kg) $v_e \cdot 10^3$	v_g	Calor de Vaporização, h_{fg} (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/(kg · K)) $c_{p,e}$	$c_{p,g}$	Viscosidade, (N · s/m²) $\mu_e \cdot 10^6$	$\mu_g \cdot 10^6$	Condutividade Térmica (W/(m · K)) $k_e \cdot 10^3$	$k_g \cdot 10^3$	Número de Prandtl Pr_e	Pr_g	Tensão Superficial, $\sigma_e \cdot 10^3$ (N/m)	Coeficiente de Expansão, $\beta_e \cdot 10^6$ (K⁻¹)	Temperatura, T (K)
440	7,333	1,110	0,261	2059	4,36	2,46	162	14,50	682	31,7	1,04	1,12	45,1		440
450	9,319	1,123	0,208	2024	4,40	2,56	152	14,85	678	33,1	0,99	1,14	42,9		450
460	11,71	1,137	0,167	1989	4,44	2,68	143	15,19	673	34,6	0,95	1,17	40,7		460
470	14,55	1,152	0,136	1951	4,48	2,79	136	15,54	667	36,3	0,92	1,20	38,5		470
480	17,90	1,167	0,111	1912	4,53	2,94	129	15,88	660	38,1	0,89	1,23	36,2		480
490	21,83	1,184	0,0922	1870	4,59	3,10	124	16,23	651	40,1	0,87	1,25	33,9	—	490
500	26,40	1,203	0,0766	1825	4,66	3,27	118	16,59	642	42,3	0,86	1,28	31,6	—	500
510	31,66	1,222	0,0631	1779	4,74	3,47	113	16,95	631	44,7	0,85	1,31	29,3	—	510
520	37,70	1,244	0,0525	1730	4,84	3,70	108	17,33	621	47,5	0,84	1,35	26,9	—	520
530	44,58	1,268	0,0445	1679	4,95	3,96	104	17,72	608	50,6	0,85	1,39	24,5	—	530
540	52,38	1,294	0,0375	1622	5,08	4,27	101	18,1	594	54,0	0,86	1,43	22,1	—	540
550	61,19	1,323	0,0317	1564	5,24	4,64	97	18,6	580	58,3	0,87	1,47	19,7	—	550
560	71,08	1,355	0,0269	1499	5,43	5,09	94	19,1	563	63,7	0,90	1,52	17,3	—	560
570	82,16	1,392	0,0228	1429	5,68	5,67	91	19,7	548	76,7	0,94	1,59	15,0	—	570
580	94,51	1,433	0,0193	1353	6,00	6,40	88	20,4	528	76,7	0,99	1,68	12,8	—	580
590	108,3	1,482	0,0163	1274	6,41	7,35	84	21,5	513	84,1	1,05	1,84	10,5	—	590
600	123,5	1,541	0,0137	1176	7,00	8,75	81	22,7	497	92,9	1,14	2,15	8,4	—	600
610	137,3	1,612	0,0115	1068	7,85	11,1	77	24,1	467	103	1,30	2,60	6,3	—	610
620	159,1	1,705	0,0094	941	9,35	15,4	72	25,9	444	114	1,52	3,46	4,5	—	620
625	169,1	1,778	0,0085	858	10,6	18,3	70	27,0	430	121	1,65	4,20	3,5	—	625
630	179,7	1,856	0,0075	781	12,6	22,1	67	28,0	412	130	2,0	4,8	2,6	—	630
635	190,9	1,935	0,0066	683	16,4	27,6	64	30,0	392	141	2,7	6,0	1,5	—	635
640	202,7	2,075	0,0057	560	26	42	59	32,0	367	155	4,2	9,6	0,8	—	640
645	215,2	2,351	0,0045	361	90	—	54	37,0	331	178	12	26	0,1	—	645
647,3[c]	221,2	3,170	0,0032	0	∞	∞	45	45,0	238	238	∞	∞	0,0	—	647,3[c]

[c]Temperatura crítica.

TABELA A.7 **Propriedades termofísicas de metais líquidos**[a]

Composição	Ponto de Fusão (K)	T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/(kg · K))	$\nu \cdot 10^7$ (m²/s)	k (W/(m · K))	$\alpha \cdot 10^5$ (m²/s)	Pr
Bismuto	544	589	10011	0,1444	1,617	16,4	0,138	0,0142
		811	9739	0,1545	1,133	15,6	1,035	0,0110
		1033	9467	0,1645	0,8343	15,6	1,001	0,0083
Chumbo	600	644	10540	0,159	2,276	16,1	1,084	0,024
		755	10412	0,155	1,849	15,6	1,223	0,017
		977	10140	—	1,347	14,9	—	—
Potássio	337	422	807,3	0,80	4,608	45,0	6,99	0,0066
		700	741,7	0,75	2,397	39,5	7,07	0,0034
		977	674,4	0,75	1,905	33,1	6,55	0,0029
Sódio	371	366	929,1	1,38	7,516	86,2	6,71	0,011
		644	860,2	1,30	3,270	72,3	6,48	0,0051
		977	778,5	1,26	2,285	59,7	6,12	0,0037
NaK, (45%/55%)	292	366	887,4	1,130	6,522	25,6	2,552	0,026
		644	821,7	1,055	2,871	27,5	3,17	0,0091
		977	740,1	1,043	2,174	28,9	3,74	0,0058
NaK, (22%/78%)	262	366	849,0	0,946	5,797	24,4	3,05	0,019
		672	775,3	0,879	2,666	26,7	3,92	0,0068
		1033	690,4	0,883	2,118	—	—	—
PbBi, (44,5%/55,5%)	398	422	10524	0,147	—	9,05	0,586	—
		644	10236	0,147	1,496	11,86	0,790	0,189
		922	9835	—	1,171	—	—	—
Mercúrio	234			Ver Tabela A.5				

[a]Adaptado da Referência 23.

TABELA A.8 Coeficientes de difusão binária a uma atmosfera[a,b]

Substância A	Substância B	T (K)	D_{AB} (m^2/s)
Gases			
NH_3	Ar	298	$0{,}28 \times 10^{-4}$
H_2O	Ar	298	$0{,}26 \times 10^{-4}$
CO_2	Ar	298	$0{,}16 \times 10^{-4}$
H_2	Ar	298	$0{,}41 \times 10^{-4}$
O_2	Ar	298	$0{,}21 \times 10^{-4}$
Acetona	Ar	273	$0{,}11 \times 10^{-4}$
Benzeno	Ar	298	$0{,}88 \times 10^{-5}$
Naftaleno	Ar	300	$0{,}62 \times 10^{-5}$
Ar	N_2	293	$0{,}19 \times 10^{-4}$
H_2	O_2	273	$0{,}70 \times 10^{-4}$
H_2	N_2	273	$0{,}68 \times 10^{-4}$
H_2	CO_2	273	$0{,}55 \times 10^{-4}$
CO_2	N_2	293	$0{,}16 \times 10^{-4}$
CO_2	O_2	273	$0{,}14 \times 10^{-4}$
O_2	N_2	273	$0{,}18 \times 10^{-4}$
Soluções Diluídas			
Cafeína	H_2O	298	$0{,}63 \times 10^{-9}$
Etanol	H_2O	298	$0{,}12 \times 10^{-8}$
Glicose	H_2O	298	$0{,}69 \times 10^{-9}$
Glicerol	H_2O	298	$0{,}94 \times 10^{-9}$
Acetona	H_2O	298	$0{,}13 \times 10^{-8}$
CO_2	H_2O	298	$0{,}20 \times 10^{-8}$
O_2	H_2O	298	$0{,}24 \times 10^{-8}$
H_2	H_2O	298	$0{,}63 \times 10^{-8}$
N_2	H_2O	298	$0{,}26 \times 10^{-8}$
Sólidos			
O_2	Borracha	298	$0{,}21 \times 10^{-9}$
N_2	Borracha	298	$0{,}15 \times 10^{-9}$
CO_2	Borracha	298	$0{,}11 \times 10^{-9}$
He	SiO_2	293	$0{,}4 \times 10^{-13}$
H_2	Fe	293	$0{,}26 \times 10^{-12}$
Cd	Cu	293	$0{,}27 \times 10^{-18}$
Al	Cu	293	$0{,}13 \times 10^{-33}$

[a]Adaptado com permissão das Referências 24,25 e 26.
[b]Supondo comportamento de gás ideal, a dependência do coeficiente de difusão para uma mistura binária de gases em relação à pressão e à temperatura pode ser estimada a partir da relação

$$D_{AB} \propto p^{-1}T^{3/2}$$

TABELA A.9 Constante de Henry para gases selecionados em água à pressão moderada[a]

	$H = p_{A,i}/x_{A,i}$ (bar)							
T (K)	NH_3	Cl_2	H_2S	SO_2	CO_2	CH_4	O_2	H_2
273	21	265	260	165	710	22880	25500	58000
280	23	365	335	210	960	27800	30500	61500
290	26	480	450	315	1300	35200	37600	66500
300	30	615	570	440	1730	42800	45700	71600
310	—	755	700	600	2175	50000	52500	76000
320	—	860	835	800	2650	56300	56800	78600
323	—	890	870	850	2870	58000	58000	79000

[a]Adaptado com permissão da Referência 27.

TABELA A.10 A solubilidade de gases e sólidos selecionados[a]

Gás	Sólido	T (K)	$S = C_{A,i}/p_{A,i}$ (kmol/(m^3 · bar))
O_2	Borracha	298	$3{,}12 \times 10^{-3}$
N_2	Borracha	298	$1{,}56 \times 10^{-3}$
CO_2	Borracha	298	$40{,}15 \times 10^{-3}$
He	SiO_2	293	$0{,}45 \times 10^{-3}$
H_2	Ni	358	$9{,}01 \times 10^{-3}$

[a]Adaptado com permissão da Referência 26.

TABELA A.11 Emissividade normal (n) ou hemisférica (h) total de superfícies selecionadas

Sólidos Metálicos e Seus Óxidos[a]

Descrição/Composição		Emissividade, ε_n ou ε_h, a Várias Temperaturas (K)										
		100	200	300	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Aços inoxidáveis												
Típico, polido	(n)			0,17	0,17	0,19	0,23	0,30				
Típico, limpo	(n)			0,22	0,22	0,24	0,28	0,35				
Típico, ligeiramente oxidado	(n)						0,33	0,40				
Típico, altamente oxidado	(n)						0,67	0,70	0,76			
AISI 347, com oxidação estável	(n)					0,87	0,88	0,89	0,90			
Alumínio												
Altamente polido, película	(h)	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06						
Folha, brilhante	(h)	0,06	0,06	0,07								
Anodizado	(h)			0,82	0,76							
Cobre												
Altamente polido	(h)			0,03	0,03	0,04	0,04	0,04				
Com oxidação estável	(h)					0,50	0,58	0,80				
Cromo												
Polido ou laminado	(n)	0,05	0,07	0,10	0,12	0,14						
Molibdênio												
Polido	(h)					0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,21	0,26
Jateado, fosco	(h)					0,25	0,28	0,31	0,35	0,42		
Com oxidação estável	(h)					0,80	0,82					
Níquel												
Polido	(h)					0,09	0,11	0,14	0,17			
Com oxidação estável	(h)					0,40	0,49	0,57				
Ouro												
Altamente polido ou película	(h)	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06				
Folha, brilhante	(h)	0,06	0,07	0,07								
Platina												
Polida	(h)						0,10	0,13	0,15	0,18		
Prata												
Polida	(h)			0,02	0,02	0,03	0,05	0,08				
Tântalo												
Polido	(h)								0,11	0,17	0,23	0,28
Tungstênio												
Polido	(h)							0,10	0,13	0,18	0,25	0,29

[a]Adaptado da Referência 1.

TABELA A.11 *Continuação*

Substâncias Não-Metálicas[b]

Descrição/Composição		Temperatura (K)	Emissividade ε
Água	(*h*)	300	0,96
Areia	(*h*)	300	0,90
Carbeto de silício	(*n*)	600	0,87
		1000	0,87
		1500	0,85
Concreto	(*h*)	300	0,88–0,93
Gelo	(*h*)	273	0,95–0,98
Materiais de construção			
Madeira	(*h*)	300	0,82–0,92
Placa de gesso ou estuque	(*h*)	300	0,90–0,92
Placas de amianto	(*h*)	300	0,93–0,96
Tijolo, vermelho	(*h*)	300	0,93–0,96
Neve	(*h*)	273	0,82–0,90
Óxido de alumínio	(*n*)	600	0,69
		1000	0,55
		1500	0,41
Papel, branco	(*h*)	300	0,92–0,97
Pavimentação de asfalto	(*h*)	300	0,85–0,93
Pele	(*h*)	300	0,95
Pirocerâmica	(*n*)	300	0,85
		600	0,78
		1000	0,69
		1500	0,57
Pyrex	(*n*)	300	0,82
		600	0,80
		1000	0,71
		1200	0,62
Refratários (revestimentos de fornos)			
Tijolo de alumina	(*n*)	800	0,40
		1000	0,33
		1400	0,28
		1600	0,33
Tijolo de magnésia	(*n*)	800	0,45
		1000	0,36
		1400	0,31
		1600	0,40
Tijolo isolante de caulim	(*n*)	800	0,70
		1200	0,57
		1400	0,47
		1600	0,53
Rochas	(*h*)	300	0,88–0,95
Solo	(*h*)	300	0,93–0,96
Tecido	(*h*)	300	0,75–0,90
Teflon	(*h*)	300	0,85
		400	0,87
		500	0,92

[b]Adaptado das Referências 1, 9, 28 e 29.

TABELA A.11 ***Continuação***

Substâncias Não-Metálicas[b]

Descrição/Composição		Temperatura (K)	Emissividade ε
Tintas			
Branca, acrílica	(*h*)	300	0,90
Branca, óxido de zinco	(*h*)	300	0,92
Preta (Parsons)	(*h*)	300	0,98
Vegetação	(*h*)	300	0,92–0,96
Vidro, janela	(*h*)	300	0,90–0,95

TABELA A.12 **Propriedades radiantes solares de materiais selecionados**[a]

Descrição/Composição	α_S	ε^b	α_S/ε	τ_S
Alumínio				
Anodizado	0,14	0,84	0,17	
Folha	0,15	0,05	3,0	
Polido	0,09	0,03	3,0	
Revestido com quartzo	0,11	0,37	0,30	
Chapa de metal galvanizada				
Limpa, nova	0,65	0,13	5,0	
Oxidada ao tempo	0,80	0,28	2,9	
Concreto	0,60	0,88	0,68	
Metal, revestido				
Cromo negro	0,87	0,09	9,7	
Óxido de cobalto negro	0,93	0,30	3,1	
Óxido de níquel negro	0,92	0,08	11	
Sulfeto negro	0,92	0,10	9,2	
Mylar, 0,13 mm de espessura				0,87
Neve				
Grãos de gelo	0,33	0,89	0,37	
Partículas finas, fresca	0,13	0,82	0,16	
Plexiglas, 3,2 mm de espessura				0,90
Tedlar, 0,10 mm de espessura				0,92
Teflon, 0,13 mm de espessura				0,92
Tijolo, vermelho (Purdue)	0,63	0,93	0,68	
Tintas				
Branca, acrílica	0,26	0,90	0,29	
Branca, óxido de zinco	0,16	0,93	0,17	
Negra (Parsons)	0,98	0,98	1,0	
Vidro, 3,2 mm de espessura				
Tipo baixo teor de óxido de ferro				0,88
Tratado em banho metálico ou temperado				0,79

[a]Adaptado com permissão da Referência 29.
[b]Os valores de emissividade nesta tabela correspondem a uma temperatura superficial de aproximadamente 300 K.

Referências

1. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Matter,* Vol. 1, *Thermal Conductivity of Metallic Solids;* Vol. 2, *Thermal Conductivity of Nonmetallic Solids;* Vol. 4, *Specific Heat of Metallic Solids;* Vol. 5, *Specific Heat of Nonmetallic Solids;* Vol. 7, *Thermal Radiative Properties of Metallic Solids;* Vol. 8, *Thermal Radiative Properties of Nonmetallic Solids;* Vol. 9, *Thermal Radiative Properties of Coatings,* Plenum Press, New York, 1972.
2. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Selected Aerospace Materials,* Part I: Thermal Radiative Properties; Part II: Thermophysical Properties of Seven Materials. Thermophysical and Electronic Properties Information Analysis Center, CINDAS, Purdue University, West Lafayette, IN, 1976.
3. Ho, C. Y., R. W. Powell, and P. E. Liley, *J. Phys. Chem. Ref. Data,* **3,** Supplement 1, 1974.
4. Desai, P. D., T. K. Chu, R. H. Bogaard, M. W. Ackermann, and C. Y. Ho, Part I: Thermophysical Properties of Carbon Steels; Part II: Thermophysical Properties of Low Chromium Steels; Part III: Thermophysical Properties of Nickel Steels; Part IV: Thermophysical Properties of Stainless Steels. CINDAS Special Report, Purdue University, West Lafayette, IN, September 1976.
5. American Society for Metals, *Metals Handbook,* Vol. 1, *Properties and Selection of Metals,* 8th ed., ASM, Metals Park, OH, 1961.
6. Hultgren, R., P. D. Desai, D. T. Hawkins, M. Gleiser, K. K. Kelley, and D. D. Wagman, *Selected Values of the Thermodynamic Properties of the Elements,* American Society of Metals, Metals Park, OH, 1973.
7. Hultgren, R., P. D. Desai, D. T. Hawkins, M. Gleiser, and K. K. Kelley, *Selected Values of the Thermodynamic Properties of Binary Alloys,* American Society of Metals, Metals Park, OH, 1973.
8. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, *ASHRAE Handbook of Fundamentals,* ASHRAE, New York, 1981.
9. Mallory, J. F., *Thermal Insulation,* Van Nostrand Reinhold, New York, 1969.
10. Hanley, E. J., D. P. DeWitt, and R. E. Taylor, "The Thermal Transport Properties at Normal and Elevated Temperature of Eight Representative Rocks," *Proceedings of the Seventh Symposium on Thermophysical Properties,* American Society of Mechanical Engineers, New York, 1977.
11. Sweat, V. E., "A Miniature Thermal Conductivity Probe for Foods," American Society of Mechanical Engineers, Paper 76-HT-60, August 1976.
12. Kothandaraman, C. P., and S. Subramanyan, *Heat and Mass Transfer Data Book,* Halsted Press/Wiley, New York, 1975.
13. Chapman, A. J., *Heat Transfer,* 4th ed., Macmillan, New York, 1984.
14. Vargaftik, N. B., *Tables of Thermophysical Properties of Liquids and Gases,* 2nd ed., Hemisphere Publishing, New York, 1975.
15. Eckert, E. R. G., and R. M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer,* McGraw-Hill, New York, 1972.
16. Vukalovich, M. P., A. I. Ivanov, L. R. Fokin, and A. T. Yakovelev, *Thermophysical Properties of Mercury,* State Committee on Standards, State Service for Standards and Handbook Data, Monograph Series No. 9, Izd. Standartov, Moscow, 1971.
17. Tillner-Roth, R., and H. D. Baehr, *J. Phys. Chem. Ref. Data,* **23,** 657, 1994.
18. Kamei, A., S. W. Beyerlein, and R. T. Jacobsen, *Int. J. Thermophysics,* **16,** 1155, 1995.
19. Lemmon, E. W., M. O. McLinden, and M. L. Huber, *NIST Standard Reference Database* 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 7.0 National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, 2002.
20. Bolz, R. E., and G. L. Tuve, Eds., CRC Handbook of Tables for Applied Engineering Science, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 1979.
21. Liley, P. E., private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, May 1984.
22. Liley, P. E., Steam Tables in SI Units, private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, March 1984.
23. *Liquid Materials Handbook,* 23rd ed., The Atomic Energy Commission, Department of the Navy, Washington, DC, 1952.
24. Perry, J. H., Ed., *Chemical Engineer's Handbook,* 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1963.
25. Geankoplis, C. J., *Mass Transport Phenomena,* Holt, Rinehart & Winston, New York, 1972.
26. Barrer, R. M., *Diffusion in and Through Solids,* Macmillan, New York, 1941.
27. Spalding, D. B., *Convective Mass Transfer,* McGraw-Hill, New York, 1963.
28. Gubareff, G. G., J. E. Janssen, and R. H. Torborg, *Thermal Radiation Properties Survey,* Minneapolis-Honeywell Regulator Company, Minneapolis, MN, 1960.
29. Kreith, F., and J. F. Kreider, *Principles of Solar Energy,* Hemisphere Publishing, New York, 1978.

APÊNDICE **B**

Relações e Funções Matemáticas

Seção

B.1
Funções Hiperbólicas[1]

x	senh x	cosh x	tgh x	x	senh x	cosh x	tgh x
0,00	0,0000	1,0000	0,00000	2,00	3,6269	3,7622	0,96403
0,10	0,1002	1,0050	0,09967	2,10	4,0219	4,1443	0,97045
0,20	0,2013	1,0201	0,19738	2,20	4,4571	4,5679	0,97574
0,30	0,3045	1,0453	0,29131	2,30	4,9370	5,0372	0,98010
0,40	0,4108	1,0811	0,37995	2,40	5,4662	5,5569	0,98367
0,50	0,5211	1,1276	0.46212	2,50	6,0502	6,1323	0,98661
0,60	0,6367	1,1855	0,53705	2,60	6,6947	6,7690	0,98903
0,70	0,7586	1,2552	0,60437	2,70	7,4063	7,4735	0,99101
0,80	0,8881	1,3374	0,66404	2,80	8,1919	8,2527	0,99263
0,90	1,0265	1,4331	0,71630	2,90	9,0596	9,1146	0,99396
1,00	1,1752	1,5431	0,76159	3,00	10,018	10,068	0,99505
1,10	1,3356	1,6685	0,80050	3,50	16,543	16,573	0,99818
1,20	1,5095	1,8107	0,83365	4,00	27,290	27,308	0,99933
1,30	1,6984	1,9709	0,86172	4,50	45,003	45,014	0,99975
1,40	1,9043	2,1509	0,88535	5,00	74,203	74,210	0,99991
1,50	2,1293	2,3524	0,90515	6,00	201,71	201,72	0,99999
1,60	2,3756	2,5775	0,92167	7,00	548,32	548,32	1,0000
1,70	2,6456	2,8283	0,93541	8,00	1490,5	1490,5	1,0000
1,80	2,9422	3,1075	0,94681	9,00	4051,5	4051,5	1,0000
1,90	3,2682	3,4177	0,95624	10,000	11013	11013	1,0000

[1]As funções hiperbólicas são definidas pelas relações

$$\operatorname{senh} x = \tfrac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \qquad \cosh x = \tfrac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \qquad \operatorname{tgh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{\operatorname{senh} x}{\cosh x}$$

As derivadas das funções hiperbólicas da variável u são dadas por

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{senh} u) = (\cosh u)\frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}(\cosh u) = (\operatorname{senh} u)\frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}(\operatorname{tgh} u) = \left(\frac{1}{\cosh^2 u}\right)\frac{du}{dx}$$

B.2
Função Erro de Gauss[1]

w	erf w	w	erf w	w	erf w
0,00	0,00000	0,36	0,38933	1,04	0,85865
0,02	0,02256	0,38	0,40901	1,08	0,87333
0,04	0,04511	0,40	0,42839	1,12	0,88679
0,06	0,06762	0,44	0,46622	1,16	0,89910
0,08	0,09008	0,48	0,50275	1,20	0,91031
0,10	0,11246	0,52	0,53790	1,30	0,93401
0,12	0,13476	0,56	0,57162	1,40	0,95228
0,14	0,15695	0,60	0,60386	1,50	0,96611
0,16	0,17901	0,64	0,63459	1,60	0,97635
0,18	0,20094	0,68	0,66378	1,70	0,98379
0,20	0,22270	0,72	0,69143	1,80	0,98909
0,22	0,24430	0,76	0,71754	1,90	0,99279
0,24	0,26570	0,80	0,74210	2,00	0,99532
0,26	0,28690	0,84	0,76514	2,20	0,99814
0,28	0,30788	0,88	0,78669	2,40	0,99931
0,30	0,32863	0,92	0,80677	2,60	0,99976
0,32	0,34913	0,96	0,82542	2,80	0,99992
0,34	0,36936	1,00	0,84270	3,00	0,99998

[1]A função erro de Gauss é definida pela relação

$$\text{erf}\, w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-v^2}\, dv$$

A função erro complementar é definida pela relação

$$\text{erfc}\, w \equiv 1 - \text{erf}\, w$$

B.3
As Quatro Primeiras Raízes da Equação Transcendental, ξ_n tg(ξ_n) = Bi, para a Condução Transiente em uma Parede Plana

$Bi = \frac{hL}{k}$	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4
0	0	3,1416	6,2832	9,4248
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956

B.4
Funções de Bessel de Primeira Espécie

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000
0,1	0,9975	0,0499
0,2	0,9900	0,0995
0,3	0,9776	0,1483
0,4	0,9604	0,1960
0,5	0,9385	0,2423
0,6	0,9120	0,2867
0,7	0,8812	0,3290
0,8	0,8463	0,3688
0,9	0,8075	0,4059
1,0	0,7652	0,4400
1,1	0,7196	0,4709
1,2	0,6711	0,4983
1,3	0,6201	0,5220
1,4	0,5669	0,5419
1,5	0,5118	0,5579
1,6	0,4554	0,5699
1,7	0,3980	0,5778
1,8	0,3400	0,5815
1,9	0,2818	0,5812
2,0	0,2239	0,5767
2,1	0,1666	0,5683
2,2	0,1104	0,5560
2,3	0,0555	0,5399
2,4	0,0025	0,5202

B.5

Funções de Bessel Modificadas[1] *de Primeira e de Segunda Espécies*

x	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^{x}K_0(x)$	$e^{x}K_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	∞	∞
0,2	0,8269	0,0823	2,1407	5,8334
0,4	0,6974	0,1368	1,6627	3,2587
0,6	0,5993	0,1722	1,4167	2,3739
0,8	0,5241	0,1945	1,2582	1,9179
1,0	0,4657	0,2079	1,1445	1,6361
1,2	0,4198	0,2152	1,0575	1,4429
1,4	0,3831	0,2185	0,9881	1,3010
1,6	0,3533	0,2190	0,9309	1,1919
1,8	0,3289	0,2177	0,8828	1,1048
2,0	0,3085	0,2153	0,8416	1,0335
2,2	0,2913	0,2121	0,8056	0,9738
2,4	0,2766	0,2085	0,7740	0,9229
2,6	0,2639	0,2046	0,7459	0,8790
2,8	0,2528	0,2007	0,7206	0,8405
3,0	0,2430	0,1968	0,6978	0,8066
3,2	0,2343	0,1930	0,6770	0,7763
3,4	0,2264	0,1892	0,6579	0,7491
3,6	0,2193	0,1856	0,6404	0,7245
3,8	0,2129	0,1821	0,6243	0,7021
4,0	0,2070	0,1787	0,6093	0,6816
4,2	0,2016	0,1755	0,5953	0,6627
4,4	0,1966	0,1724	0,5823	0,6453
4,6	0,1919	0,1695	0,5701	0,6292
4,8	0,1876	0,1667	0,5586	0,6142
5,0	0,1835	0,1640	0,5478	0,6003
5,2	0,1797	0,1614	0,5376	0,5872
5,4	0,1762	0,1589	0,5279	0,5749
5,6	0,1728	0,1565	0,5188	0,5633
5,8	0,1696	0,1542	0,5101	0,5525
6,0	0,1666	0,1520	0,5019	0,5422
6,4	0,1611	0,1479	0,4865	0,5232
6,8	0,1561	0,1441	0,4724	0,5060
7,2	0,1515	0,1405	0,4595	0,4905
7,6	0,1473	0,1372	0,4476	0,4762
8,0	0,1434	0,1341	0,4366	0,4631
8,4	0,1398	0,1312	0,4264	0,4511
8,8	0,1365	0,1285	0,4168	0,4399
9,2	0,1334	0,1260	0,4079	0,4295
9,6	0,1305	0,1235	0,3995	0,4198
10,0	0,1278	0,1213	0,3916	0,4108

[1] $I_{n+1}(x) = I_{n-1}(x) - (2n/x)I_n(x)$

APÊNDICE C

Condições Térmicas Associadas à Geração Uniforme de Energia em Sistemas Unidimensionais em Regime Estacionário

Na Seção 3.5, o problema da condução com geração de energia térmica foi analisado em condições unidimensionais, em regime estacionário. A forma da equação do calor é diferente, em função de o sistema ser uma parede plana, uma casca cilíndrica ou uma casca esférica (Figura C.1). Em cada caso há diversas opções para a condição de contorno em cada superfície e, desta forma, um número maior de possibilidades de formas específicas da distribuição de temperaturas e da taxa de transferência de calor (ou do fluxo térmico).

Uma alternativa para a resolução da equação do calor para cada combinação possível de condições de contorno envolve a obtenção de uma solução através do estabelecimento de *condições de contorno de primeira espécie*, Equação 2.24, em ambas as superfícies, seguida da realização de um balanço de energia em cada superfície na qual a temperatura é desconhecida. Para as geometrias da Figura C.1, com temperaturas uniformes $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$ especificadas em cada superfície, soluções para as formas apropriadas da equação do calor são obtidas prontamente e estão resumidas na Tabela C.1. As distribuições de temperaturas podem ser usadas com a lei de Fourier para obter as distribuições correspondentes dos fluxos térmicos e das taxas de transferência de calor. Se $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$ forem ambas conhecidas em um problema particular, as expressões da Tabela C.1 fornecem tudo o que é necessário para determinar completamente as condições térmicas relacionadas a esse problema. Se $T_{s,1}$ e/ou $T_{s,2}$ não forem conhecidas, os resultados ainda podem ser utilizados em conjunto com balanços de energia nas superfícies para determinar as condições térmicas desejadas.

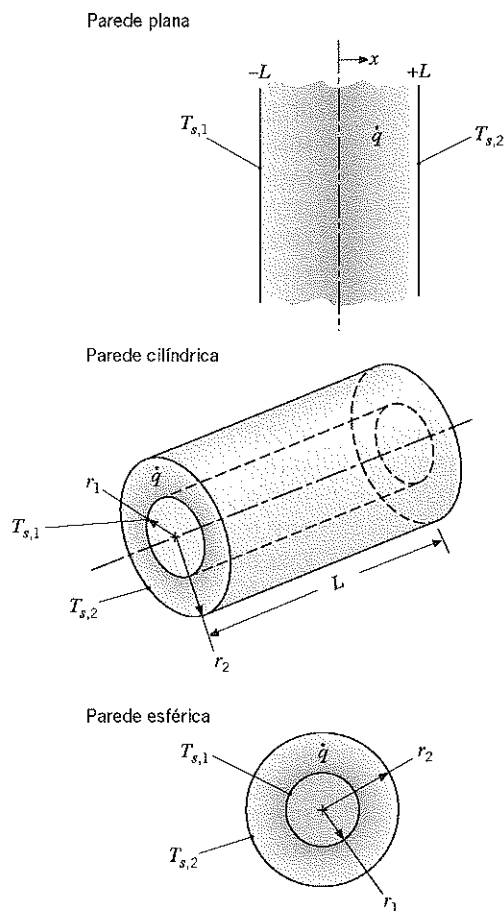



FIGURA C.1 Sistemas condutivos unidimensionais com geração de energia térmica uniforme: uma parede plana com condições nas superfícies assimétricas, uma casca cilíndrica e uma casca esférica.

Condições superficiais alternativas poderiam envolver a especificação de um fluxo térmico uniforme na superfície (*condição de contorno de segunda espécie*, Equação 2.25 ou 2.26) ou uma condição convectiva (*condição de contorno de terceira espécie*, Equação 2.27). Em cada caso, a temperatura superficial não seria conhecida, porém poderia ser determinada pela utilização de um balanço de ener-

TABELA C.1 Soluções da equação do calor unidimensionais e em regime estacionário para paredes planas, cilíndricas e esféricas com geração uniforme condições nas superfícies assimétricas

Distribuição de Temperaturas

Parede Plana

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{C.1}$$

Parede Cilíndrica

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{\ln(r_2/r)}{\ln(r_2/r_1)} \tag{C.2}$$

Parede Esférica

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{(1/r) - (1/r_2)}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.3}$$

Fluxo Térmico

Parede Plana

$$q''(x) = \dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.4}$$

Parede Cilíndrica

$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r\ln(r_2/r_1)} \tag{C.5}$$

Parede Esférica

$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.6}$$

Taxa de Transferência de Calor

Parede Plana

$$q(x) = \left[\dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1})\right]A_x \tag{C.7}$$

Parede Cilíndrica

$$q(r) = \dot{q}\pi Lr^2 - \frac{2\pi Lk}{\ln(r_2/r_1)}\cdot\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right] \tag{C.8}$$

Parede Esférica

$$q(r) = \frac{\dot{q}4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.9}$$

gia na superfície. As formas que tais balanços podem assumir estão resumidas na Tabela C.2. Note que, para contemplar situações nas quais uma superfície de interesse possa estar adjacente a uma parede composta, na qual não há geração, a condição de contorno de terceira espécie foi aplicada com a utilização do coeficiente global de transferência de calor U no lugar do coeficiente convectivo h.

Como um exemplo, considere uma parede plana na qual uma temperatura superficial uniforme (conhecida) $T_{s,1}$ é especificada em $x = -L$ e um fluxo térmico uniforme $q''_{s,2}$ é especificado em $x = +L$. A Equação C.11 pode ser utilizada para avaliar $T_{s,2}$, e as Equações C.1, C.4 e C.7 podem, então, ser usadas para determinar as distribuições de temperaturas, de fluxos térmicos e de taxas de transferência de calor, respectivamente.

Casos especiais das configurações anteriores envolvem uma parede plana com uma superfície adiabática, um cilindro sólido (um bastão circular) e uma esfera (Figura C.2). Submetidas às exigências de que $dT/dx|_{x=0} = 0$ e $dT/dr|_{r=0} = 0$, as formas correspondentes da equação do calor podem ser resolvidas para se obter as Equações C.22 a C.24 da Tabela C.3. As soluções estão baseadas no estabelecimento de uma temperatura uniforme T_s em $x = L$ e $r = r_o$. Usando a lei de Fourier com as distribui-

TABELA C.2 Condições superficiais alternativas e balanços de energia para soluções unidimensionais em regime estacionário da equação do calor para paredes planas, cilíndricas e esféricas com geração uniforme

Parede Plana

Fluxo Térmico na Superfície Uniforme

$$x = -L: \quad q''_{s,1} = -\dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.10}$$

$$x = +L: \quad q''_{s,2} = \dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.11}$$

Coeficiente de Transporte e Temperatura Ambiente Especificados

$$x = -L: \quad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = -\dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.12}$$

$$x = +L: \quad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.13}$$

Parede Cilíndrica

Fluxo Térmico na Superfície Uniforme

$$r = r_1: \quad q''_{s,1} = \frac{\dot{q}r_1}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.14}$$

$$r = r_2: \quad q''_{s,2} = \frac{\dot{q}r_2}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.15}$$

Coeficiente de Transporte e Temperatura Ambiente Especificados

$$r = r_1: \quad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = \frac{\dot{q}r_1}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.16}$$

$$r = r_2: \quad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \frac{\dot{q}r_2}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.17}$$

Parede Esférica

Fluxo Térmico na Superfície Uniforme

$$r = r_1: \quad q''_{s,1} = \frac{\dot{q}r_1}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.18}$$

$$r = r_2: \quad q''_{s,2} = \frac{\dot{q}r_2}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.19}$$

Coeficiente de Transporte e Temperatura Ambiente Especificados

$$r = r_1: \quad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = \frac{\dot{q}r_1}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.20}$$

$$r = r_2: \quad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \frac{\dot{q}r_2}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.21}$$

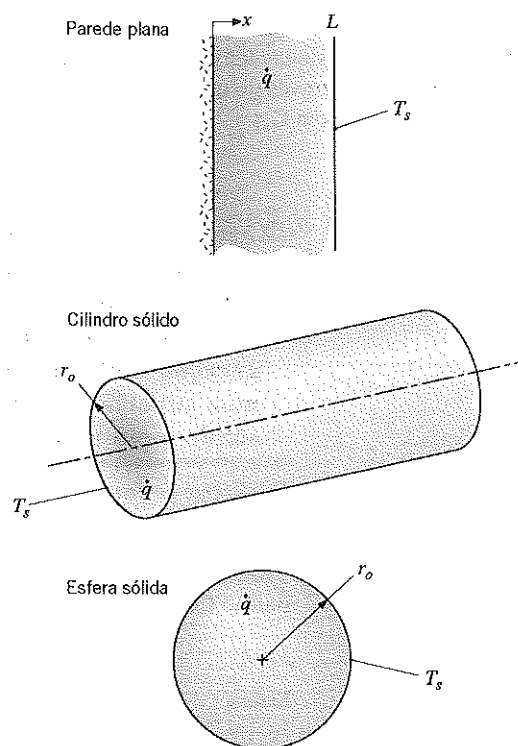



FIGURA C.2 Sistemas condutivos unidimensionais com geração de energia térmica uniforme: uma parede plana com uma superfície adiabática, um bastão cilíndrico e uma esfera.

TABELA C.3 Soluções unidimensionais em regime estacionário da equação do calor com geração uniforme em uma parede plana com uma superfície adiabática, em um cilindro sólido e em uma esfera sólida

	Distribuição de Temperaturas	
Parede Plana	$T(x) = \dfrac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \dfrac{x^2}{L^2}\right) + T_s$	(C.22)
Bastão Cilíndrico	$T(r) = \dfrac{\dot{q}r_o^2}{4k}\left(1 - \dfrac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.23)
Esfera	$T(r) = \dfrac{\dot{q}r_o^2}{6k}\left(1 - \dfrac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.24)
	Fluxo Térmico	
Parede Plana	$q''(x) = \dot{q}x$	(C.25)
Bastão Cilíndrico	$q''(r) = \dfrac{\dot{q}r}{2}$	(C.26)
Esfera	$q''(r) = \dfrac{\dot{q}r}{3}$	(C.27)
	Taxa de Transferência de Calor	
Parede Plana	$q(x) = \dot{q}xA_x$	(C.28)
Bastão Cilíndrico	$q(r) = \dot{q}\pi Lr^2$	(C.29)
Esfera	$q(r) = \dfrac{\dot{q}4\pi r^3}{3}$	(C.30)

ções de temperaturas, as distribuições de fluxos térmicos (Equações C.25 a C.27) e de taxas de transferência de calor (Equações C.28 a C.30) também podem ser obtidas. Se T_s não for conhecida, ela pode ser determinada através do uso de um balanço de energia na superfície, cujas formas apropriadas estão resumidas na Tabela C.4.

TABELA C.4 Condições superficiais alternativas e balanços de energia para soluções unidimensionais em regime estacionário da equação do calor com geração uniforme em uma parede plana com uma superfície adiabática, em um cilindro sólido e em uma esfera sólida

Coeficiente de Transporte e Temperatura Ambiente Especificados

Parede Plana

$x = L$: $\dot{q}L = U(T_s - T_\infty)$ (C.31)

Bastão Cilíndrico

$r = r_o$: $\frac{\dot{q}r_o}{2} = U(T_s - T_\infty)$ (C.32)

Esfera

$r = r_o$: $\frac{\dot{q}r_o}{3} = U(T_s - T_\infty)$ (C.33)

APÊNDICE D

As Equações de Transferência da Convecção

No Capítulo 2, consideramos uma substância estacionária na qual o calor é transferido por condução e desenvolvemos meios para a determinação da distribuição de temperaturas no interior da substância. Fizemos isso aplicando a *conservação de energia* em um volume de controle diferencial (Figura 2.11) e deduzindo uma equação diferencial que foi chamada de *equação do calor*. Para uma geometria e condições de contorno especificadas, a equação pode ser resolvida para determinar a distribuição de temperaturas correspondente.

Se a substância não for estacionária, as condições se tornam mais complexas. Por exemplo, se a conservação de energia for aplicada em um volume de controle diferencial em um fluido em movimento, os efeitos do movimento do fluido (*advecção*) na transferência de energia através das superfícies do volume de controle devem ser considerados, juntamente com os da condução. A equação diferencial resultante, que fornece a base para a previsão da distribuição de temperaturas, requer agora o conhecimento das equações da velocidade, deduzidas da aplicação da *conservação de massa* e da *segunda lei de Newton do movimento* em um volume de controle diferencial.

Neste apêndice, analisamos condições envolvendo o escoamento de um *fluido viscoso* no qual ocorre *transferência de calor* e *de massa* simultaneamente. Restringimos nossa atenção ao *escoamento bidimensional em regime estacionário* de um *fluido incompressível* com *propriedades constantes* nas direções x e y de um sistema de coordenadas cartesianas e apresentamos as equações diferenciais que podem ser usadas para prever os campos de velocidade, de temperatura e de concentração no interior do fluido. Essas equações podem ser deduzidas aplicando-se a segunda lei de Newton do movimento e as conservações de massa, de energia e de espécies em um volume de controle diferencial no fluido.

⊗ *Essas equações são deduzidas na Seção 6S.1.*

D.1 Conservação de Massa

Uma lei de conservação pertinente ao escoamento de um fluido viscoso é que a matéria não pode ser nem criada e nem destruída. Para o escoamento em regime estacionário, essa lei requer que *a taxa líquida na qual a massa entra em um volume de controle* (entrada – saída) *tem que ser zero*. A aplicação dessa lei em um volume de controle diferencial no escoamento fornece

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{D.1}$$

onde u e v são os componentes nas direções x e y da *velocidade mássica média*.

A Equação D.1, a *equação da continuidade*, é uma expressão geral da exigência de conservação da *massa global* e deve ser satisfeita em todos os pontos no fluido. A equação se aplica a um fluido de uma única espécie, assim como a misturas nas quais podem estar ocorrendo difusão de espécies e reações químicas, desde que o fluido possa ser aproximado como *incompressível*, isto é, com massa específica constante.

D.2 Segunda Lei de Newton do Movimento

A segunda lei fundamental pertinente ao escoamento de um fluido viscoso é a *segunda lei de Newton do movimento*. Para um volume de controle diferencial no fluido, sob condições de regime estacionário, essa exigência determina que *a soma de todas as forças atuando no volume de controle deve ser igual à taxa líquida na qual o momento deixa o volume de controle (saída – entrada).*

Dois tipos de força podem atuar no fluido: *forças de corpo*, que são proporcionais ao volume, e *forças de superfície*, que são proporcionais à área. Os campos gravitacional, centrífugo, magnético e/ou elétrico podem contribuir para a força de corpo total, e designamos os componentes x e y dessa força por unidade de volume como X e Y, respectivamente. As forças de superfície são devidas à pressão estática no fluido, assim como às *tensões viscosas*.

A aplicação da segunda lei de Newton do movimento (nas direções x e y) em um volume de controle diferencial no fluido, levando em conta as forças de corpo e de superfície, fornece

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + X \tag{D.2}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + Y \tag{D.3}$$

onde p é a pressão e μ é a viscosidade do fluido.

Não devemos perder de vista a física representada pelas Equações D.2 e D.3. As duas parcelas no lado esquerdo de cada equação representam a taxa *líquida* de escoamento de momento saindo do volume de controle. As parcelas no lado direito, em ordem, levam em conta a força de pressão líquida, as forças viscosas líquidas e a força de corpo. Essas equações devem ser satisfeitas em cada ponto no fluido e, com a Equação D.1, elas podem ser resolvidas para determinar o campo de velocidades.

D.3 Conservação de Energia

Como mencionado no início deste Apêndice, no Capítulo 2 nós analisamos uma substância estacionária na qual calor é transferido por condução e aplicamos a conservação de energia em um volume de controle diferencial (Figura 2.11) para deduzir a equação do calor. Quando a conservação de energia é aplicada em um volume de controle diferencial em um *fluido em movimento* sob condições de regime estacionário, ela expressa que a taxa líquida na qual a energia entra no volume de controle, mais a taxa na qual calor é adicionado, menos a taxa na qual trabalho é realizado pelo fluido no volume de controle, é igual a zero. Após muita manipulação, o resultado pode ser reescrito como uma *equação da energia térmica*. Para o escoamento bidimensional em regime estacionário de um fluido incompressível com propriedades constantes, a equação diferencial resultante é

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\Phi + \dot{q} \qquad \text{(D.4)}$$

onde T é a temperatura, c_p é o calor específico a pressão constante, k é a condutividade térmica, $\dot{q}$ é a taxa volumétrica de geração de energia térmica e $\mu\Phi$, a *dissipação viscosa*, é definida como

$$\mu\Phi \equiv \mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]\right\} \qquad \text{(D.5)}$$

A mesma forma da equação da energia térmica, Equação D.4, também se aplica a um gás ideal com variação de pressão desprezível.

Na Equação D.4, as parcelas no lado esquerdo levam em conta a taxa líquida na qual a energia térmica deixa o volume de controle devido ao movimento global do fluido (advecção), enquanto as parcelas no lado direito levam em conta a entrada líquida de energia em função da condução, a dissipação viscosa e a geração. A dissipação viscosa representa a taxa líquida na qual trabalho mecânico é convertido irreversivelmente em energia térmica devido a efeitos viscosos no fluido. A parcela de geração caracteriza a conversão de outras formas de energia (tais como química, elétrica, eletromagnética ou nuclear) em energia térmica.

D.4 Conservação de Espécies

Se o fluido viscoso é uma mistura binária na qual há gradientes de concentrações de espécies, irá ocorrer transporte *relativo* de espécies e a *conservação de espécies* deve ser satisfeita em cada ponto do fluido. Para escoamento em regime estacionário, essa lei exige que *a taxa líquida na qual a espécie* A *entra em um volume de controle* (entrada – saída), *mais a taxa na qual a espécie* A *é produzida no volume de controle (por reações químicas), deve ser igual a zero.* A aplicação dessa lei em um volume de controle diferencial fornece a equação diferencial a seguir, que está escrita em uma base molar:

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}\right) + \dot{N}_A \qquad \text{(D.6)}$$

Um problema exemplo envolvendo a solução das equações de transferência da convecção está incluído na Seção 6S.1.

onde C_A é a concentração molar da espécie A, D_{AB} é o coeficiente de difusão binária e $\dot{N}_A$ é a taxa molar de produção da espécie A por unidade de volume. Novamente, essa expressão foi deduzida supondo um fluido incompressível com propriedades constantes. Parcelas no lado esquerdo levam em conta o transporte líquido da espécie A devido ao movimento global do fluido (advecção), enquanto as parcelas no lado direito levam em conta a entrada líquida devido à difusão e à produção em função de reações químicas.

APÊNDICE E

Equações de Camada-Limite para o Escoamento Turbulento

Foi observado, na Seção 6.3, que o escoamento turbulento é inerentemente *instável*. Esse comportamento está mostrado na Figura E.1, em que a variação de uma propriedade do escoamento arbitrária P é representada graficamente como uma função do tempo em alguma posição dentro de uma camada-limite turbulenta. A propriedade P pode ser um componente da velocidade, a temperatura do fluido ou a concentração de uma espécie e, em qualquer instante, ela pode ser representada como a soma de um valor *médio no tempo* $\overline{P}$ e de um componente flutuante P'. A média é feita em um tempo que é grande comparado com o período de uma flutuação típica e, se $\overline{P}$ é independente do tempo, diz-se que o escoamento médio no tempo ocorre ser em *regime estacionário*.

Como os engenheiros estão tipicamente interessados nas propriedades médias no tempo, $\overline{P}$, a dificuldade de resolver as equações governantes, que são dependentes do tempo, é freqüentemente eliminada pela execução de uma média das equações em relação ao tempo. Para escoamentos em camadas-limite com propriedades constantes, incompressíveis e em regime estacionário (na média), com dissipação viscosa desprezível, usando procedimentos de média no tempo bem estabelecidos [1], as formas a seguir das equações da continuidade, do momento na direção x, da energia e da conservação de espécies podem ser obtidas:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \tag{E.1}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{d\bar{p}_\infty}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho\overline{u'v'}\right) \tag{E.2}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p\overline{v'T'}\right) \tag{E.3}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{AB}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} - \overline{v'C'_A}\right) \tag{E.4}$$

As equações são parecidas com àquelas para a camada-limite laminar, Equações 6.27 a 6.30 (após desprezar a dissipação viscosa), exceto pela presença de termos adicionais com a forma. $\overline{a'b'}$. Esses termos levam em conta os efeitos das flutuações turbulentas nos transportes de momento, de energia e de espécies.

Com base nos resultados anteriores, é comum se falar de uma tensão cisalhante *total* e em fluxos *totais* de calor e de uma espécie, que são definidos como

$$\tau_{\text{tot}} = \left(\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho\overline{u'v'}\right) \tag{E.5}$$

$$q''_{\text{tot}} = -\left(k\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p\overline{v'T'}\right) \tag{E.6}$$

$$N''_{A,\text{tot}} = -\left(D_{AB}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} - \overline{v'C'_A}\right) \tag{E.7}$$

e são constituídos por contribuições da difusão molecular e da mistura turbulenta. A partir da forma destas equações, nós vemos como as taxas de transferência de momento, de energia e de uma espécie são aumentadas pela existência da turbulência. A parcela $-\rho\overline{u'v'}$, que aparece na Equação E.5, representa o fluxo de momento devido às flutuações turbulentas e é freqüentemente chamada de *tensão de Reynolds*. As parcelas $-\rho c_p\overline{v'T'}$ e $\overline{v'C'_A}$ nas Equações E.6 e E.7, respectivamente, representam os fluxos térmico e da espécie A devido às flutuações turbulentas. Infelizmente, esses novos termos introdu-

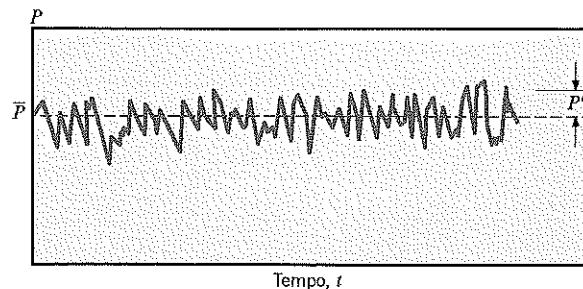



Figura E.1 Variação de propriedades com o tempo em algum ponto em uma camada-limite turbulenta.

zidos pelo processo de média no tempo são incógnitas adicionais, de tal forma que o número de incógnitas é superior ao número de equações. A solução deste problema é o assunto da área de *modelagem da turbulência* [2].

Referências

1. Hinze, J. O. *Turbulence*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1975.
2. Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 2nd ed., DCW Industries, La Cañada, 1998.

APÊNDICE F

Uma Solução Integral da Camada-Limite Laminar para o Escoamento Paralelo sobre uma Placa Plana

Uma abordagem alternativa para a solução das equações de camada-limite envolve o uso de um método *integral* aproximado. A abordagem foi proposta originalmente por von Kármán [1] em 1921 e aplicada pela primeira vez por Pohlhausen [2]. Ela não possui as complicações matemáticas inerentes do método *exato* (*similaridade*) da Seção 7.2.1, porém ela pode ser utilizada para obter resultados razoavelmente precisos para os principais parâmetros da camada-limite (δ, δ_t, δ_c, C_f, h e h_m). Embora o método tenha sido utilizado com algum sucesso para uma variedade de condições de escoamento, nós restringimos nossa atenção ao escoamento paralelo sobre uma placa plana, submetido às mesmas restrições enumeradas na Seção 7.2.1, isto é, *escoamento laminar incompressível* com *propriedades constantes do fluido* e *dissipação viscosa desprezível.*

Para usar o método, as equações de camada-limite, Equações 7.4 a 7.7, devem ser colocadas na forma integral. Essas formas são obtidas pela integração das equações na direção y cruzando a camada-limite. Por exemplo, integrando a Equação 7.4, obtemos

$$\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y}\,dy = 0 \tag{F.1}$$

ou, com $v = 0$ em $y = 0$,

$$v(y=\delta) = -\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy \tag{F.2}$$

Analogamente, da Equação 7.5, obtemos

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta v\frac{\partial u}{\partial y}\,dy = \nu\int_0^\delta \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy$$

ou, integrando por partes a segunda parcela no lado esquerdo,

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy + uv\Big|_0^\delta - \int_0^\delta u\frac{\partial v}{\partial y}\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_0^\delta$$

Substituindo as Equações 7.4 e F.2, obtemos

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy - u_\infty\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy = -\nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

ou

$$u_\infty\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy - \int_0^\delta 2u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

Conseqüentemente,

$$\int_0^\delta \frac{\partial}{\partial x}(u_\infty\cdot u - u\cdot u)\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

Rearranjando, obtemos então

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,dy\right] = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} \tag{F.3}$$

A Equação F.3 é a forma integral da equação do momento da camada-limite. Do mesmo modo, as formas integrais a seguir das equações da energia e da continuidade de uma espécie da camada-imite podem ser obtidas:

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u\,dy\right] = \alpha\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} \tag{F.4}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^{\delta_c} (\rho_{A,\infty} - \rho_A)u\,dy\right] = D_{AB}\frac{\partial \rho_A}{\partial y}\Big|_{y=0} \tag{F.5}$$

As Equações F.3 a F.5 satisfazem às exigências de conservação do momento na direção x, da energia e de uma espécie A em uma forma *integral* (ou *média*) sobre toda a camada-limite. Por outro lado, as equações de conservação originais, (7.5) a (7.7), satisfazem as exigências de conservação *localmente*, isto é, em cada ponto na camada-limite.

As equações integrais podem ser usadas para se obter soluções de camada-limite *aproximadas*. O procedimento envolve inicialmente a *suposição* de formas funcionais razoáveis para as incógnitas u, T e ρ_A em função das espessuras de camada-limite correspondentes (*desconhecidas*). As formas supostas devem satisfazer a condições de contorno apropriadas. Substituindo essas formas nas equações integrais, expressões para a espessura da camada-limite podem ser determinadas e as formas funcionais supostas podem, então, ser completamente especificadas. Embora esse método seja aproximado, ele freqüentemente conduz a resultados precisos para os parâmetros da superfície.

Considere a camada-limite hidrodinâmica, para a qual condições de contorno apropriadas são

$$u(y=0) = \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta} = 0 \qquad \text{e} \qquad u(y=\delta) = u_\infty$$

Da Equação 7□6xtem-se também que, como$u = v = 0$ em $y = 0$,

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right|_{y=0} = 0$$

Com as condições anteriores, nós poderíamos aproximar o perfil de velocidade por um polinômio do terceiro grau na forma

$$\frac{u}{u_\infty} = a_1 + a_2\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_3\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_4\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

e aplicar as condições para determinar os coeficientes a_1 a a_4. Verifica-se facilmente que $a_1 = a_3 = 0$, $a_2 = 3/2$ e $a_4 = -½$, quando então

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \tag{F.6}$$

O perfil de velocidade é então especificado em função da espessura da camada-limite δ desconhecida. Essa incógnita pode ser determinada pela substituição da Equação F.6 na F.3 e posterior integração em y para obter

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{39}{280}u_\infty^2\,\delta\right) = \frac{3}{2}\frac{\nu u_\infty}{\delta}$$

Separando as variáveis e integrando em x, obtemos

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{140}{13}\frac{\nu x}{u_\infty} + \text{constante}$$

Entretanto, como $\delta = 0$ na aresta frontal da placa ($x = 0$), a constante de integração deve ser zero e

$$\delta = 4{,}64\left(\frac{\nu x}{u_\infty}\right)^{1/2} = \frac{4{,}64x}{Re_x^{1/2}} \tag{F.7}$$

Substituindo a Equação F.7 na Equação F.6 e avaliando $\tau_s = \mu(\partial u/\partial y)_s$, obtemos também

$$C_{f,x} = \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} = \frac{0{,}646}{Re_x^{1/2}} \tag{F.8}$$

Apesar da natureza aproximada do procedimento anterior, as Equações F.7 e F.8 se aproximam bem dos resultados obtidos com a solução exata, Equações 7.19 e 7.20.

De forma semelhante, podemos admitir um perfil de temperatura na forma

$$T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = b_1 + b_2\left(\frac{y}{\delta_t}\right) + b_3\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^2 + b_4\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

e determinar os coeficientes com base nas condições

$$T^*(y=0) = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y}\right|_{y=\delta_t} = 0$$

$$T^*(y=\delta_t) = 1$$

assim como

$$\left.\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2}\right|_{y=0} = 0$$

que é inferida a partir da equação da energia (7.6). Obtemos, então,

$$T^* = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \tag{F.9}$$

Substituindo as Equações F.6 e F.9 na Equação F.4, obtemos, após alguma manipulação e admitindo $Pr \geqslant 1$,

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{Pr^{-1/3}}{1{,}026} \tag{F.10}$$

Esse resultado está bem de acordo com aquele obtido da solução exata, Equação 7.24. Além disso, o coeficiente de transferência de calor pode então ser calculado a partir de

$$h = \frac{-k\, \partial T/\partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{3}{2}\frac{k}{\delta_t}$$

Substituindo as Equações F.7 e F.10, obtemos

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = 0{,}332 Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \tag{F.11}$$

Esse resultado está precisamente de acordo com aquele obtido a partir da solução exata, Equação 7.23. Utilizando os mesmos procedimentos, resultados análogos podem ser obtidos para a camada-limite de concentração.

Referências

1. von Kármán, T., *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 232, 1921.

2. Pohlhausen, K., *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 252, 1921.

Índice

NOTA: Referências de páginas precedidas por "CD" indicam que estas páginas podem ser localizadas no CD-ROM que acompanha esta obra.

A

B

C

D

E

F

G

I

J

K

L

ROTAPRESS imprimiu — RJ.

Constantes Físicas

Constante Universal dos Gases:

$\mathcal{R} = 8{,}205 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{atm/(kmol} \cdot \text{K)}$

$= 8{,}314 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{bar/(kmol} \cdot \text{K)}$

$= 8{,}315\ \text{kJ/(kmol} \cdot \text{K)}$

$= 1545\ \text{ft} \cdot \text{lb}_f\text{/(bmole} \cdot {}^\circ\text{R)}$

$= 1{,}986\ \text{Btu/(bmole} \cdot {}^\circ\text{R)}$

Número de Avogadro:

$\mathcal{N} = 6{,}024 \times 10^{23}$ moléculas/mol

Constante de Planck:

$h = 6{,}626 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$

Constante de Boltzmann:

$k = 1{,}381 \times 10^{-23}\ \text{J/K}$

Velocidade da Luz no Vácuo:

$c_o = 2{,}998 \times 10^8\ \text{m/s}$

Constante de Stefan-Boltzmann:

$\sigma = 5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4\text{)}$

Constantes de Radiação do Corpo Negro:

$C_1 = 3{,}742 \times 10^8\ \text{W} \cdot \mu\text{m}^4\text{/m}^2$

$C_2 = 1{,}439 \times 10^4\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$

$C_3 = 2898\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$

Aceleração da Gravidade (Nível do Mar):

$g = 9{,}807\ \text{m/s}^2 = 32{,}174\ \text{ft/s}^2$

Pressão Atmosférica Padrão:

$p = 101.325\ \text{N/m}^2 = 101{,}3\ \text{kPa}$

Calor de Fusão da Água na Pressão Atmosférica:

$h_{sf} = 333{,}7\ \text{kJ/kg}$

Calor de Vaporização da Água na Pressão Atmosférica:

$h_{fg} = 2257\ \text{kJ/kg}$

O MODELO PARA APRENDER TRANSFERÊNCIA DE CALOR E DE MASSA

Referência por sua leitura fácil, abrangência e relevância, o texto de Incropera e DeWitt é o padrão reconhecido para o aprendizado da transferência de calor e de massa. Este livro associa uma detalhada cobertura com as fontes que os estudantes necessitam para aprender os conceitos e aplicá-los na solução de problemas reais e relevantes. Usando uma metodologia de solução de problemas rigorosa e sistemática, o livro contém exemplos e problemas que revelam a riqueza e a beleza dessa disciplina.

A 6ª Edição apresenta os co-autores Ted Bergman e Adrienne Lavine, que trazem os seus reconhecidos sucessos no ensino e na pesquisa da transferência de calor e massa para o texto.

NOVAS CARACTERÍSTICAS

- Maior abrangência em áreas de recente interesse na transferência de calor, incluindo células-combustível e dispositivos de energias alternativas, resfriamento de eletrônicos, transferência de calor em microescala e transferência de calor em sistemas biológicos. Estão incluídos novos exemplos e problemas propostos de cada área.
- Introdução aos conceitos do transporte em nanoescala e tratamento unificado da condução transiente.
- Novo material sobre transferência de calor em sistemas bifásicos e sobre convecção forçada interna intensificada.
- Apresentação nova e revisada da transferência de massa, incluindo aplicações em ciência dos materiais e engenharia biológica.
- Novos problemas e exemplos, revisados e atualizados.

LTC
www.ltceditora.com.br

9 788521 615842